FUNDAMENTOS DE COMUNICAÇÃO DE DADOS

⇒ Todas as formas de informação (voz, dados, imagens, vídeo) podem ser representadas por sinais eletromagnéticos.

⇒ Dependendo do meio de transmissão e do sistema de comunicações em questão, poderão ser usados sinais analógicos ou sinais digitais para transportar o conteúdo de informação.

⇒ Sinais analógicos ou digitais são constituídos por diferentes freqüências. Um parâmetro chave na caracterização de um sinal é a largura de banda, que corresponde ao tamanho da faixa de freqüências necessárias para constituir o sinal.

⇒ Em geral, quanto maior a largura de banda (BW - *bandwidth*) de um sinal, maior a capacidade de transmissão de informação.

⇒ Os principais problemas encontrados no projeto de sistemas de comunicação são gerados pelos efeitos prejudiciais que conduzem à atenuação do sinal, à ocorrência de interferência intersimbólica e à presença de diversos tipos de ruídos.

⇒ Em sinais analógicos, a presença de tais fatores prejudiciais à transmissão introduzem efeitos aleatórios que degradam a qualidade da informação recebida e podem afetar a inteligibilidade.

⇒ Em sinais digitais, a presença de tais fatores conduz à ocorrência de erros de bits na recepção.

O projeto de um sistema de comunicações precisa, então, considerar os seguintes fatores:

– Largura de banda do sinal (BW)

A BW é limitada pelo meio de transmissão e pela necessidade de evitar interferência com outros sinais.

Visto que BW (no sentido de ocupação do espectro eletromagnético) é um recurso escasso, busca-se maximizar a taxa de transmissão dados que é passível de ser obtida para uma dada BW.

– Taxa de transmissão de dados

É limitada pela BW, pela presença de efeitos prejudiciais à transmissão e pela taxa de erros considerada aceitável.

– Ruídos e demais efeitos prejudiciais

– Taxa de erro aceitável

Conceitos e Terminologias em Transmissão de Dados

Meio de Transmissão

Meios de transmissão (TX→RX) podem ser classificados como Meios Guiados e Meios Não-Guiados.

Meios Guiados: as ondas são guiadas ao longo de um caminho físico (pares trançados, cabos coaxiais, fibra óptica).

Meios Não-Guiados: permitem a propagação de ondas eletromagnéticas sem guiá-las (ar, vácuo).

Link Direto

Caminho de transmissão entre dois dispositivos, em que o sinal se propaga diretamente do TX ao RX sem dispositivos intermediários (outros que não amplificadores e repetidores usados para aumentar a intensidade do sinal).

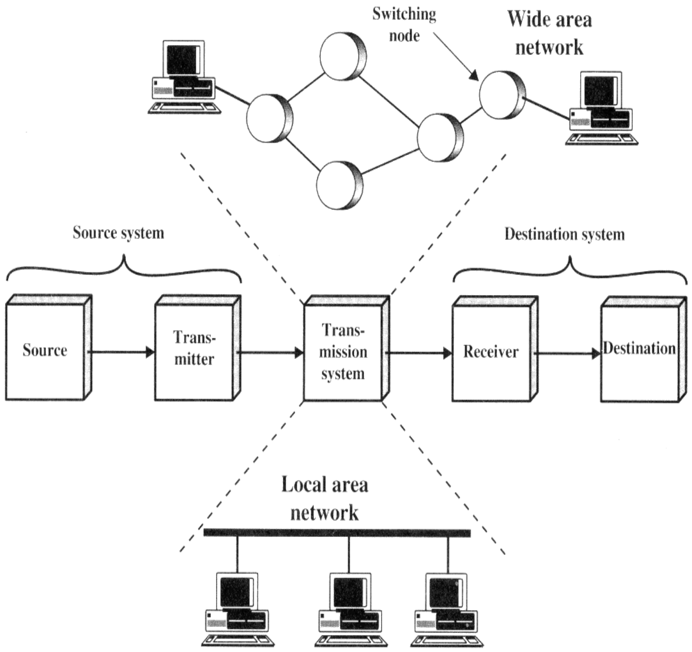
O Termo *link* direto pode ser aplicado tanto a meios guiados como a meios não-guiados.

