Efeitos ambientais na propagação da onda EM. Reflexão da onda EM no solo. O efeito do multipercurso no sinal do eco do alvo. Refração da onda EM na troposfera. Ângulo de elevação e range aparentes. *Beam spreading*. Dutos atmosféricos. Difração da onda EM na superfície terrestre. Atenuação da onda EM na atmosfera. Atenuação da onda EM por chuva. Atenuação da onda EM por nuvem e/ou nevoeiro. O RX, o TX e a antena de um sistema de radar.

Departamento de Eletrônica e Computação

Centro de Tecnologia

UFSM00271– Técnicas de Radar

Prof. Fernando DeCastro

Efeitos ambientais na propagação da onda EM

No Cap I de nosso estudo efetuamos a análise dos principais sub-sistemas, parâmetros, processos e algoritmos utilizados em um sistema de radar. Neste estudo do Cap I assumimos, por simplicidade de análise, que o espaço livre é o meio de propagação da onda EM irradiada pelo TX do radar, onda que se propaga até o alvo, refletindo-se no mesmo e retornando à antena do radar na forma de eco do alvo. Ocorre que esta simplificação nem sempre é válida em consequência de a onda EM sofrer efeitos do ambiente de propagação, principalmente efeitos originados na atmosfera e na superfície da Terra.

Neste contexto, a análise simplificada baseada na propagação da onda EM no espaço livre é uma aproximação útil para efeito de uma compreensão geral dos sistemas de radar, no entanto, para prever o real desempenho de um sistema de radar é necessário modificar esta análise aproximada de modo a incluir os efeitos da superfície e da atmosfera da Terra. Essas modificações devem levar em conta reflexões da onda EM no solo, difração da onda EM na superfície terrestre, curvamento do percurso de propagação da onda EM devido à refração na atmosfera, rotação do plano de polarização, multipercurso (*multipath*), efeitos de dispersão e atenuação da onda EM por gases que constituem a atmosfera, para citar apenas os efeitos básicos que afetam a onda EM.

O impacto dos efeitos ambientais na equação do *range* máximo do radar, conforme equação (18) no slide 36 do Cap I.4, é contemplado pela introdução de um fator F_p de ganho de sinal (ou atenuação de sinal, caso $F_p < 1$) nesta equação (18) do Cap I.4, fator que é denominado de ***pattern propagation fator*** (fator do padrão de propagação ou simplesmente fator de propagação), dado por:

$$F_p = \left|\frac{E}{E_d}\right| \qquad (1)$$

onde E[V/m] é o valor do campo elétrico da onda EM resultante nas vizinhanças do alvo contemplando os efeitos da superfície e da atmosfera da Terra na propagação da onda, e E_d [V/m] é o valor do campo elétrico da onda EM nas vizinhanças do alvo contemplando apenas a propagação da onda EM no espaço livre em um percurso de propagação que mantém linha de visada com o alvo. Note que F_p é um ganho de sinal que expressa a transmitância (ganho) que afeta a magnitude da onda EM quando ela se propaga da antena do radar até o alvo. Para contemplar a ida e a volta da onda EM que incide e retorna na forma de eco, e para converter F_p em ganho de potência, este deve ser elevado à 4ª potência (${F_p}^4$). Neste contexto, a introdução do fator de propagação F_p na equação do *range* máximo do radar (equação (18) do Cap I.4) resulta em

$$r_{\max} = \sqrt[4]{\frac{\sigma P_{\mathrm{TX}} G^2 \lambda^2 {F_p}^4}{(4\pi)^3 F k T_0\, L\, B\, \mathrm{SNR}_{o\min}}} \quad [\mathrm{m}] \qquad (2)$$

Resolvendo (2) para $\mathrm{SNR}_{o\min}$ obtemos a relação sinal-ruído mínima passível de ser obtida na saída do *front–end* analógico do RX em função dos parâmetros operacionais do radar:

$$\mathrm{SNR}_{o\min} = \frac{\sigma P_{\mathrm{TX}} G^2 \lambda^2 {F_p}^4}{(4\pi)^3 F\, k\, T_0\, L\, B\, {r_{\max}}^4} \qquad (3)$$

Conforme já visto no Cap I.4, a $\mathrm{SNR}_{o\min}$ obtida de (3) deve ser maior que a especificação da SNR mínima necessária para que o demodulador digital do RX do radar consiga detectar sem erro um alvo posicionado em um determinado *range*. Caso esta condição não seja atendida, o nível de ruído térmico gerado internamente no *front–end* do RX será demasiadamente alto em relação ao sinal de eco do alvo, de modo que o RX não conseguirá demodular o sinal recebido sem que ocorram erros de detecção de sinal no demodulador do RX.

Convertendo (3) para [dB], temos:

$$\mathrm{SNR}_{o\min}[\mathrm{dB}] = 10\log\left(\frac{1}{(4\pi)^3}\,\frac{P_{\mathrm{TX}}}{kT_0B}\,\frac{\sigma\lambda^2}{{r_{\max}}^4}\,\frac{1}{F}\,G^2\,{F_p}^4\,\frac{1}{L}\right) =$$

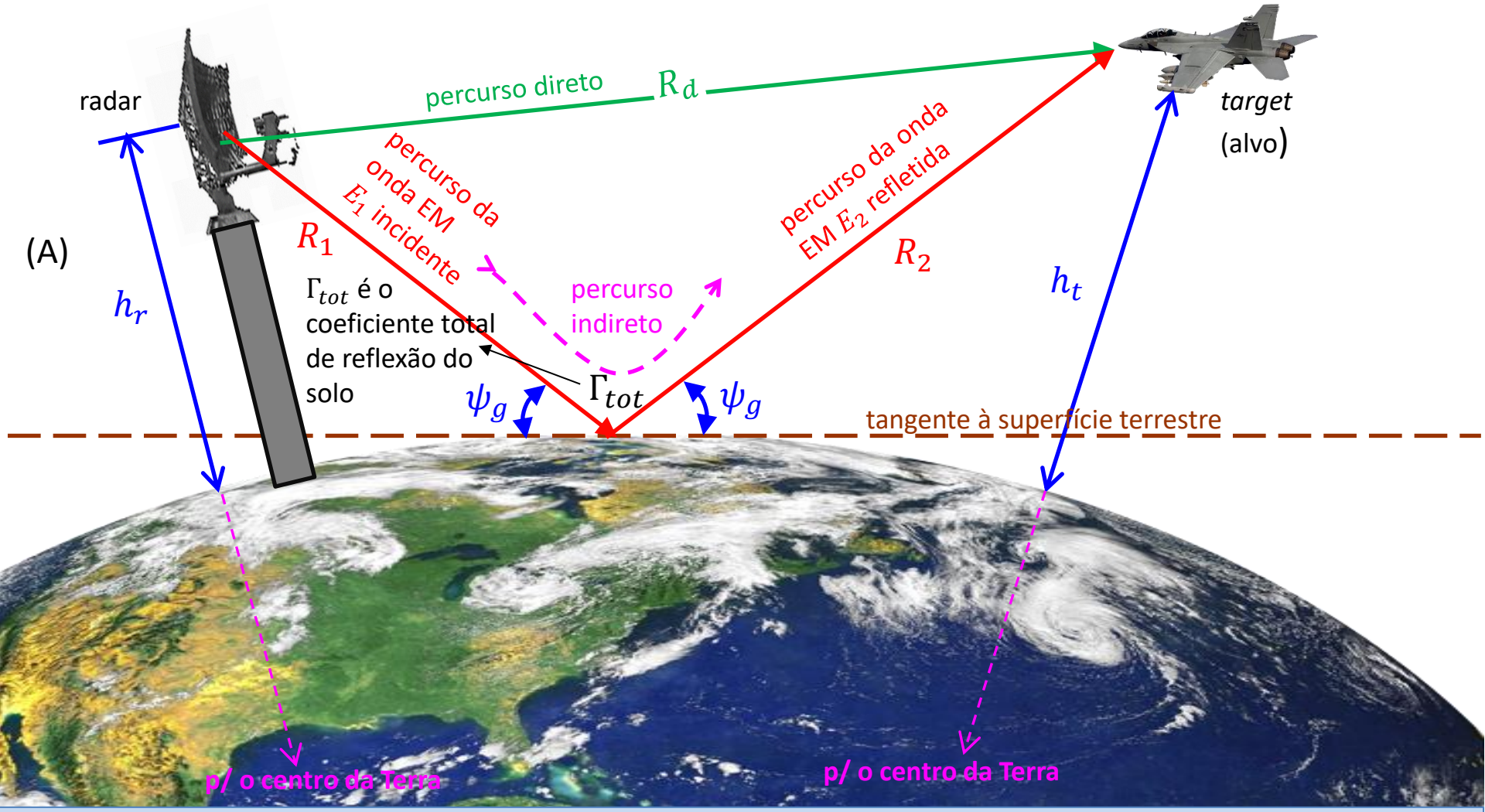
$$= 10\log\left(\frac{1}{(4\pi)^3}\right) + 10\log\left(\frac{P_{\mathrm{TX}}}{kT_0B}\right) + 10\log\left(\frac{\sigma\lambda^2}{{r_{\max}}^4}\right) + 10\log\left(\frac{1}{F}\right) + 10\log(G^2) + 10\log({F_p}^4) + 10\log\left(\frac{1}{L}\right) =$$

$$= -32.976\ [\mathrm{dB}] + 10\log\left(\frac{P_{\mathrm{TX}}}{kT_0B}\right) + 10\log\left(\frac{\sigma\lambda^2}{{r_{\max}}^4}\right) - NF[\mathrm{dB}] + 2G[\mathrm{dBi}] + 2F_p[\mathrm{dB}] - L[\mathrm{dB}] \qquad (4)$$

onde $\mathrm{SNR}_{o\min}[\mathrm{dB}]$ é a $\mathrm{SNR}_{o\min}$ em [dB], P_{TX} [W] é a potência de pico do TX do radar, $k = 1.38064852 \times 10^{-23}$ [J/K] é a constante de Boltzmann, $T_0 = 290$K, B [Hz] é a banda operacional do radar, σ [m²] é o RCS do alvo, $\lambda = c/f$ [m] é o comprimento de onda na frequência f [Hz] de operação do radar, com $c = 2.9979246 \times 10^8$ [m/s] sendo a velocidade de propagação da onda EM no espaço livre, $r_{\max}$ é o *range* máximo alcançável para esta $\mathrm{SNR}_{o\min}$, $NF[\mathrm{dB}] = 10\log F$ é a figura de ruído do *front end* analógico do RX em [dB], $G[\mathrm{dBi}]$ é o ganho da antena do radar em [dBi], $F_p[dB]$ é o **fator de propagação** em [dB] e $L[\mathrm{dB}]$ são quaisquer perdas adicionais em [dB] resultantes do cenário de operação do radar.

Reflexão da onda EM no solo

Veremos nos slides 16 a 32 que o fator de propagação $F_p = \left|\frac{E}{E_d}\right|$ é afetado pela reflexão da onda EM quando esta incide sob um ângulo ψ_g na superfície da Terra, conforme mostrado em (A) abaixo. Ao se refletir, a onda EM sofre uma alteração na sua amplitude e na sua fase, alteração determinada pelo coeficiente total de reflexão no solo Γ_{tot}. Conforme veremos, três fatores contribuem p/ o coeficiente total de reflexão no solo Γ_{tot}: o coeficiente de reflexão Γ_v ou Γ_h para superfície sem rugosidade, o fator de divergência D da onda EM devido à curvatura da Terra e a rugosidade S_r da superfície.



Coeficiente de reflexão da onda EM para superfície sem rugosidade

O coeficiente de reflexão Γ da onda EM em uma superfície sem rugosidade é obtido das equações de Fresnel (ver https://en.wikipedia.org/wiki/Fresnel_equations), já estudadas na disciplina de Ondas e Linhas de Transmissão, no Cap IV.2 de https://www.fccdecastro.com.br/pdf/OLT_Cap%20IV.pdf .

O coeficiente Γ é função da frequência f [Hz] da onda, da permissividade ε e da condutividade σ da superfície e do ângulo de incidência ψ_g (*grazing angle*) do percurso de propagação da onda EM (ver diagrama em (A) no slide anterior). Valores usuais de ε e σ da superfície terrestre podem ser encontrados em https://www.fccdecastro.com.br/pdf/ITU-RP527-4.pdf).

Para a polarização vertical (polarização V = polarização paralela ao plano de incidência) e para a polarização horizontal (polarização H = polarização perpendicular ao plano de incidência) do campo elétrico da onda EM irradiada pela antena do TX do radar há respectivas expressões analíticas (Γ_v ou Γ_h) para o coeficiente de reflexão Γ, dadas por:

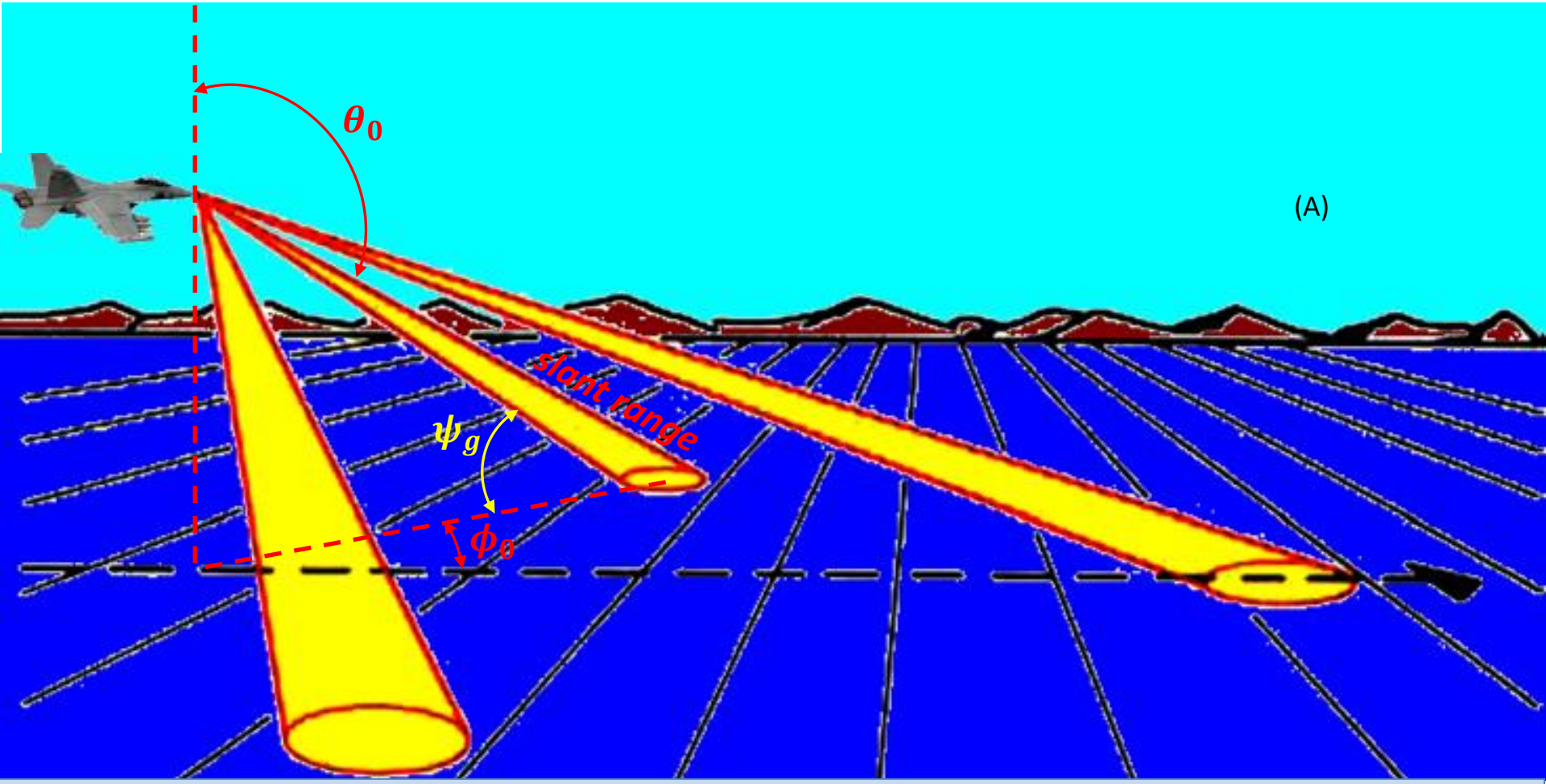
$$\Gamma_v = \frac{\varepsilon \sin\psi_g - \sqrt{\varepsilon - \left(\cos\psi_g\right)^2}}{\varepsilon \sin\psi_g + \sqrt{\varepsilon - \left(\cos\psi_g\right)^2}} \tag{5}$$

$$\Gamma_h = \frac{\sin\psi_g - \sqrt{\varepsilon - \left(\cos\psi_g\right)^2}}{\sin\psi_g + \sqrt{\varepsilon - \left(\cos\psi_g\right)^2}} \tag{6}$$

onde $\varepsilon = \varepsilon' - j\,\varepsilon'' = \varepsilon_r - j60\lambda\sigma$ é a permissividade complexa relativa da superfície no ponto de reflexão da onda EM (que é uma grandeza adimensional), ε_r é a permissividade relativa e σ [S/m] é a condutividade da superfície. $\lambda = c/f$ [m] é o comprimento de onda na frequência f [Hz] de operação e $c = 2.9979246 \times 10^8$ [m/s] é a velocidade de propagação da onda EM no espaço livre.

Coeficiente de reflexão da onda EM para superfície sem rugosidade

Exemplo 1: Uma aeronave militar trafega em águas marítimas costeiras, conforme mostrado em (A) abaixo, em busca de alvos (navios) na superfície do mar. O seu radar *pulse–Doppler* opera na banda X na frequência f =8.0 [GHz] e seu *phased-array* aponta o diagrama de radiação para baixo (*look–down mode*), sob um ângulo de incidência ψ_g, conforme mostrado em (A). A superfície do mar apresenta no local uma condutividade σ =13.66 [S/m] e uma permissividade relativa ε_r =65 na frequência de operação do radar. **Pede-se:** Para $0 < \psi_g < 90°$ **(a)** Plote em um único gráfico as curvas $|\Gamma_v| \times \psi_g[°]$ e $|\Gamma_h| \times \psi_g[°]$. **(b)** Plote em um único gráfico as curvas $\angle\Gamma_v[°] \times \psi_g[°]$ e $\angle\Gamma_h[°] \times \psi_g[°]$. **(c)** Compare e analise o comportamento das curvas de Γ_v ou Γ_h no âmbito da operação do radar.

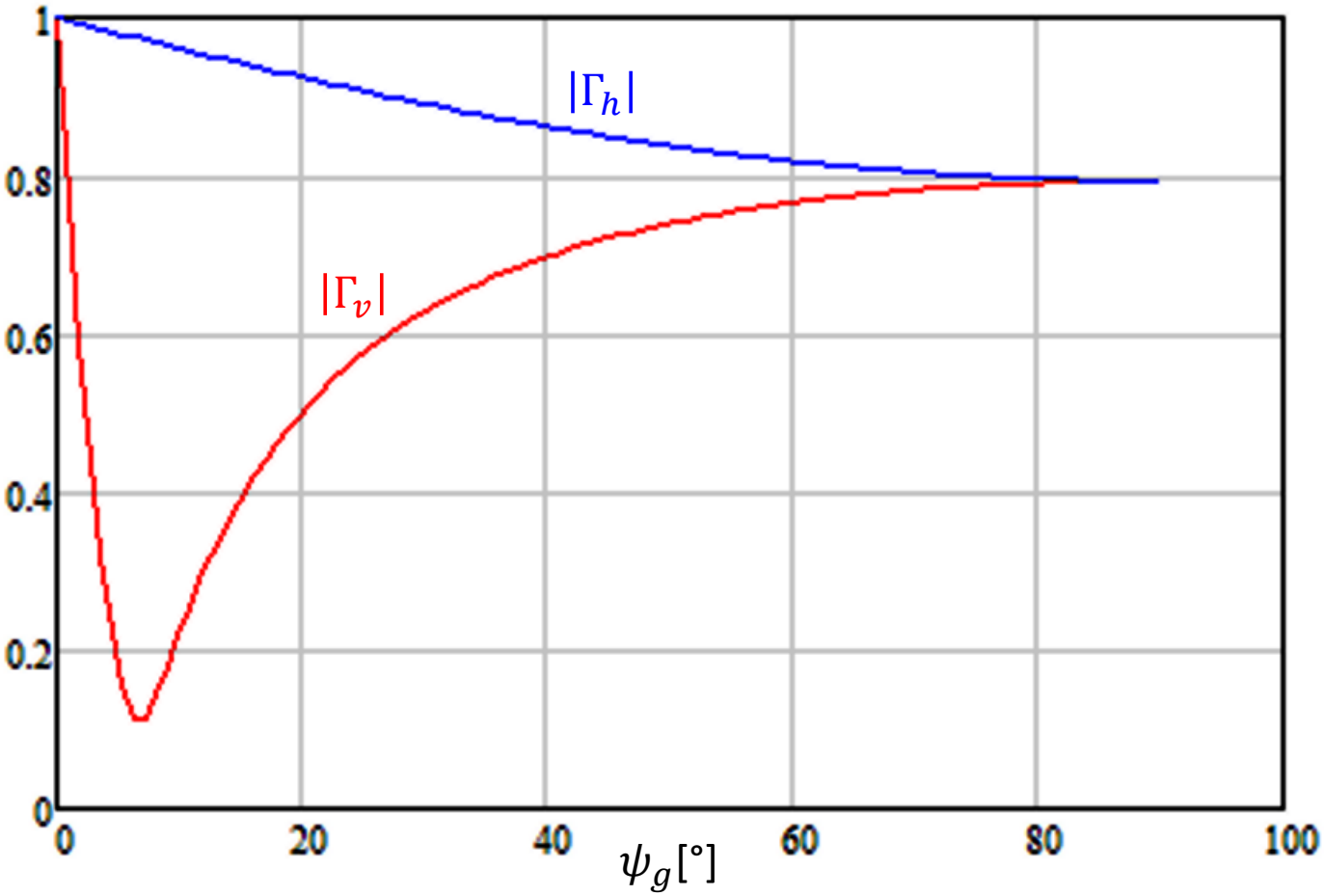


Coeficiente de reflexão da onda EM para superfície sem rugosidade

Solução:

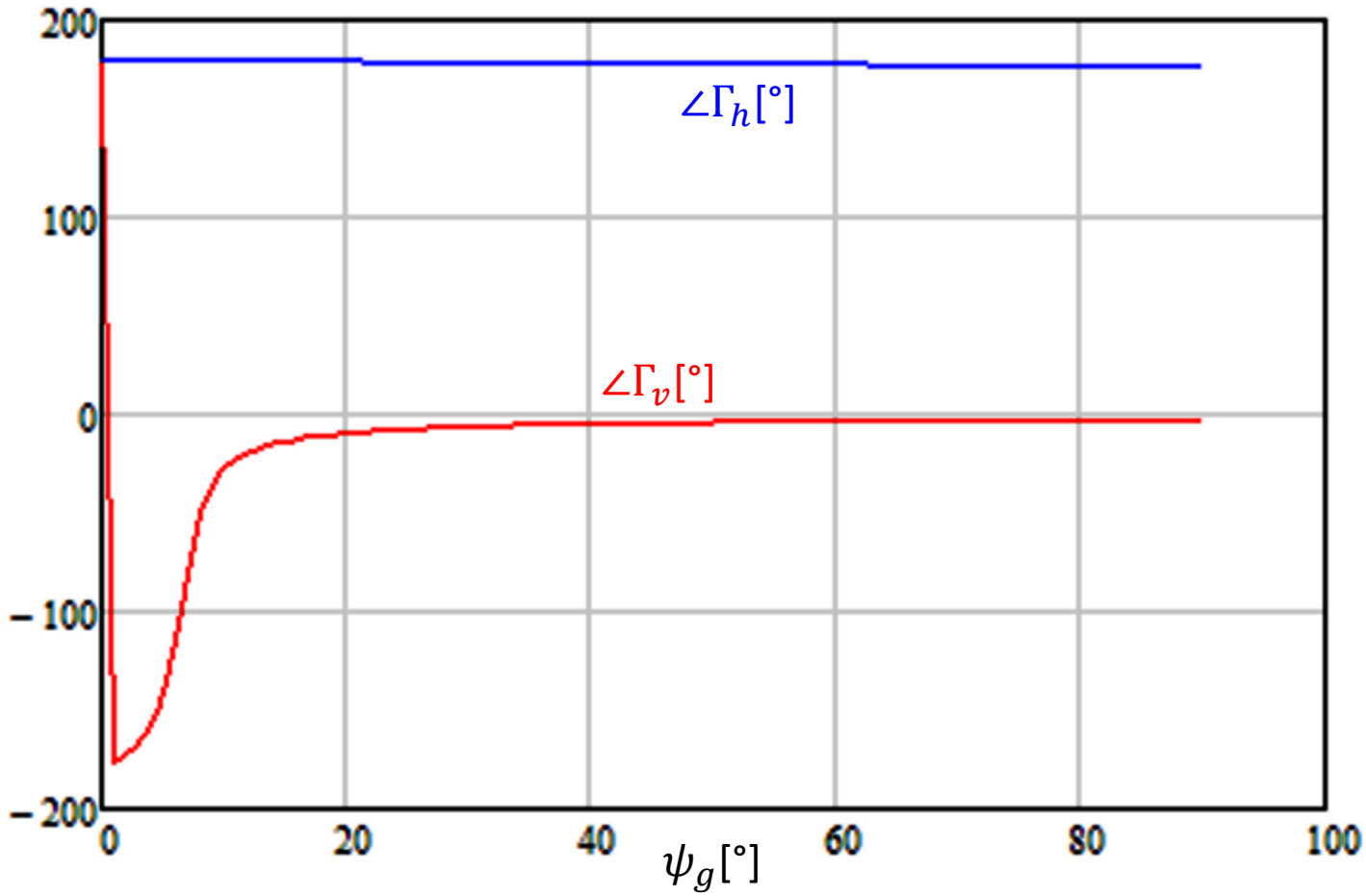
Para a solução deste exemplo vamos usar o *script* Mathcad Exemplo1.xmcd disponível em https://www.fccdecastro.com.br/ZIP/TR_C2_E1S06.zip . Das equações (5) e (6) obtemos:

(a)



Coeficiente de reflexão da onda EM para superfície sem rugosidade

(b)



Coeficiente de reflexão da onda EM para superfície sem rugosidade

(c) Mantendo em mente que o fasor E_2 da onda EM refletida (ver (A) no slide 4) é dada pela multiplicação do fasor E_1 da onda incidente pelo coeficiente de reflexão Γ no ponto de reflexão, podemos estabelecer a seguinte análise com base nas curvas obtidas em (a) e (b) :

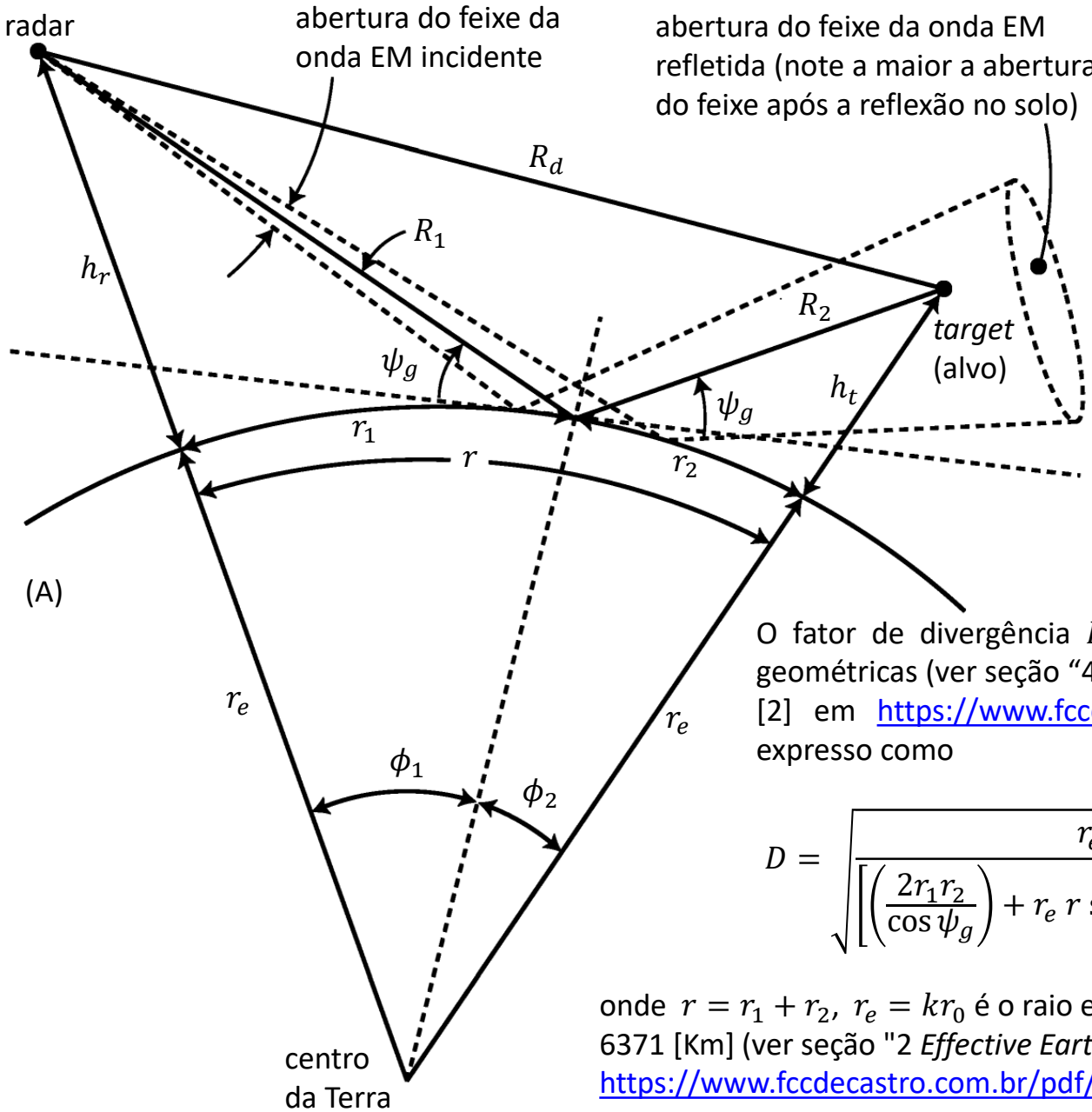
- A curva de magnitude $|\Gamma_h|$ do coeficiente de reflexão para polarização horizontal Γ_h tende para 1.0 para ângulos de incidência ψ_g muito pequenos e diminui monotonicamente à medida que o ângulo de incidência ψ_g aumenta até 90°.

- A curva de magnitude $|\Gamma_v|$ do coeficiente de reflexão para polarização vertical Γ_v exibe um mínimo bem definido. O ângulo de incidência ψ_g que corresponde a esta condição de mínimo é denominado de "ângulo de Brewster" (ver https://em.geosci.xyz/content/maxwell1_fundamentals/appendix/totalrefl_and_brewsterangl.html). Por esta razão, radares *airborne* operado no modo *look-down* (ver https://en.wikipedia.org/wiki/Look-down/shoot-down) utilizam preferencialmente polarização vertical para reduzir a intensidade dos ecos de *clutter* situados na linha do horizonte, resultantes da reflexão da onda EM na superfície terrestre sob ângulos rasos ($\psi_g < 10°$).

- A curva de fase $\angle\Gamma_h$ do coeficiente de reflexão para polarização horizontal Γ_h é aproximadamente constante e igual 180°, significando que o fasor E_2 da onda EM refletida está defasado do 180° do fasor E_1 da onda EM incidente. No entanto, para polarização vertical, a fase $\angle\Gamma_v$ do coeficiente Γ_v aproxima-se de –180° nas vizinhanças do ângulo de Brewster e aumenta até 0° à medida que o ângulo de incidência ψ_g aumenta até 90°.

- Para ângulos de incidência ψ_g muito pequenos (menores que 2°), $|\Gamma_v|$ e $|\Gamma_h|$ tendem ambos para 1.0 e $\angle\Gamma_v$ e $\angle\Gamma_h$ tendem respectivamente para –180° e 180°. Assim, dado que –180° = 180°, existe pouca diferença na reflexão de ondas EM polarizadas horizontalmente ou verticalmente para ângulos de incidência muito rasos (ψ_g <2°) .

O fator de divergência D da onda EM devido à curvatura da Terra



O coeficiente total de reflexão no solo Γ_{tot} também é afetado pelo fator de divergência D resultante da superfície esférica da Terra.

Quando uma onda EM incide na superfície esférica da Terra, a onda EM refletida diverge de uma onda plana devido à curvatura da Terra. Isso é ilustrado em (A) ao lado.

Após o ponto de reflexão, a onda EM refletida é "desfocalizada" e a densidade de potência da onda (módulo do vetor de Poynting) é reduzida devido à divergência.

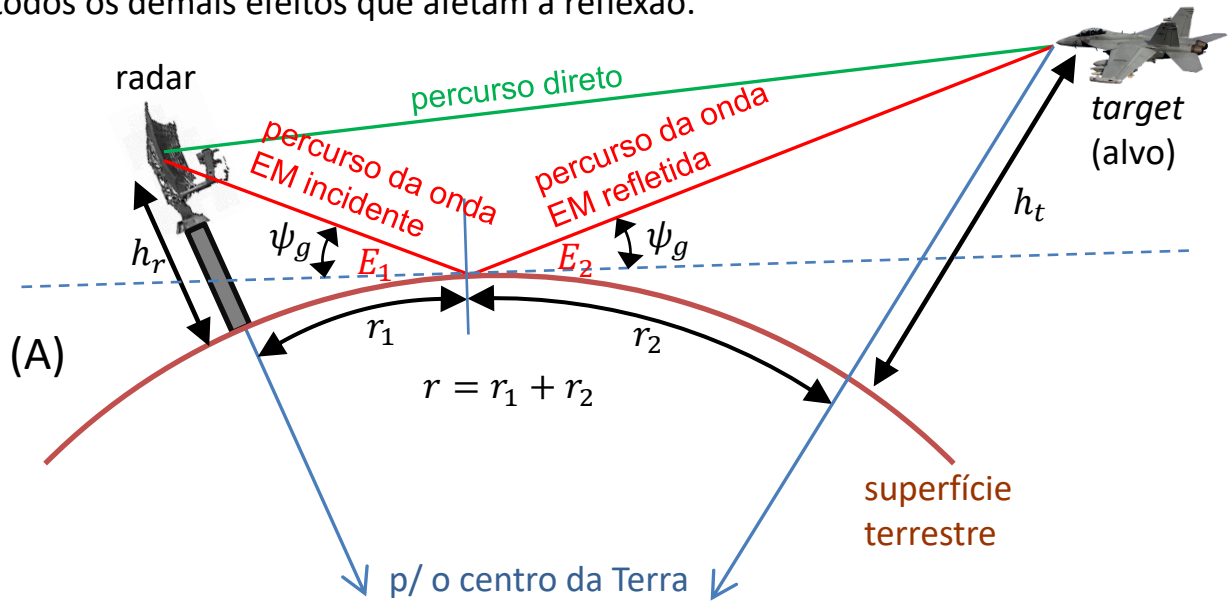
O fator de divergência D é obtido a partir de considerações geométricas (ver seção "4.9.3.2 Divergence Factor" da referência [2] em https://www.fccdecastro.com.br/pdf/PMRBP.pdf), e é expresso como

$$D = \sqrt{\frac{r_e\, r \sin\psi_g}{\left[\left(\frac{2r_1 r_2}{\cos\psi_g}\right) + r_e\, r \sin\psi_g\right]\left(1+\frac{h_r}{r_e}\right)\left(1+\frac{h_t}{r_e}\right)}} \qquad (7)$$

onde $r = r_1 + r_2$, $r_e = kr_0$ é o raio efetivo da Terra, sendo $k = 4/3$ e $r_0 = 6371$ [Km] (ver seção "2 *Effective Earth radius*" de https://www.fccdecastro.com.br/pdf/ITU-RP834-9.pdf).

O fator de divergência D da onda EM devido à curvatura da Terra

Exemplo 2: Um radar *pulse–Doppler* opera na banda X e a onda EM irradiada pela sua antena se propaga até o alvo através de um percurso direto e através de um percurso indireto gerado pela reflexão da onda EM na superfície terrestre, conforme mostrado em (A) abaixo. A antena do radar situa-se a uma altitude $h_r = 423$ [m] e o alvo situa-se a uma altitude $h_t = 34$ [Km]. A projeção vertical da antena do radar na superfície terrestre dista $r_1 = 1.0$ [Km] do ponto de reflexão da onda EM. A projeção vertical do alvo na superfície terrestre dista $r_2 = 80$ [Km] do ponto de reflexão da onda EM. O ângulo de incidência da onda EM é $\psi_g = 25°$. **Pede-se:** Sabendo que a magnitude do campo elétrico da onda EM incidente medida imediatamente antes do ponto de reflexão na superfície é $|E_1| = 1000$ [μV/m], determine a magnitude do campo elétrico da onda EM refletida $|E_2|$ medida imediatamente após o ponto de reflexão na superfície. Na determinação de $|E_2|$ considere unicamente a atenuação decorrente do efeito de divergência da onda EM ao ser refletida na superfície esférica da Terra, desprezando todos os demais efeitos que afetam a reflexão.