Transmissão Ponto-a-Ponto

Uma transmissão ponto-a-ponto provê um *link* direto entre dois dispositivos e os dois dispositivos são os únicos dispositivos que compartilham o meio.

Transmissão Multiponto

Em uma configuração multiponto mais do que dois dispositivos compartilham o mesmo meio.



Na figura ao lado, os *links* entre dois nós de comutação (*switching nodes*) são *links* ponto-a-ponto, enquanto que o *link* que conecta as estações presentes na LAN é um *link* multiponto.

Modos de Transmissão

- Em qualquer tipo de comunicação, a transmissão e a recepção poderão ou não existir simultaneamente no tempo, dando origem às denominações de modo de transmissão ***simplex***, **semi-*duplex*** (***half-duplex***) e ***duplex*** (***full-duplex***).
- Obs: Os canais em que a transmissão ocorre de acordo com cada um dos três modos de transmissão descritos são ditos, respectivamente, canais *simplex*, semi-*duplex* e *duplex*.

Modo de Transmissão *Full-Duplex*

- Modo de transmissão em que é possível comunicação simultânea, em dois sentidos.
- Também denominado transmissão bidirecional simultânea.
- Sistemas de rádio, em que a comunicação *full-duplex* pode ser obtida:
  - através da existência de dois canais *simplex* simultâneos, mas separados em freqüência (*Frequency Division Duplex* – FDD, para sinais analógicos), ou
  - através de divisões adjacentes de tempo sobre um único canal de rádio (*Time Division Duplex* – TDD, para sinais digitais).

Modo de Transmissão *Half-Duplex*

- Modo de transmissão em que é possível a comunicação em dois sentidos, através do uso do mesmo canal tanto para transmissão como para recepção.
- Em qualquer instante de tempo, o usuário pode apenas transmitir ou receber informação.
- Também denominado transmissão bidirecional alternada.
- Sistemas de rádio amador *push-to-talk* e *release-to-listen*.

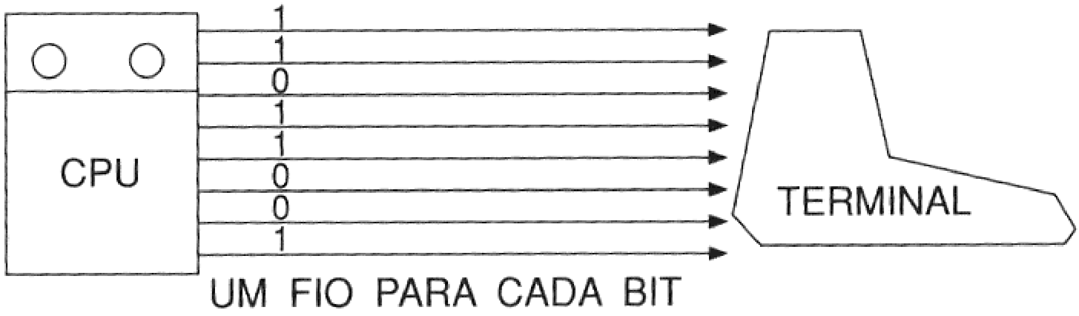
Modo de Transmissão *Simplex*

- Modo de transmissão em que é possível a comunicação em apenas um sentido.
- Também denominado transmissão unidirecional.
- Sistemas *paging*, nos quais mensagens são recebidas mas o recebimento não é acusado; sistemas de *broadcast* de sinais de televisão convencional.

Transmissão de Dados Paralela ou Serial

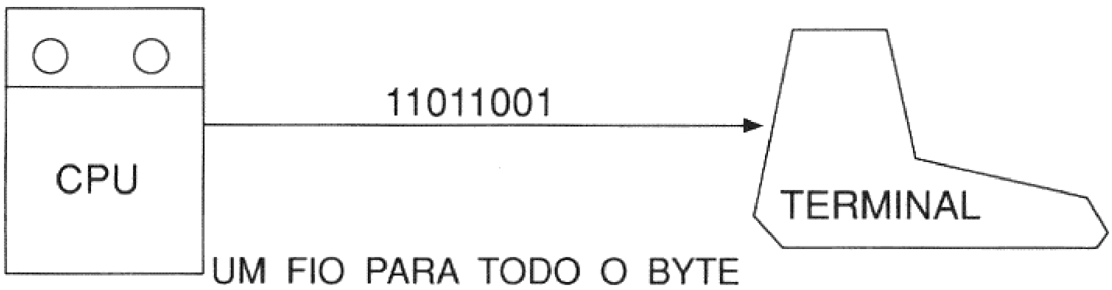
Transmissão Paralela

- Transferência simultânea de todos os bits que compõem o byte, por meio de um conjunto paralelo de linhas de dados.
- Esse método de transmissão é utilizado nas ligações internas dos computadores e em ligações entre computadores e periféricos bastante próximos.
- Em transmissões que envolvem maiores distâncias, a transmissão em paralelo mostra-se inadequada, em razão da quantidade de suportes à transmissão que são requeridos.