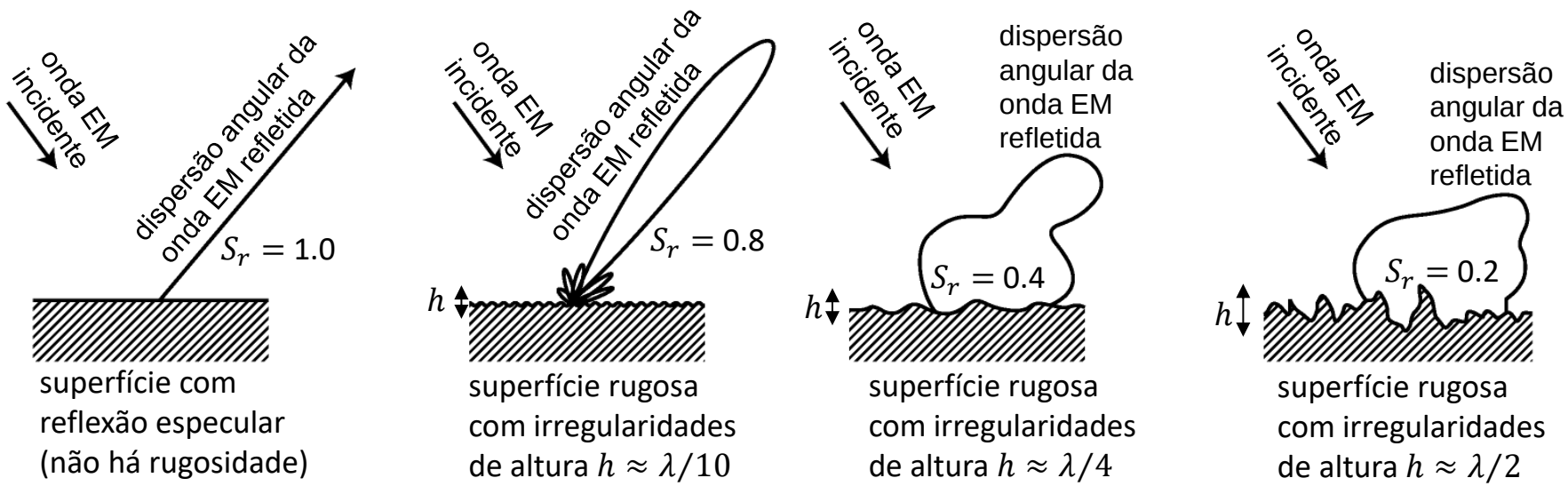


Solução: Aplicando os dados do enunciado à equação (7) do slide anterior obtemos $D = 0.998$.

E daí, temos que $|E_2| = D|E_1| = 0.998 \cdot 1000$ [μV/m] = 998 [μV/m].

O fator de rugosidade S_r da superfície terrestre

O coeficiente total de reflexão no solo Γ_{tot} também é afetado pelo fator de rugosidade S_r da superfície em que a onda EM incide e se reflete, conforme mostrado em (A) abaixo para 4 superfícies de rugosidades crescentes.



O fator de rugosidade S_r é dado por (ver seção "4.5.3. Rough Surface Reflection" da referência [1] em https://www.fccdecastro.com.br/pdf/HRSA.pdf):

$$S_r = e^{-z} I_0(z) \tag{8}$$

onde

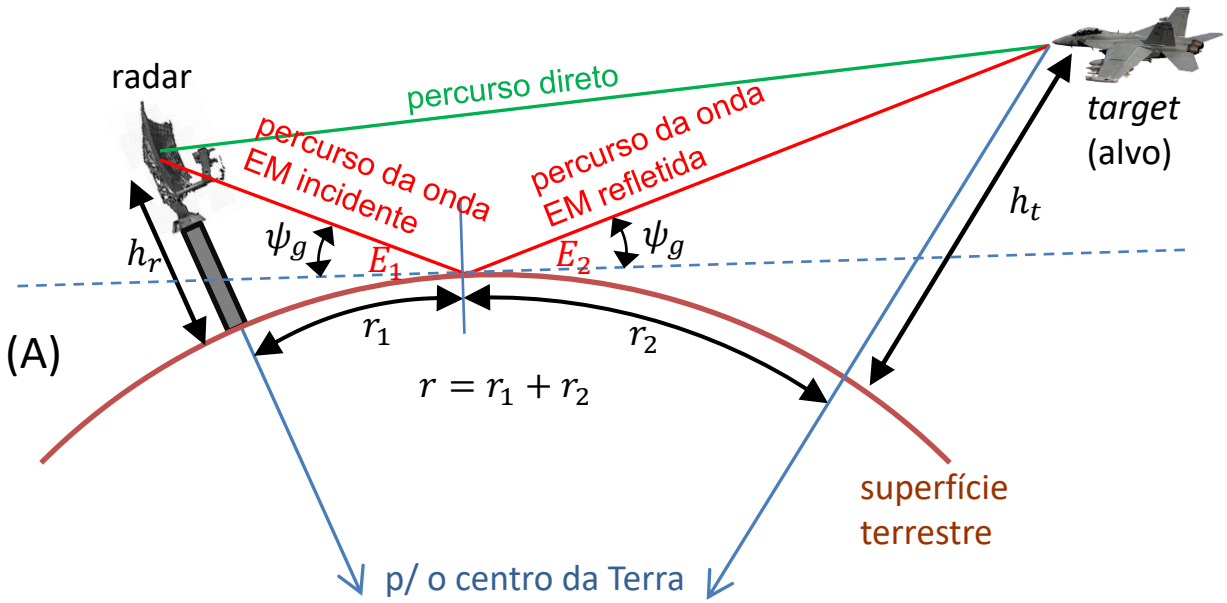
$$z = 2\left(\frac{2\pi h_{\text{rms}} \sin\psi_g}{\lambda}\right)^2 \tag{9}$$

$I_0(z)$ é a função de Bessel modificada de ordem zero, h_{rms} é o valor rms da altura h das irregularidades da superfície em que a onda EM incide e se reflete (https://en.wikipedia.org/wiki/Root_mean_square) e $\lambda = c/f$ [m] é o comprimento de onda na frequência f [Hz] de operação sendo $c = 2.9979246 \times 10^8$ [m/s] a velocidade de propagação da onda EM no espaço livre.

O fator de rugosidade S_r da superfície terrestre

Exemplo 3: Um radar *pulse–Doppler* opera na banda X na frequência f =8.0 [GHz]. A onda EM irradiada pela sua antena se propaga até o alvo através de um percurso direto e através de um percurso indireto gerado pela reflexão da onda EM na superfície terrestre, conforme mostrado em (A) abaixo. O valor rms da altura das irregularidades da superfície em que a onda EM incide e se reflete é $h_{\mathrm{rms}} = \lambda/4$, sendo λ o comprimento de onda na frequência f de operação do radar.

Pede-se: (a) Sabendo que a magnitude do campo elétrico da onda EM incidente medida imediatamente antes do ponto de reflexão na superfície é $|E_1| = 1000$ [μV/m], plote o gráfico da curva $|E_2| \times \psi_g[°]$, sendo $|E_2|$ a magnitude do campo elétrico da onda EM refletida medida imediatamente após o ponto de reflexão na superfície. Na determinação de $|E_2|$ considere unicamente a atenuação decorrente do fator de rugosidade S_r no ponto em que a onda EM se reflete na superfície esférica da Terra, desprezando todos os demais efeitos que afetam a reflexão. **(b)** Refaça o item (a) para $h_{\mathrm{rms}} = \lambda/10$. **(c)** Analise os resultados obtidos em (a) e (b).

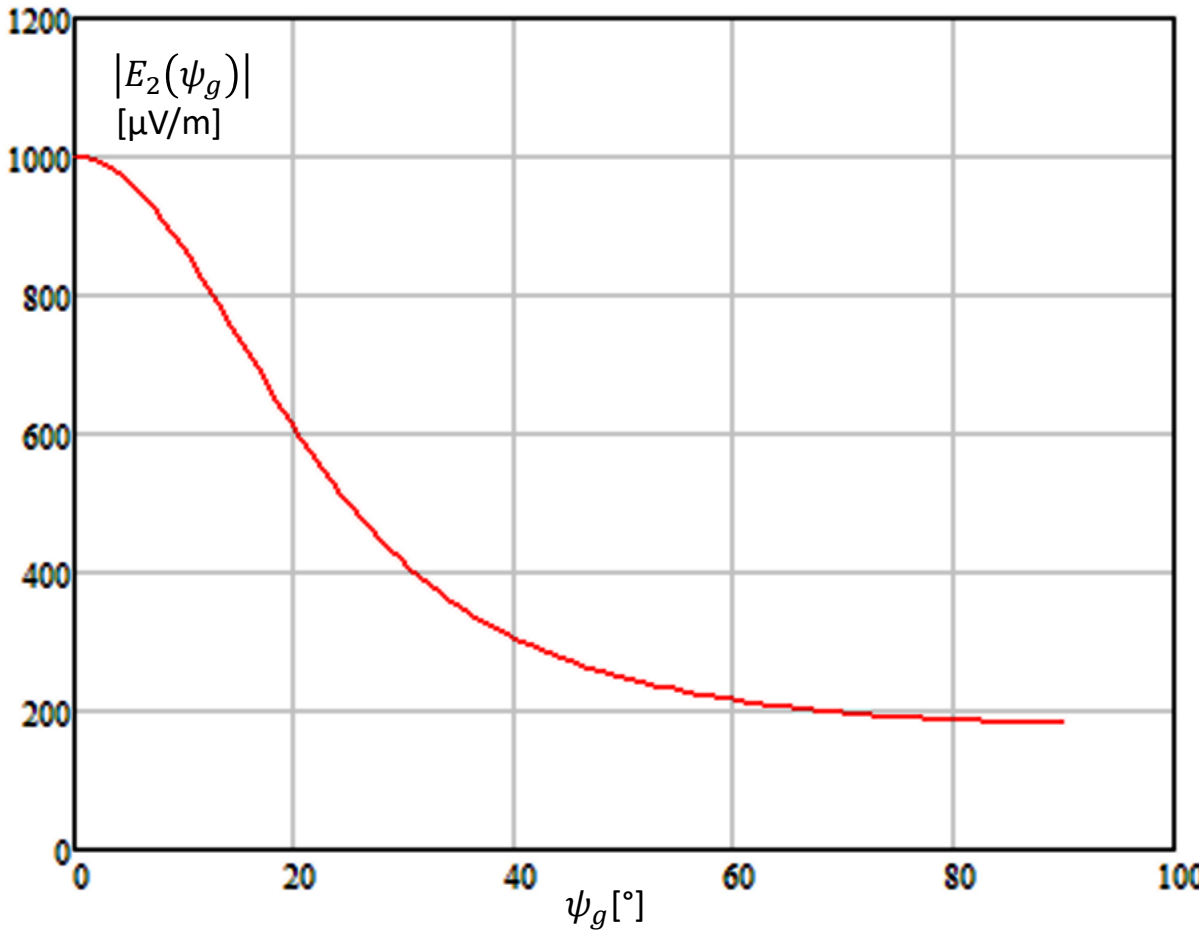


O fator de rugosidade S_r da superfície terrestre

Solução:

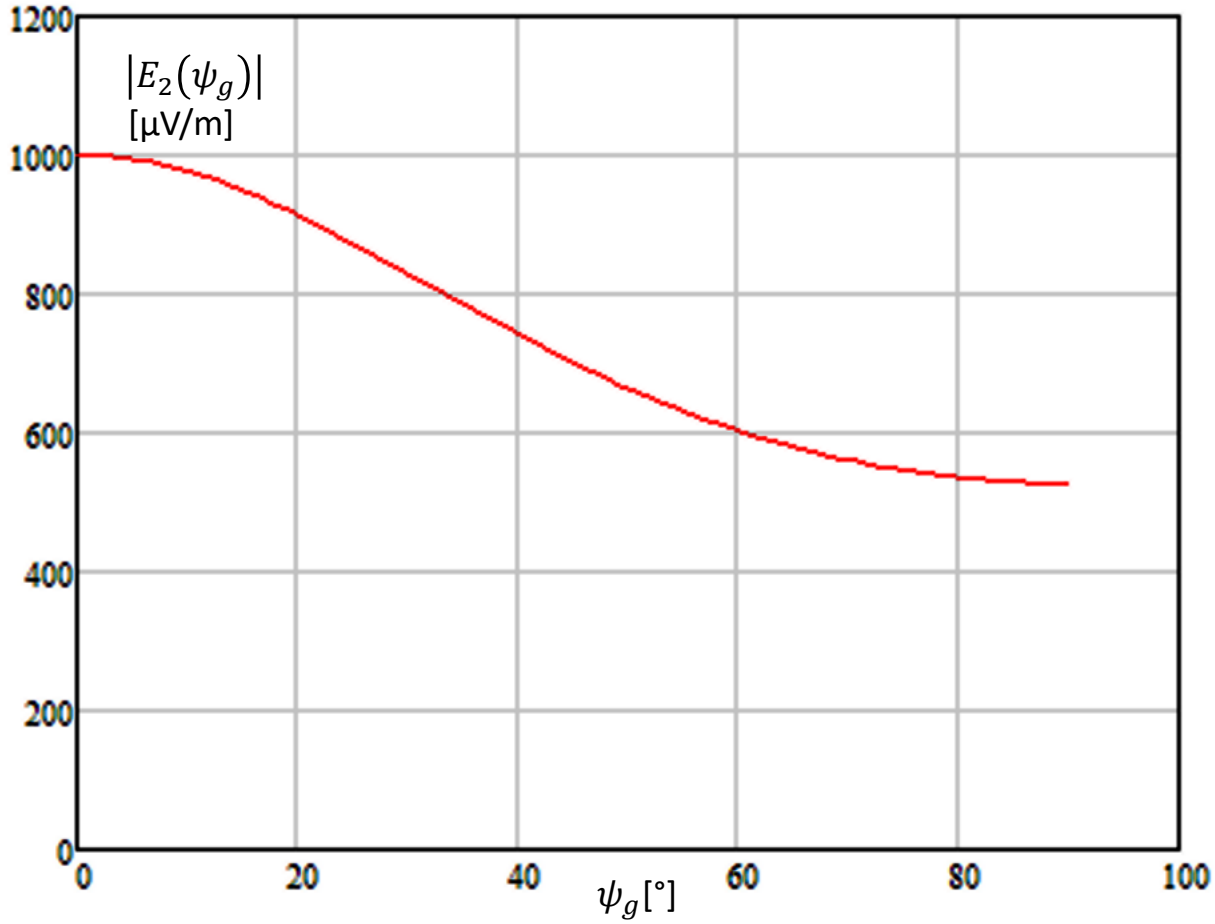
Para a solução deste exemplo vamos usar o *script* Mathcad Exemplo3.xmcd disponível em https://www.fccdecastro.com.br/ZIP/TR_C2_E3S13.zip .

(a) Fazendo $|E_2(\psi_g)| = S_r(\psi_g)|E_1|$, sendo $S_r(\psi_g)$ dado pelas equações (8) e (9) para $h_{\mathrm{rms}} = \lambda/4$, obtemos:



O fator de rugosidade S_r da superfície terrestre

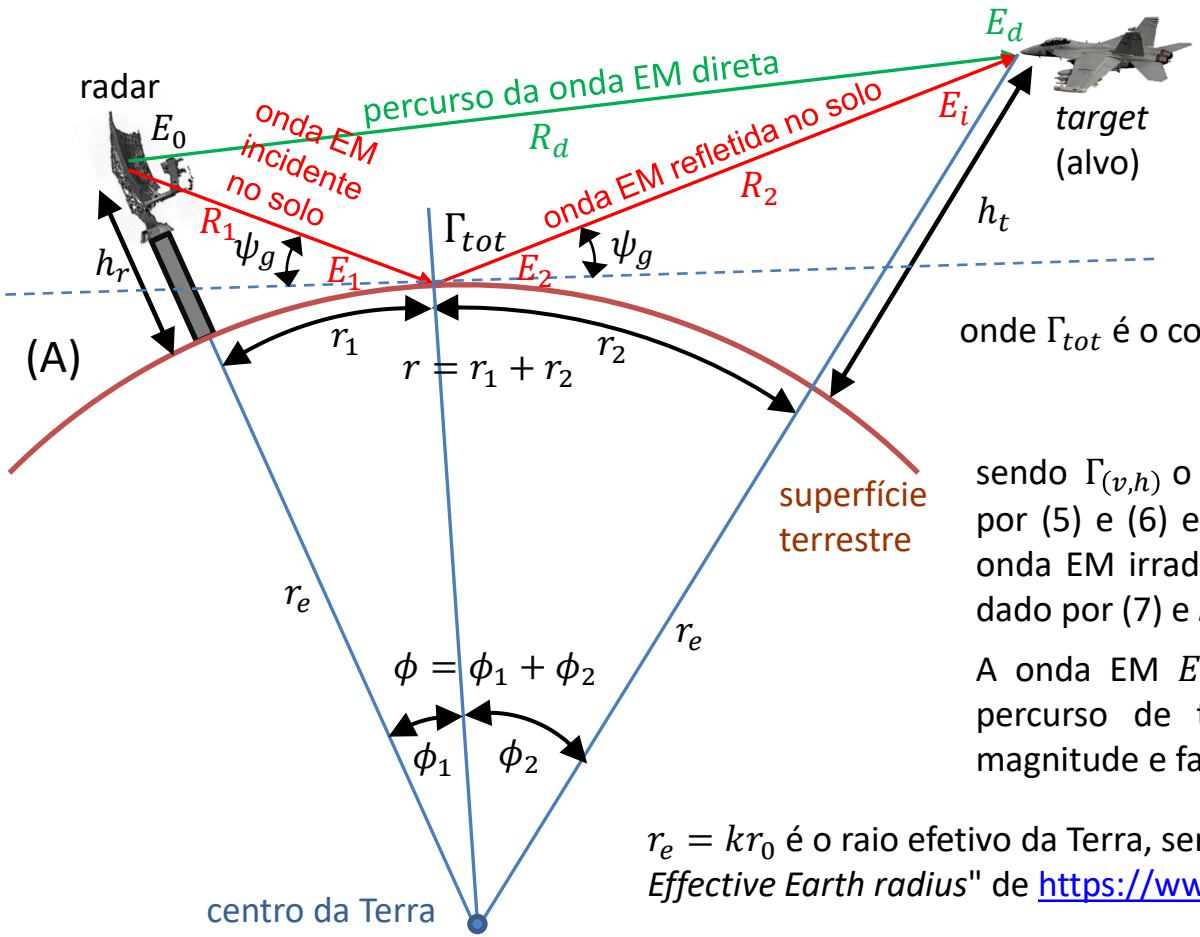
(b) Fazendo $|E_2(\psi_g)| = S_r(\psi_g)|E_1|$, sendo $S_r(\psi_g)$ dado pelas equações (8) e (9) para $h_{\mathrm{rms}} = \lambda/10$, obtemos:



(c) Dos resultados de (a) e (b) observa-se que a rugosidade da superfície atenua muito pouco a onda refletida quando o ângulo de incidência ψ_g é um ângulo raso (ψ_g <2°). Observa-se também que quanto menor for a altura h_{rms} das irregularidades da superfície rugosa menor será a atenuação da onda nela refletida.

O efeito do multipercurso no sinal do eco do alvo

A onda EM E_0 irradiada pela antena do radar se propaga até o alvo através de um percurso direto e através de um percurso indireto gerado pela reflexão da onda EM na superfície terrestre, conforme mostrado em (A) abaixo. Nas vizinhanças do alvo, a onda EM direta representada pelo fasor E_d sofre interferência construtiva e/ou destrutiva da onda representada pelo fasor E_i originada da reflexão no solo. A interferência entre as ondas E_d e E_i resulta na onda EM que se reflete no alvo e retorna à antena do radar na forma de eco, eco cuja magnitude e fase é função do cenário de interferência. Por sua vez, a onda EM do eco também se reflete no solo (o espaço é isotrópico, então as mesmas condições de reflexão ocorrem para a onda EM que retorna na forma de eco) gerando nas vizinhanças da antena do radar o mesmo cenário de interferência construtiva e/ou destrutiva entre a onda do eco refletida no solo e a onda direta do eco.



O fasor E_2 da onda EM medido imediatamente após o ponto de reflexão da onda na superfície é obtido a partir do fasor E_1 medido imediatamente antes do ponto de reflexão no solo, sendo dado por:

$$E_2 = \Gamma_{tot} E_1 \text{ [V/m]}$$

onde Γ_{tot} é o coeficiente total de reflexão no solo dado por

$$\Gamma_{tot} = \Gamma_{(v,h)} D S_r \qquad (10)$$

sendo $\Gamma_{(v,h)}$ o coeficiente Γ_v ou Γ_h dado respectivamente por (5) e (6) em função do tipo de polarização adotada na onda EM irradiada pela antena, D é o fator de divergência dado por (7) e S_r é o fator de rugosidade dado por (8) e (9).

A onda EM E_2 refletida no solo se propaga ao longo do percurso de tamanho R_2 e incide no alvo com uma magnitude e fase dada pelo fasor E_i.

$r_e = kr_0$ é o raio efetivo da Terra, sendo $k = 4/3$ e $r_0 = 6371$ [Km] (ver seção "2 *Effective Earth radius*" de https://www.fccdecastro.com.br/pdf/ITU-RP834-9.pdf).

O efeito do multipercurso no sinal do eco do alvo

Vimos na discussão dos slides 2 e 3 que o fator de propagação $F_p = \left|\frac{E}{E_d}\right|$ expressa a transmitância (ganho) que afeta a magnitude da onda EM quando ela se propaga da antena do radar até o alvo, onde E[V/m] é o valor do campo elétrico da onda EM resultante nas vizinhanças do alvo contemplando os efeitos da superfície e da atmosfera da Terra na propagação da onda, e E_d [V/m] é o valor do campo elétrico da onda EM nas vizinhanças do alvo contemplando apenas a propagação da onda EM no espaço livre.

No caso específico do multipercurso em que a onda EM se propaga até o alvo através de um percurso direto de tamanho R_d e através de um percurso indireto de tamanho $R_1 + R_2$ gerado pela reflexão da onda EM na superfície de coeficiente de reflexão Γ_{tot} (ver (A) no slide anterior), o fator de propagação é dado por

$$F_p = \left|\frac{E}{E_d}\right| = \left|\frac{E_d + E_i}{E_d}\right| = \left|1 + \frac{E_i}{E_d}\right| = \left|1 + \frac{E_0\,\Gamma_{tot}\,\frac{1}{(R_1+R_2)}\,e^{j\frac{2\pi}{\lambda}(R_1+R_2)}}{E_0\,\frac{1}{R_d}\,e^{j\frac{2\pi}{\lambda}R_d}}\right| = \left|1 + \Gamma_{tot}\,\frac{R_d}{(R_1+R_2)}\,e^{j\frac{2\pi}{\lambda}(R_1+R_2-R_d)}\right|$$

$$= \left|1 + \Gamma_{tot}\,\frac{R_d}{(R_1+R_2)}\,e^{j\frac{2\pi}{\lambda}\Delta R}\right| = \left|1 + \Gamma_{tot}\,\frac{R_d}{(R_1+R_2)}\,e^{j\Delta\Phi}\right| \qquad (11)$$

sendo

$$\Delta R = R_1 + R_2 - R_d \quad \text{[m]} \qquad (12)$$

a diferença de tamanho entre o caminho direto e o indireto e sendo $\Delta\Phi = \frac{2\pi}{\lambda}\Delta R$ [rad] (13)

a diferença de fase entre as ondas EM E_d e E_i nas vizinhanças do alvo. $\lambda = c/f$ [m] é o comprimento de onda na frequência f [Hz] de operação do radar, com $c = 2.9979246 \times 10^8$ [m/s] sendo a velocidade de propagação da onda EM no espaço livre. Note que os fatores $\frac{1}{(R_1+R_2)}$ e $e^{j\frac{2\pi}{\lambda}(R_1+R_2)}$ em (11) representam respectivamente a atenuação e a variação de fase que a onda E_0 sofre ao percorrer o percurso indireto de tamanho $(R_1 + R_2)$, sem considerar a atenuação e a variação de fase imposta por Γ_{tot}. De mesma forma, $\frac{1}{R_d}$ e $e^{j\frac{2\pi}{\lambda}R_d}$ representam respectivamente a atenuação e a variação de fase que a onda E_0 sofre ao percorrer o percurso direto de tamanho R_d.

O efeito do multipercurso no sinal do eco do alvo

Com base no diagrama em (A) no slide 16, as seguintes relações geométricas podem ser estabelecidas (ver seção "8.6.2. Spherical Earth" da ref [3] em https://www.fccdecastro.com.br/pdf/RSADUM.pdf):

$$r = r_1 + r_2 = 2\ r_e \operatorname{asin}\left(\sqrt{\frac{(R_d)^2 - (h_t - h_r)^2}{4(r_e + h_r)(r_e + h_t)}}\right) \text{[m]} \quad (14)$$

$$\phi = \phi_1 + \phi_2 = \frac{r}{r_e} \text{[rad]} \quad (15)$$

$$r_1 = \frac{r}{2} - p \sin\left(\frac{\xi}{3}\right) \text{[m]} \quad (16)$$

onde $$p = \frac{2}{\sqrt{3}}\sqrt{r_e(h_t + h_r) + \frac{r^2}{4}} \text{[m]} \quad (17)$$

e $$\xi = \operatorname{asin}\left(2\ r_e\ r\ \frac{(h_t - h_r)}{p^3}\right) \text{[rad]} \quad (18)$$

$$r_2 = r - r_1 \text{[m]} \quad (19)$$

$$\phi_1 = \frac{r_1}{r_e} \text{[rad]} \quad (20)$$

$$\phi_2 = \frac{r_2}{r_e} \text{[rad]} \quad (21)$$

$$R_1 = \sqrt{(r_e)^2 + (r_e + h_r)^2 - 2\, r_e\, (r_e + h_r)\ \cos\phi_1} \text{[m]} \quad (22)$$

$$R_2 = \sqrt{(r_e)^2 + (r_e + h_t)^2 - 2\, r_e\, (r_e + h_t)\ \cos\phi_2} \text{[m]} \quad (23)$$

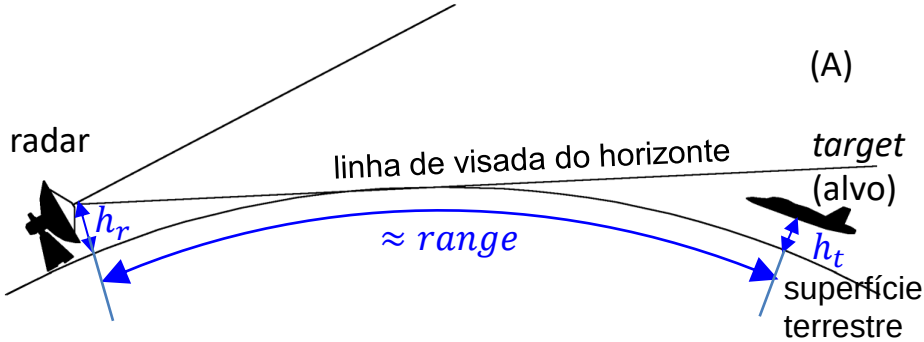
$$\psi_g = \operatorname{asin}\left(\frac{2\, r_e\, h_r + (h_r)^2 - (R_1)^2}{2\, r_e\, R_1}\right) \text{[rad]} \quad (24)$$

$$\Delta R = R_1 + R_2 - R_d = \frac{4R_1R_2\left(\sin\psi_g\right)^2}{R_1 + R_2 + R_d} \text{[m]} \quad (25)$$

$$rbh = \sqrt{2\, r_e}\left(\sqrt{h_t} + \sqrt{h_r}\right) \text{[m]} \quad (26)$$

rbh é o *range beyond the horizon* (*range* além do horizonte) conforme mostrado na figura em (A) abaixo (ver https://www.fccdecastro.com.br/pdf/RADHORIZ.pdf):

(A)

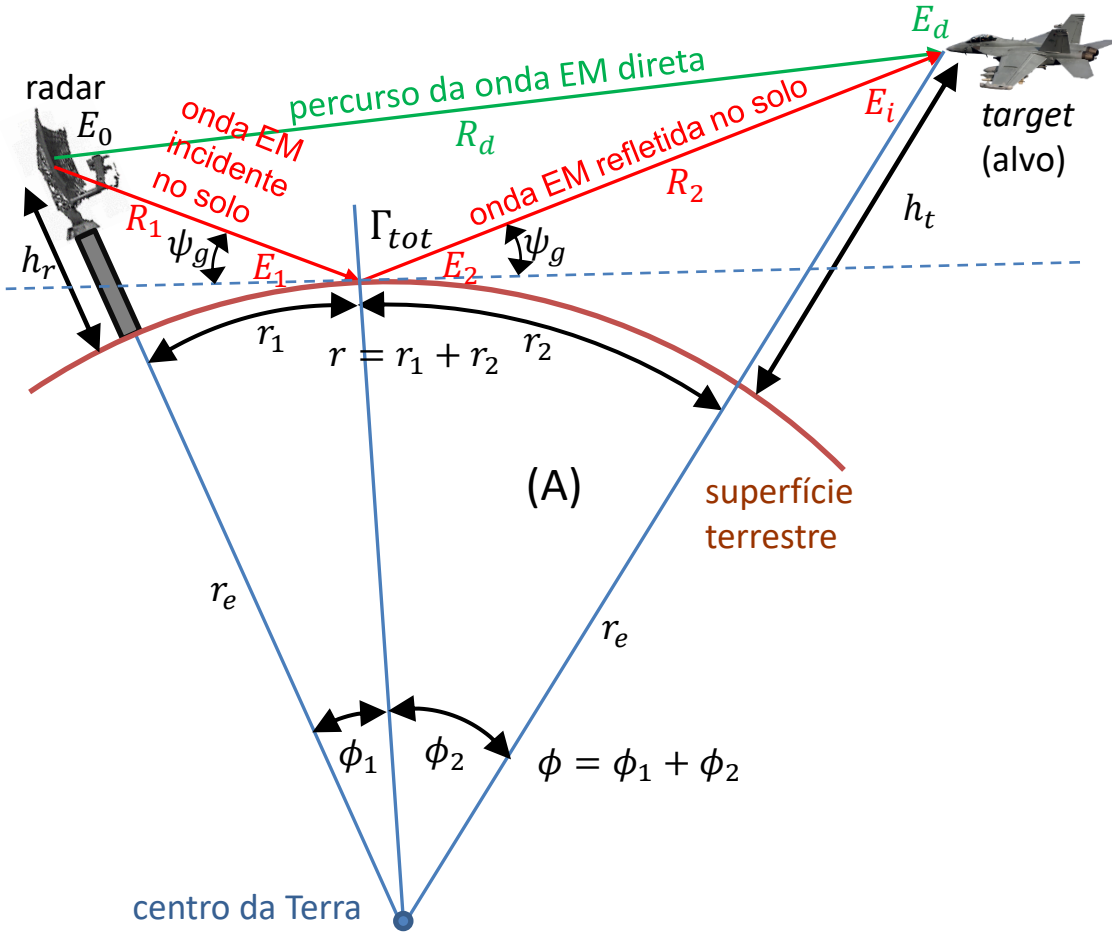


Se o *range* do alvo é maior que o rbh significa que o alvo está voando abaixo da linha de visada do horizonte, como é mostrado acima. A consequência disto é que a detecção do alvo será afetada pela difração da onda EM causada pela curvatura da superfície terrestre, a qual se torna uma obstrução parcial para a propagação da onda EM entre radar e alvo, conforme veremos adiante neste capítulo.

O efeito do multipercurso no sinal do eco do alvo

Exemplo 4: Um radar *pulse–Doppler* opera na banda X na frequência $f = 8$ [GHz] com largura de banda B =100 [MHz] . A onda EM irradiada pela antena do radar se propaga até o alvo através de um percurso direto e através de um percurso indireto gerado pela reflexão da onda EM na superfície terrestre, conforme mostrado em (A) abaixo. A potência de pico do TX do radar é $\mathrm{Ptx} = 50$ [KW] e sua antena de ganho $G = 40$ [dBi] situa-se a uma altura $h_r = 30$ [m] . O alvo, cujo *radar cross section* é $RCS = 10$ [m^2], situa-se a uma altitude $h_t =$ 900 [m] e a um range R_d =29 [Km]. A superfície terrestre apresenta uma condutividade σ =13.66 [S/m] e uma permissividade relativa $\varepsilon_r = 65$ no ponto de reflexão da onda EM de frequência f. O valor rms da altura das irregularidades da superfície terrestre em que a onda EM incide e se reflete é $h_{\mathrm{rms}} = \lambda$, sendo λ o comprimento de onda na frequência f de operação do radar. O *noise figure* do *front-end* de RF analógico do RX do radar é $NF = 1.4$ [dB].

Pede-se: (a) Verifique se a antena do radar tem linha de visada com o alvo. **(b)** Determine a diferença de tamanho ΔR entre os percursos direto e indireto e o ângulo de incidência ψ_g. **(c)** Determine o fator de rugosidade S_r da superfície terrestre no ponto de reflexão da onda EM. **(d)** Determine o fator de divergência D da onda EM devido à curvatura da Terra. **(e)** Determine o coeficiente de reflexão Γ da onda EM em superfície sem rugosidade. **(f)** Determine o coeficiente total Γ_{tot} de reflexão no solo para polarização V e H. **(g)** Determine a diferença de fase $\Delta\Phi$ entre as ondas EM direta e indireta nas vizinhanças do alvo. **(h)** Determine o fator de propagação F_p para polarização V e H. **(i)** Determine a SNR resultante na saída do *front-end* de RF do RX para polarização V e H



Solução:

Para a solução deste exemplo vamos usar o *script* Mathcad Exemplo4.xmcd disponível em https://www.fccdecastro.com.br/ZIP/TR_C2_E4S19.zip .

(a) Da equação (26):

$$rbh := \sqrt{2 \cdot re} \cdot \left(\sqrt{ht} + \sqrt{hr}\right) = 146.23 \cdot km$$

Dado que R_d =29 [Km], então $rbh > Rd \rightarrow$ OK! (a antena do radar "vê" o alvo).