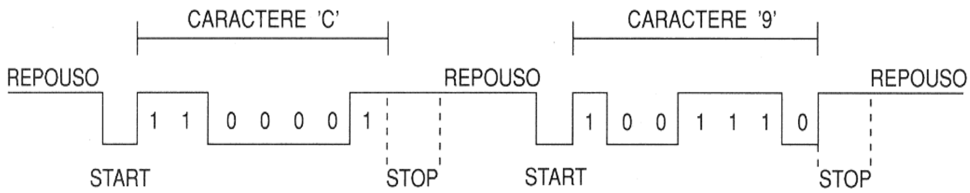
Transmissão Serial

- Transferência de um bit por vez através de uma única linha de dados. Cada bit de um byte é transmitido em seqüência, um após o outro.
- Para que o receptor possa distingüir os bits de forma apropriada, precisa conhecer o tempo de chegada e a duração de cada bit recebido.
- A transmissão de dados serial pode ser feita de forma ASSÍNCRONA (o sincronismo é mantido apenas dentro de cada caracter) ou SÍNCRONA (o sincronismo é requerido entre transmissor e receptor).



Transmissão Serial Assíncrona

Para cada caractere que é transmitido é utilizado um elemento de sinalização para indicar o início do caractere (START) e um outro para indicar o término do caractere (STOP).



START → corresponde a uma interrupção do sinal na linha.

STOP → corresponde à condição de marca ou repouso (ou seja, à existência do sinal na linha (normalmente o STOP corresponde a 1.4 ou 2 vezes a duração do START)).

Através do sinal START, o receptor será avisado da transmissão de um caractere com antecedência suficiente para que possa, através de seu próprio *clock*, efetuar a leitura de cada bit no momento apropriado.

- O termo assíncrono refere-se à irregularidade dos instantes de ocorrência dos caracteres, ou seja, o tempo decorrido entre dois caracteres (tempo de repouso) pode ser variado pelo equipamento transmissor sem que o equipamento receptor tome conhecimento.

- O ritmo de transmissão assíncrono (apesar da emissão dos caracteres ser irregular) possui um sincronismo ao nível dos bits que compõem o caractere (obtido pela identificação do START), pois o equipamento receptor deve necessariamente conhecer os instantes que separam os bits dentro do caractere.

- A transmissão serial assíncrona é normalmente utilizada em transmissões de dados com taxas de transmissão inferiores a 2400 bps (devido à possibilidade de ocorrência de erros de sincronismo).

Desvantagens da Transmissão Serial Assíncrona

- Utilização não eficiente do canal, já que os caracteres são transmitidos irregularmente espaçados no tempo.
- Alto *overhead* devido à necessidade da adição de bits de controle ao conteúdo de informação, ocasionando uma baixa eficiência na transmissão.

Determinação do *overhead*

Para o caso de um código de 8 bits, acrescentando-se um bit de START e dois de STOP, teremos um total de 11 bits, ou seja, 27% do total transmitido não é informação útil.

$$Overhead = \frac{\text{total de bits de controle}}{\text{total de bits transmitidos (controle} + \text{caractere)}} \times 100\%$$

$$Overhead = \frac{3}{3+8} \times 100\% = 27\%$$

Vantagens da Transmissão Serial Assíncrona

- Os equipamentos assíncronos têm, normalmente, um custo bem menor do que os equipamentos síncronos, por serem de fabricação mais fácil.

Transmissão Serial Síncrona

Um bit de um caractere é enviado imediatamente após o bit anterior, não existindo o START-STOP e o tempo de repouso definidos na transmissão serial assíncrona.

A transmissão serial síncrona é estabelecida através do fluxo contínuo dos bits de todo um conjunto de caracteres (bloco).