(b) Das equações (14) a (25):

$$r := 2 \cdot re \cdot asin\left[\sqrt{\frac{Rd^2 - (ht - hr)^2}{4 \cdot (re + hr) \cdot (re + ht)}}\right] = 28.985 \cdot km$$

$$\phi := \frac{r}{re} = 0.196 \cdot °$$

$$p := \frac{2}{\sqrt{3}} \cdot \sqrt{re \cdot (ht + hr) + \frac{r^2}{4}} = 103.988 \cdot km$$

$$\xi := asin\left[2 \cdot re \cdot r \cdot \frac{(ht - hr)}{p^3}\right] = 0.391 \cdot rad$$

$$r1 := \frac{r}{2} - p \cdot sin\left(\frac{\xi}{3}\right) = 0.98204 \cdot km$$

$$r2 := r - r1 = 28.00333 \cdot km$$

$$\phi 1 := \frac{r1}{re} = 6.624 \times 10^{-3} \cdot °$$

$$\phi 2 := \frac{r2}{re} = 0.189 \cdot °$$

$$R1 := \sqrt{re^2 + (re + hr)^2 - 2 \cdot re \cdot (re + hr) \cdot cos(\phi 1)} = 0.9825 \cdot km$$

$$R2 := \sqrt{re^2 + (re + ht)^2 - 2 \cdot re \cdot (re + ht) \cdot cos(\phi 2)} = 28.01926 \cdot km$$

$$\psi g := asin\left[\frac{2 \cdot re \cdot hr + hr^2 - (R1)^2}{2 \cdot re \cdot R1}\right] = 1.746 \cdot °$$

$$\Delta R := \frac{4 \cdot R1 \cdot R2 \cdot (sin(\psi g))^2}{R1 + R2 + Rd} = 1.763\, m$$

(c) Das equações (9) e (8):

$$z := 2\cdot\left(\frac{2\cdot\pi\cdot f}{c}\cdot hrms\cdot\sin(\psi g)\right)^2 = 0.073$$

$$Sr := e^{-z}\cdot I0(z) = 0.931$$

(d) Da equação (7):

$$D := \sqrt{\frac{re\cdot r\cdot\sin(\psi g)}{\left[\left(\frac{2\cdot r1\cdot r2}{\cos(\psi g)}\right) + re\cdot r\cdot\sin(\psi g)\right]\cdot\left(1+\frac{hr}{re}\right)\cdot\left(1+\frac{ht}{re}\right)}} = 0.996$$

(e) Das equações (5) e (6):

$$\Gamma v := \frac{\varepsilon\cdot\sin(\psi g) - \sqrt{\varepsilon - (\cos(\psi g))^2}}{\varepsilon\cdot\sin(\psi g) + \sqrt{\varepsilon - (\cos(\psi g))^2}} = -0.592 - 0.071i$$

$$\Gamma h := \frac{\sin(\psi g) - \sqrt{\varepsilon - (\cos(\psi g))^2}}{\sin(\psi g) + \sqrt{\varepsilon - (\cos(\psi g))^2}} = -0.993 + 1.594i\times 10^{-3}$$

(f) Da equação (10) :

$$\Gamma vTot := \Gamma v \cdot D \cdot Sr = -0.549 - 0.066i$$

$$\Gamma hTot := \Gamma h \cdot D \cdot Sr = -0.921 + 1.478i \times 10^{-3}$$

(g) Da equação (13) :

$$\Delta\Phi := \frac{2\pi}{\lambda} \cdot \Delta R = 16939.893 \cdot ^{\circ}$$

(h) Da equação (11) :

$$Fp_v := \left| 1 + \Gamma vTot \cdot \left(\frac{Rd}{R1 + R2} \right) \cdot e^{j \cdot \Delta\Phi} \right| = 0.564$$

$$Fp_h := \left| 1 + \Gamma hTot \cdot \left(\frac{Rd}{R1 + R2} \right) \cdot e^{j \cdot \Delta\Phi} \right| = 0.339$$

(i) Da equação (3) :

$$SNRo_v := 10 \cdot \log \left[\frac{RCS \cdot Ptx \cdot G^2 \cdot \lambda^2 \cdot Fp_v^4}{(4 \cdot \pi)^3 \cdot F \cdot k_b \cdot To \cdot L \cdot B \cdot Rd^4} \right] = 9.631 \text{ dB}$$

$$SNRo_h := 10 \cdot \log \left[\frac{RCS \cdot Ptx \cdot G^2 \cdot \lambda^2 \cdot Fp_h^4}{(4 \cdot \pi)^3 \cdot F \cdot k_b \cdot To \cdot L \cdot B \cdot Rd^4} \right] = 0.794 \text{ dB}$$

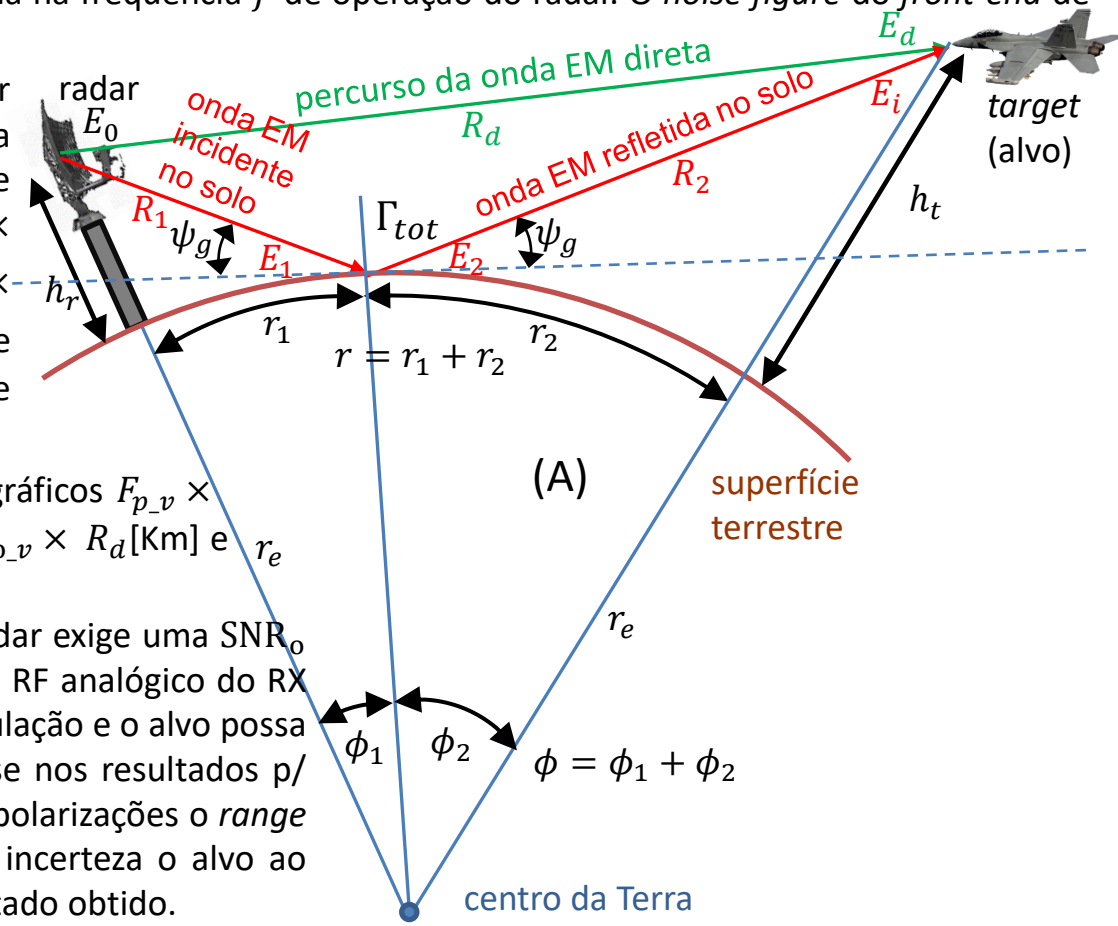
O efeito do multipercurso no sinal do eco do alvo

Exemplo 5: Um radar *pulse–Doppler* opera na banda X na frequência f =8 [GHz] com largura de banda B =50 [MHz] . A onda EM irradiada pela antena do radar se propaga até o alvo através de um percurso direto e através de um percurso indireto gerado pela reflexão da onda EM na superfície terrestre, conforme mostrado em (A) abaixo. A potência de pico do TX do radar é $\mathrm{Ptx} = 75$ [KW] e sua antena de ganho $G = 46$[dBi] situa-se a uma altura $h_r = 30$ [m] . O alvo, cujo *radar cross section* é $RCS = 10$ [m²], situa-se a uma altitude $h_t = 900$ [m] e a um range inicial R_d =55 [Km], navegando em uma trajetória retilínea de aproximação do radar com velocidade v[Km/h] e mantendo constante a altitude h_t. A superfície terrestre apresenta uma condutividade σ =13.66 [S/m] e uma permissividade relativa $\varepsilon_r = 65$ no ponto de reflexão da onda EM de frequência f. O valor rms da altura das irregularidades da superfície terrestre em que a onda EM incide e se reflete é $h_{\mathrm{rms}} = \lambda$, sendo λ o comprimento de onda na frequência f de operação do radar. O *noise figure* do *front-end* de RF analógico do RX do radar é $NF = 1.2$ [dB].

Pede-se: Para a trajetória retilínea definida por $3[\mathrm{Km}] < R_d < 55$ [Km] em que o alvo se aproxima do radar **(a)** Verifique se há linha de visada entre antena do radar e alvo. **(b)** Plote os gráficos $\psi_g[°]\times R_d[\mathrm{Km}]$ e $\Delta R[\mathrm{m}] \times R_d[\mathrm{Km}]$. **(c)** Plote o gráfico $S_r \times R_d[\mathrm{Km}]$. **(d)** Plote o gráfico $D \times R_d[\mathrm{Km}]$. **(e)** Plote os gráficos $|\Gamma_v| \times R_d[\mathrm{Km}]$ e $|\Gamma_h| \times R_d[\mathrm{Km}]$ **(f)** Plote os gráficos $|\Gamma_{vTot}| \times R_d[\mathrm{Km}]$ e $|\Gamma_{hTot}| \times R_d[\mathrm{Km}]$.

(g) Plote o gráfico $\Delta\Phi[°] \times R_d[\mathrm{Km}]$. **(h)** Plote os gráficos $F_{p_v} \times R_d[\mathrm{Km}]$ e $F_{p_h} \times R_d[\mathrm{Km}]$. **(i)** Plote os gráficos $\mathrm{SNR}_{o_v} \times R_d[\mathrm{Km}]$ e $\mathrm{SNR}_{o_h} \times R_d[\mathrm{Km}]$.

(j) Sabe-se que o demodulador digital do RX do radar exige uma SNR_o mínima $\mathrm{SNR}_{\min} = 5$ [dB] na saída do *front end* de RF analógico do RX (slide 2 Cap I.1) p/ que não ocorra erros de demodulação e o alvo possa ser detectado com incerteza desprezível. Com base nos resultados p/ as polarizações V e H em (i), determine p/ ambas polarizações o *range* máximo que este radar é capaz de detectar sem incerteza o alvo ao longo da trajetória de aproximação. Analise o resultado obtido.



O efeito do multipercurso no sinal do eco do alvo

Solução:

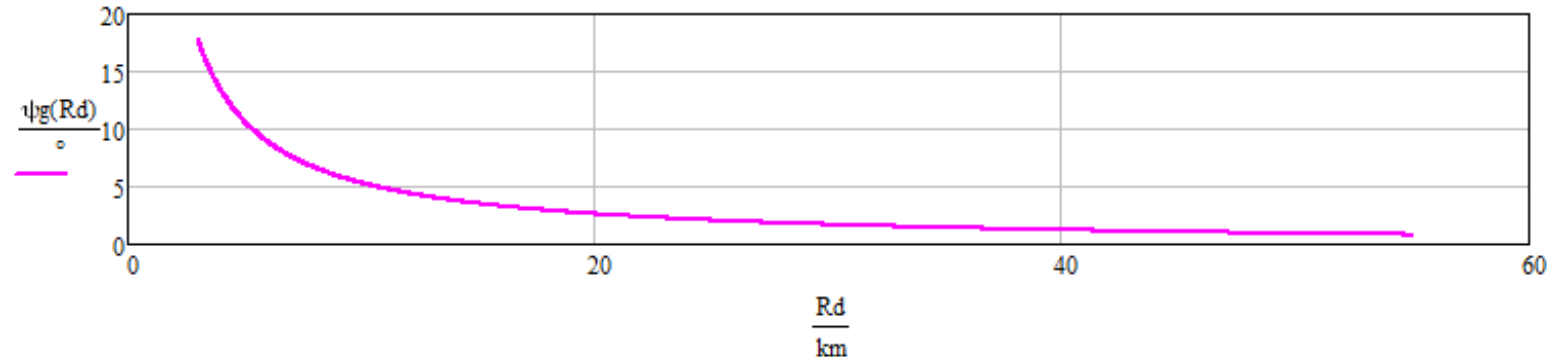
Para a solução deste exemplo vamos usar o *script* Mathcad Exemplo5.xmcd disponível em https://www.fccdecastro.com.br/ZIP/TR_C2_E5S23.zip .

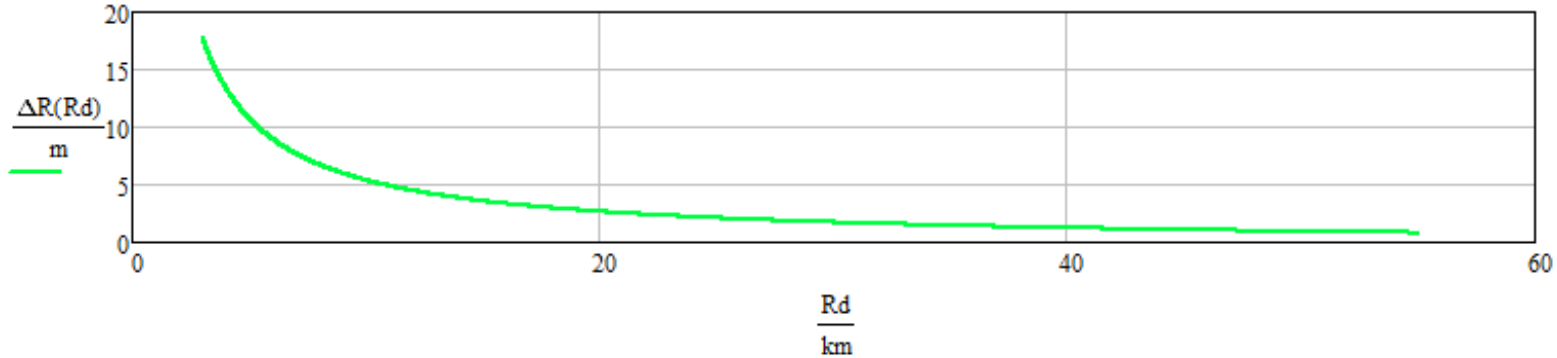
(a) Da equação (26):

$$rbh := \sqrt{2 \cdot re} \cdot \left(\sqrt{ht} + \sqrt{hr}\right) = 146.23 \cdot km$$

Dado que $R_{d\max} = 55$ [Km], então $rbh > R_{d\max} \rightarrow$ OK! (a antena do radar "vê" o alvo).

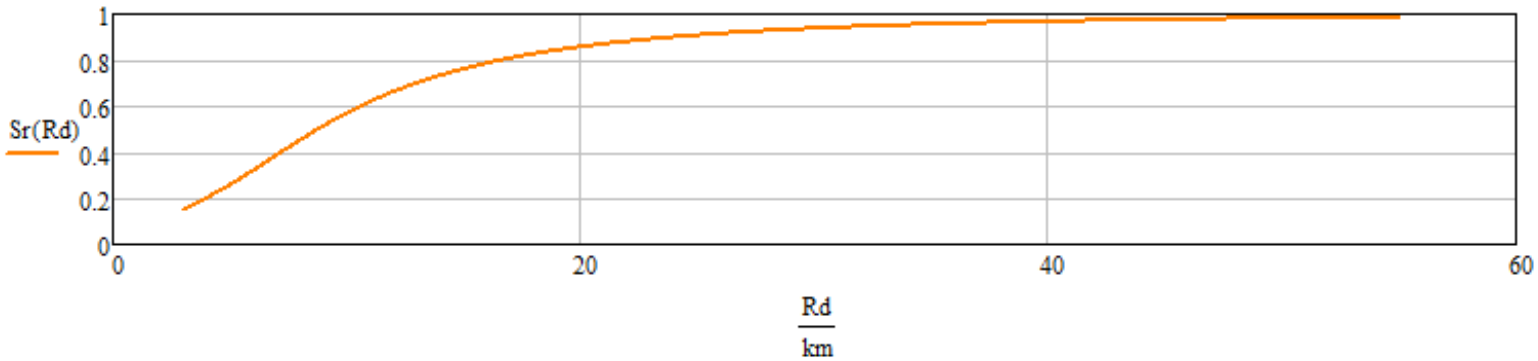
(b) Das equações (14) a (25) para $3[\mathrm{Km}] < R_d < 55\ [\mathrm{Km}]$, o ângulo de incidência ψ_g e a diferença de tamanho ΔR entre os percursos direto e indireto e resultam:



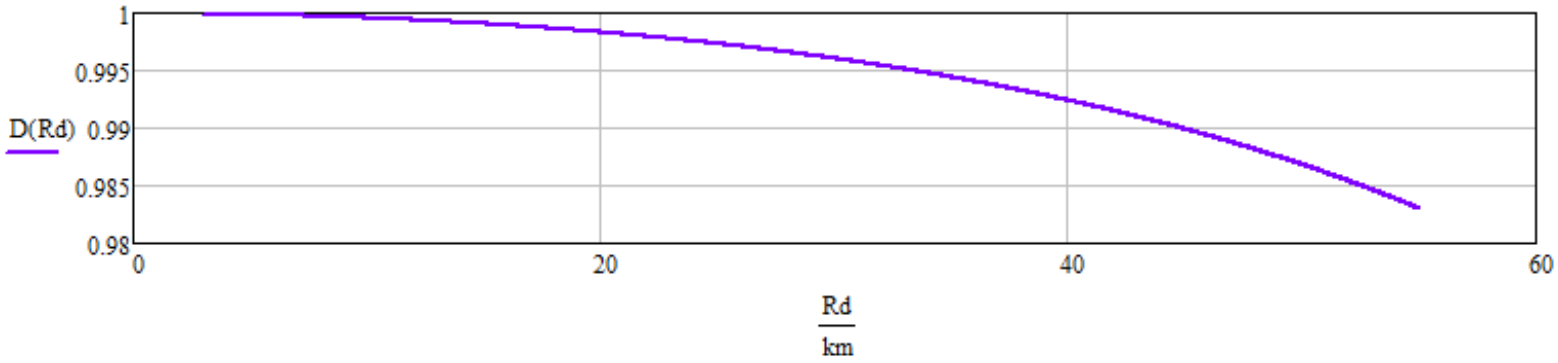


O efeito do multipercurso no sinal do eco do alvo

(c) Das equações (9) e (8) para $3[\mathrm{Km}] < R_d < 55\ [\mathrm{Km}]$, o fator de rugosidade S_r da superfície terrestre no ponto de reflexão da onda EM resulta:

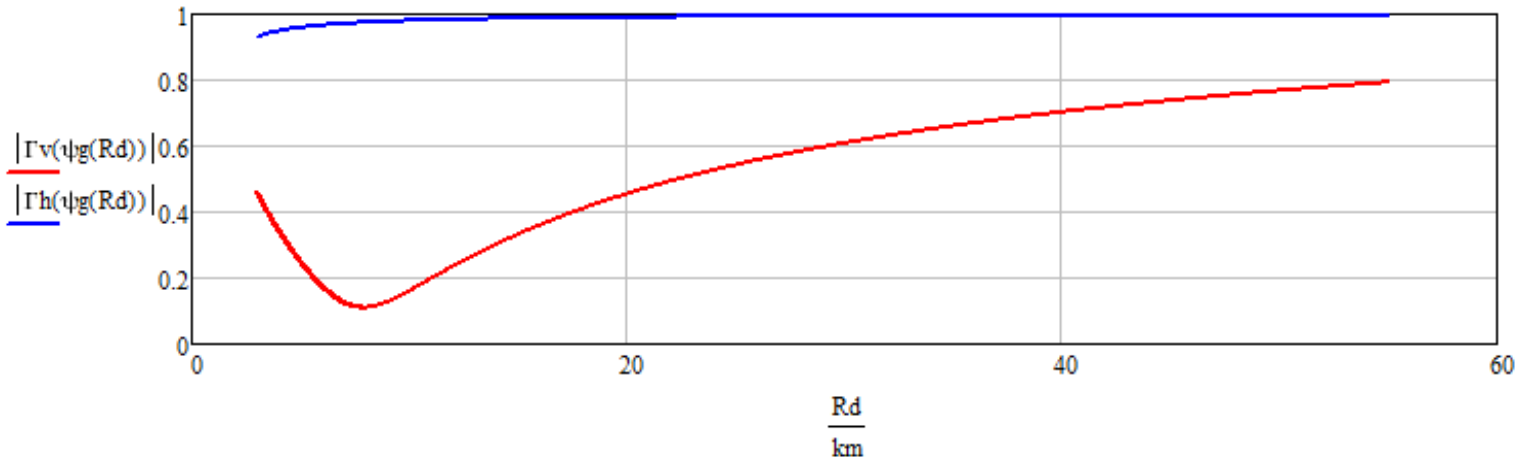


(d) Da equação (7) para $3[\mathrm{Km}] < R_d < 55\ [\mathrm{Km}]$, o fator de divergência D da onda EM devido à curvatura da Terra resulta:

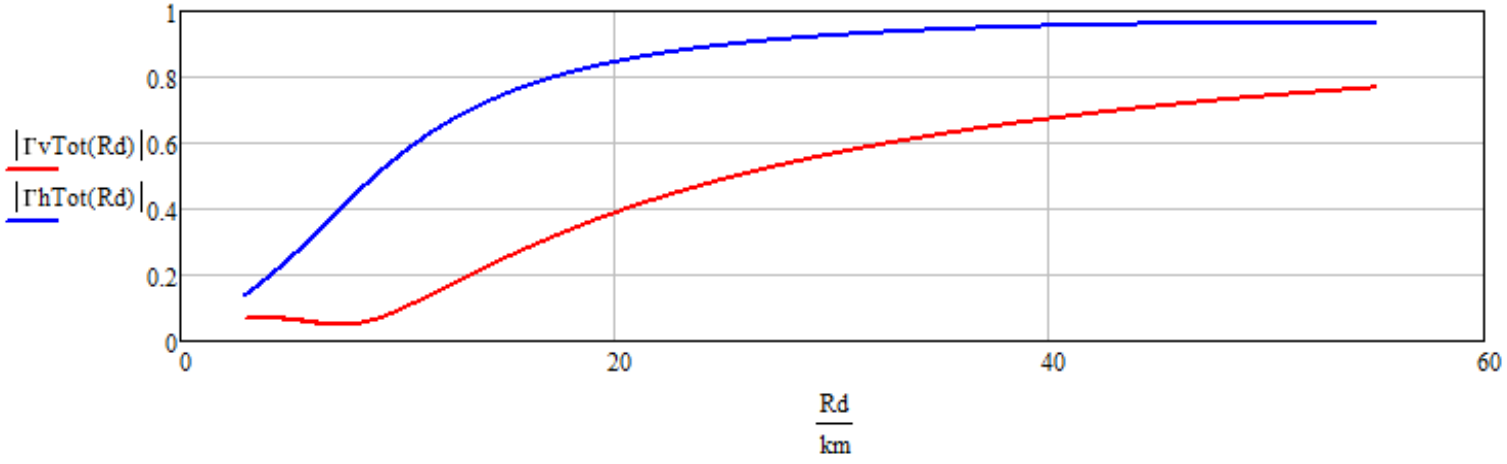


O efeito do multipercurso no sinal do eco do alvo

(e) Das equações (5) e (6) para $3[\mathrm{Km}] < R_d < 55\ [\mathrm{Km}]$, respectivamente para polarização V e H, a magnitude do coeficiente de reflexão Γ da onda EM em superfície sem rugosidade resulta:

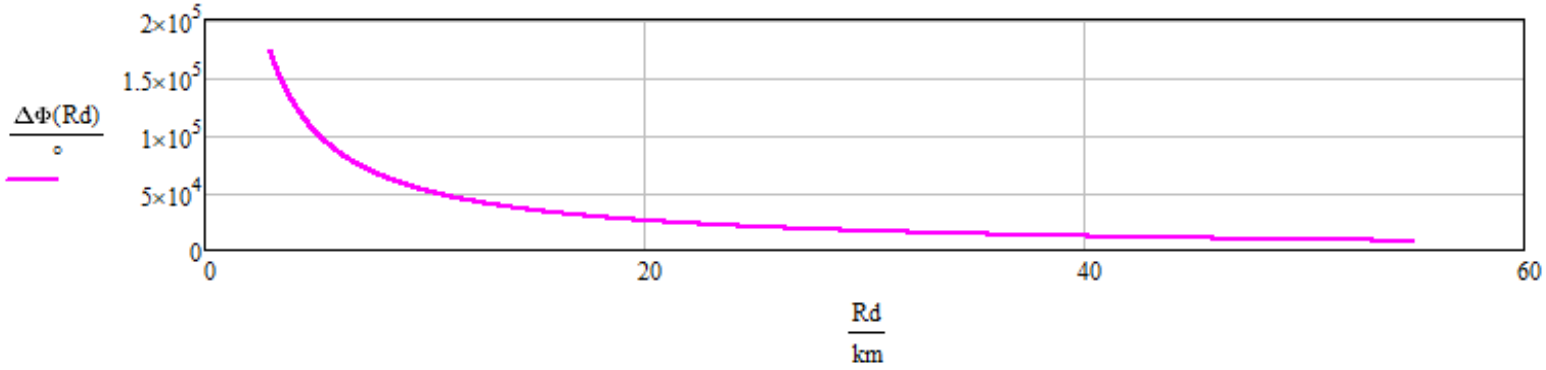


(f) Da equação (10) para $3[\mathrm{Km}] < R_d < 55\ [\mathrm{Km}]$, para polarização V e H, a magnitude do coeficiente total de reflexão Γ_{tot} da onda EM no solo resulta:



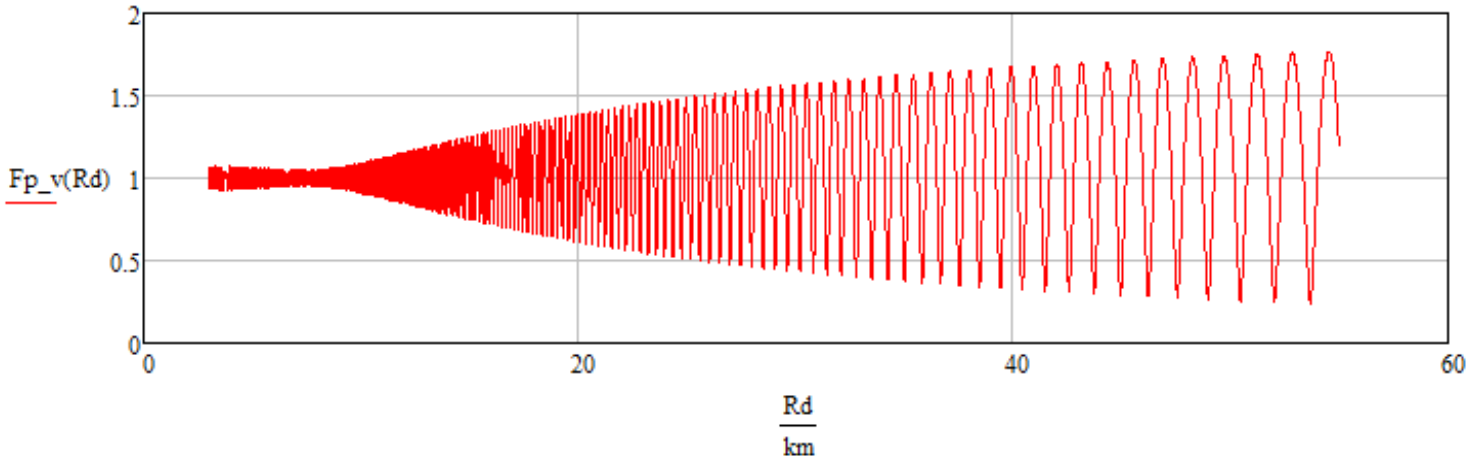
O efeito do multipercurso no sinal do eco do alvo

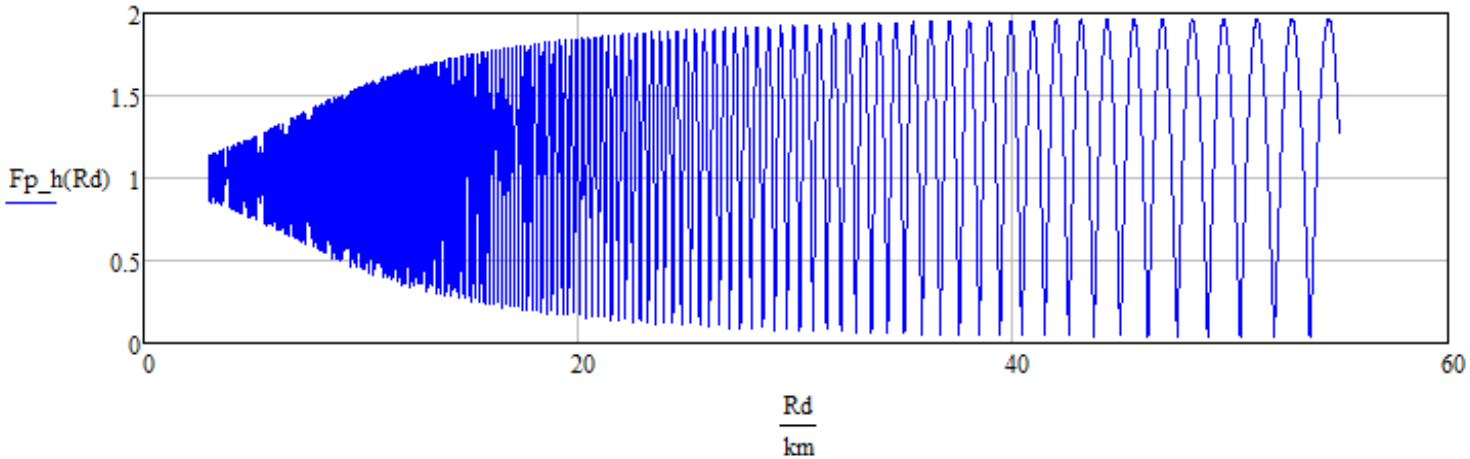
(g) Da equação (13) para $3[\mathrm{Km}] < R_d < 55\ [\mathrm{Km}]$, a diferença de fase entre as ondas EM direta e indireta nas vizinhanças do alvo resulta:



O efeito do multipercurso no sinal do eco do alvo

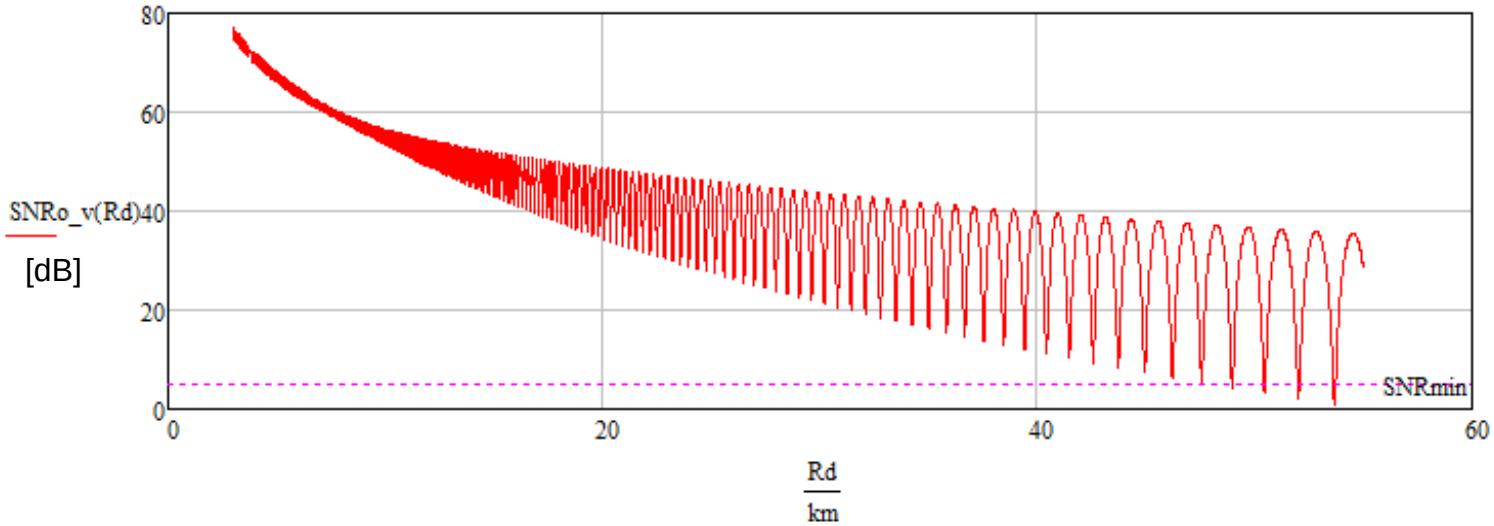
(h) Da equação (11) para $3[\mathrm{Km}] < R_d < 55\ [\mathrm{Km}]$, para polarização V e H, o fator de propagação F_p resulta:

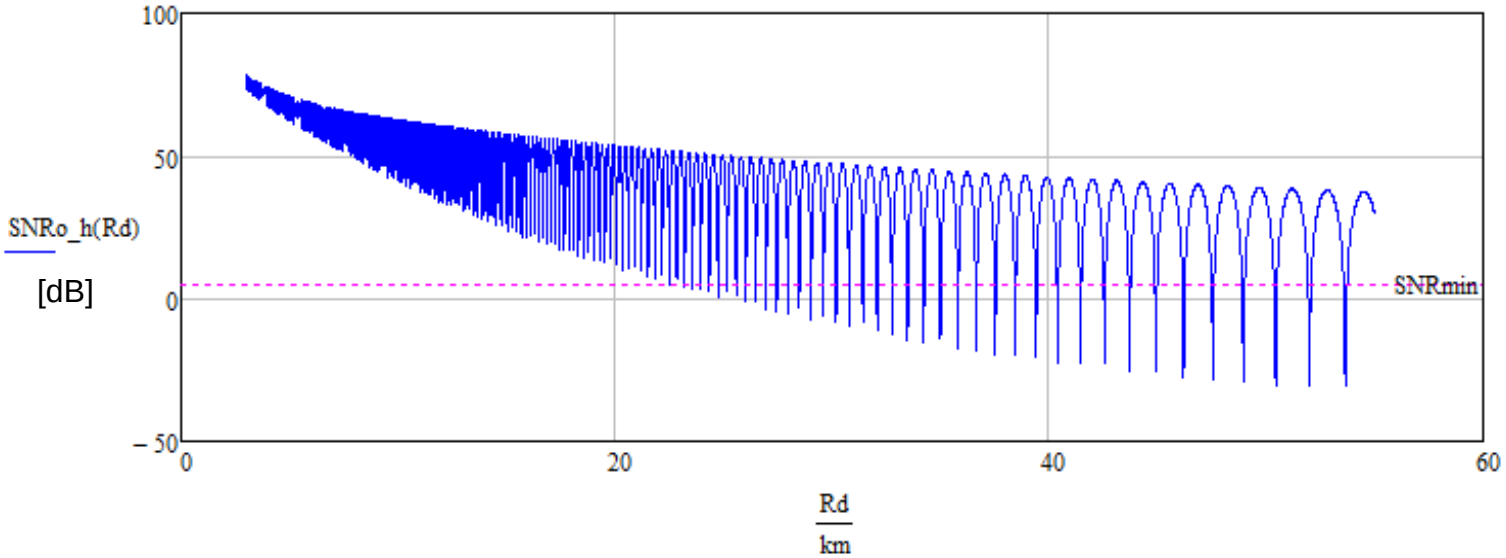




O efeito do multipercurso no sinal do eco do alvo

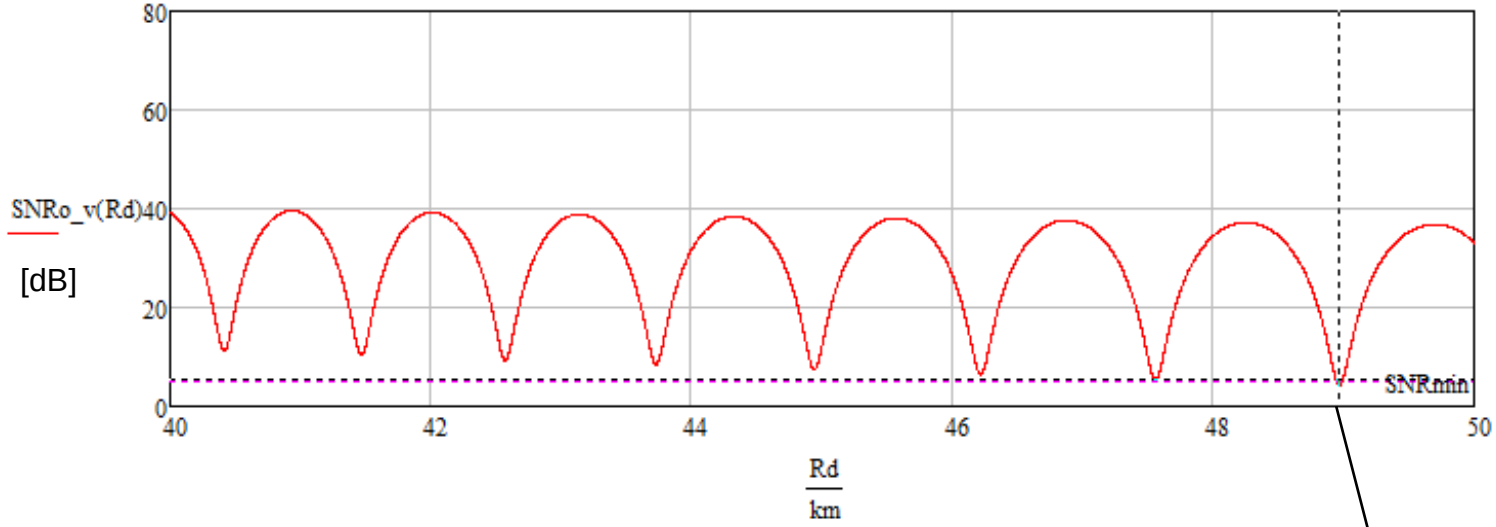
(i) Da equação (3) para $3[\mathrm{Km}] < R_d < 55\ [\mathrm{Km}]$, para polarização V e H, a SNR na saída do *front-end* de RF do RX resulta:

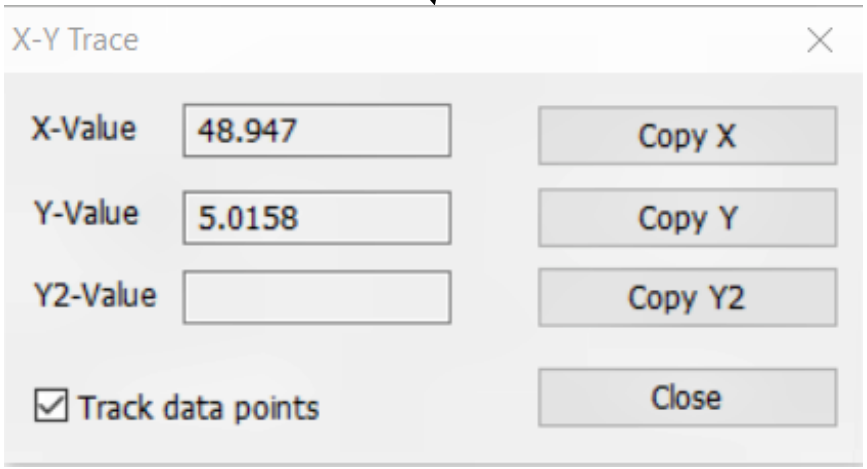




O efeito do multipercurso no sinal do eco do alvo

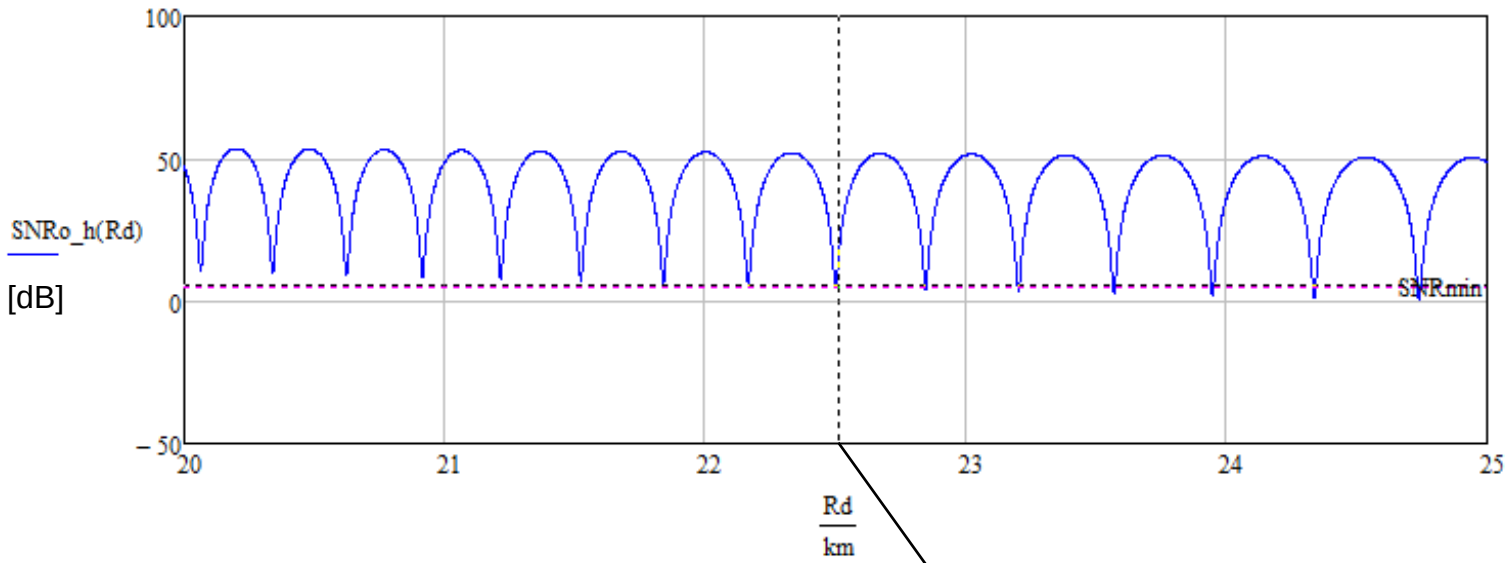
(j) Usando a funcionalidade *trace* do software MathCad (*right-click* no gráfico, *left-click* em *trace*, e a seguir *left-click* deslizando o cursor do mouse sobre a curva com o botão *left* do mouse pressionado), obtemos o *range* máximo para o qual a SNR na saída do *front end* de RF analógico do RX permanece acima da $\mathrm{SNR}_{\mathrm{min}} = 5$ [dB] exigida pelo demodulador digital do RX:

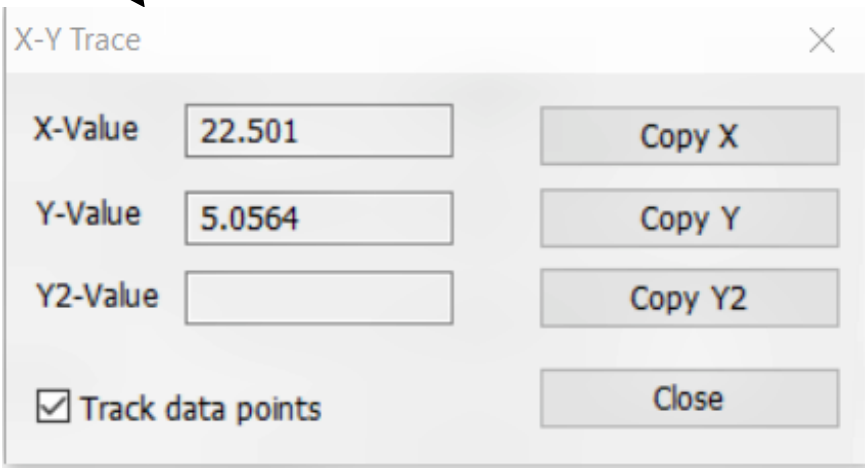




Portanto, para polarização V, *range* máximo ≈ 48.95 [Km].

O efeito do multipercurso no sinal do eco do alvo





Portanto, para polarização H, *range* máximo ≈ 22.5 [Km].

O efeito do multipercurso no sinal do eco do alvo

Note que a SNR exibe máximos e mínimos sequenciais ao longo da trajetória retilínea em que o alvo se aproxima do radar, trajetória definida por $3[\mathrm{Km}] < R_d < 55\ [\mathrm{Km}]$. Isto ocorre em consequência da interferência ora construtiva ora destrutiva entre as ondas EM direta e indireta para determinadas posições (*range*) do alvo ao longo da sua trajetória de aproximação do radar. O efeito final é o de possivelmente o *blip* do alvo no *scope* (*display*) do radar desaparecer ou ser mascarado por ecos de *clutter* quando o alvo em aproximação passa na posição R_d de cada mínimo de SNR abaixo da $\mathrm{SNR}_{\mathrm{min}} = 5$ [dB] exigida pelo demodulador digital do RX.

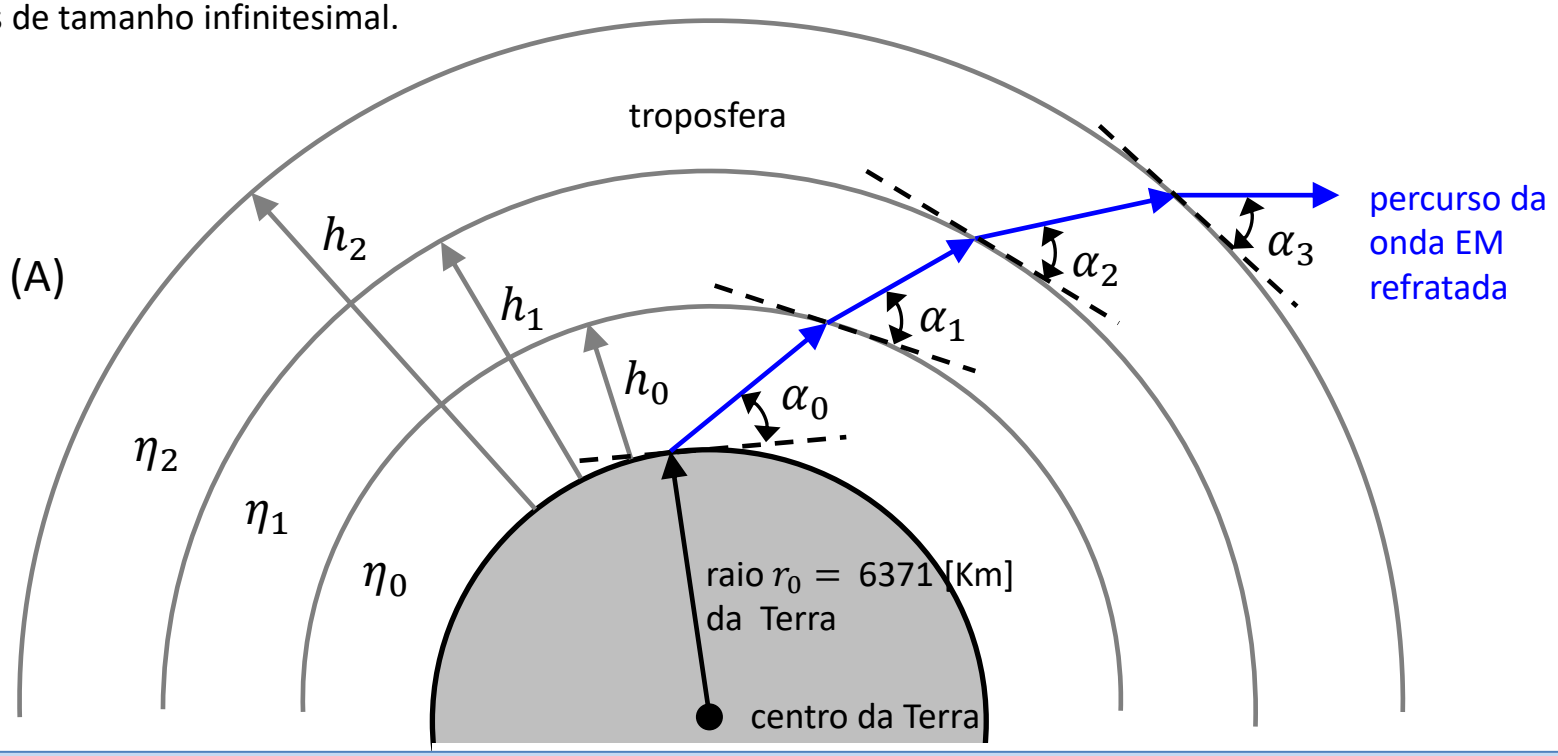
Note também que para polarização V o *range* máximo em que este radar é capaz de detectar um alvo é mais do que o dobro do range *máximo* para polarização H. Portanto, neste cenário operacional é preferível que a antena do TX do radar transmita a onda EM com polarização V.

Refração da onda EM na troposfera

A onda EM irradiada pela antena do TX do radar se propaga basicamente na troposfera, que é a camada mais baixa da atmosfera terrestre, iniciando no nível do mar e se estendendo até aproximadamente uma altitude de 12 [Km] (ver https://en.wikipedia.org/wiki/Atmosphere_of_Earth). A troposfera pode ser modelada como uma "cebola" com múltiplas camadas esféricas concêntricas, conforme mostrado em (A) abaixo. O percurso da onda EM refratada neste meio radialmente estratificado em camadas obedece à lei de Snell (https://en.wikipedia.org/wiki/Snell%27s_law), dada para este caso por:

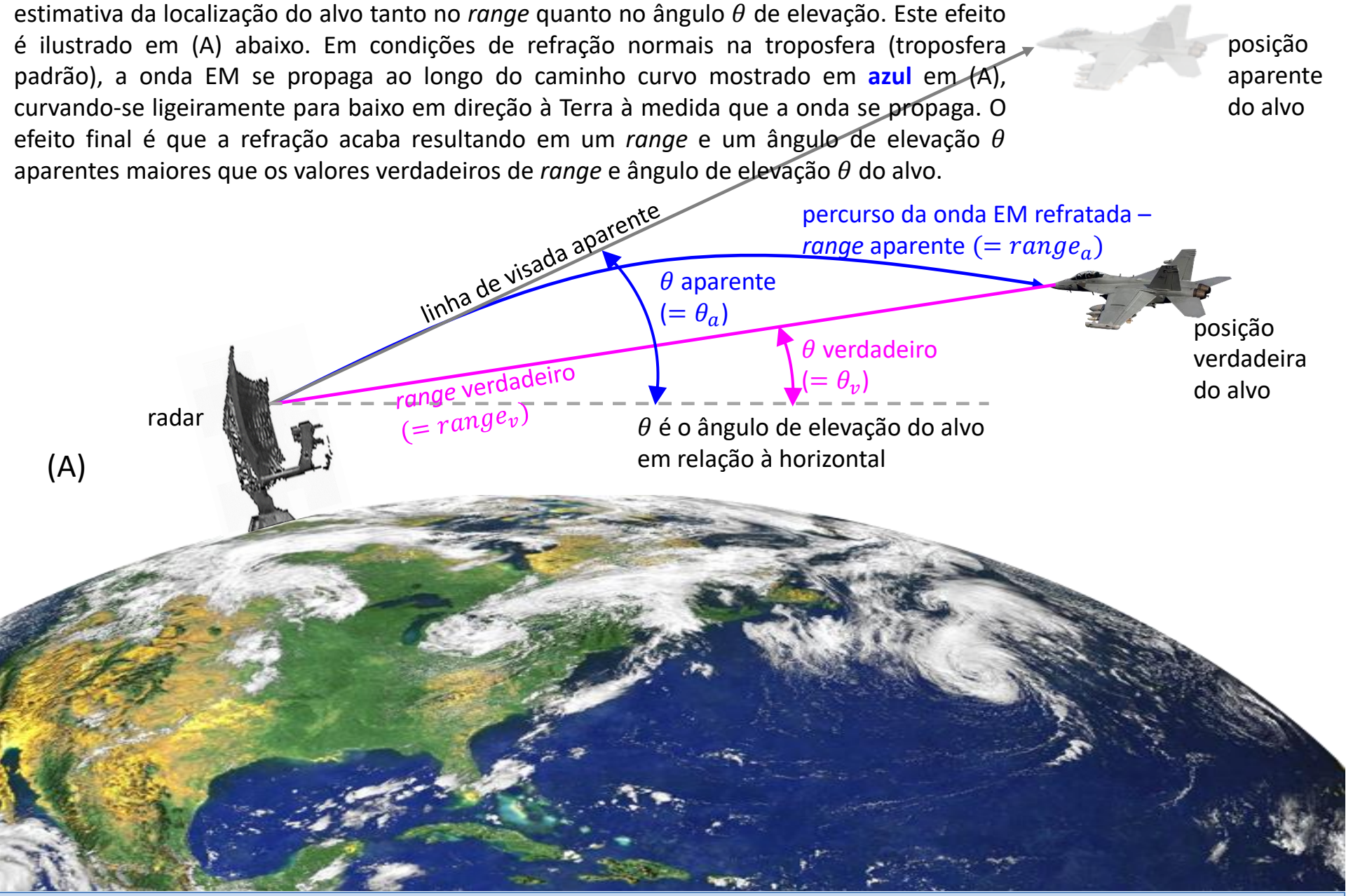
$$\eta_0(h_0 + r_0)\cos\alpha_0 = \eta_1(h_1 + r_0)\cos\alpha_1 = \eta_2(h_2 + r_0)\cos\alpha_2 = \cdots = \eta_i(h_i + r_0)\cos\alpha_i \qquad (27)$$

onde η_i e h_i são respectivamente o índice de refração (ver https://en.wikipedia.org/wiki/Refractive_index) e a altitude da $i-$ ésima camada da troposfera e α_i é o ângulo em relação à tangente da $i-$ ésima camada em que a onda EM se refrata. Na prática, o número de camadas é infinito e a espessura de cada camada é infinitesimal, de modo que o percurso da onda EM refratada é uma curva contínua, i.e., os segmentos **azuis** do caminho de propagação em (A) abaixo se tornam infinitos segmentos de tamanho infinitesimal.



Refração da onda EM na troposfera

O percurso curvo percorrido pela onda EM devido à refração troposférica causa erros na estimativa da localização do alvo tanto no *range* quanto no ângulo θ de elevação. Este efeito é ilustrado em (A) abaixo. Em condições de refração normais na troposfera (troposfera padrão), a onda EM se propaga ao longo do caminho curvo mostrado em **azul** em (A), curvando-se ligeiramente para baixo em direção à Terra à medida que a onda se propaga. O efeito final é que a refração acaba resultando em um *range* e um ângulo de elevação θ aparentes maiores que os valores verdadeiros de *range* e ângulo de elevação θ do alvo.



Ângulo de elevação aparente

Considerando um número infinito de camadas de espessura infinitesimal no modelo de troposfera mostrado em (A) no slide 33, e com base na seção "4 *Apparent boresight angle on slant paths*" de https://www.fccdecastro.com.br/pdf/ITU-RP834-9.pdf), o ângulo de elevação θ_a aparente do alvo pode ser determinado a partir ângulo de elevação θ_v verdadeiro do alvo e da altitude h da antena do radar através de uma correção τ aplicada à θ_v :

$$\theta_a = \theta_v + \tau \tag{28}$$

sendo

$$\tau = -\int_h^{\infty} \frac{\eta'(z)}{\eta(z)\tan\phi} dz \tag{29}$$

onde

$$\tan\phi = \tan\left(\operatorname{acos}\left(\frac{(r_0 + h)\eta(h)\cos\theta_v}{(r_0 + z)\eta(z)}\right)\right) \tag{30}$$

sendo $\eta(z)$ o índice de refração da troposfera em função da variável de integração z (que representa altitude na integral definida por (29)), dado por

$$\eta(z) = 1 + \alpha e^{-\beta z} \tag{31}$$

e

$$\eta'(z) = \frac{d}{dz}\eta(z) = -\alpha\beta e^{-\beta z} \tag{32}$$

sendo $\alpha = 0.000315$ e $\beta = 0.1361$ parâmetros do modelo de refração exponencial da troposfera padrão e $r_0 = 6371$ [Km] o raio da Terra, conforme seção "4 *Apparent boresight angle on slant paths*" de https://www.fccdecastro.com.br/pdf/ITU-RP834-9.pdf .

Ângulo de elevação aparente

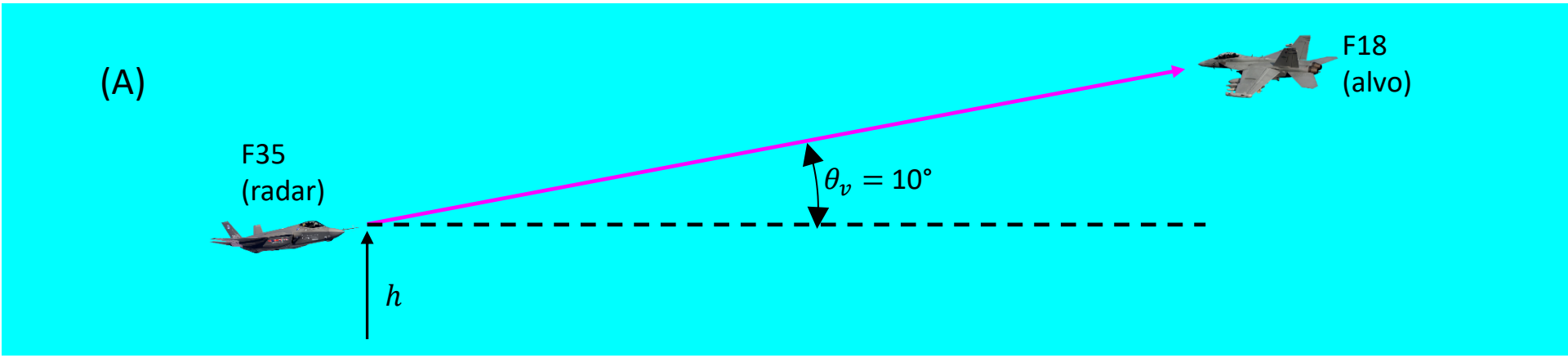
Exemplo 6: Um radar *airborne* embarcado em uma aeronave F35 detecta uma aeronave F18, conforme (A) abaixo. O F35 navega a uma altitude h em relação ao nível do mar. O ângulo de elevação verdadeiro do alvo (F18) é $\theta_v = 10°$.

Pede-se:

(a) Plote o gráfico do ângulo de elevação aparente $\theta_a[°] \times h[\mathrm{Km}]$ para $0 < h < 5[\mathrm{Km}]$.

(b) Qual o ângulo de elevação aparente θ_a do alvo medido pelo radar do F35 quando este voa a uma altitude $h = 1.0$ [Km]?

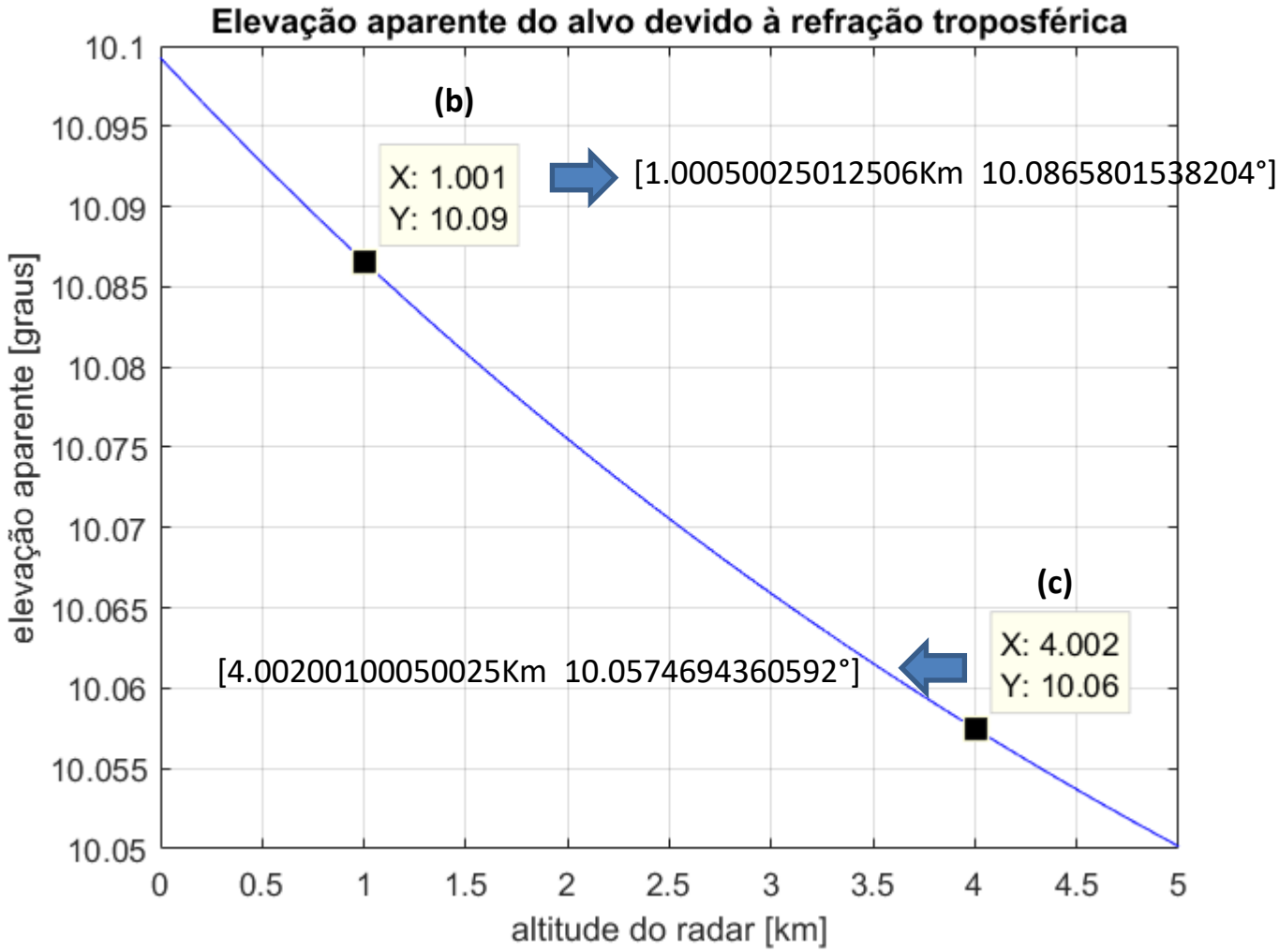
(c) Qual o ângulo de elevação aparente θ_a do alvo medido pelo radar do F35 quando este voa a uma altitude $h = 4.0$ [Km]?



Solução:
Para a solução deste exemplo vamos usar o *script* Matlab Exemplo6.m e funções associadas disponíveis em https://www.fccdecastro.com.br/ZIP/TR_C2_E6S36.zip **(ler com atenção os comentários no *script* Matlab Exemplo6.m bem como nos *scripts* .m das funções associadas**).

Ângulo de elevação aparente

(a)



Range aparente

Conforme discutido no slide 34, o percurso curvo percorrido pela onda EM devido à refração troposférica (em **azul** em (A) no slide 34) causa erros na estimativa do *range* do alvo resultando em um *range* aparente $range_a$ que é maior de um valor ΔL do que o *range* verdadeiro $range_v$ do alvo (em **magenta** em (A) no slide 34), i.e., $range_a = range_v + \Delta L$.

Com base na seção "*6 Excess radio path length and its variations*" de https://www.fccdecastro.com.br/pdf/ITU-RP834-9.pdf, o valor de ΔL é dado por:

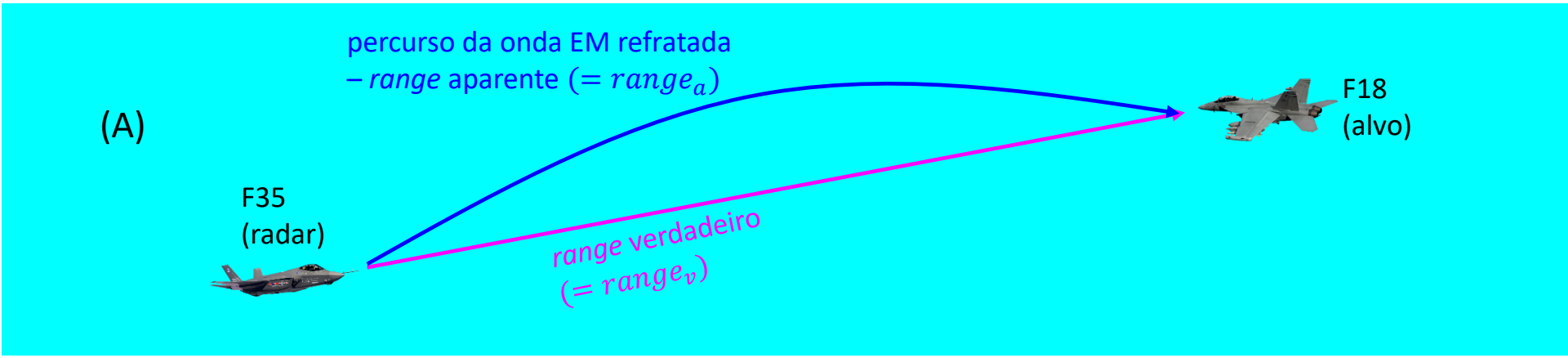
$$\Delta L = \int_A^B (\eta(s) - 1) ds \tag{33}$$

onde s representa o comprimento ao longo do percurso curvo da onda EM refratada, A representa as coordenadas da antena do radar no início do percurso, B representa as coordenadas do alvo no final do percurso e $\eta(s)$ representa o índice de refração da troposfera ao longo do percurso curvo da onda EM.

Range aparente

Exemplo 7: Um radar *airborne* embarcado em uma aeronave F35 detecta uma aeronave F18, conforme (A) abaixo. O F35 navega a uma altitude $h = 120$ [m] em relação ao nível do mar e no momento da detecção encontra-se localizado nas coordenadas [34.0° latitude, 84.0° longitude]. O F18 navega a uma altitude $h = 12000$ [m] em relação ao nível do mar e no momento da detecção encontra-se localizado nas coordenadas [34.0° latitude, 80.0° longitude].

Pede-se: (a) Determine o range verdadeiro do alvo. **(b)** Determine o *range* aparente do alvo medido pelo radar do F35.



Range aparente

Solução:

Para a solução deste exemplo vamos implementar a integral da equação (33) através de um somatório, discretizando o percurso da onda EM refratada em um número grande de segmentos (`NumSegmentos = 1000` na função descrita em RangeAparente.m), conforme mostra o diagrama em (A) no slide 33. Nesta solução será necessário preliminarmente converter as coordenadas geodésicas para coordenadas cartesianas ECEF e vice versa (ver "From geodetic to ECEF coordinates" e "From ECEF to geodetic coordinates“ em https://en.wikipedia.org/wiki/Geographic_coordinate_conversion). Todos estes procedimentos encontram-se implementados no *script* Matlab Exemplo7.m e funções associadas disponíveis em http://www.fccdecastro.com.br/ZIP/TR_C2_E7S39.zip **(ler com atenção os comentários no *script* Matlab Exemplo7.m bem como nos *scripts* .m das funções associadas**).

Dos dados do enunciado e do *script* Exemplo7.m obtemos:

```
Range verdadeiro = 370.005 [km]
Range aparente = 370.078 [km]
```

Dispersão do feixe da onda EM (*beam spreading*)

A perda por dispersão do feixe (*beam spreading loss*) ao longo do percurso de propagação da onda EM, denotada por L_{df} [dB], é uma perda não ôhmica devido à dispersão do feixe da onda EM irradiada pela antena do radar. Esta dispersão ocorre no plano de elevação (plano vertical) devido à variação do índice de refração troposférico em função da altitude da antena do radar. Este efeito é insignificante para ângulos de elevação maiores que 5°. Note que não ocorre dispersão do feixe no plano horizontal.

Quando analisando o desempenho de um radar, a perda de sinal L_{df} [dB] por dispersão do feixe deve ser somada à perda L [dB] na equação (4) no slide 3 para incluir seu efeito na determinação do $\mathrm{SNR}_{o\min}[\mathrm{dB}]$, lembrando que a $\mathrm{SNR}_{o\min}[\mathrm{dB}]$ obtida de (4) deve ser maior que a especificação da SNR mínima necessária para que o demodulador digital do RX do radar consiga detectar um alvo posicionado em um determinado *range*.

Com base na seção "5 *Beam spreading loss for propagation through the atmosphere*" de https://www.fccdecastro.com.br/pdf/ITU-RP834-9.pdf, a perda de sinal L_{df} [dB] por dispersão do feixe de uma onda EM que se propaga através da troposfera é dada por

$$L_{\mathrm{df}} = -10 \log B \ \ [\mathrm{dB}] \tag{34}$$

onde

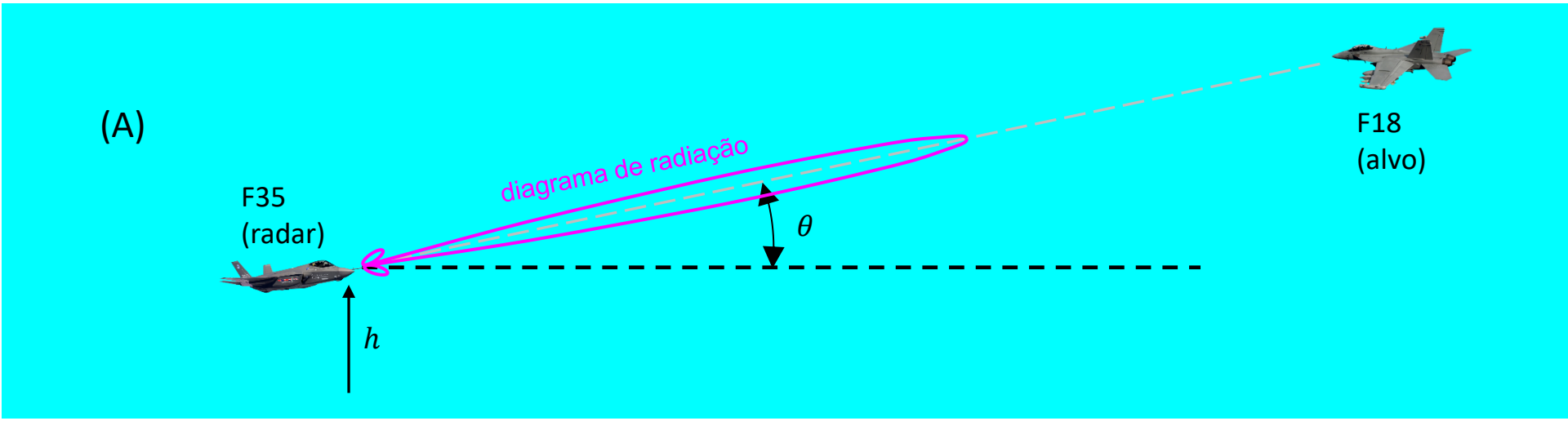
$$B = 1 - \frac{[0.5411 + 0.07446\theta + (0.06272 + 0.0276\theta)h + 0.008288\ h^2]}{[1.728 + 0.5411\theta + 0.03723\theta^2 + (0.1815 + 0.06272\theta + 0.0138\,\theta^2)\,h + (0.01727 + 0.008288\theta)h^2]^2} \tag{35}$$

sendo θ [°] o ângulo de elevação do alvo em relação à horizontal e h[Km] é a altitude da antena do radar em relação ao nível do mar.

Dispersão do feixe da onda EM (*beam spreading*)

Exemplo 8: O diagrama de radiação do *phased-array* de um radar *airborne* embarcado em uma aeronave F35 ilumina uma aeronave F18 com a onda EM irradiada pelo *phased-array*, conforme (A) abaixo. O F35 navega a uma altitude h relação ao nível do mar e o seu radar detecta o F18 sob um ângulo de elevação θ.

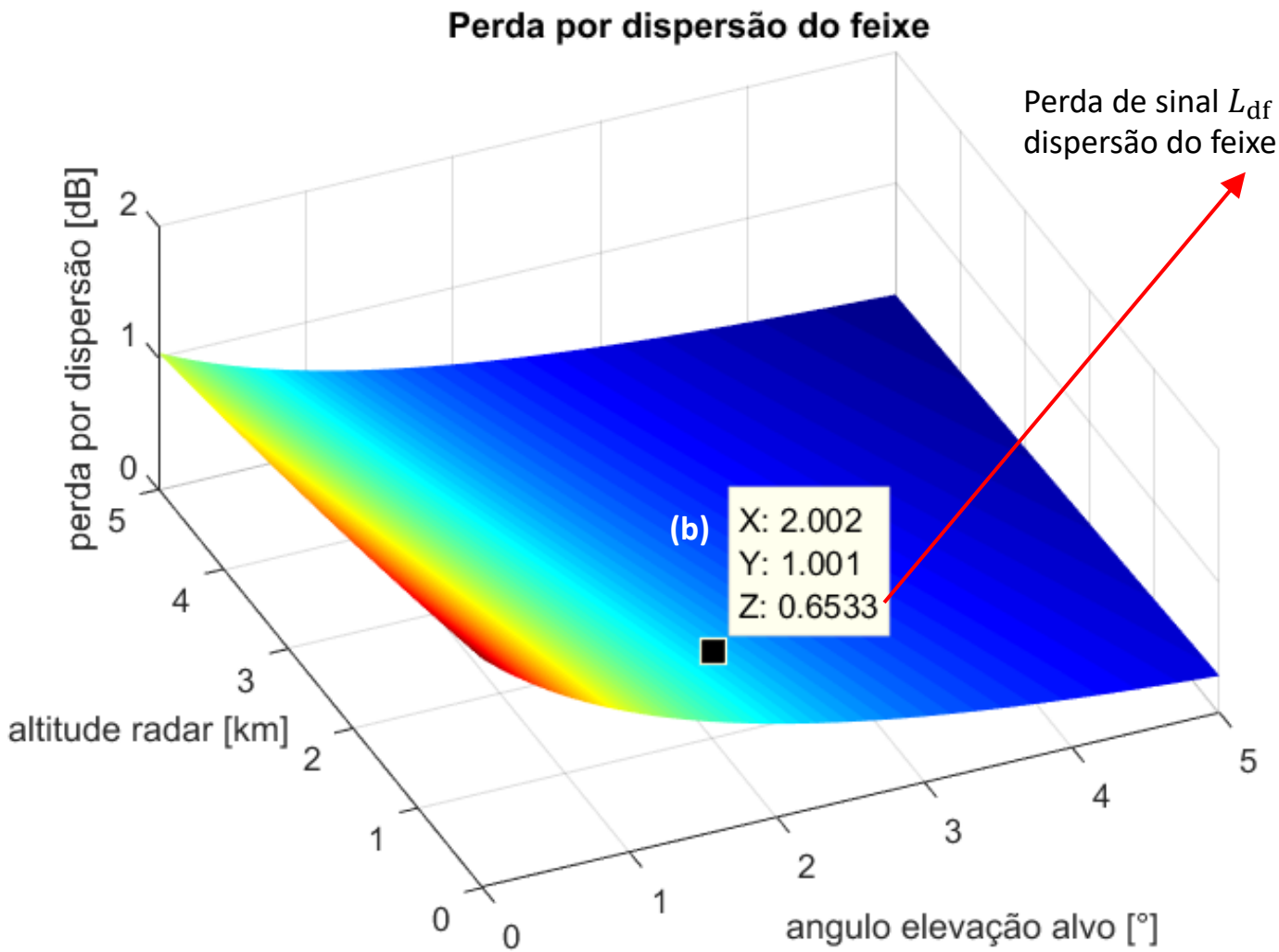
Pede-se: (a) Plote a superfície $L_{\mathrm{df}}[\mathrm{dB}] \times [\theta\,[°], h[\mathrm{Km}]]$ para $0 < \theta < 5°$ e $0 < h < 5[\mathrm{Km}]$. **(b)** Se $\theta = 2.0°$ e $h = 1$ [Km], qual é a perda de sinal L_{df} [dB] por dispersão do feixe da onda EM?



Solução:
Para a solução deste exemplo vamos implementar as equações (34) e (35) através do *script* Matlab Exemplo8.m disponível em https://www.fccdecastro.com.br/ZIP/TR_C2_E8S42.zip **(ler com atenção os comentários no *script* Matlab Exemplo8.m**).