- Na transmissão serial síncrona os *clocks* do transmissor e do receptor precisam estar sincronizados.
- Uma possibilidade para obter este sincronismo é prover uma linha separada para o *clock* entre TX e RX.
- Um lado (TX ou RX) pulsa a linha regularmente com um pulso curto a cada intervalo de duração de bit e o outro lado usa estes pulsos regulares como um *clock*.

- Um outro nível de sincronismo é requerido em transmissão serial síncrona para permitir que o receptor determine o início e o fim de um bloco de dados.
- Cada bloco de dados inicia com um padrão de bits de preâmbulo (*header*) e termina com um padrão de bits de cauda (*tail*), o conjunto " preâmbulo + dados + cauda + outras informações de controle" constitui um *frame*.

Em geral, a transmissão serial síncrona é empregada em transmissão de dados com velocidades maiores do de 2400bps.

Desvantagens da Transmissão Serial Síncrona

- Os equipamentos síncronos têm custo mais elevado do que os assíncronos, porque precisam contar com *buffers* para armazenamento dos caracteres (que serão enviados em blocos e não à medida que os bits se tornam disponíveis como na transmissão assíncrona), pois o fluxo de caracteres deve ser transmitido à velocidade constante e, tipicamente, por pulsos de mesma duração.

Vantagens da Transmissão Serial Síncrona

- A transmissão serial síncrona permite a utilização de técnicas mais sofisticadas de detecção de erros.
- Em contraste com o *overhead* de 20% (ou mais) requerido pela transmissão serial assíncrona, a transmissão serial síncrona requer um *overhead* da ordem de 0.5 a 1%.

Sinais

- Um sinal é uma grandeza física que varia no tempo, no espaço, ou em função de quaisquer outras variáveis dependentes e independentes, transportando algum tipo de informação de interesse.
- Em comunicações de dados, a "matéria prima" – que é a informação – é manipulada sob a forma de sinais elétricos.
- Um sinal precisa ser processado para que seja extraído o conteúdo de informação que contém.

- Dependendo da natureza das variáveis, vários tipos de sinais podem ser definidos:

• Contínuos ou discretos;	• Unidimensionais ou *n*-dimensionais;
• Reais ou complexos;	• Sinais escalares ou sinais vetoriais;
• Periódicos ou aperiódicos;	• Sinais determinísticos ou aleatórios;
• Pares ou ímpares;	• ...

Caracterização de Alguns Tipos de Sinais

Sinal Determinístico: Sinal que pode ser descrito exatamente para cada valor da variável independente por meio de uma expressão matemática, uma função, uma tabela de valores, ou algo similar.

Sinal Aleatório ou Estocástico (Probabilístico): Sinal para o qual é impossível uma predição do valor exato que pode assumir, para cada valor da variável independente. Sinais estocásticos são descritos por: média, variância, função densidade de probabilidade, etc.

Sinal Unidimensional ou *1*-D: Sinal de uma variável independente $(s_{1D}(x))$. Exemplo: Sinal de áudio, sinal de ECG, ...

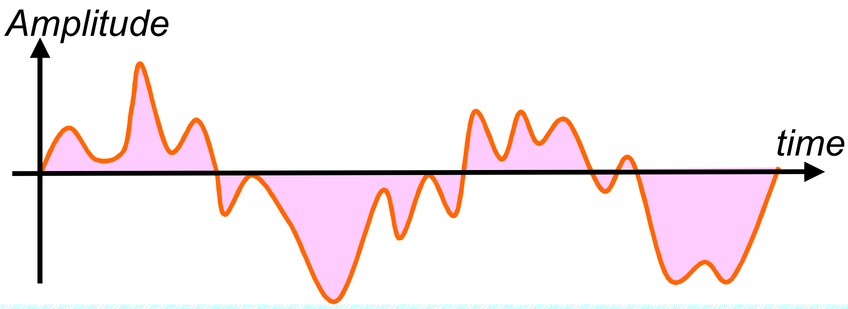
Sinal *n*-dimensional ou *n*-D: Sinal de n variáveis independentes $(s_{nD}(x_1, x_2,..., x_n))$.Exemplo: Imagem (sinal bidimensional, $s_{2D}(x, y)$).