Dispersão do feixe da onda EM (*beam spreading*)

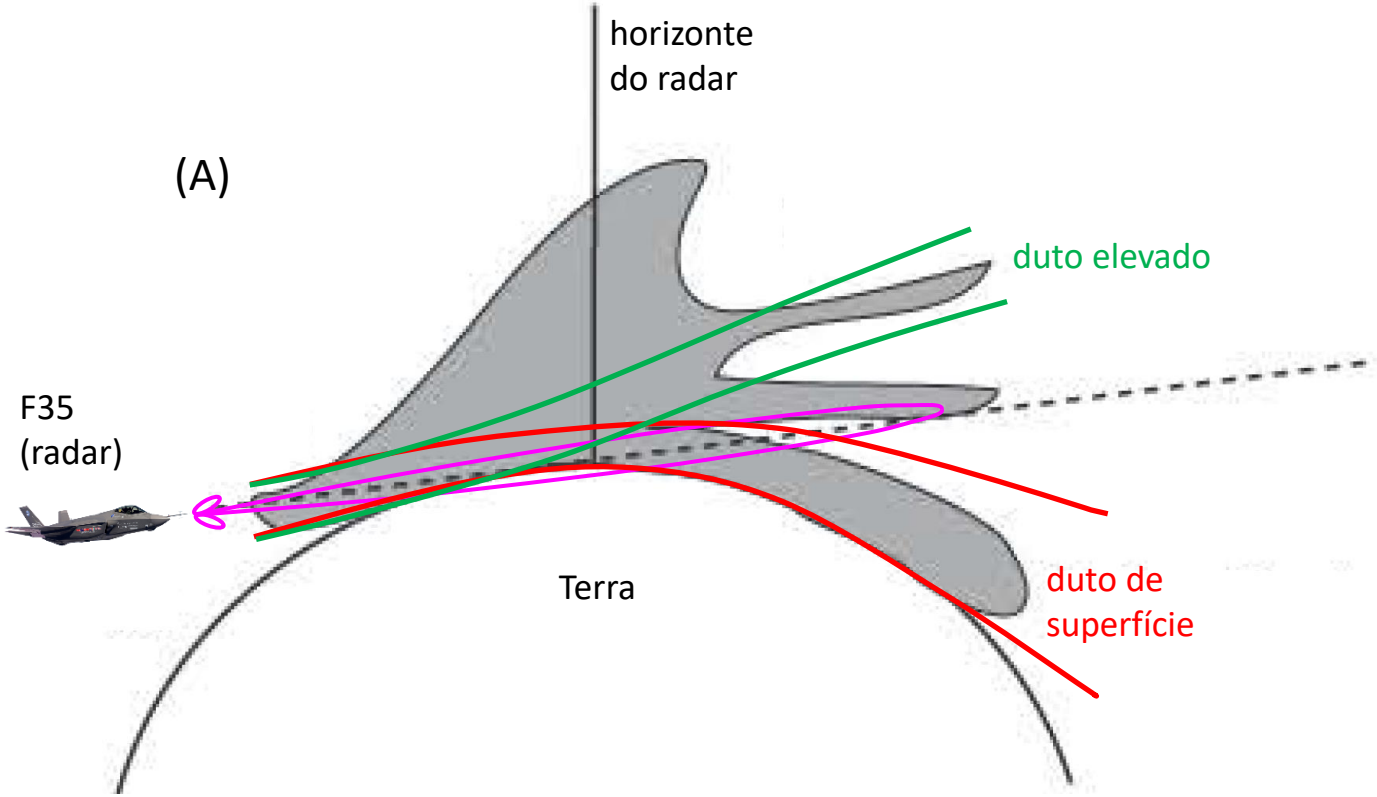
(a)



Perda de sinal $L_{\mathrm{df}} = 0.65$ [dB] por dispersão do feixe da onda EM.

Dutos atmosféricos

Um duto atmosférico é uma região de propagação anômala nas camadas inferiores da atmosfera onde o gradiente vertical do índice de refração $\frac{d}{dh}\eta(h)$ é tal que as ondas EM são guiadas como em uma *parallel plate waveguide* (https://phys.libretexts.org/Bookshelves/Electricity_and_Magnetism/Book%3A_Electromagnetics_II_(Ellingson)/06%3A_Waveguides) e tendem a seguir a curvatura da Terra e/ou tendem a seguir a curvatura de outras regiões anômalas de maior altitude. Um duto é possível sempre que ocorre a condição $\frac{d}{dh}\eta(h) < -16 \times 10^{-8}$ [m^{-1}] , condição que corresponde à região em **cinza** mostrada em (A) abaixo. É mostrado também a condução da onda EM entre os limítrofes (em **vermelho**) de um duto de superfície, mas, dependendo da distribuição espacial de $\frac{d}{dh}\eta(h)$ na região em cinza a onda EM poderia, por exemplo , ser guiada dentro dos limítrofes (em **verde**) de um duto elevado .



Dutos atmosféricos

Um duto pode ser formado quando a temperatura aumenta com a altitude nas proximidades da superfície terrestre (inversão de temperatura) ou quando a umidade diminui com a altitude (lapso de umidade). Dutos podem comprometer ou melhorar drasticamente a cobertura do *range* do radar, dependendo se o radar, o alvo ou ambos estão posicionados dentro ou fora da região do duto. A maioria destes efeitos causados por dutos ocorrem nas faixas de VHF e UHF. As ondas EM guiadas por dutos distintos podem se interferir construtivamente e/ou destrutivamente mais adiante nos seus percursos de propagação, o que torna uma tarefa computacional complexa modelar e predizer a propagação da onda EM em uma região onde ocorrem múltiplos dutos. Informalmente, dutos atmosféricos são "túneis de propagação" para a onda EM e, em geral estes "túneis" exibem uma altura de 10 a 20 [m], muito raramente ultrapassando 200 [m] de altura.

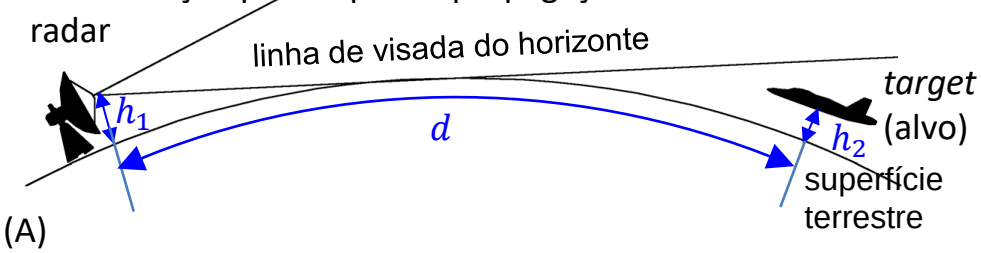
Um tipo comum de duto é o denominado "duto de evaporação". Ele é encontrado regularmente sobre lagos, represas, grandes tanques e rios em que a água é relativamente quente (>21°C). Este duto é causado por uma inversão de temperatura próxima à superfície e é acentuada por intensa umidade relativa (>75%) próxima à superfície devido à evaporação da água. O duto de evaporação também pode ser formado sobre a superfície terrestre quando uma camada de intensa umidade ocorre próxima ao solo e o solo está resfriando mais rapidamente do que o ar circundante (como ocorre, por exemplo, em condições de neblina). Esta condição também é representativa das condições em que uma grande inversão de temperatura diurna ocorre sobre uma superfície localmente fria causada pela alta temperatura do ar originada pelo calor re-irradiado pelas superfícies circundantes (por exemplo, sobre uma pista fria de concreto cercada por asfalto quente no acostamento). O potencial tanto para dutos de evaporação quanto para dutos elevados existe em áreas costeiras, onde há grandes contrastes de temperatura entre a terra e a água.

O efeito total de uma região onde ocorrem dutos é a redistribuição da densidade de potência (magnitude S do vetor de Poynting) da onda EM transmitida, afetando tanto o *range* como o ângulo de elevação em que o alvo é detectado. Interessante notar que, em geral, a magnitude S do vetor de Poynting no interior de um duto varia com o inverso da distância percorrida pela onda EM, diferentemente do que ocorre no espaço livre, em que S varia com o inverso do quadrado da distância percorrida pela onda EM.

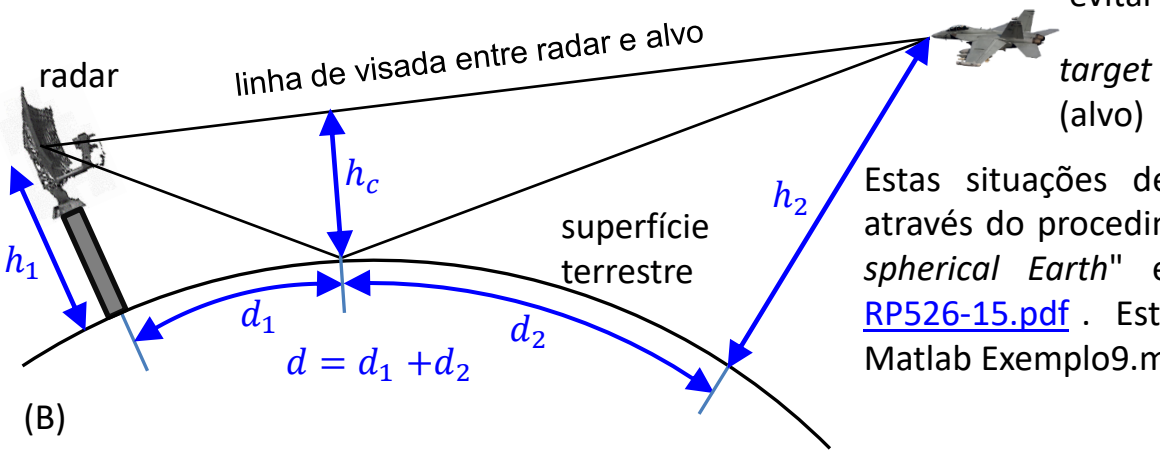
A ocorrência de maior *range* máximo em determinadas altitudes de operação possivelmente implique em menor *range* máximo para outras altitudes de operação tanto do radar como do alvo. Isto ocorre basicamente porque as ondas EM guiadas em cada respectivo duto se interferem construtivamente e/ou destrutivamente, e nas situações de interferência destrutiva pode ocorrer um drástico desvanecimento de sinal que pode violar o $\mathrm{SNR}_{o\min}[\mathrm{dB}]$ necessário para que o demodulador digital do RX do radar consiga detectar um alvo posicionado em um determinado *range*.

Difração da onda EM na superfície terrestre

Difração é o mecanismo pelo qual a onda EM incide em uma obstrução parcial em seu percurso de propagação e se espalha na região de sombra após incidir na obstrução. O escopo de nosso estudo é a difração causada pela superfície terrestre na onda EM irradiada pelo TX do radar. A abordagem que adotaremos é a da seção "*3 Diffraction over a spherical Earth*" em https://www.fccdecastro.com.br/pdf/ITU-RP526-15.pdf. O objetivo é determinar o fator de propagação $F_p[\mathrm{dB}]$ à ser somado ao fator de propagação da equação (4) no slide 3, fator que é função da difração associada à propagação da onda EM acima da superfície terrestre em frequências acima de 10 MHz. Novamente, relembrando, a $\mathrm{SNR}_{o\min}[\mathrm{dB}]$ obtida de (4) deve ser maior que a especificação da SNR mínima necessária para que o demodulador digital do RX do radar consiga detectar um alvo posicionado em um determinado *range*. Em (A) abaixo é mostrada uma situação de intensa difração da onda EM em que o *range* do alvo é maior que a distância marginal $d_{\mathrm{LoS}} = \sqrt{2\,r_e}\left(\sqrt{h_1}+\sqrt{h_2}\right)$ (LoS – *line of sight*), também denominada *range beyond the horizon*, significando que o alvo está voando abaixo da linha de visada do horizonte. $r_e = kr_0$ é o raio efetivo da Terra, sendo $k = 4/3$ e $r_0 = 6371$ [Km]. A consequência desta situação operacional é que a detecção do alvo será afetada pela intensa difração da onda EM causada pela curvatura da superfície terrestre que se torna uma obstrução parcial para a propagação da onda EM entre radar e alvo.



Mas há também a situação de difração mostrada em (B) ao lado, em que, apesar do alvo estar voando acima da linha de visada do horizonte, a folga h_c na altitude (*height clearance*) da linha de visada em relação à superfície terrestre é pequena demais para evitar que a difração ocorra na superfície.



Estas situações de difração são modeladas detalhadamente através do procedimento descrito na seção "*3 Diffraction over a spherical Earth*" em https://www.fccdecastro.com.br/pdf/ITU-RP526-15.pdf . Este procedimento está implementado no *script* Matlab Exemplo9.m , conforme veremos nos slides que seguem.

Difração da onda EM na superfície terrestre

Exemplo 9: Um radar *pulse–Doppler* opera na banda de VHF – UHF e o diagrama de radiação de seu *phased-array* ilumina uma aeronave F18, conforme mostrado em (A) abaixo. O F18 navega a uma altitude $h_2 = 13000$ [m] em relação ao nível do mar e encontra-se localizado nas coordenadas [31.0° latitude, 96.0° longitude]. O *phased-array* do radar encontra-se localizado nas coordenadas [26.5° latitude, 97.0° longitude] a uma altitude $h_1 = 1000$ [m] em relação ao nível do mar. A condutividade da superfície terrestre é 0.01 [S/m] e sua permissividade relativa é 1.3.

Pede-se:

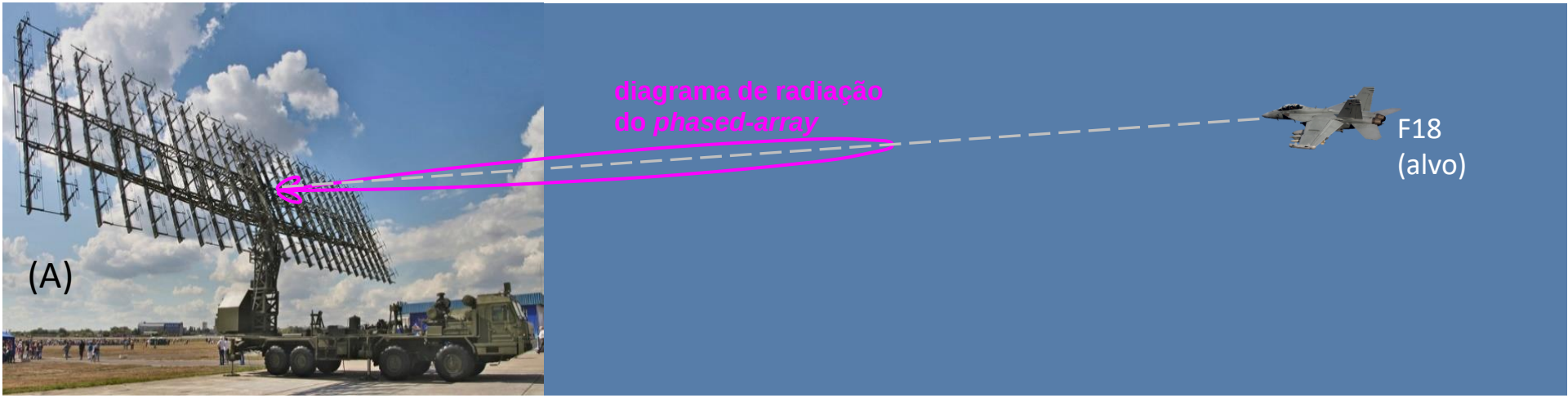
(a) Determine e plote o gráfico $F_p[\mathrm{dB}] \times f[\mathrm{MHz}]$ para $10 < f < 400$ [MHz], sendo $F_p[\mathrm{dB}]$ o fator de propagação resultante da difração causada pela superfície terrestre na onda EM irradiada pelo TX do radar.

(b) Refaça o item (a) para o alvo navegando a uma altitude $h_2 = 12000$ [m].

(c) Refaça o item (a) para o alvo navegando a uma altitude $h_2 = 11000$ [m].

(d) Refaça o item (a) para o alvo navegando a uma altitude $h_2 = 10000$ [m].

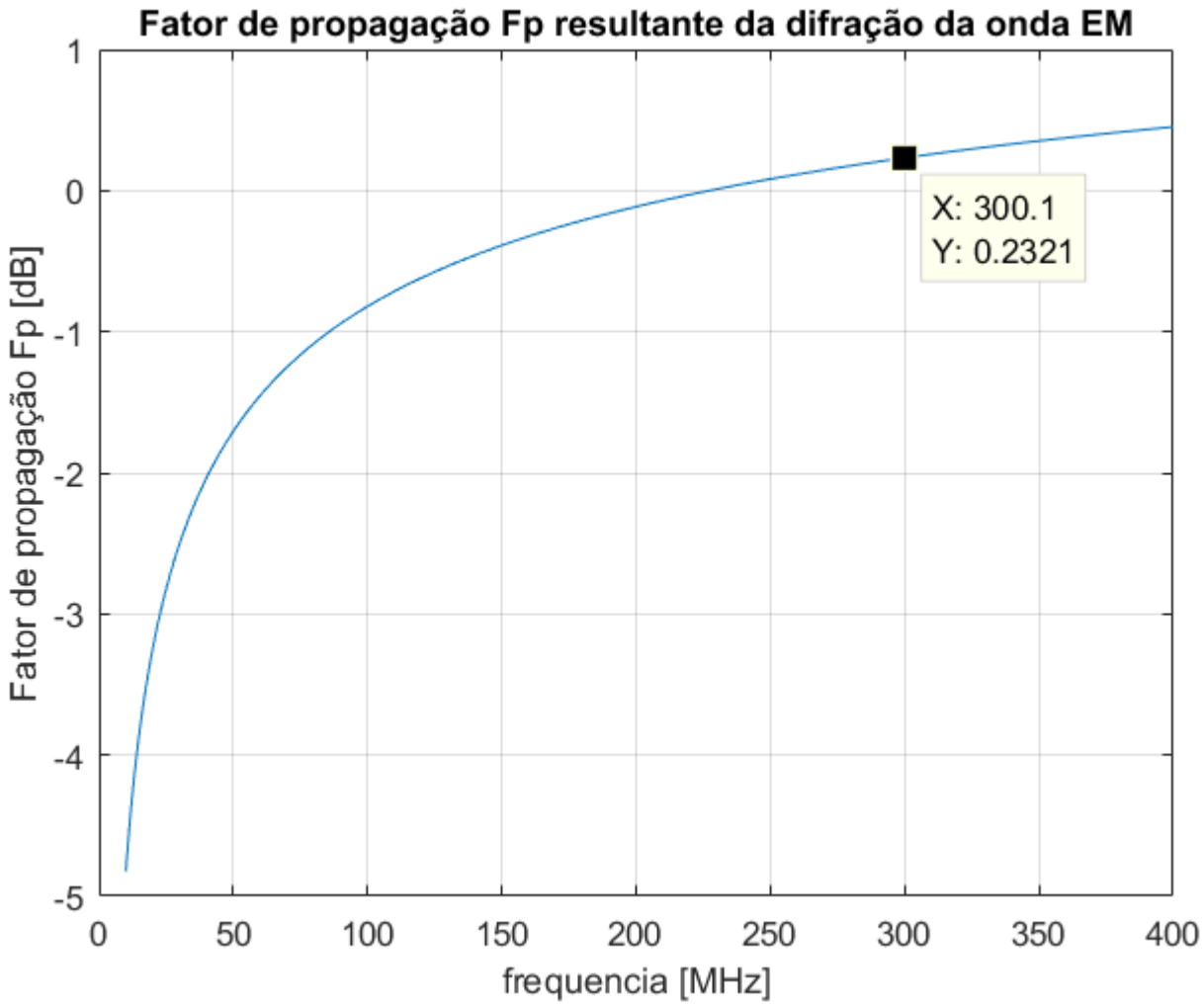
(e) Se o operador do radar sintonizar a frequência de operação para $f = 300$ [MHz], determine o valor do fator de propagação $F_p[\mathrm{dB}]$ para as altitudes h_2 do alvo adotadas nos itens (a) – (d). Discuta e analise os resultados obtidos.



Solução:

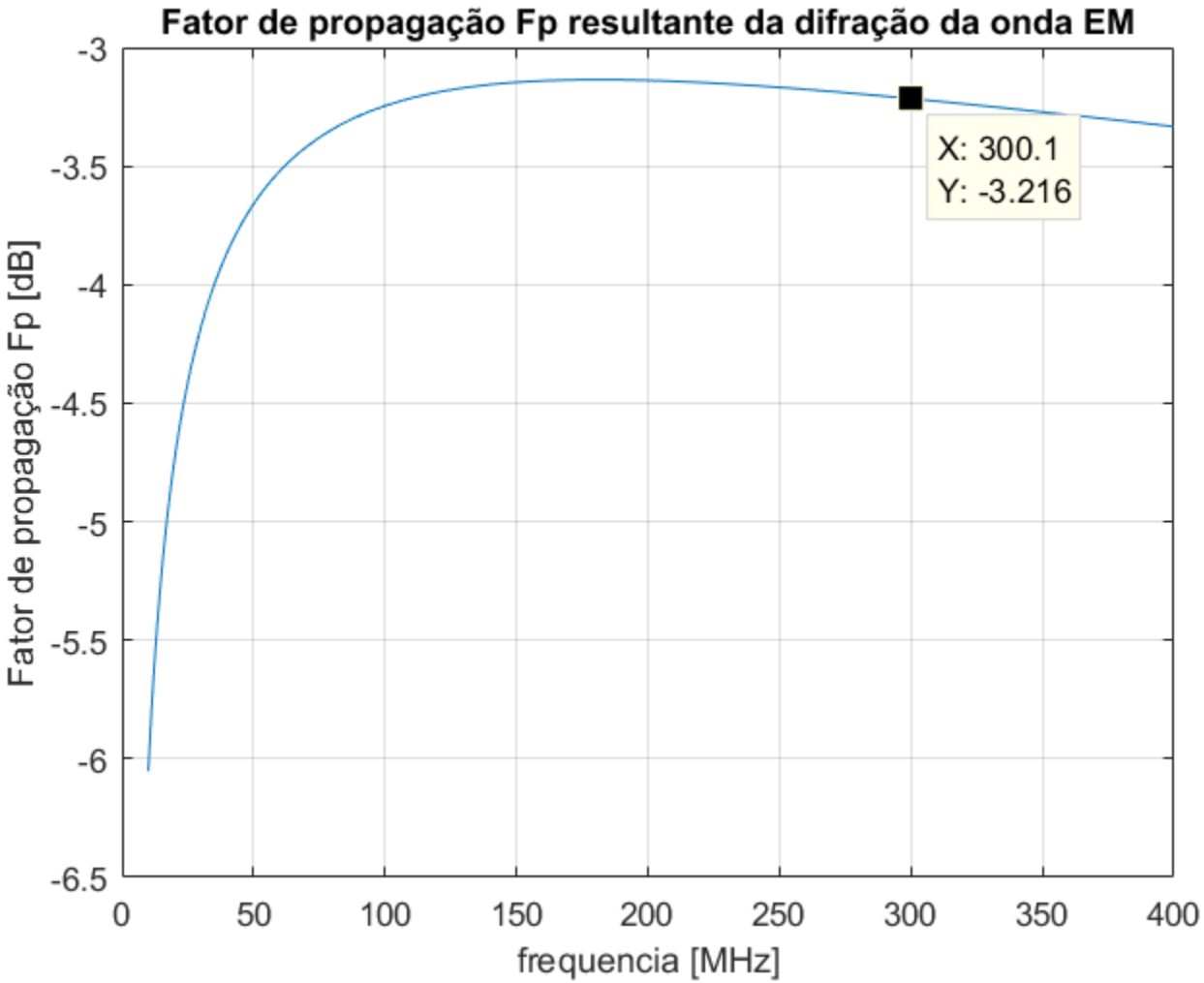
Para a solução deste exemplo vamos usar o *script* Matlab Exemplo9.m e funções associadas disponíveis em https://www.fccdecastro.com.br/ZIP/TR_C2_E9S47.zip **(ler com atenção os comentários no *script* Matlab Exemplo9.m bem como nos *scripts* .m das funções associadas**).

(a)

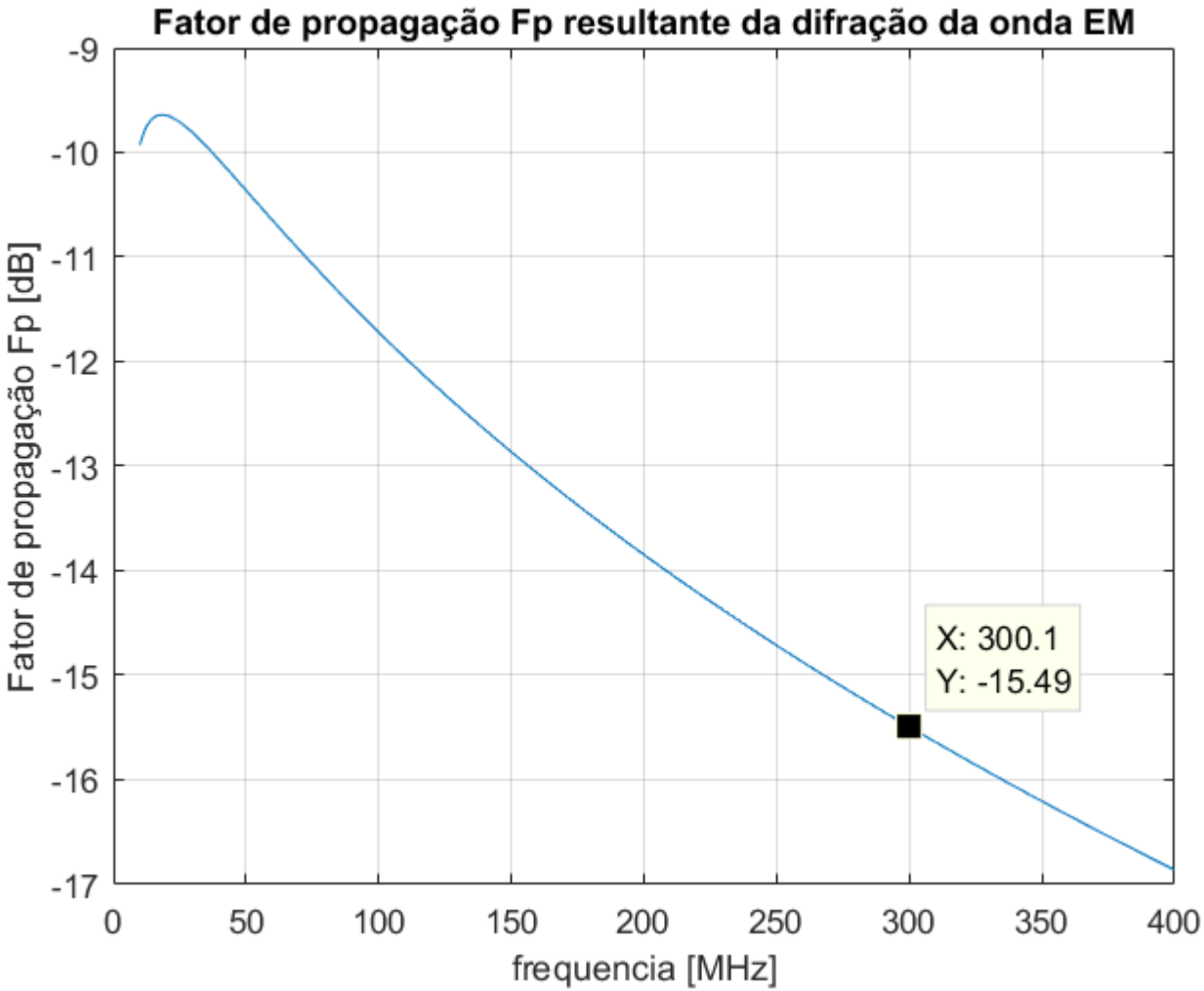


Difração da onda EM na superfície terrestre

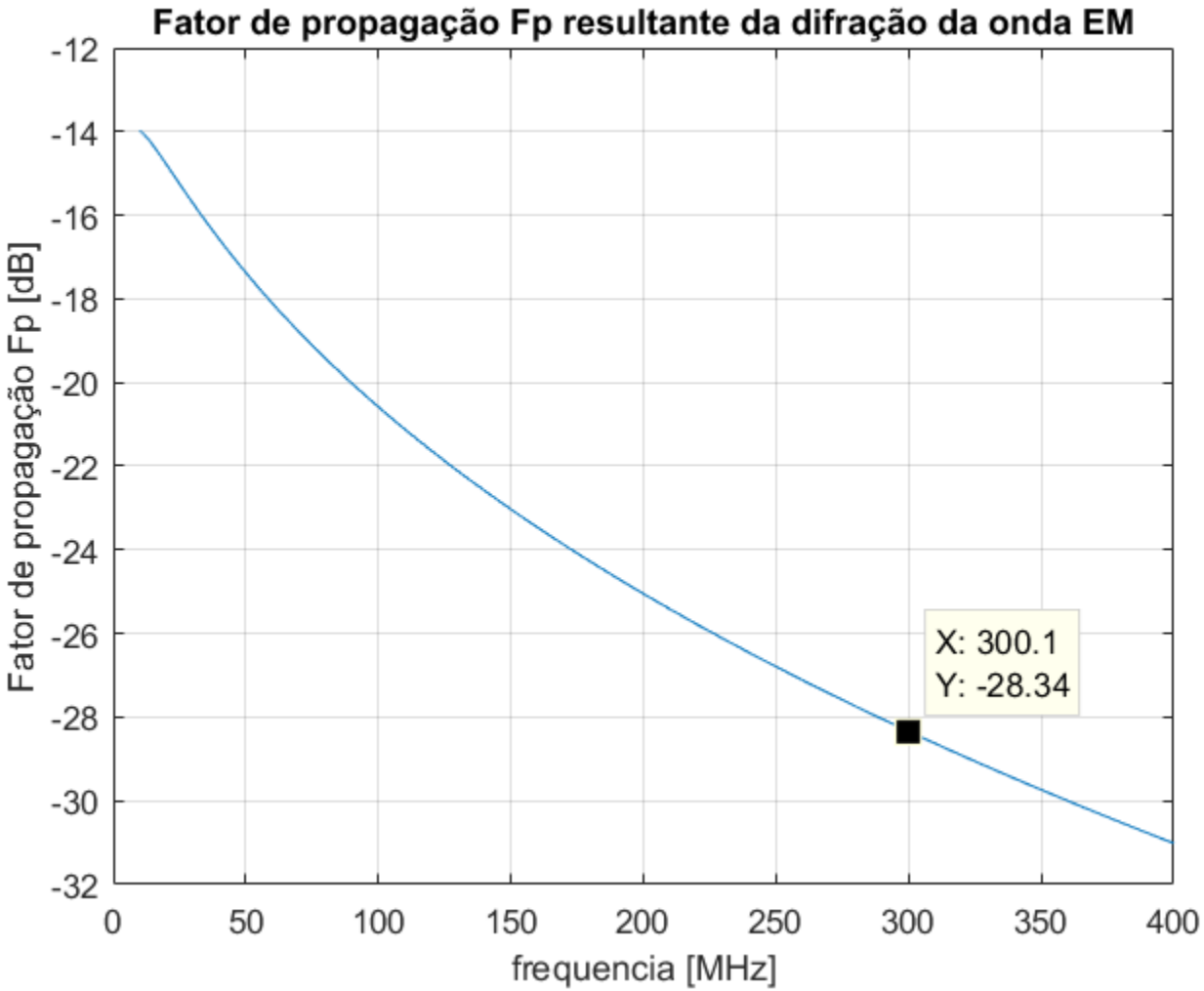
(b)



(c)


Fator de propagação Fp resultante da difração da onda EM
Fator de propagação Fp [dB]
-9
-10
-11
-12
-13
-14
-15
-16
-17
0
50
100
150
200
250
300
350
400
frequencia [MHz]
X: 300.1
Y: -15.49

(d)


Fator de propagação Fp resultante da difração da onda EM
Fator de propagação Fp [dB]
-12
-14
-16
-18
-20
-22
-24
-26
-28
-30
-32
0
50
100
150
200
250
300
350
400
frequencia [MHz]
X: 300.1
Y: -28.34

Difração da onda EM na superfície terrestre

(e) Do valor de Y no *data cursor* nos gráficos $F_p[\mathrm{dB}] \times f[\mathrm{MHz}]$ para $f = 300$ [MHz] no resultado dos itens (a) – (d):

h_2[m]	F_p[dB]
13000	0.23
12000	−3.22
11000	−15.49
10000	−28.34

A tabela acima indica que quanto menor a altitude h_2 do alvo mais o sinal do eco do alvo é atenuado pela difração da onda EM causada pela curvatura da superfície terrestre, a qual se torna uma obstrução parcial para a propagação da onda EM entre radar e alvo. Para $h_2 = 13000$ [m] o padrão de difração é tal que as ondas EM difratadas na curvatura da superfície terrestre se interferem construtivamente e ocorre um ganho de sinal ao invés de atenuação.

Atenuação da onda EM na atmosfera

Radares automotivos (ver https://www.ti.com/sensors/mmwave-radar/automotive/overview.html) usualmente operam na banda mmWave (30 a 300 [GHz]). Nesta faixa de frequências a onda EM é atenuada na atmosfera principalmente devido ao oxigênio (O2) e ao vapor d'água (H2O). O primeiro pico de atenuação ocorre em aproximadamente 22 [GHz] e é devido ao vapor d'água. O segundo pico está localizado em 63 [GHz] devido ao oxigênio. O escopo de nosso estudo é determinar o espectro de atenuação e a atenuação no *range* do alvo para uma determinada frequência de operação em consequência do O2 e H2O atmosféricos.

A abordagem que adotaremos é a das seções "1 Specific attenuation" e "2.1 Terrestrial paths" de https://www.fccdecastro.com.br/pdf/ITU-RP676-12.pdf. O objetivo é determinar o fator de propagação $F_p[\mathrm{dB}]$ à ser somado ao fator de propagação da equação (4) no slide 3, fator que é função da atenuação da onda EM ao se propagar na atmosfera em frequências acima de 30 GHz. O $\mathrm{SNR}_{o\min}[\mathrm{dB}]$ obtido de (4) deve resultar maior que a especificação da SNR mínima necessária para que o demodulador digital do RX do radar consiga detectar um alvo posicionado em um determinado *range*.

Para frequências de até 1000 [GHz], a atenuação devido ao ar seco e vapor de água é avaliada com mais precisão por meio da soma das linhas espectrais de ressonância individuais do oxigênio e do vapor d'água, conforme procedimento descrito em https://www.fccdecastro.com.br/pdf/ITU-RP676-12.pdf. Este procedimento está implementado no *script* Matlab Exemplo10.m , conforme veremos nos slides que seguem.

Atenuação da onda EM na atmosfera

Exemplo 10: Um radar automotivo opera em 77 [GHz]. As condições atmosféricas no local são temperatura 290K, pressão atmosférica 1018 [milibar] e densidade de vapor d'água 7.0 [g/m^3] .

Pede-se:

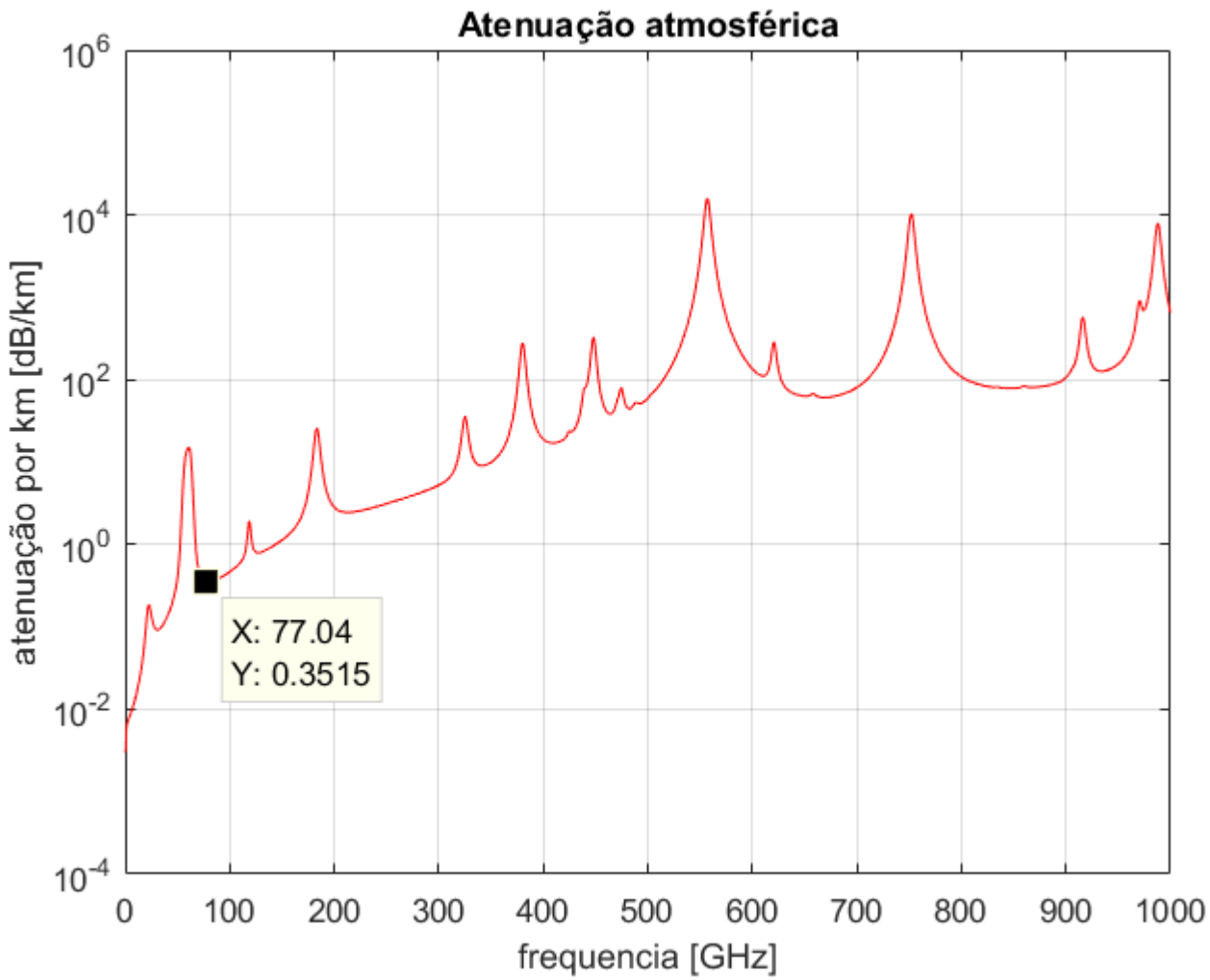
(a) Determine e plote o gráfico $\text{Atenuação}[\text{dB/Km}] \times f[\text{GHz}]$ para $0 < f < 1000$ [GHz], sendo a atenuação da onda EM causada por oxigênio e vapor d'água na atmosfera do local de operação do radar.