Sinal Escalar: Sinais gerados por uma única fonte. Exemplo: Sinal de FM mono (vetor $\in \Re$).

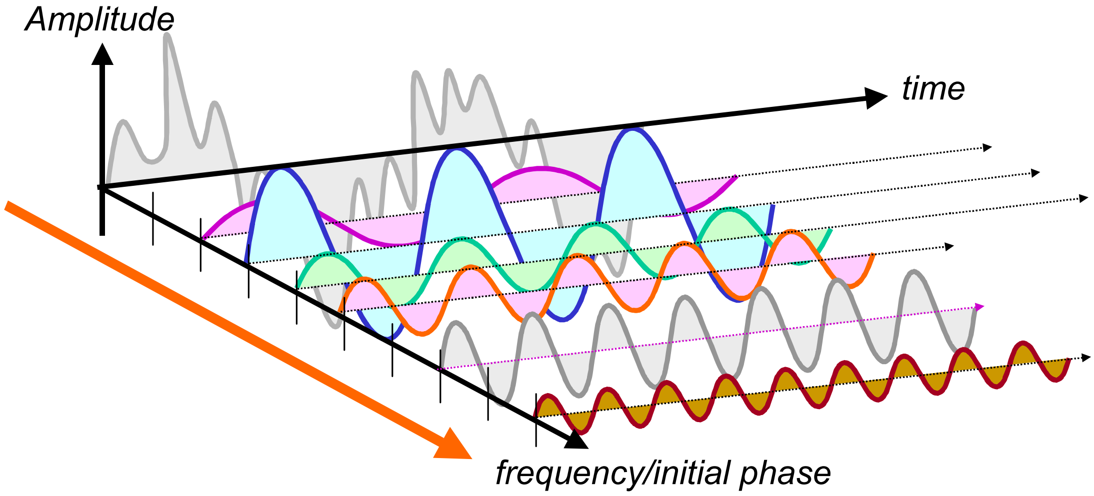
Sinal Vetorial: Sinais gerados por múltiplas fontes. Exemplo: Sinal de FM estéreo (vetor $\in \Re^2$).

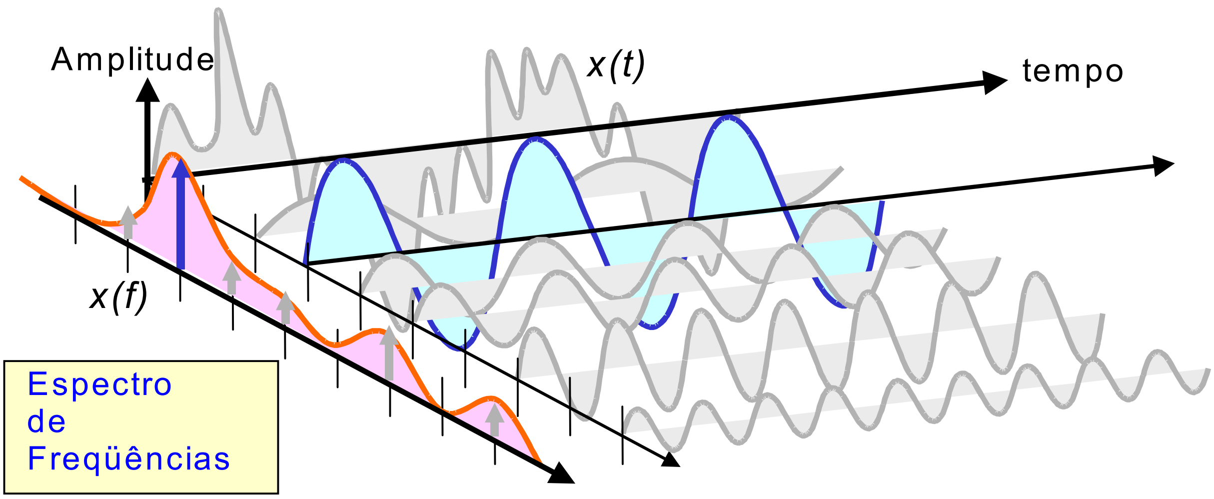
- Sinais são tipicamente representados em função do tempo (domínio tempo) mas podem também ser expressos em função das freqüências que o constituem (domínio freqüência).
- No contexto de transmissão de dados, a abordagem no domínio freqüência é mais importante do que a abordagem no domínio tempo.