(b) O radar detecta um veículo à sua frente na pista, veículo que está distante 100m do radar. Determine o valor do fator de propagação $F_p[\text{dB}]$ à ser somado ao fator de propagação da equação (4).

Solução:
Para a solução deste exemplo vamos usar o *script* Matlab Exemplo10.m e funções associadas disponíveis em https://www.fccdecastro.com.br/ZIP/TR_C2_E10S54.zip **(ler com atenção os comentários no *script* Matlab Exemplo10.m bem como nos *scripts* .m das funções associadas**).

Atenuação da onda EM na atmosfera

(a)



(b) Do *data cursor* no gráfico acima obtemos $\text{Atenuação} = 0.3515$ [dB/Km] para $f = 77.04$ [GHz]. Daí, o valor do fator de propagação resulta $F_p[\text{dB}] = -0.3515$ [dB/Km] $\times$ 0.1 [Km] = $-$ 0.035 [dB]. Note que o sinal de $F_p[\text{dB}]$ é negativo porque é uma atenuação da onda EM.

Atenuação da onda EM por chuva

A onda EM irradiada pelo TX de radares que operam na banda Ka e acima (ver slide 15 do Cap I.3) sofre considerável atenuação quando a onda se propaga em regiões onde ocorre precipitação pluviométrica (= chuva).

O escopo de nosso estudo é determinar o espectro de atenuação e a atenuação no *range* do alvo para uma determinada frequência de operação em consequência da ocorrência de precipitação pluviométrica no cenário operacional do radar.

A abordagem que adotaremos é a em https://www.fccdecastro.com.br/pdf/ITU-RP838-3.pdf. O objetivo é determinar o fator de propagação $F_p[\mathrm{dB}]$ à ser somado ao fator de propagação da equação (4) no slide 3, fator que é função da atenuação da onda EM ao se propagar em cenário operacional chuvoso. Conforme já comentado diversas vezes em slides anteriores, o $\mathrm{SNR}_{o\min}[\mathrm{dB}]$ obtido de (4) deve resultar maior que a especificação da SNR mínima necessária para que o demodulador digital do RX do radar consiga detectar um alvo posicionado em um determinado *range*.

Para frequências de 1 a 1000 [GHz], a atenuação por km da onda EM devido à chuva é aproximada por $\gamma_R = kR^{\alpha}$, onde R é o índice de precipitação pluviométrica em mm de chuva por hora (ver https://pt.wikipedia.org/wiki/%C3%8Dndice_pluviom%C3%A9trico) e k e α são fatores que dependem da frequência, do ângulo de elevação do percurso de propagação da onda EM e do ângulo de inclinação (*tilt angle*) da polarização da onda EM em relação à horizontal (ver Figure 1 em https://www.fccdecastro.com.br/pdf/IRWP.pdf), conforme procedimento descrito em https://www.fccdecastro.com.br/pdf/ITU-RP838-3.pdf. Este procedimento está implementado no *script* Matlab Exemplo11.m , conforme veremos nos slides que seguem.

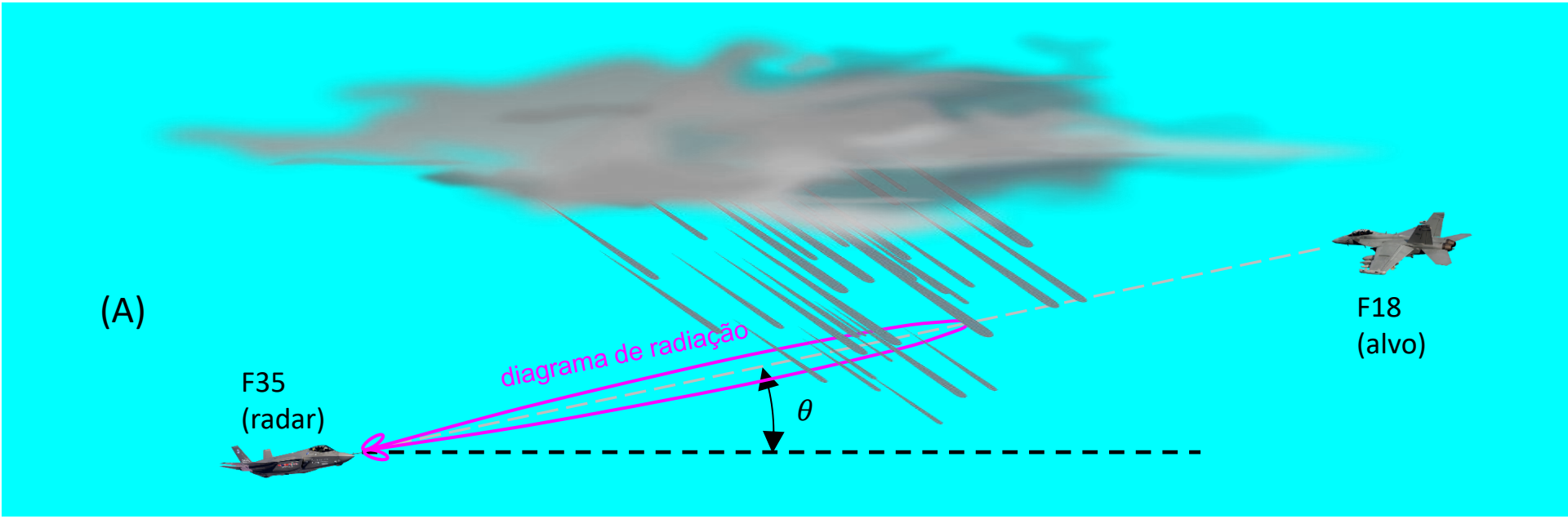
Atenuação da onda EM por chuva

Exemplo 11: O diagrama de radiação do *phased-array* de um radar *airborne* embarcado em uma aeronave F35 ilumina uma aeronave F18 com a onda EM irradiada pelo *phased-array*, conforme (A) abaixo. O radar do F35 detecta o F18 sob um ângulo de elevação θ =10° e em um cenário operacional chuvoso com índice de precipitação pluviométrica de 5.0 [mm/h], conforme mostrado em (A). O radar opera na banda Ka na frequência f = 30 [GHz].

Pede-se:

(a) Determine e plote o gráfico $\text{Atenuação}[\text{dB/Km}] \times f[\text{GHz}]$ para $1 < f < 1000$ [GHz], sendo a atenuação da onda EM causada pela chuva que ocorre no cenário de operação do radar.

(b) Sabendo que o *range* do alvo detectado é 7 [Km], determine o valor do fator de propagação $F_p[\text{dB}]$ à ser somado ao fator de propagação da equação (4).

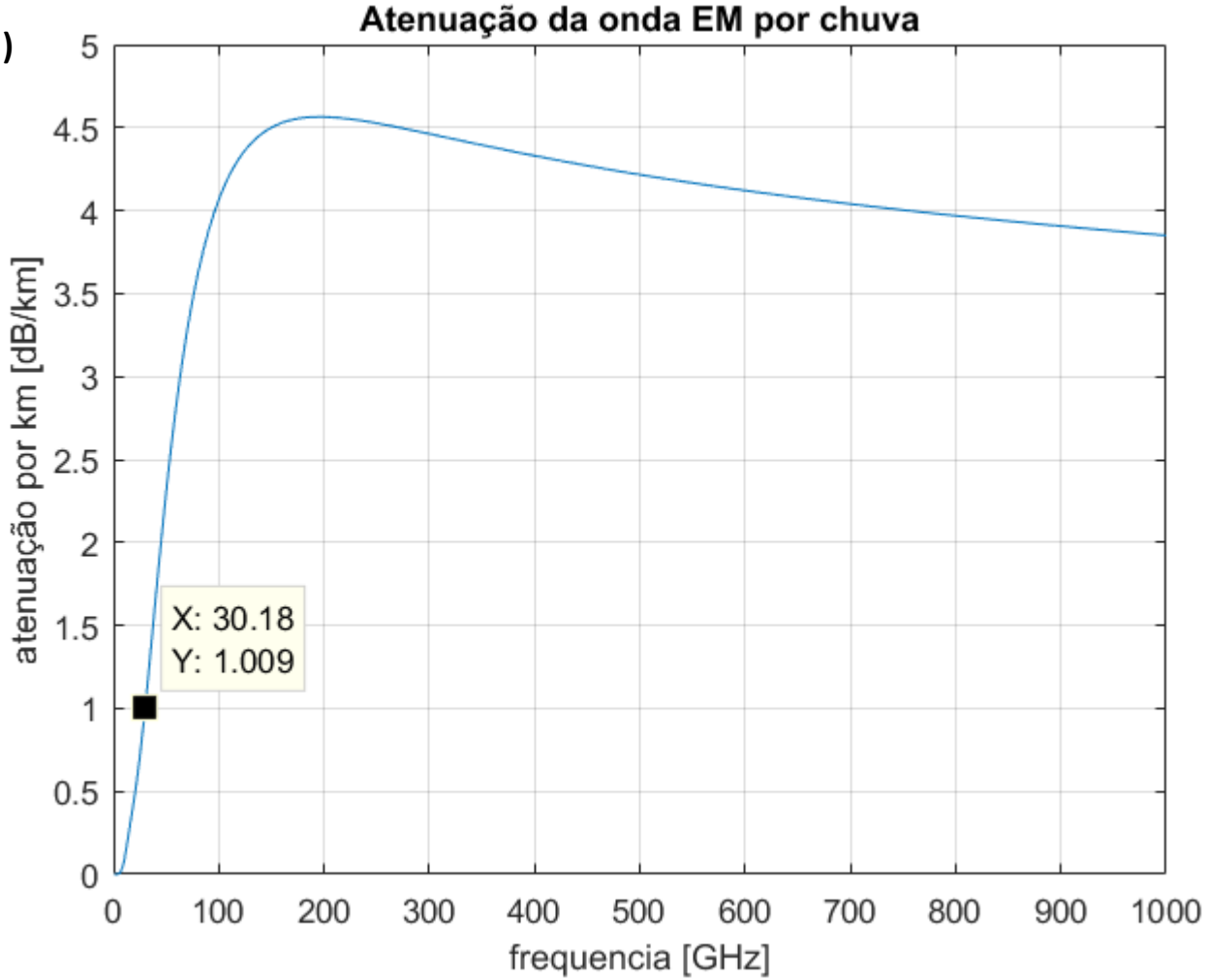


Atenuação da onda EM por chuva

Solução:

Para a solução deste exemplo vamos usar o *script* Matlab Exemplo11.m e funções associadas disponíveis em https://www.fccdecastro.com.br/ZIP/TR_C2_E11S57.zip **(ler com atenção os comentários no *script* Matlab Exemplo11.m bem como nos *scripts* .m das funções associadas**).

(a)



(b) Do *data cursor* no gráfico ao lado obtemos $\text{Atenuação} = 1.009$ [dB/Km] para $f = 30.18$ [GHz]. Daí, o valor do fator de propagação resulta $F_p[\text{dB}] = -1.009$ [dB/Km] $\times$ 7 [Km] = $-$ 7.063 [dB]. Note que o sinal de $F_p[\text{dB}]$ é negativo porque é uma atenuação da onda EM.

Atenuação da onda EM por nuvem e/ou nevoeiro

A atenuação da onda EM devido a nuvens e nevoeiro é de particular importância não apenas para radares de vigilância *airborne* e *ground based*, mas também para radares automotivos, que frequentemente encontram regiões com forte nevoeiro no percurso em que o veículo trafega. A atenuação por nuvens e nevoeiro se torna um problema para radares que operam na banda Ka e acima.

O escopo de nosso estudo é determinar o espectro de atenuação e a atenuação no *range* do alvo para uma determinada frequência de operação em consequência da ocorrência de nuvens e ou nevoeiro no cenário operacional do radar.

Seguindo a recomendação da ITU em https://www.fccdecastro.com.br/pdf/ITU-RP840-8.pdf, e considerando nuvens e neblina como sendo formadas por gotículas menores que 0.01 cm, a aproximação de Rayleigh–Gans–Debye (ver https://en.wikipedia.org/wiki/Rayleigh%E2%80%93Gans_approximation e especificamente ver também https://www.fccdecastro.com.br/pdf/MCPWFB1.pdf) permite determinar a atenuação por km da onda EM quando ela se propaga no interior de nuvens ou nevoeiro através de

$$\gamma_c(f,T) = K_l(f,T)\, M \;\; [\mathrm{dB/km}] \tag{36}$$

onde f [GHz] é frequência da onda EM, T [K] é temperatura da água em estado líquido na nuvem/nevoeiro, K_l [dB/km]/[g/m^3] é o coeficiente de atenuação específico da água em estado líquido e M é a densidade da água líquida [g/m^3] na nuvem/nevoeiro. A equação (36) é válida para frequências até cerca de 200 [GHz]. Os valores típicos para a densidade da água líquida em nevoeiro são 0.05 [g/m^3] para nevoeiro médio com visibilidade de cerca de 300 [m] e 0.5 [g/m^3] para nevoeiro cerrado com visibilidade de cerca de 50 [m] , conforme procedimento descrito em https://www.fccdecastro.com.br/pdf/ITU-RP840-8.pdf. Este procedimento está implementado no *script* Matlab Exemplo12.m , conforme veremos nos slides que seguem.

Atenuação da onda EM por nuvem e/ou nevoeiro

Exemplo 12: O diagrama de radiação do *phased-array* de um radar *airborne* embarcado em uma aeronave F35 ilumina uma aeronave F18 com a onda EM irradiada pelo *phased-array*, conforme mostrado em (A) abaixo. O radar do F35 detecta o F18 em um cenário operacional imerso em nuvens, conforme mostrado. O radar opera na banda Ka na frequência $f = 30$ [GHz]. A temperatura da nuvem é 290 [K] e a densidade de água líquida na nuvem é 0.5 [g/m^3].

Pede-se:

(a) Determine e plote o gráfico $\text{Atenuação}[\text{dB/Km}] \times f[\text{GHz}]$ para $1 < f < 200$ [GHz], sendo a atenuação da onda EM causada por nuvens que ocorrem no cenário de operação do radar.

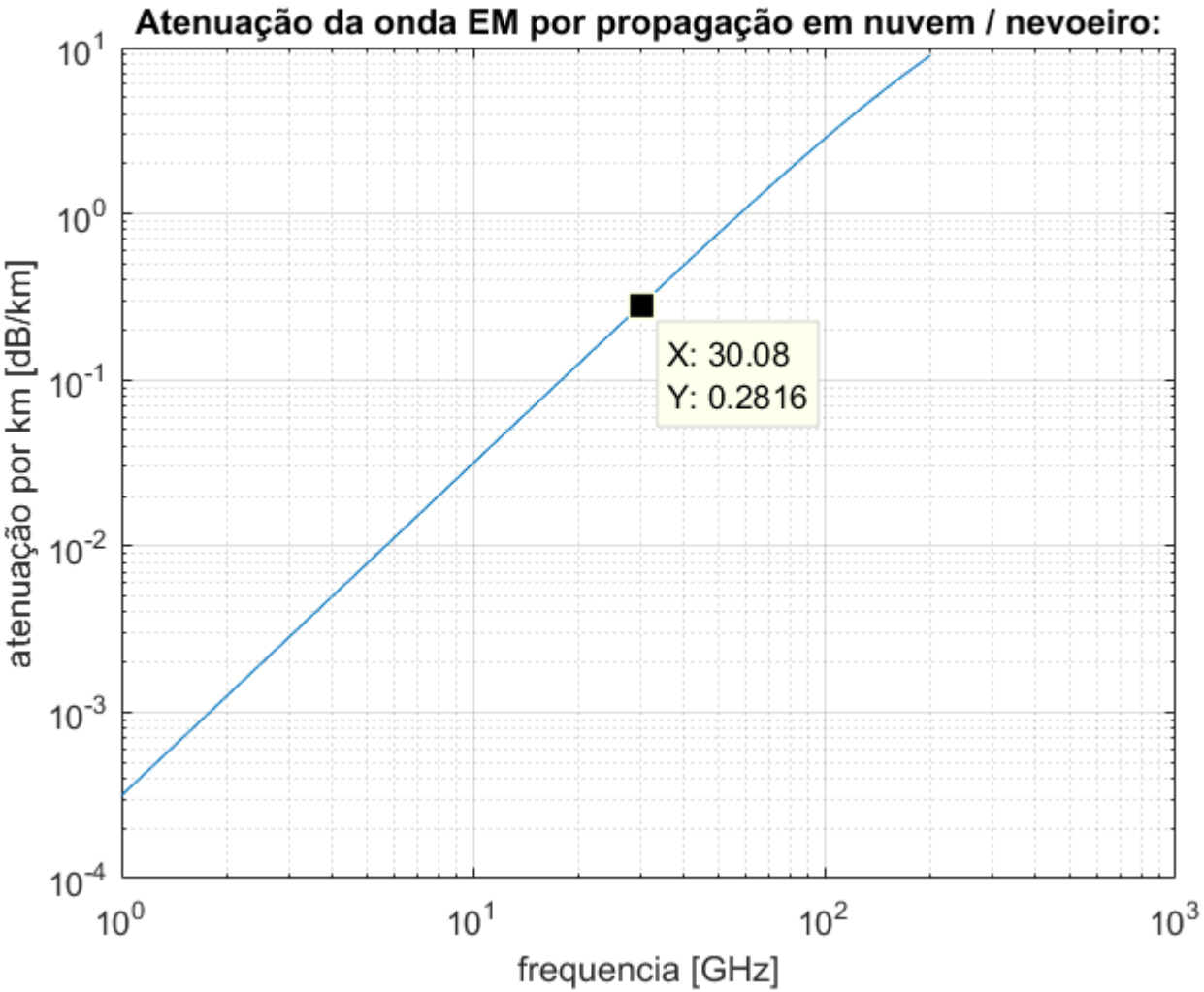
(b) Sabendo que o *range* do alvo detectado é 10 [Km], determine o valor do fator de propagação $F_p[\text{dB}]$ à ser somado ao fator de propagação da equação (4).

Atenuação da onda EM por nuvem e/ou nevoeiro

Solução:

Para a solução deste exemplo vamos usar o *script* Matlab Exemplo12.m e funções associadas disponíveis em https://www.fccdecastro.com.br/ZIP/TR_C2_E12S60.zip **(ler com atenção os comentários no *script* Matlab Exemplo12.m bem como nos *scripts* .m das funções associadas**).

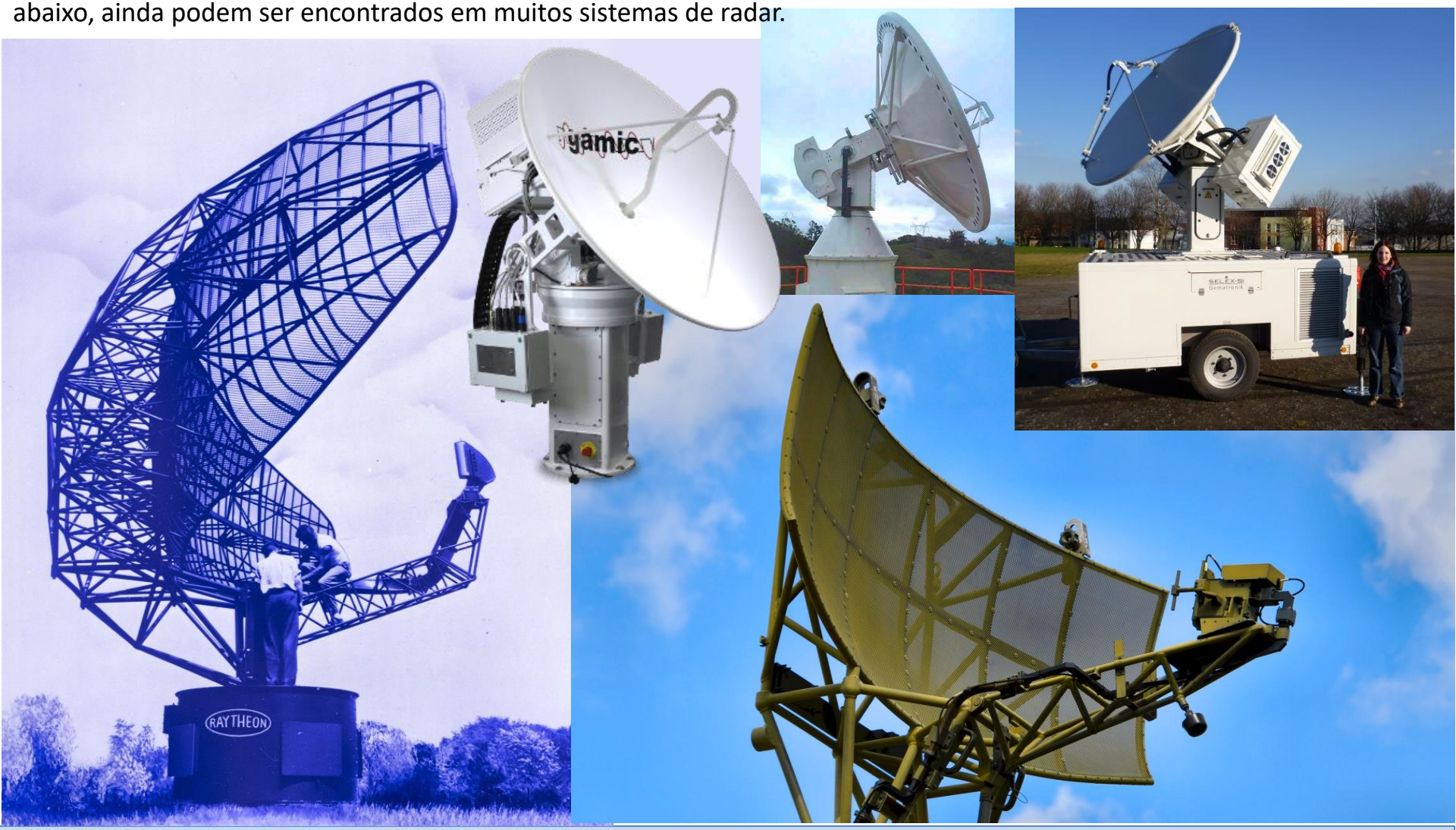
(a)



(b) Do *data cursor* no gráfico ao lado obtemos $\text{Atenuação} = 0.2816$ [dB/Km] para $f = 30.08$ [GHz]. Daí, o valor do fator de propagação resulta $F_p[\text{dB}] = -0.2816$ [dB/Km] $\times$ 10 [Km] = $-$ 2.816 [dB]. Note que o sinal de $F_p[\text{dB}]$ é negativo porque é uma atenuação da onda EM.

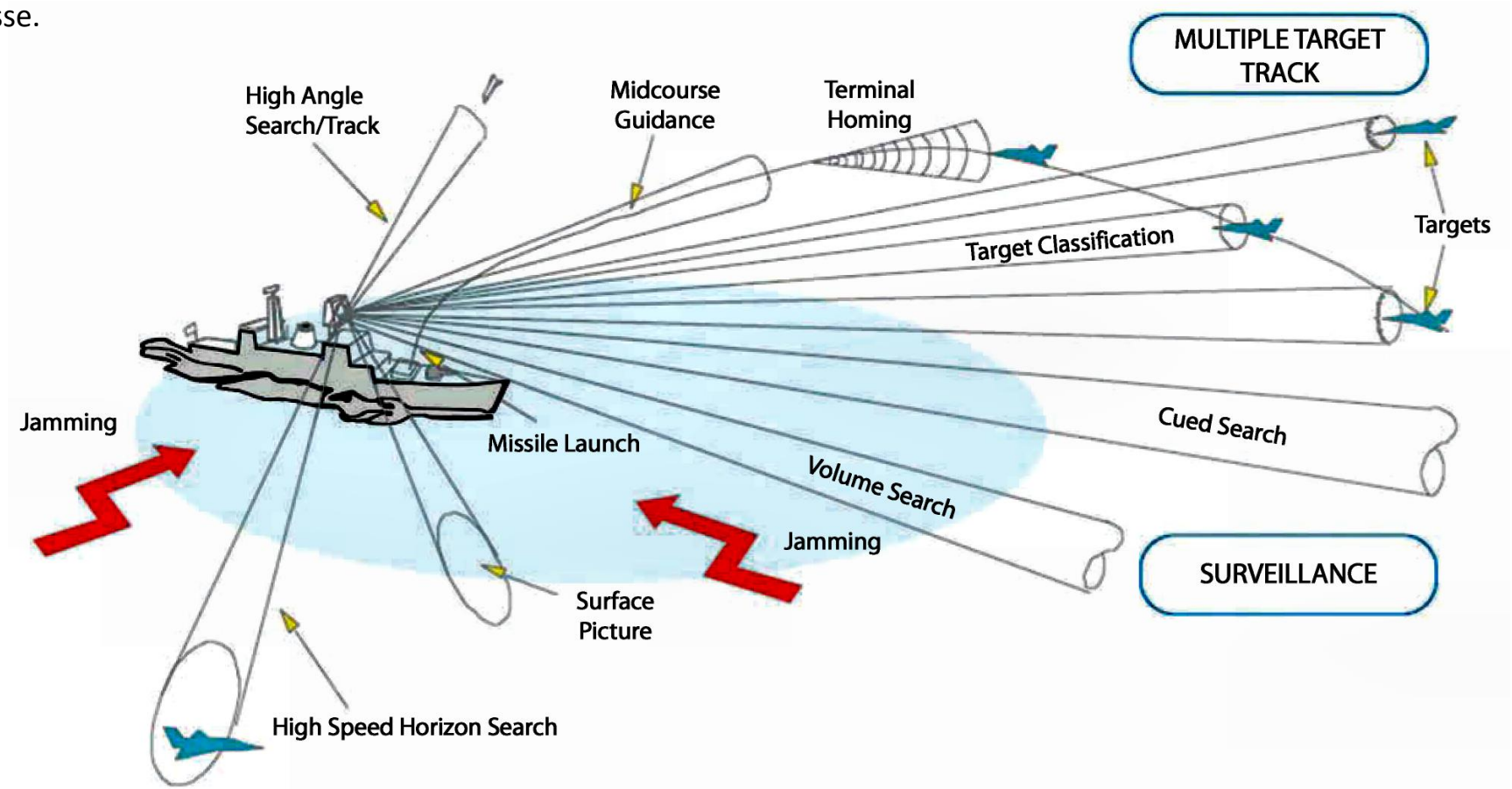
A antena de um sistema de radar

Antenas refletoras posicionadas mecanicamente têm sido usadas em sistemas de radar desde a década de 1950, em particular o clássico refletor parabólico (https://www.antenna-theory.com/antennas/reflectors/dish.php). Presentemente, antenas refletoras ainda são usadas para aplicações que exigem alta diretividade mas com limitada velocidade de varredura angular do diagrama de radiação. A maioria dos radares modernos adota antenas *phased array*, pela rapidez com que o lobo principal do diagrama de radiação pode ser angularmente posicionado. No entanto, refletores, conforme exemplificado abaixo, ainda podem ser encontrados em muitos sistemas de radar.



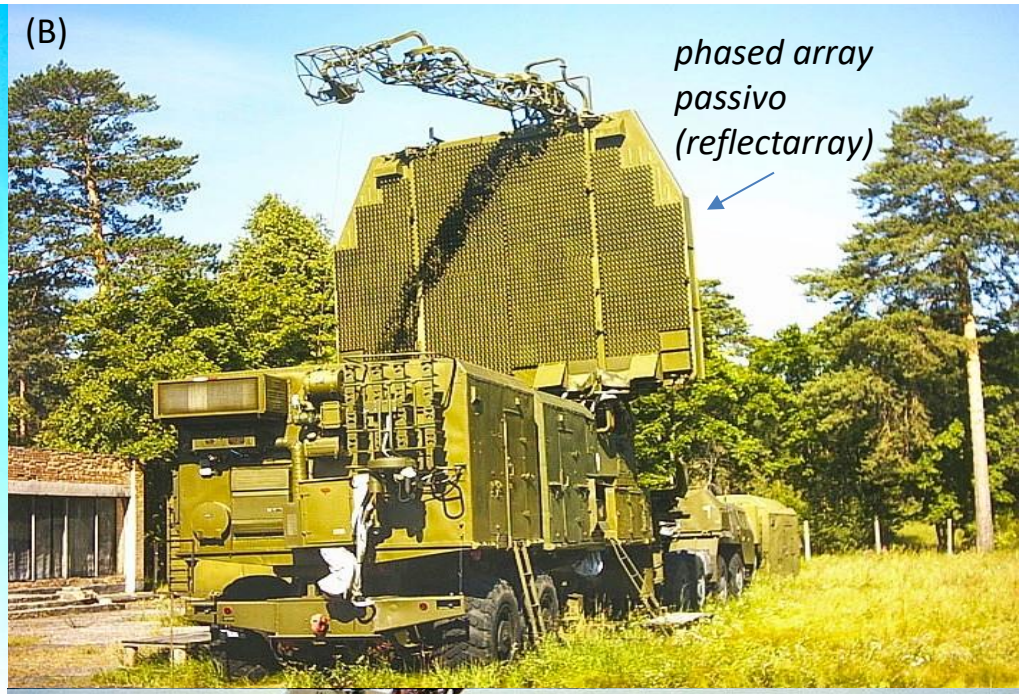
A antena de um sistema de radar

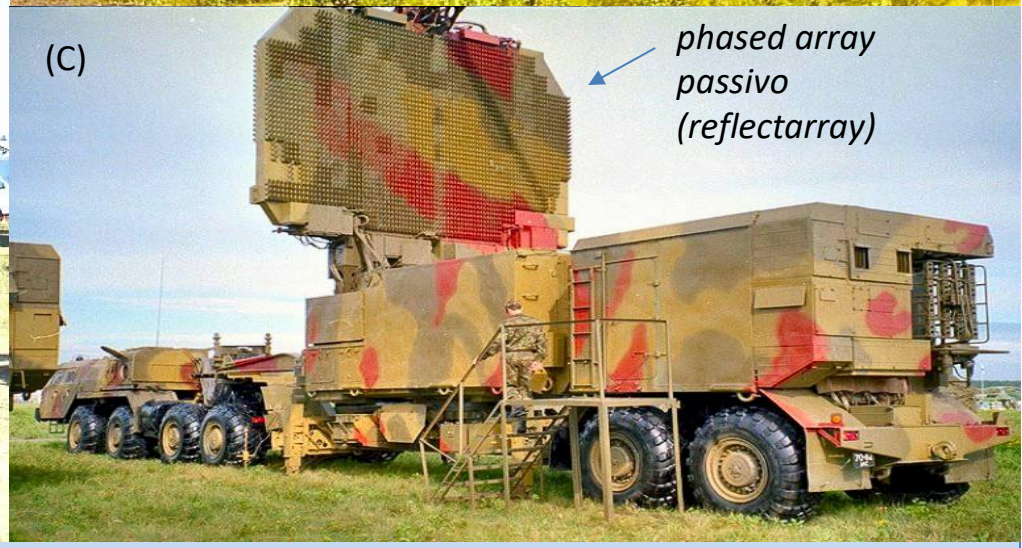
Phased arrays tornaram-se talvez a antena mais comumente usada em sistemas de radar militares modernos, sendo cada vez mais adotados no segmento civil de radares, sejam radares de vigilância aérea, meteorológicos ou até mesmo automotivos (ver slides 17 a 24 de https://www.fccdecastro.com.br/pdf/CE_Cap_III.pdf). O diagrama de radiação de um *phased-array* é modelado e controlado por um *beamformer*, que modela adaptativamente o formato do diagrama de radiação de acordo com o cenário operacional, apontado seus lobos principais para as posições angulares desejadas (ver slides 52 a 143 de https://www.fccdecastro.com.br/pdf/CE_Cap_II.1_II.5.pdf). Por exemplo, abaixo é mostrada a concepção da marinha (USA) com relação à aplicabilidade de um radar AESA (*Active Electronically Steered Array*) multifuncional em um teatro de operações de EW (*Electronic Warfare*), especificamente mostrando a versatilidade de rapidamente estabelecer múltiplos lobos no diagrama de radiação do *phased array* , cada um deles iluminando um alvo de interesse.



A antena de um sistema de radar

Abaixo são mostrados *phased arrays* para radares de vigilância aérea embarcados em veículos militares. Em (A) o *phased array* é ativo. Em (B) e (C) o *phased array* é passivo (ver https://en.wikipedia.org/wiki/Reflectarray_antenna).





A antena de um sistema de radar

Phased arrays apresentam maior confiabilidade do que refletores posicionados mecanicamente devido a inexistência de partes móveis, que são sujeitas ao desgaste mecânico e falhas mecânicas devido a intempéries. Como os lobos do diagrama de radiação de um *phased array* são determinados por um algoritmo adaptativo para *beamforming*, a supressão de lobos secundários indesejáveis é melhor do que o caso de uma antena do tipo refletor, assim como, pelo mesma razão, a banda operacional do *phased array* é maior.

Sob o ponto de vista de EW (*Electronic Warfare*), *phased arrays* são ideais para aplicações *stealth*, que operam sob o paradigma "ver sem ser visto", dado que não possuem partes móveis. Além disto, *phased arrays* são ideais para aplicações aerotransportadas (*airborne*) porque podem direcionar eletronicamente o lobo principal do diagrama de radiação para ângulos extremos enquanto mantêm um perfil aerodinâmico baixo, minimizando assim o arrasto da aeronave. São ideais também para sistemas de radar terrestres em VHF e UHF, cuja antena em alguns casos é muito grande para ser posicionada por rotação mecânica, sem falar da lentidão da varredura devido à inércia mecânica do conjunto posicionador + antena.

Phased arrays têm uma agilidade significativa para posicionar os lobos principais de seu diagrama de radiação nas respectivas direções dos alvos de interesse, permitindo que várias funções sejam executadas quase que simultaneamente por um único radar, conforme mostra, por exemplo, o diagrama no slide 63.

A maior desvantagem da antena *phased array* é o custo algumas vezes maior do que o custo de um refletor com o mesmo ganho, embora essa diferença de custo venha sistematicamente diminuindo. No entanto, a drástica melhora em termos de desempenho e funcionalidade apresentada pelo *phased array* em geral justifica o custo adicional.

A antena de um sistema de radar

Essencialmente, um *phased array* nada mais é do que um conjunto de antenas, cada uma delas operando como uma unidade independente das demais. As antenas individuais, usualmente referidas como elementos do *phased array*, são geralmente idênticas e uniformemente espaçadas. Um tipo de antena que não raro é utilizada como elemento de um *phased array* é a *cavity-backed spiral* – ver https://en.wikipedia.org/wiki/Spiral_antenna e tabela abaixo.

A Sampling of Typical EW Antenna Types, Patterns, and Specifications

Antenna Type	Pattern	Typical Specifications
Dipole	El Az	**Polarization:** Aligned with element orientation **Beamwidth:** 80° x 360° **Gain:** 2 dB **Bandwidth:** 10% **Frequency Range:** Zero through μw
Monopole	El Az	**Polarization:** Vertical **Beamwidth:** 45° x 360° **Gain:** 5 dB **Bandwidth:** 10% **Frequency Range:** HF through UHF
Log Periodic	El Az	**Polarization:** Vertical or Horizontal **Beamwidth:** 80° x 60° **Gain:** 6 to 8 dB **Bandwidth:** 10 to 1 **Frequency Range:** HF through μw
Biconical	El Az	**Polarization:** Vertical **Beamwidth:** 20° to 100° x 360° **Gain:** 0 to 4 dB **Bandwidth:** 4 to 1 **Frequency Range:** UHF through mmw
Horn	El Az	**Polarization:** Linear **Beamwidth:** 40° x 40° **Gain:** 5 to 10 dB **Bandwidth:** 4 to 1 **Frequency Range:** VHF through mmw
Cavity-backed Spiral	El & Az	**Polarization:** R & L Circular **Beamwidth:** 60° x 60° **Gain:** -15 dB (min freq); +3 dB (max freq) **Bandwidth:** 9 to 1 **Frequency Range:** UHF through μw
Splash Plate	El Az	**Polarization:** Any **Beamwidth:** 20° x 20° **Gain:** 20 dB **Bandwidth:** **Frequency Range:** μw
Parabolic Dish	El & Az Feed	**Polarization:** Depends on feed **Beamwidth:** 0.5° to 30° **Gain:** 10 to 55 dB **Bandwidth:** Depends on feed **Frequency Range:** UHF through μw
Phased Array	El Az Elements	**Polarization:** Depends on feed **Beamwidth:** 0.5° to 30° **Gain:** 10 to 40 dB **Bandwidth:** Depends on elements **Frequency Range:** VHF through μw

A antena de um sistema de radar

Na transmissão da onda EM pelo TX do radar, cada elemento do *phased array* é alimentado por uma corrente de magnitude e fase determinadas pelo algoritmo para *beamforming*, de tal maneira que a onda EM irradiada por cada elemento interfira construtivamente com a onda EM irradiada pelos demais elementos, interferência construtiva esta que ocorre na direção desejada para o lobo principal do diagrama de radiação (*boresight*).

Na recepção da onda EM do eco do alvo, a tensão nos terminais de cada elemento do *phased array* é digitalizada e ponderada por um coeficiente de valor complexo determinado pelo algoritmo para *beamforming*. A seguir, as tensões de cada elemento, após serem digitalizadas e ponderadas, são somadas entre si de modo que o diagrama de radiação do *phased array* durante a recepção resulte em um lobo de ganho máximo na direção de incidência da onda EM do eco.

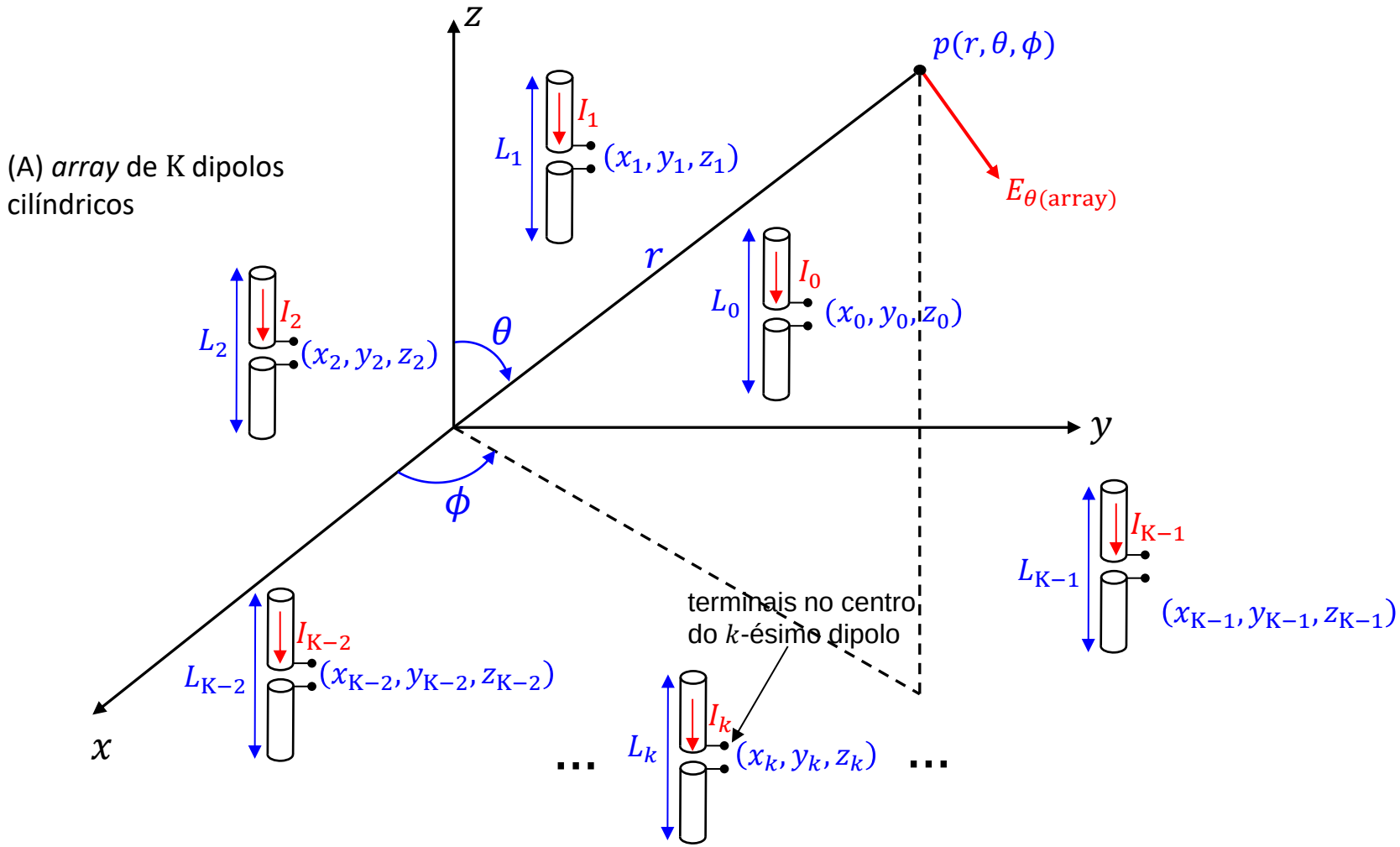
Em qualquer caso, transmissão ou recepção, o *beamformer* busca minimizar o ganho dos lobos secundários em relação ao ganho do lobo principal (ver slides 117 a 142 de https://www.fccdecastro.com.br/pdf/CE_Cap_II.1_II.5.pdf).

No caso de recepção sob *jamming* o *beamformer* modela adaptativamente o formato do diagrama de radiação do *phased array* de modo ao mesmo apresentar um nulo de ganho na direção do sinal do *jammer* (ver http://www.fccdecastro.com.br/pdf/PTRBFNNB.pdf).

O fator do *array* (*array factor* – ver https://www.antenna-theory.com/arrays/arrayfactor.php) é o fator AF que precisa multiplicar a expressão analítica $E_{\theta(\text{elemento})}(\theta,\phi)$ do campo elétrico irradiado individualmente pelos elementos do *array* para que o campo elétrico $E_{\theta(\text{array})}(\theta,\phi)$ irradiado pelo *phased array* seja determinado. Por exemplo, consideremos em (A) no próximo slide o *phased array* com K elementos do tipo dipolo cilíndrico paralelos ao eixo z, sendo o k-ésimo dipolo de tamanho L_k com centro em (x_k, y_k, z_k) percorrido pela corrente de radiação I_k, com $k = 0,1 \cdots \mathrm{K}-1$. A relação entre $E_{\theta(\text{array})}(\theta,\phi)$, AF e $E_{\theta(\text{elemento})}(\theta,\phi)$ é dada por (ver dedução analítica nos slides 55 a 68 de https://www.fccdecastro.com.br/pdf/CE_Cap_II.1_II.5.pdf):

$$E_{\theta(\text{array})}(\theta,\phi) = \underbrace{\sum_{k=0}^{\mathrm{K}-1} I_k e^{j\frac{2\pi}{\lambda}(x_k \sin\theta\cos\phi + y_k \sin\theta\sin\phi + z_k\cos\theta)}}_{AF} \underbrace{\left\{\frac{\cos\left(\frac{L_k}{\lambda}\pi\cos\theta\right) - \cos\left(\frac{\pi L_k}{\lambda}\right)}{\sin\theta}\right\}\frac{60}{r}\, e^{j\left(-\frac{2\pi}{\lambda}r + \frac{\pi}{2}\right)}}_{E_{\theta(\text{elemento})}(\theta,\phi)} \left[\frac{\mathrm{V}}{\mathrm{m}}\right] \quad (37)$$

A antena de um sistema de radar



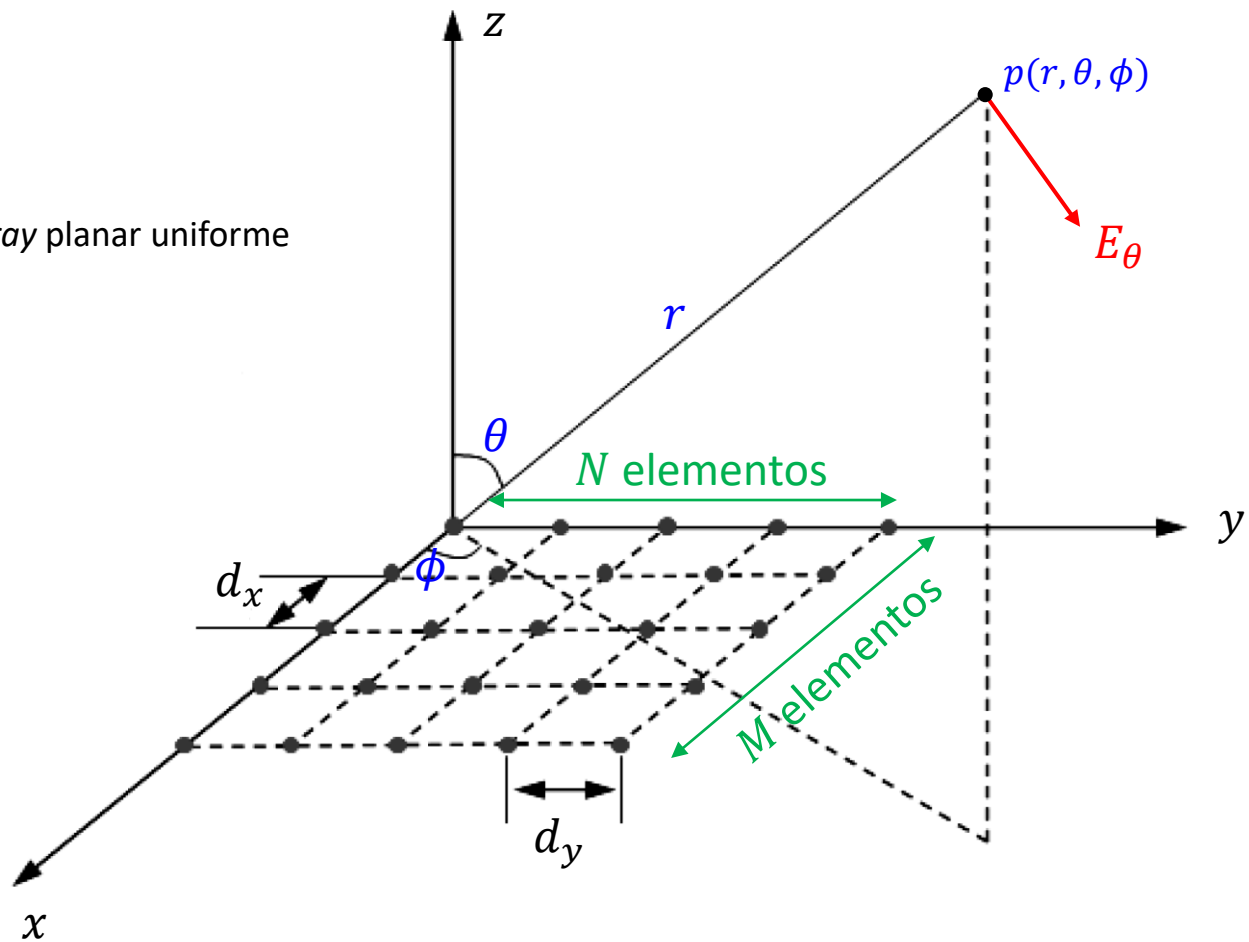
$$E_{\theta(\text{array})}(\theta,\phi) = \sum_{k=0}^{K-1} I_k e^{j\frac{2\pi}{\lambda}(x_k \sin\theta \cos\phi + y_k \sin\theta \sin\phi + z_k \cos\theta)} \left\{ \frac{\cos\left(\frac{L_k}{\lambda}\pi\cos\theta\right) - \cos\left(\frac{\pi L_k}{\lambda}\right)}{\sin\theta} \right\} \frac{60}{r}\, e^{j\left(-\frac{2\pi}{\lambda}r + \frac{\pi}{2}\right)} \quad \left[\frac{\text{V}}{\text{m}}\right]$$

onde $\lambda = c/f$ [m] é o comprimento de onda na frequência f [Hz] de operação do *array*, com $c = 2.9979246 \times 10^8$ [m/s] sendo a velocidade de propagação da onda EM no espaço livre.

A antena de um sistema de radar

O *phased array* planar uniforme mostrado em (A) abaixo, com M elementos e N elementos uniformemente distribuídos respectivamente ao longo dos eixos x e y, é um dos tipos de *array* mais comum em aplicações para radar. Assim como para um *phased array* linear, o *phased array* planar permite direcionar os ângulos de azimute e de elevação do lobo principal (*boresight*) de seu diagrama de radiação ajustando progressivamente o ângulo de fase da corrente em cada um de seus elementos (ver slides 114 a 116 de https://www.fccdecastro.com.br/pdf/CE_Cap_II.1_II.5.pdf).

(A) *array* planar uniforme



A antena de um sistema de radar

Para efeito de simplificação da análise, vamos considerar que os MN elementos do *phased array* planar uniforme mostrado em (A) no slide anterior são antenas isotrópicas. Esta simplificação é válida para radar porque o tipo de antena usualmente adotado como elemento do *array* planar uniforme exibe uma baixa diretividade, irradiando quase que uniformemente como uma antena isotrópica, como é o caso da *cavity-backed spiral* na tabela do slide 66 ($D_{\max} \approx 3$ [dB]). Lembre que a antena isotrópica é a antena de menor diretividade ($D = 0$ [dB]) dentre o universo de antenas. Uma antena isotrópica é uma antena que irradia uniformemente em todas as direções (θ, ϕ) do espaço $\mathbb{R}^3$, não focalizando energia em qualquer direção particular (https://en.wikipedia.org/wiki/Isotropic_radiator). O campo elétrico E_θ [V/m] gerado no espaço $\mathbb{R}^3$ a uma distância r[m] de um elemento isotrópico do *array,* sendo o elemento isotrópico alimentado por uma potência P [W], é dado por (ver discussão nos slides 33 a 35 de https://www.fccdecastro.com.br/pdf/CE_Cap_II.1_II.5.pdf):

$$E_{\theta(\text{elemento})}(\theta,\phi) = \frac{\sqrt{60P}}{r} e^{j\left(-\frac{2\pi}{\lambda}r + \angle I\right)} = |I| \frac{\sqrt{60R}}{r} e^{j\left(-\frac{2\pi}{\lambda}r + \angle I\right)} \left[\frac{\text{V}}{\text{m}}\right] \tag{38}$$

onde $\lambda = c/f$ [m] é o comprimento de onda na frequência f [Hz] de operação do radar, com $c = 2.9979246 \times 10^8$ [m/s] sendo a velocidade de propagação da onda EM no espaço livre, e onde $\angle I$ [rad] é a fase da corrente I[A] que gera a potência $P = R|I|^2$ [W] que alimenta o elemento isotrópico, sendo $R[\Omega]$ a resistência interna medida nos terminais através dos quais o elemento isotrópico é alimentado. Importante manter em mente que um irradiador isotrópico não é fisicamente realizável, sendo apenas um conceito matemático teórico que simplifica a análise de antenas.

Note que a magnitude $\left|E_{\theta(\text{elemento})}(\theta,\phi)\right| = |I| \frac{\sqrt{60R}}{r}$ [V/m] em (38) não varia com (θ, ϕ) , como é de se esperar para uma antena isotrópica que irradia uniformemente em todas as direções (θ, ϕ), e decai com o fator $1/r$ à medida que a onda EM se propaga até uma distância r do elemento. Note também que a fase $-\frac{2\pi}{\lambda}r + \angle I$ [rad] do campo E_θ da onda EM irradiada pela antena isotrópica varia diretamente com a distância r e com o ângulo de fase $\angle I$ [rad] da corrente I[A].

Neste contexto, a partir de (38) e com base no formato geral $E_{\theta(\text{array})}(\theta,\phi) = AF \cdot E_{\theta(\text{elemento})}(\theta,\phi)$ observado na equação (37) do slide 67 para um array de K dipolos, podemos escrever para um array de $\text{K} = MN$ antenas isotrópicas :

$$E_{\theta(\text{array})}(\theta,\phi) = \underbrace{\sum_{k=0}^{\text{K}-1} I_k e^{j\frac{2\pi}{\lambda}(x_k \sin\theta \cos\phi + y_k \sin\theta \sin\phi + z_k \cos\theta)}}_{AF} \underbrace{\frac{\sqrt{60R}}{r} e^{j\left(-\frac{2\pi}{\lambda}r\right)}}_{E_{\theta(\text{elemento})}(\theta,\phi)} \left[\frac{\text{V}}{\text{m}}\right] \tag{38A}$$

A antena de um sistema de radar

Alternativamente à equação (38A), o *array factor* AF de um *array* planar com M elementos e N elementos uniformemente distribuídos respectivamente ao longo dos eixos x e y, conforme (A) no slide 69, pode ser determinado a partir dos dois conjuntos de ULAs (ULA – *uniform linear array* – ver slides 102 a 113 de https://www.fccdecastro.com.br/pdf/CE_Cap_II.1_II.5.pdf) que estão implícitos no *array* planar.

Um conjunto de M ULAs, cada ULA com N elementos (cada N bolinhas pretas em uma linha paralela ao eixo y), é formado ao longo da direção x do *array* planar conforme (A) no slide 69.

Outro conjunto de N ULAs, cada ULA com M elementos (cada M bolinhas pretas em uma linha paralela ao eixo x), é formado ao longo da direção y do *array* planar.

Todos os elementos de cada ULA (e portanto todos os ULAs) são uniformemente distribuídos respectivamente ao longo dos eixos x e y.

Neste contexto, a componente $E_{\theta x}(\theta,\phi)$ do campo elétrico originado por cada um dos N ULAs de M elementos distribuídos em uma linha paralela ao eixo x e a componente $E_{\theta y}(\theta,\phi)$ do campo elétrico originado por cada um dos M ULAs de N elementos distribuídos em uma linha paralela ao eixo y é dado por:

$$E_{\theta x}(\theta,\phi) = \sum_{m=1}^{M} I_m^{(x)} e^{j(m-1)(\beta d_x \sin\theta \cos\phi - \beta d_x \sin\theta_0 \cos\phi_0)} \tag{39}$$

$$E_{\theta y}(\theta,\phi) = \sum_{n=1}^{N} I_n^{(y)} e^{j(n-1)(\beta d_y \sin\theta \sin\phi - \beta d_y \sin\theta_0 \sin\phi_0)} \tag{40}$$

onde $I_m^{(x)}$ é o fasor (magnitude e fase) da corrente do m-ésimo elemento ao longo da direção x, $I_n^{(y)}$ é o fasor (magnitude e fase) da corrente do n-ésimo elemento ao longo da direção y, $\beta = 2\pi/\lambda$ é a constante de propagação da onda EM , θ_0 é o ângulo θ de posicionamento angular desejado para o *boresight* (lobo principal) do diagrama de radiação e ϕ_0 é o ângulo ϕ de posicionamento angular desejado para o *boresight* (lobo principal) do diagrama de radiação.

A antena de um sistema de radar

Dado que cada um dos MN elementos do *array* planar formado por elementos isotrópicos mostrado em (A) no slide 69 está presente tanto no respectivo ULA formado ao longo do eixo x como também no respectivo ULA formado ao longo do eixo y , o campo elétrico total $E_\theta(\theta,\phi)$ resultante dos campos $E_{\theta x}(\theta,\phi)$ e $E_{\theta y}(\theta,\phi)$ gerados pelos respectivos ULAs alinhados aos eixos x e y (sendo os ULAs, portanto, ortogonais entre si) é obtido do produto de (39) por (40):

$$E_\theta(\theta,\phi) = \left(\sum_{m=1}^{M} I_m^{(x)} e^{j(m-1)(\beta d_x \sin\theta \cos\phi - \beta d_x \sin\theta_0 \cos\phi_0)}\right)\left(\sum_{n=1}^{N} I_n^{(y)} e^{j(n-1)(\beta d_y \sin\theta \sin\phi - \beta d_y \sin\theta_0 \sin\phi_0)}\right) \quad (41)$$

Para efeito de simplificação da análise, vamos assumir que o controlador do *phased array* receba do *beamformer* um conjunto de comandos de modo que a magnitude da corrente em cada elemento seja igual à magnitude de todas as demais correntes no *array* planar uniforme e todas elas sejam iguais a um valor único I_u , i.e, $I_m^{(x)} = I_n^{(y)} = I_u$. Nesta situação o *array factor* do campo elétrico total $E_\theta(\theta,\phi)$ dado por (41) simplifica para

$$E_\theta(\theta,\phi) = \left(\frac{1}{M}\frac{\sin\left(\frac{M}{2}\psi_x\right)}{\sin\left(\frac{\psi_x}{2}\right)}\right)\left(\frac{1}{N}\frac{\sin\left(\frac{N}{2}\psi_y\right)}{\sin\left(\frac{\psi_y}{2}\right)}\right) \quad (42)$$

onde

$$\psi_x = \beta d_x \sin\theta \cos\phi - \beta d_x \sin\theta_0 \cos\phi_0 \ \text{[rad]} \quad (43)$$

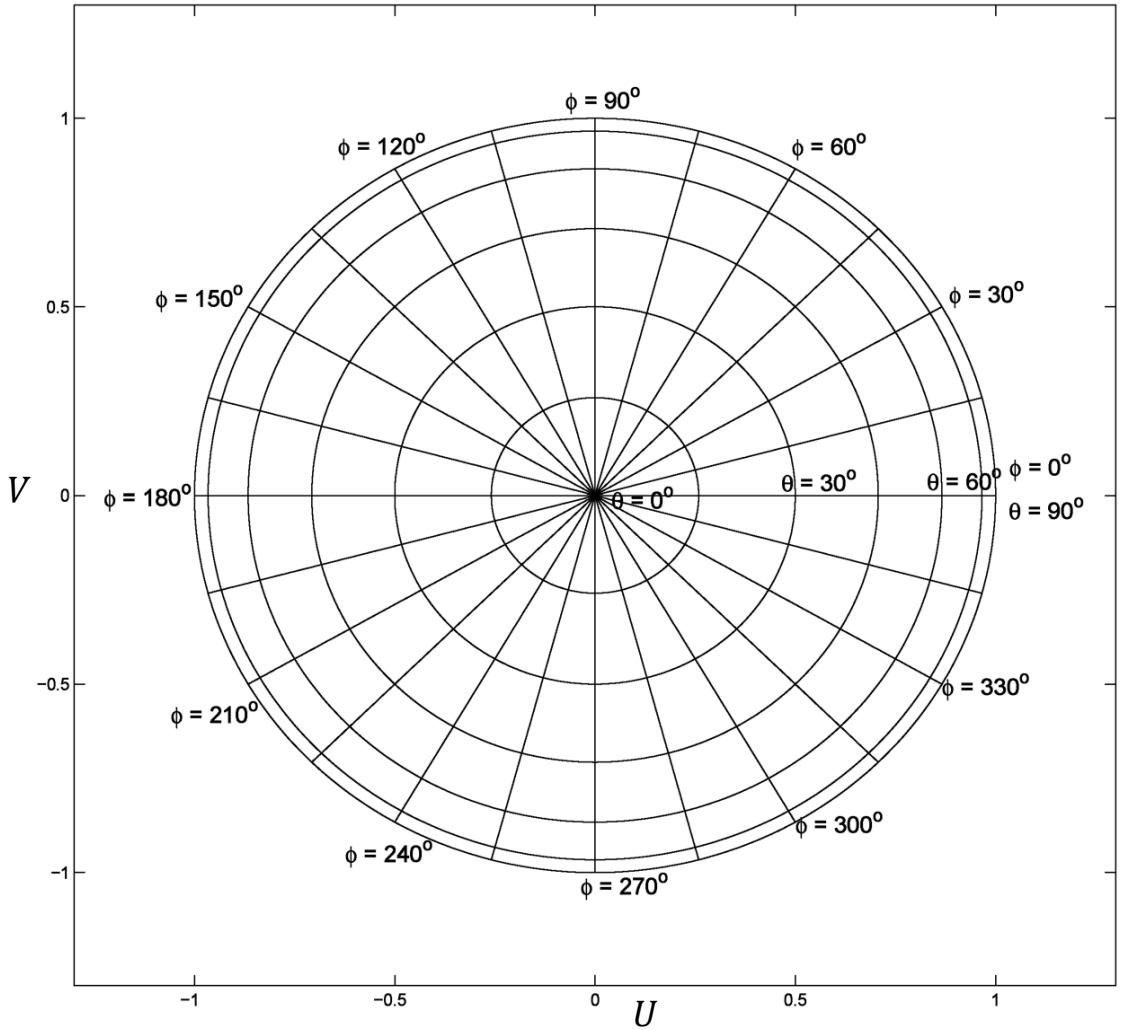
$$\psi_y = \beta d_y \sin\theta \sin\phi - \beta d_y \sin\theta_0 \sin\phi_0 \ \text{[rad]} \quad (44)$$

sendo $\beta = 2\pi/\lambda$ a constante de propagação da onda EM, θ_0 é o ângulo θ de posicionamento angular desejado para o *boresight* (lobo principal) do diagrama de radiação e ϕ_0 é o ângulo ϕ de posicionamento angular desejado para o *boresight* (lobo principal) do diagrama de radiação.

Note que (42) considera que para um *array* planar uniforme formado por elementos isotrópicos idênticos o campo elétrico gerado pelo *array* planar é dado pelo próprio *array factor* AF, a menos de uma constante de amplitude que depende da corrente nos elementos.

A antena de um sistema de radar

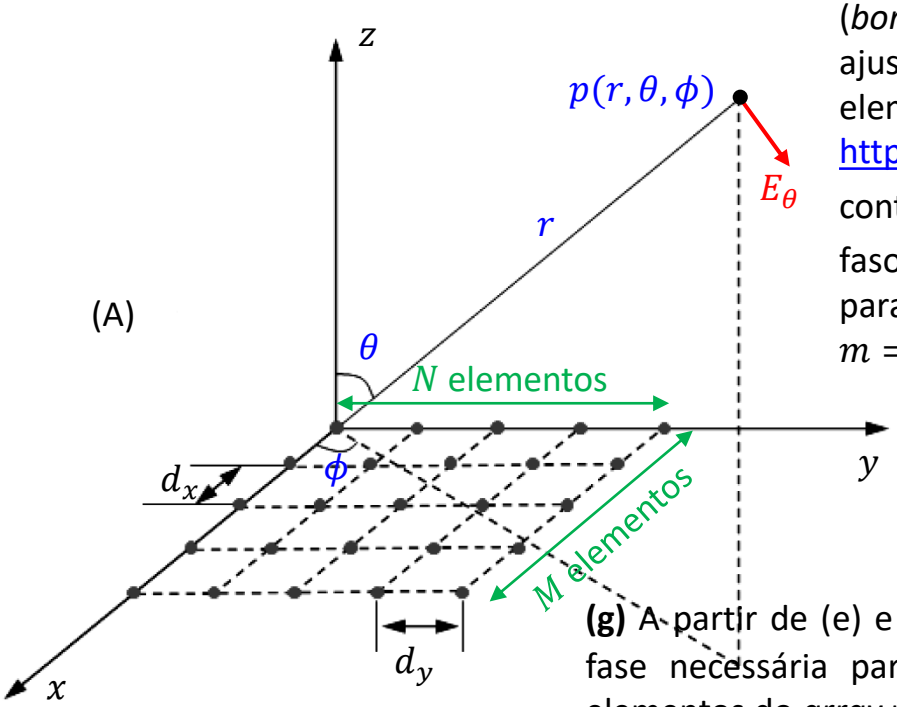
Para o caso de um *array* planar é usual expressar o campo elétrico total $E_\theta(\theta,\phi)$ no espaço UV, i.e., $E_\theta(U,V)$. Informalmente falando, o gráfico da magnitude de $E_\theta(U,V)$ pode ser interpretado como sendo uma tela de projeção colocada na frente do plano xy do *array* planar, em que a imagem projetada nesta tela é gerada por um projetor multimídia que é representado pelo *phased array*. O espaço UV representa a projeção no plano xy de cada ponto $p(r=1,\theta,\phi)$ do espaço $\mathbb{R}^3$ (ver páginas 38 e 39 de http://www.fccdecastro.com.br/pdf/ATFSA.pdf). Em (A) abaixo é mostrado o mapeamento entre o domínio (θ,ϕ) e o domínio (U,V):



A antena de um sistema de radar

Exemplo 13: Um radar opera em $f = 10$ [GHz] e utiliza como antena um *phased array* planar uniforme, conforme mostrado em (A) abaixo. Os elementos do *array* podem ser aproximados por antenas isotrópicas todos eles excitados por correntes de igual magnitude e fase. O número de elementos do *array* ao longo das direções x e y é respectivamente $M = 29$ e $N = 25$ e a distância entre os elementos é respectivamente $d_x = \lambda/4$ e $d_y = \lambda/2$, onde $\lambda = c/f$ [m] é o comprimento de onda na frequência f [Hz] de operação do radar, com $c = 2.9979246 \times 10^8$ [m/s] sendo a velocidade de propagação da onda EM no espaço livre. **Pede-se: (a)** Determine e plote o gráfico da magnitude $|E_\theta(U,V)|$ do campo elétrico irradiado no espaço UV pelo *phased array*. **(b)** Determine e plote no plano E o gráfico da magnitude $|E_\theta|$ em função do ângulo a partir da normal ao plano xy do *array* (ver https://en.wikipedia.org/wiki/E-plane_and_H-plane). **(c)** Determine e plote no plano H o gráfico da magnitude $|E_\theta|$ em função do ângulo a partir da normal ao plano xy do *array*. **(d)** Supondo que o controlador do *phased array* receba do *beamformer* o comando para posicionar o lobo principal (*boresight*) do diagrama de radiação em $\theta_0 = 30°$ e $\phi_0 = 60°$, determine e plote o gráfico da magnitude $|E_\theta(U,V)|$ do campo elétrico irradiado no espaço UV pelo *phased array*.

(A)



(e) Os ângulos θ_0 e ϕ_0 de posicionamento do lobo principal (*boresight*) do diagrama de radiação dados em (d) resultam de um ajuste progressivo do ângulo de fase das correntes em cada um dos elementos do *phased array* (ver slides 114 a 116 de https://www.fccdecastro.com.br/pdf/CE_Cap_II.1_II.5.pdf). Neste contexto, determine a fase $\angle\dot{\mathbf{I}}_m^{(x)}$ necessária para cada um dos M fasores de corrente $\dot{\mathbf{I}}_m^{(x)}$ respectivos aos M elementos na direção x para que o lobo principal se posicione nos ângulos θ_0 e ϕ_0 , com $m = 1,2 \cdots M$.

(f) No mesmo contexto de (e), determine a fase $\angle\dot{\mathbf{I}}_n^{(y)}$ necessária para cada um dos N fasores de corrente $\dot{\mathbf{I}}_n^{(y)}$ respectivos aos N elementos na direção y para que o lobo principal se posicione nos ângulos θ_0 e ϕ_0 , com $n = 1,2 \cdots N$.

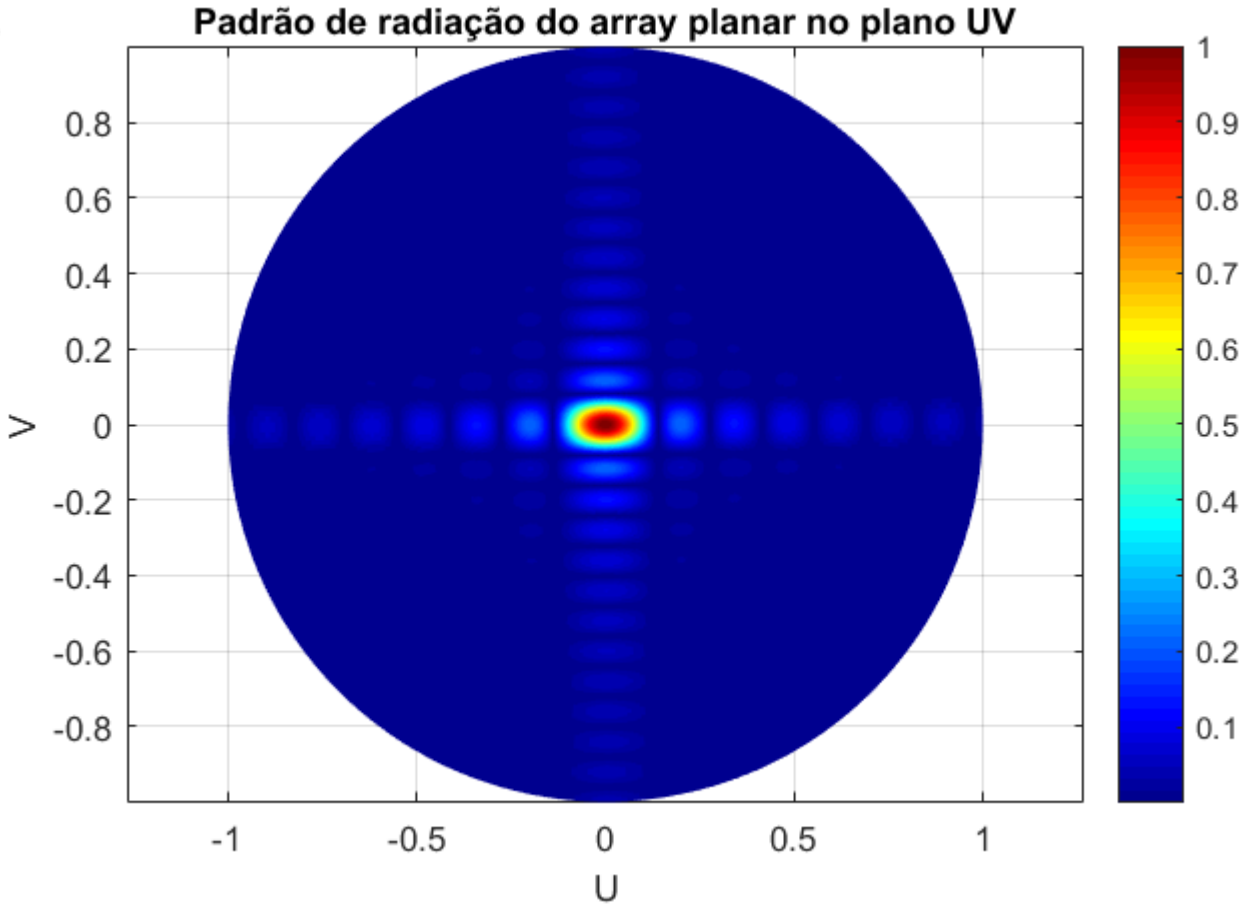
(g) A partir de (e) e (f) determine a matriz $\angle\dot{\mathbf{I}}_{n,m}^{(y,x)}$ de tamanho $N \times M$ que define a fase necessária para cada um dos fasores de corrente respectivos aos $N \times M$ elementos do *array* para efeito de o lobo principal se posicionar nos ângulos θ_0 e ϕ_0 .

A antena de um sistema de radar

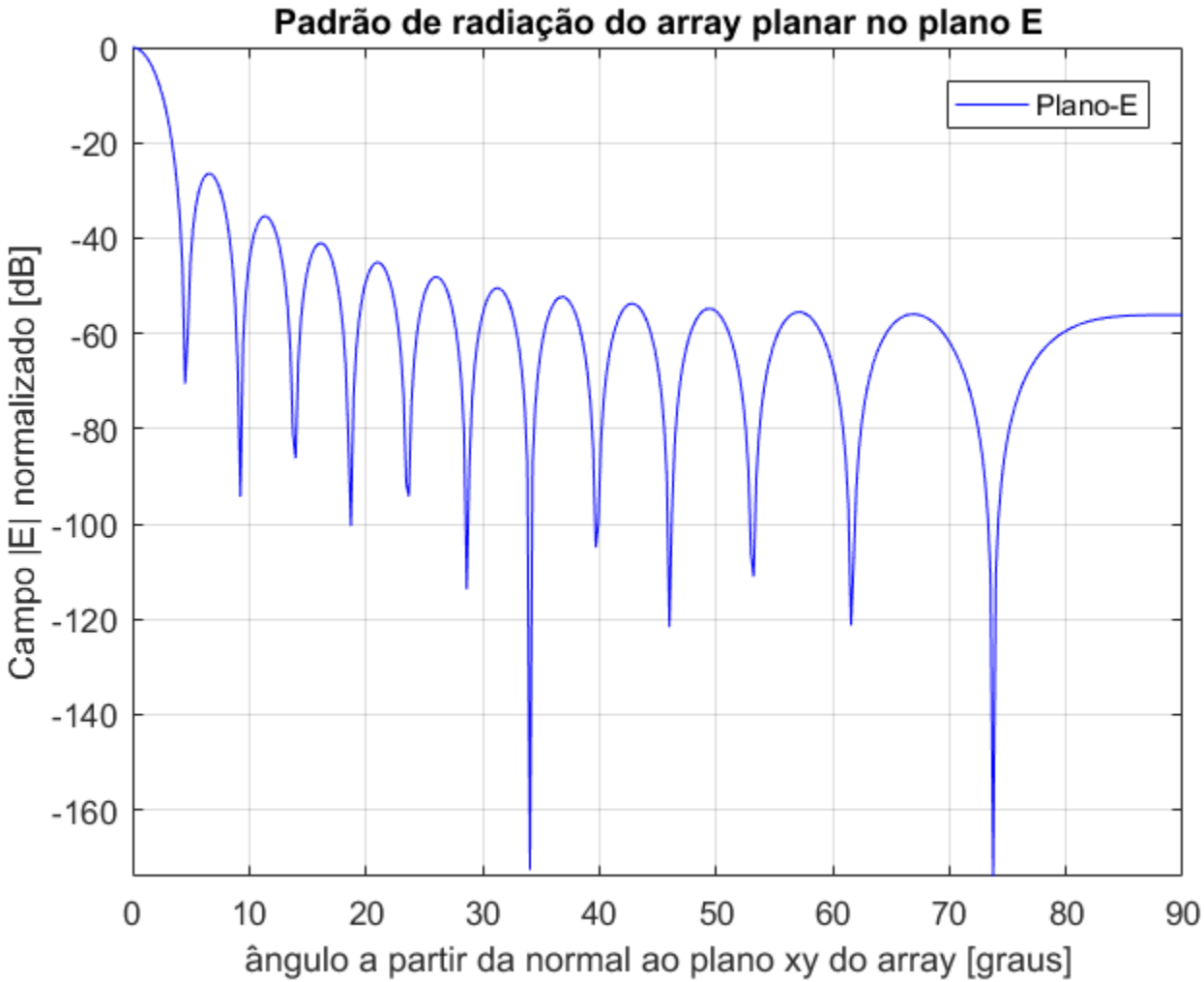
Solução:

Para a solução deste exemplo vamos usar o *script* Matlab Exemplo13.m e funções associadas disponíveis em https://www.fccdecastro.com.br/ZIP/TR_C2_E13S74.zip **(ler com atenção os comentários no *script* Matlab Exemplo13.m bem como nos *scripts* .m das funções associadas**).

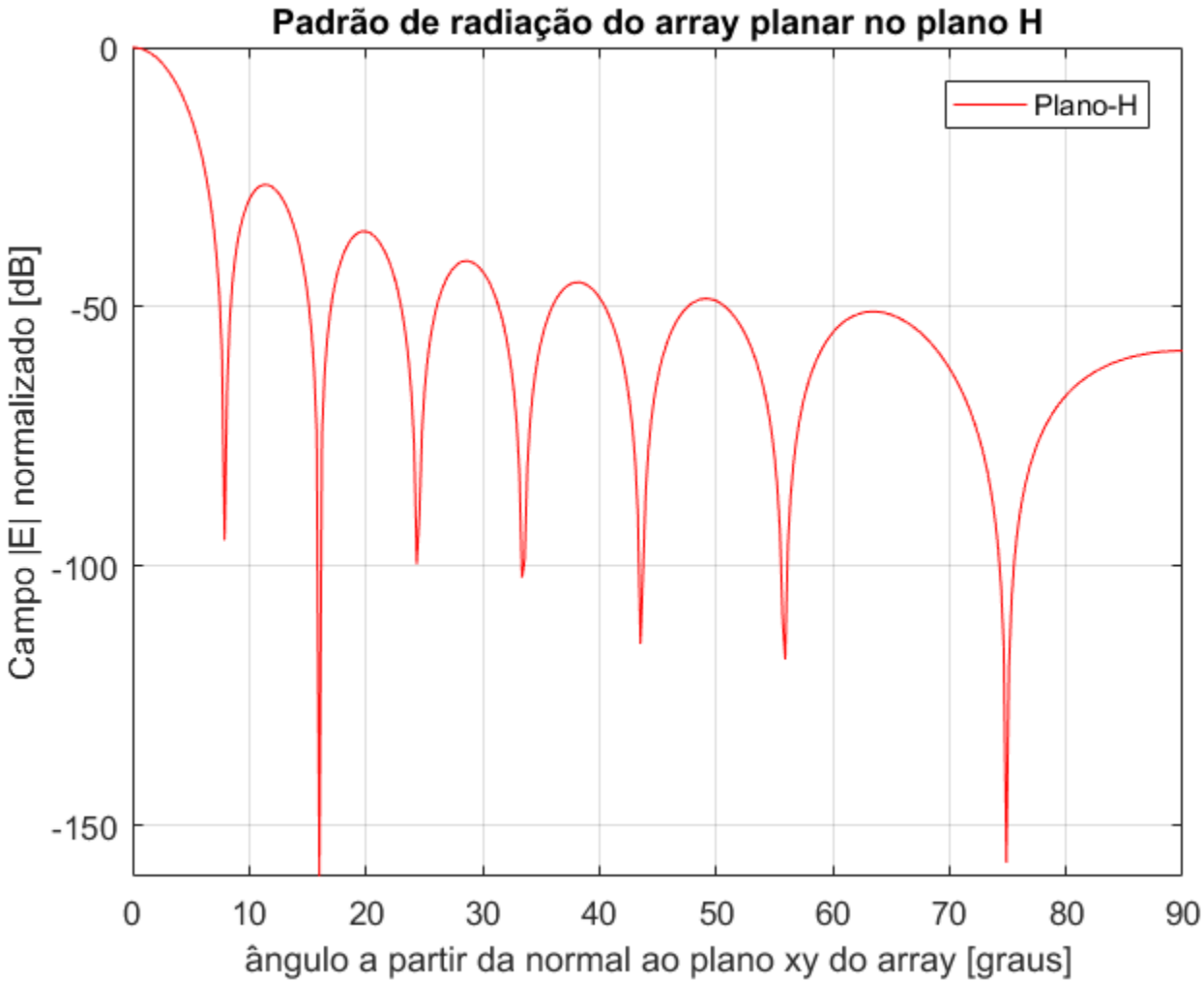
(a)



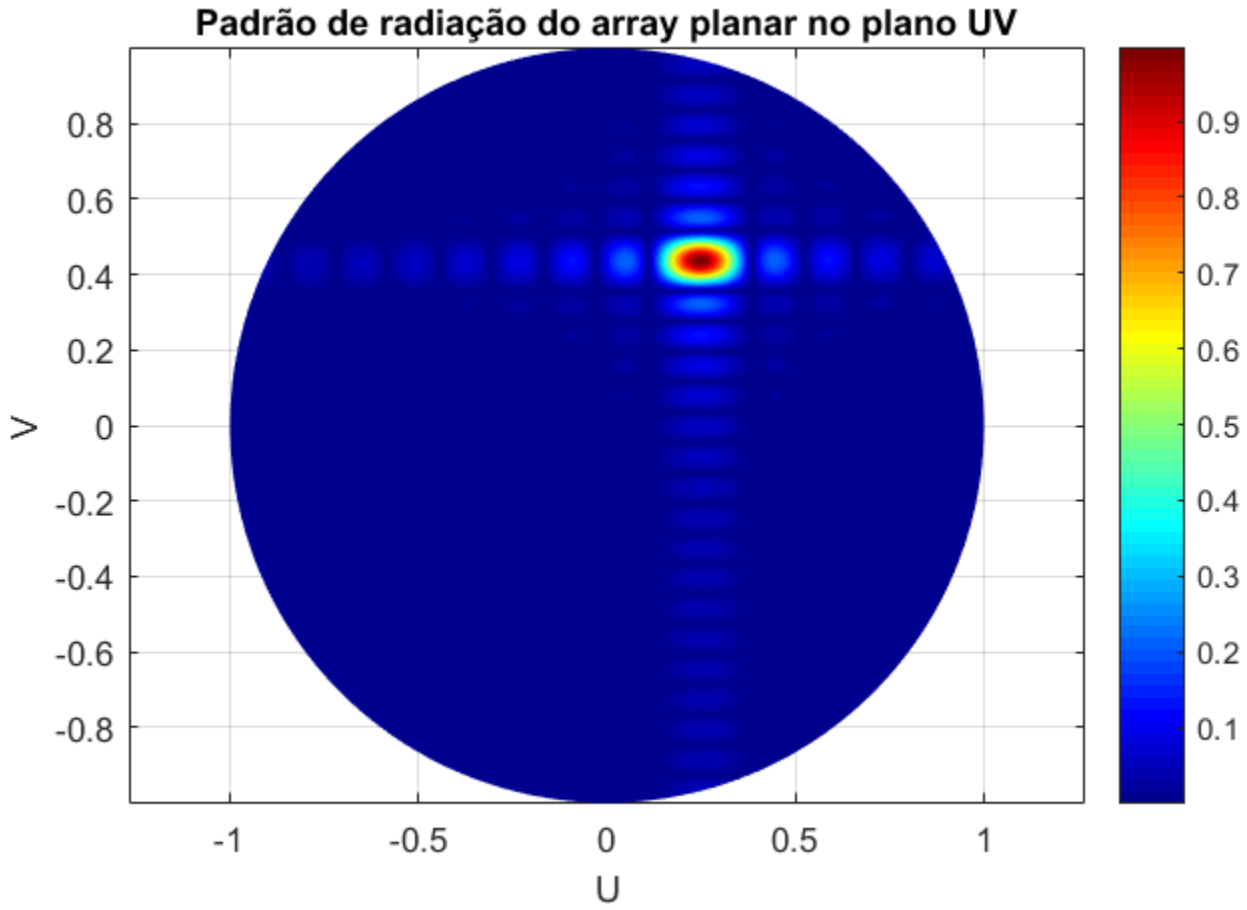
(b)


Padrão de radiação do array planar no plano E
Plano-E
Campo |E| normalizado [dB]
0
-20
-40
-60
-80
-100
-120
-140
-160
0
10
20
30
40
50
60
70
80
90
ângulo a partir da normal ao plano xy do array [graus]

(c)


Padrão de radiação do array planar no plano H
Plano-H
Campo |E| normalizado [dB]
0
-50
-100
-150
0
10
20
30
40
50
60
70
80
90
ângulo a partir da normal ao plano xy do array [graus]

(d)


Padrão de radiação do array planar no plano UV
0.8
0.6
0.4
0.2
0
-0.2
-0.4
-0.6
-0.8
V
-1
-0.5
0
0.5
1
U
0.9
0.8
0.7
0.6
0.5
0.4
0.3
0.2
0.1

(e) A equação (39) no slide 71 pode ser re-escrita como

$$E_{\theta x}(\theta,\phi) = \sum_{m=1}^{M} I_m^{(x)} e^{j(m-1)(\beta d_x \sin\theta \cos\phi - \beta d_x \sin\theta_0 \cos\phi_0)} = \sum_{m=1}^{M} I_m^{(x)}\, e^{j(m-1)(-\beta d_x \sin\theta_0 \cos\phi_0)} e^{j(\beta d_x \sin\theta \cos\phi)} =$$

$$= \sum_{m=1}^{M} \dot{\mathbf{I}}_m^{(x)}\, e^{j(\beta d_x \sin\theta \cos\phi)} \qquad (45)$$

onde

$$\dot{\mathbf{I}}_m^{(x)} = I_m^{(x)} e^{j(m-1)(-\beta d_x \sin\theta_0 \cos\phi_0)} \quad \text{[A]} \qquad (46)$$

é o fasor da corrente do m-ésimo elemento ao longo da direção x, sendo $I_m^{(x)}$ a magnitude $\left|\dot{\mathbf{I}}_m^{(x)}\right|$ do fasor e sendo

$$\angle\dot{\mathbf{I}}_m^{(x)} = (m-1)(-\beta d_x \sin\theta_0 \cos\phi_0) \quad \text{[rad]} \qquad (47)$$

o seu ângulo de fase, com $m = 1,2 \cdots M$. $\beta = 2\pi/\lambda$ é a constante de propagação da onda EM , θ_0 é o ângulo θ de posicionamento angular desejado para o *boresight* (lobo principal) do diagrama de radiação e ϕ_0 é o ângulo ϕ de posicionamento angular desejado para o *boresight* (lobo principal) do diagrama de radiação. Para os ângulos $\theta_0 = 30°$ e $\phi_0 = 60°$, para $d_x = \lambda/4$ e para $\beta = 2\pi/\lambda = 2\pi f/c$ com $f = 10$ [GHz], conforme especificado no enunciado, a equação (47) resulta em $M = 29$ ângulos de fase progressivamente adicionados de $-22.5°$ a partir de $0°$:

$$\angle\dot{\mathbf{I}}_m^{(x)} = \{0°, -22.5°, -45°, -67.5°, -90.0° \cdots - 630°\}$$

(f) A equação (40) no slide 71 pode ser re-escrita como

$$E_{\theta y}(\theta,\phi)=\sum_{n=1}^{N} I_n^{(y)} e^{j(n-1)(\beta d_y \sin\theta \sin\phi-\beta d_y \sin\theta_0 \sin\phi_0)}=\sum_{n=1}^{N} I_n^{(y)} e^{j(n-1)(-\beta d_y \sin\theta_0 \sin\phi_0)} e^{j(\beta d_y \sin\theta \cos\phi)}=$$

$$=\sum_{n=1}^{N} \dot{\mathbf{I}}_n^{(y)}\, e^{j(\beta d_y \sin\theta \cos\phi)} \qquad (48)$$

onde

$$\dot{\mathbf{I}}_n^{(y)}=I_n^{(y)} e^{j(n-1)(-\beta d_y \sin\theta_0 \sin\phi_0)} \quad \text{[A]} \qquad (49)$$

é o fasor da corrente do n-ésimo elemento ao longo da direção y, sendo $I_n^{(y)}$ a magnitude $\left|\dot{\mathbf{I}}_n^{(y)}\right|$ do fasor e sendo

$$\angle\dot{\mathbf{I}}_n^{(y)}=(n-1)\left(-\beta d_y \sin\theta_0 \sin\phi_0\right) \quad \text{[rad]} \qquad (50)$$

o seu ângulo de fase, com $n=1,2\cdots N$. $\beta=2\pi/\lambda$ é a constante de propagação da onda EM, θ_0 é o ângulo θ de posicionamento angular desejado para o *boresight* (lobo principal) do diagrama de radiação e ϕ_0 é o ângulo ϕ de posicionamento angular desejado para o *boresight* (lobo principal) do diagrama de radiação. Para os ângulos $\theta_0=30°$ e $\phi_0=60°$, para $d_y=\lambda/2$ e para $\beta=2\pi/\lambda=2\pi f/c$ com $f=10$ [GHz] , conforme especificado no enunciado, a equação (50) resulta em $N=25$ ângulos de fase progressivamente adicionados de $-77.9423°$ a partir de $0°$:

$$\angle\dot{\mathbf{I}}_n^{(y)}=\{0°,-77.9423°,-155.885°,-233.827°,-311.769°\ \cdots-1870.61°\}$$

(g) Dos resultados de (e) e (f), temos:

$$\angle \dot{\mathbf{I}}_m^{(x)} = \{0°, -22.5°, -45°, -67.5°, -90.0° \cdots - 630°\} \qquad m = 1,2 \cdots M$$

$$\angle \dot{\mathbf{I}}_n^{(y)} = \{0°, -77.9423°, -155.885°, -233.827°, -311.769° \cdots - 1870.61°\} \qquad n = 1,2 \cdots N$$

Organizando $\angle \dot{\mathbf{I}}_m^{(x)}$ e $\angle \dot{\mathbf{I}}_n^{(y)}$ conjuntamente em uma matriz $\angle \dot{\mathbf{I}}_{n,m}^{(y,x)}$ de tamanho $N \times M$, obtemos:

$\angle \dot{\mathbf{I}}_{n,m}^{(y,x)} =$

$0°$	$-22.5°$	$-45°$	$-67.5°$	$-90.0°$	$\cdots$	$-630°$
$-77.9423°$	$-22.5° +(-77.9423°)$	$-45° +(-77.9423°)$	$-67.5° +(-77.9423°)$	$-90.0° +(-77.9423°)$	$\cdots$	$-630° +(-77.9423°)$
$-155.885°$	$-22.5° +(-155.885°)$	$-45° +(-155.885°)$	$-67.5° +(-155.885°)$	$-90.0° +(-155.885°)$	$\cdots$	$-630° +(-155.885°)$
$-233.827°$	$-22.5° +(-233.827°)$	$-45° +(-233.827°)$	$-67.5° +(-233.827°)$	$-90.0° +(-233.827°)$	$\cdots$	$-630° +(-233.827°)$
$-311.769°$	$-22.5° +(-311.769°)$	$-45° +(-311.769°)$	$-67.5° +(-311.769°)$	$-90.0° +(-311.769°)$	$\cdots$	$-630° +(-311.769°)$
$\vdots$	$\vdots$	$\vdots$	$\vdots$	$\vdots$	$\cdots$	$\vdots$
$-1870.61°$	$-22.5° +(-1870.61°)$	$-45° +(-1870.61°)$	$-67.5° +(-1870.61°)$	$-90.0° +(-1870.61°)$	$\cdots$	$-630° +(-1870.61°)$

A matriz $\angle \dot{\mathbf{I}}_{n,m}^{(y,x)}$ acima, de tamanho $N \times M$, define o ângulo de fase necessário para cada um dos fasores de corrente respectivos aos $N \times M$ elementos isotrópicos do *array* para efeito de o lobo principal *(boresight)* do diagrama de radiação do *array* se posicionar nos ângulos $\theta_0 = 30°$ e $\phi_0 = 60°$.

O TX e o RX de um sistema de radar

A absoluta maioria dos sistemas de radar atuais são sistemas coerentes, i.e., o sistema detecta a cada instante t a amplitude e a fase da onda EM do eco do alvo, representados pela sequência de amostras complexas $\mathrm{x[n]} = \mathrm{I}[n] + j\mathrm{Q}[n]$, denominadas de símbolos IQ, resultantes na saída do bloco *down-converter* no slide 2 do Cap I.1 (ver também discussão nos slides 51 a 54 do Cap I.5).

Há duas arquiteturas básicas p/ sistemas coerentes: (1) super–heteródina e (2) homódina (=conversão direta).

Em sistemas super–heteródinos, cuja arquitetura é mostrada no diagrama do slide 83, o espectro do sinal de RF recebido pelo *front end* analógico do RX é primeiramente transladado pelo "mixer" para uma frequência intermediária FI e a seguir é convertido para banda–base (símbolos IQ) pelo "IQ demodulator". Os símbolos IQ analógicos resultantes na saída do "IQ demodulator" são então digitalizados em palavras binárias pelos respectivos "ADCs". No TX, as palavras binárias correspondentes aos símbolos IQ são convertidas pelos "DACs" para os respectivos sinais analógicos I e Q, sendo o espectro em banda–base dos símbolos IQ primeiramente transladado para uma frequência intermediária FI pelo "IQ modulator" e a seguir é transladado pelo "mixer" para a frequência de RF de operação do radar.

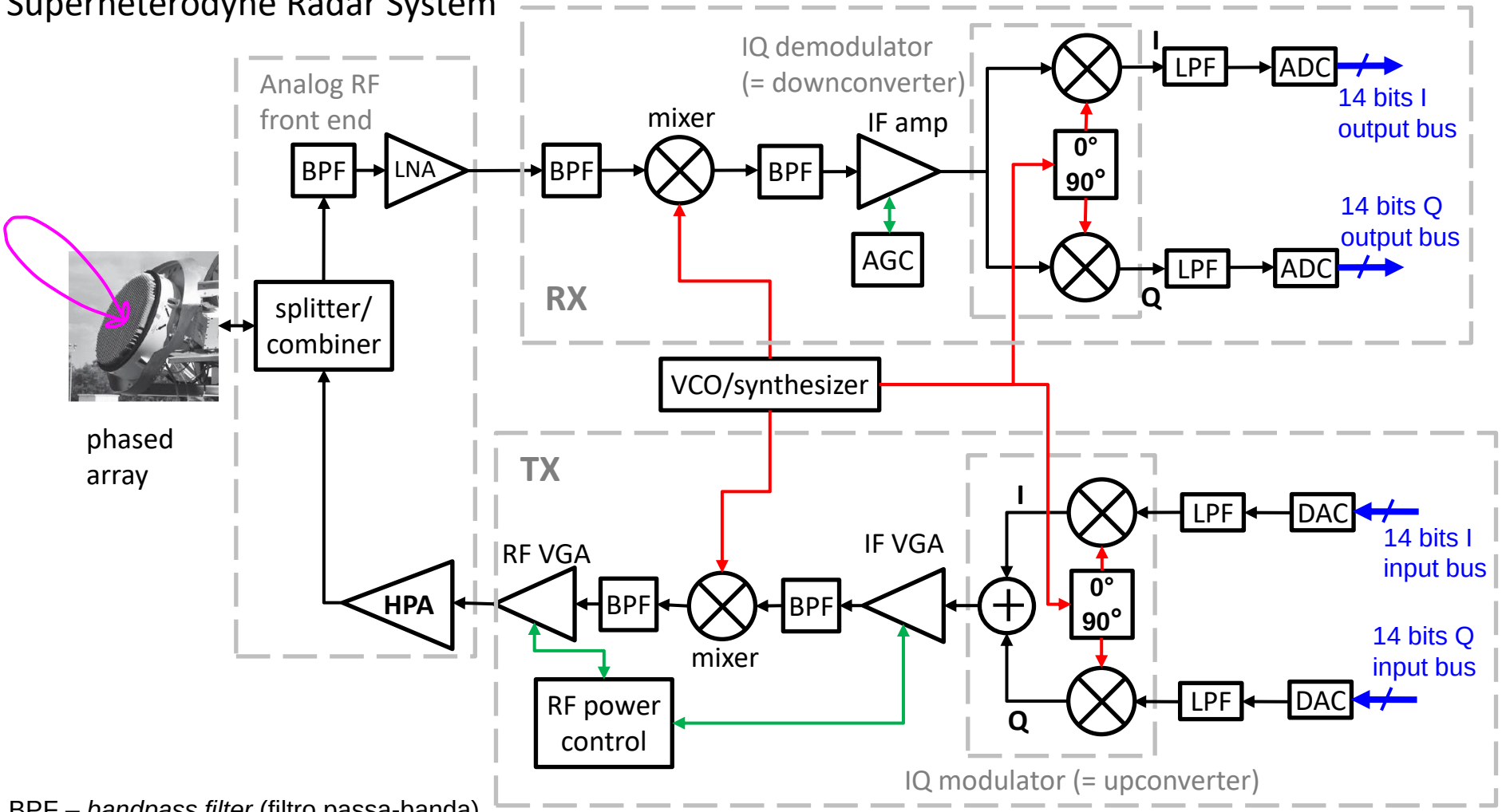
Em sistemas de conversão direta (= sistemas homódinos), cuja arquitetura é mostrada no diagrama do slide 84, o espectro do sinal de RF analógico é diretamente transladado para banda–base no RX e vice–versa no TX, sem utilizar uma frequência FI intermediária .

Em ambas arquiteturas o "VCO/synthesizer" (às vezes referido como STALO – *stable local oscillator* – ver https://www.fccdecastro.com.br/pdf/STALOFS.pdf) é comum aos blocos funcionais do TX e RX de modo a garantir a coerência de fase entre os sinais analógicos processados em cada bloco.

Em ambas arquiteturas as palavras binárias I e Q na saída dos "ADCs" do RX são os dados de entrada para o processamento em banda–base (processamento Doppler, compressão de pulso, detecção, *tracking*, etc...) efetuado pelo bloco "DSP" no diagrama do slide 2 do Cap I, processamento já discutido no referido capítulo. De mesma forma, as palavras binárias I e Q na entrada dos "DACs" do TX são os dados de saída do processamento em banda–base que gera a *waveform* a ser transmitida pelo TX para efeito de viabilizar o processamento em banda–base efetuado no RX (processamento Doppler, compressão de pulso, detecção, *tracking*, etc...) . O processamento digital em banda–base efetuado no RX e no TX é usualmente implementado em microprocessadores, lógica programável (FPGA) ou em ambos. Os blocos de processamento digital do TX e RX devem todos operar sob um *clock* comum com fase amarrada ao sinal do "VCO/synthesizer", de modo a garantir a coerência de fase entre os sinais digitalmente processados em cada bloco.

O TX e o RX de um sistema de radar

Superheterodyne Radar System

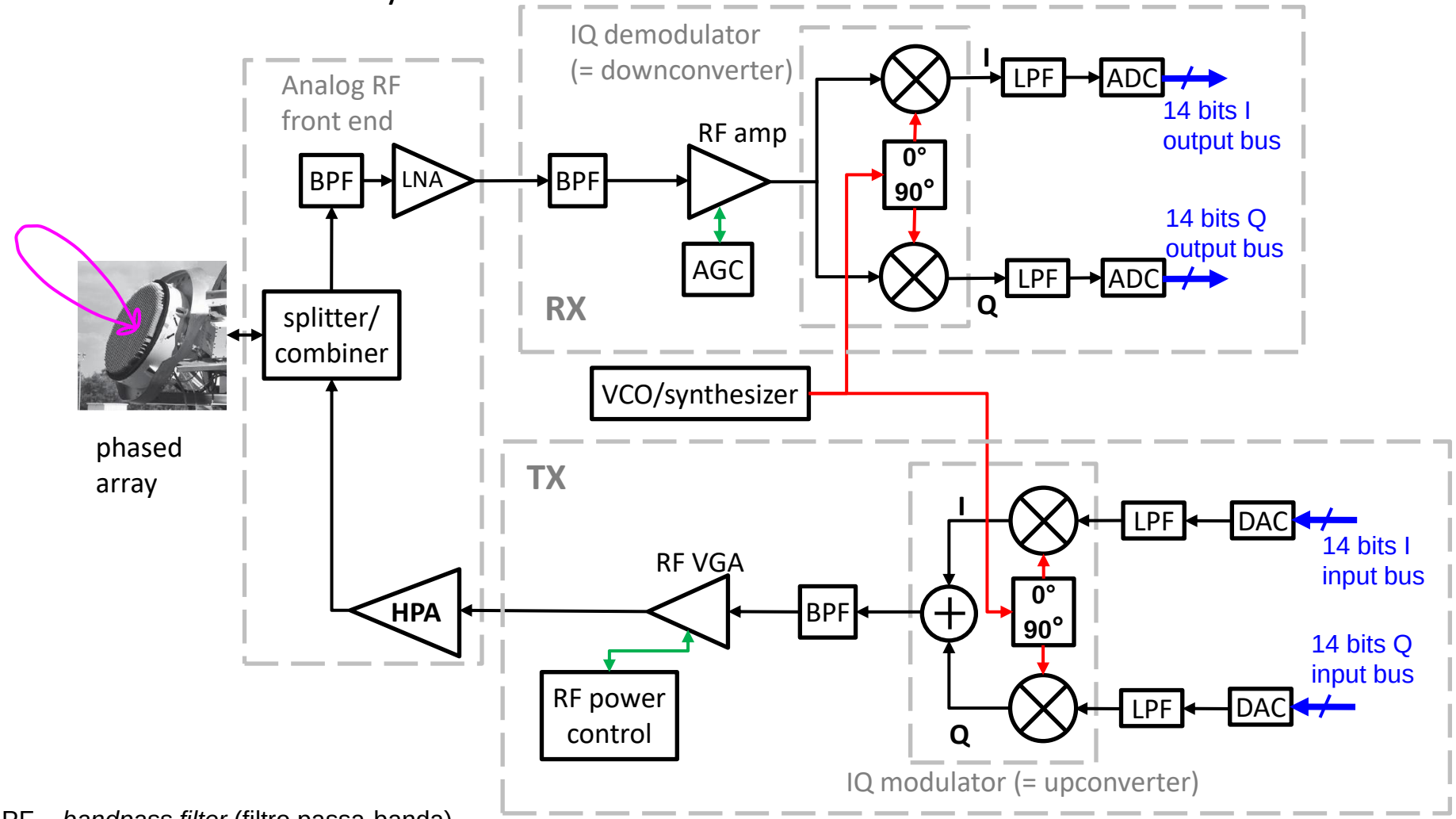


BPF – *bandpass filter* (filtro passa-banda)
LNA – *low noise amplifier* (amplificador de baixo ruído)
VGA – *variable gain amplifier* (amplificador de ganho variável)
IF amp – *intermediate frequency amplifier* (amplificador de FI)
AGC – *automatic gain control* (controle automático de ganho)
LPF – *low pass filter* (filtro passa baixa)
ADC – *Analog-to-digital converter* (conversor A/D)

HPA – *high power amplifier* (amplificador de potência)
DAC – *Digital-to-analog converter* (conversor D/A)
IF – *intermediate frequency* (frequência intermediária FI)
VCO – *voltage-controlled oscillator* (oscilador controlado por tensão)

O TX e o RX de um sistema de radar

Direct Conversion Radar System



BPF – *bandpass filter* (filtro passa-banda)
LNA – *low noise amplifier* (amplificador de baixo ruído)
VGA – *variable gain amplifier* (amplificador de ganho variável)
AGC – *automatic gain control* (controle automático de ganho)
LPF – *low pass filter* (filtro passa baixa)
ADC – *Analog-to-digital converter* (conversor A/D)

HPA – *high power amplifier* (amplificador de potência)
DAC – *Digital-to-analog converter* (conversor D/A)
VCO – *voltage-controlled oscillator* (oscilador controlado por tensão)

O TX e o RX de um sistema de radar

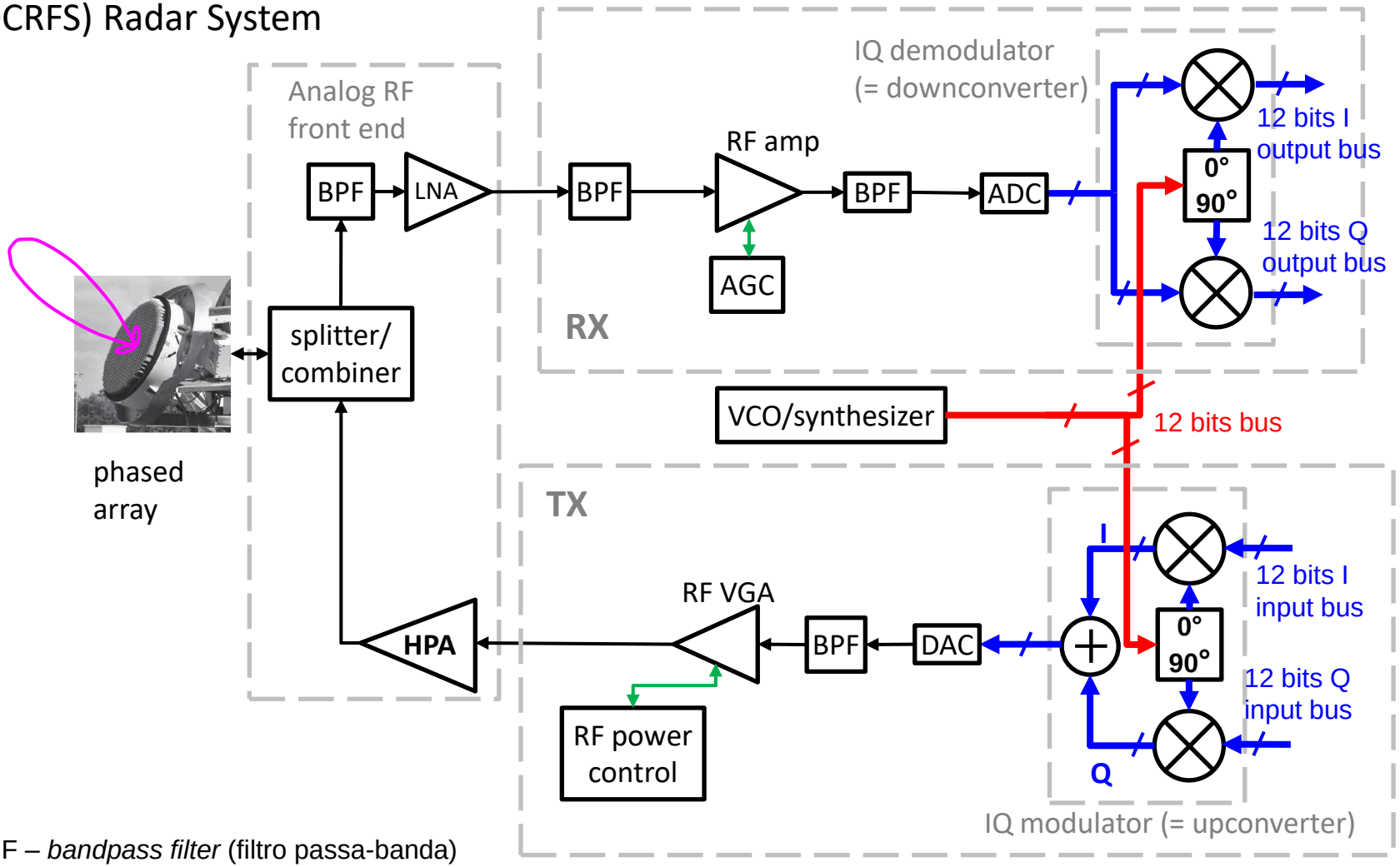
No âmbito específico de antenas *phased-arrays* e *beamforming*, a tendência tecnológica é a implementação do *hardware* através de módulos de recepção/transmissão (TRMs - https://www.microwaves101.com/encyclopedias/transmit-receive-modules), CIs monolíticos p/ microondas (MMICs – https://en.wikipedia.org/wiki/Monolithic_microwave_integrated_circuit), e CIs de sinal misto (analógico-digital) – https://en.wikipedia.org/wiki/Mixed-signal_integrated_circuit.

Diferentemente do radares não–coerentes, cujo HPA é usualmente baseado em uma válvula termiônica do tipo magnetron (ver https://www.radartutorial.eu/08.transmitters/Magnetron.en.html e ver capitulo "7 Relativistic Magnetrons and MILOS" em https://www.fccdecastro.com.br/pdf/HPM2.pdf), o HPA de um radar coerente pode adotar dispositivos de estado sólido do tipo transistores LDMOS (https://www.fccdecastro.com.br/pdf/LDMOS12GHz.pdf) ou transistores de nitreto de gálio GaN (https://www.fccdecastro.com.br/pdf/igt9010m50.pdf) até uma frequência de aproximadamente 12 [GHz], notando que dispositivos GaN permitem obter maior potência que o LDMOS em uma menor área de substrato. Para frequências mais altas e potências maiores é usual o HPA de um radar coerente adotar uma válvula termiônica do tipo *Traveling Wave Tube* (TWT - ver https://www.radartutorial.eu/08.transmitters/Traveling%20Wave%20Tube.en.html e ver seção “8.4.3 TWTs” em https://www.fccdecastro.com.br/pdf/HPM2.pdf).

Uma tendência em sistemas de radar é a arquitetura de conversão direta com o “ADC” sendo posicionado antes do “IQ demodulator” do RX e com o “DAC” sendo posicionado após o “IQ modulator” do TX, conforme mostrado no diagrama do slide 86. Esta arquitetura é denominada de conversão de direta com amostragem em RF (DCRFS – *direct conversion* & RF *sampling*). Na arquitetura DCRFS o “IQ demodulator”, o “IQ modulator” e o “VCO/synthesizer” se tornam blocos cujas funções são implementadas digitalmente através de algoritmos de DSP. Sistemas DCRFS permitem, portanto, implementar digitalmente a maioria das funções principais, eliminando mixers analógicos, osciladores locais, amplificadores de FI, etc. Em particular, muitas fontes de erro associadas às arquiteturas de mixagem analógica são assim evitadas.

Exemplos destas fontes de erro são: Distorção harmônica de 2ª e 3ª ordem dos amplificadores de FI (ver https://www.electronics-tutorials.ws/amplifier/amp_4.html e https://www.analog.com/en/analog-dialogue/articles/confused-about-amplifier-distortion-specs.html), *ripple* na banda passante do filtro de FI , variação do atraso de grupo no filtro de FI (https://en.wikipedia.org/wiki/Group_delay_and_phase_delay), desbalanceamento de ganho nos eixos de quadratura dos símbolos IQ e erro de *skew* nos símbolos IQ (https://rfmw.em.keysight.com/wireless/helpfiles/89600b/webhelp/subsystems/digdemod/Content/digdemod_para_interact_iqgainimb_quadskewerr.htm), irradiação espúria (*leakage*) do oscilador local (https://www.allaboutcircuits.com/textbook/radio-frequency-analysis-design/real-life-rf-signals/coupling-and-leakage-in-rf-systems/) e frequências imagem do mixer (https://www.rfcafe.com/references/electrical/image-frequency.htm).

Direct Conversion & RF Sampling (DCRFS) Radar System



BPF – *bandpass filter* (filtro passa-banda)
LNA – *low noise amplifier* (amplificador de baixo ruído)
VGA – *variable gain amplifier* (amplificador de ganho variável)
AGC – *automatic gain control* (controle automático de ganho)
LPF – *low pass filter* (filtro passa baixa)
ADC – *Analog-to-digital converter* (conversor A/D)

HPA – *high power amplifier* (amplificador de potência)
DAC – *Digital-to-analog converter* (conversor D/A)
VCO – *voltage-controlled oscillator* (oscilador controlado por tensão)

O TX e o RX de um sistema de radar

No entanto, devemos manter em mente que ADCs e DACs são dispositivos que incluem blocos internos analógicos. Diferentes tipos de erros podem ser introduzidos devido a imperfeições nestes blocos internos analógicos, como distorção harmônica de 2ª e 3ª ordem nos amplificadores internos dos ADC/DAC, espúrios de mixagem do *clock* com o sinal de saída do DAC (ver https://www.fccdecastro.com.br/pdf/slaa565a.pdf) e harmônicas da frequência de amostragem.

Outra questão que precisa ser considerada nos DACs e DCAs para sistemas DCRFS é o erro de temporização do *clock* (*jitter* de fase do clock – ver https://www.fccdecastro.com.br/pdf/TimingJitter.pdf). Como a amostragem é feita no próprio sinal de RF, o *jitter* do *clock* deve ser pequeno o suficiente para que o maior erro no tempo do *clock* ao ser multiplicado por $c = 2.9979246 \times 10^8$ [m/s] resulte em um valor menor que 5% do comprimento de onda na frequência de operação do radar.

O erro de *jitter* em um sistema DCRFS está relacionado ao ruído de fase (https://en.wikipedia.org/wiki/Phase_noise) do dispositivo ADC/DAC bem como ao quanto o espectro do ruído de fase se enquadra na largura de banda operacional do dispositivo. Uma maior frequência do sinal de RF exige um menor erro de *jitter*.

Sistemas DCRFS evitam as diversas distorções analógicas intrínsecas a sistemas super–heteródinos e sistemas de conversão direta, conforme discutimos nos slides anteriores. No entanto, para um máximo desempenho do sistema DCRFS, é necessário realizar um projeto criterioso, analisando e evitando possíveis frequências espúrias geradas internamente, bem como analisar cuidadosamente a operação em cascata dos blocos funcionais.

Independente da arquitetura do sistema (super–heteródina, conversão direta ou DCRFS), o projeto de cada bloco deve ser balizado principalmente em função da minimização da figura de ruído (https://en.wikipedia.org/wiki/Noise_figure) e da maximização da faixa dinâmica (ver https://www.microwaves101.com/encyclopedias/dynamic-range e https://www.fccdecastro.com.br/pdf/SFDRM.pdf), seja a nível de bloco individual seja a nível de operação em cascata dos blocos funcionais.

Apêndice A – Referências Bibliográficas

[1] Handbook of Radar Signal Analysis by Mahafza, Winton & Elsherbeni – CRC Press – 2022

[2] Principles of Modern Radar Vol. I: Basic Principles – M.A. Richards, J.A. Scheer, W.A. Holm – SciTech – 2010

[3] Radar Systems Analysis And Design Using Matlab 3rd – B. R. Mahafza – CRC Press – 2013

[4] Antenna Theory, Analysis and Design 4th – C. A. Balanis – Wiley – 2016