Representação de Sinal no Domínio Tempo



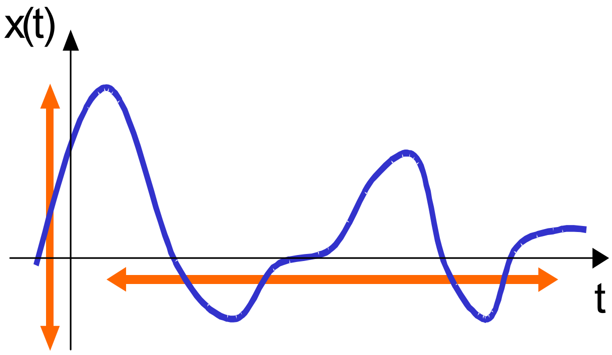
Representação de Sinal no Domínio Freqüência





Representação de Sinais no Domínio Tempo

Visto como uma função do tempo, um sinal pode ser tanto contínuo como discreto.



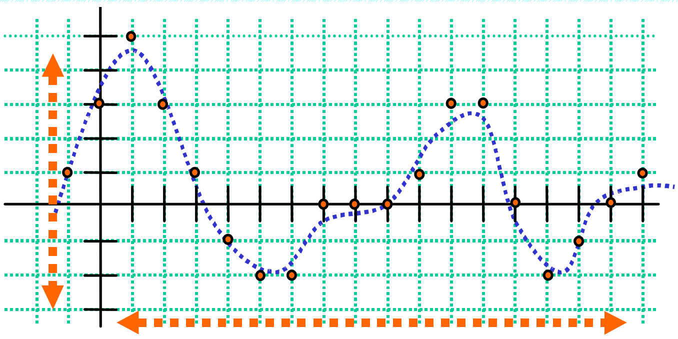
Sinal Contínuo

Um sinal contínuo é aquele cuja intensidade varia suavemente ao longo do tempo (não há descontinuidades no tempo).

A amplitude do sinal assume um intervalo contínuo de valores e é definida para todos os valores da variável tempo.

A maioria dos fenômenos naturais macroscópicos estão associados a sinais contínuos: temperatura, radiação, som, velocidade e direção do vento, umidade...

O mesmo ocorre com muitos dos fenômenos físicos envolvidos em aplicações tecnológicas: potência, torque, velocidade angular, ...



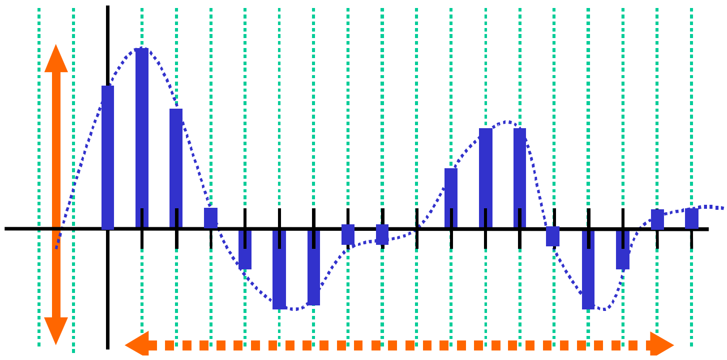
Sinal Discreto

Um sinal discreto é aquele cuja intensidade mantém um nível constante por algum período de tempo de tempo e então muda para outro nível constante.

A amplitude do sinal pode assumir um conjunto discreto de valores e é apenas definida para valores específicos da variável tempo.

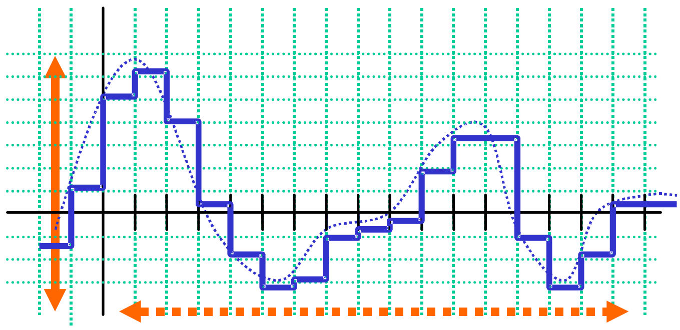
Um **sinal contínuo** pode ser transformado em um **sinal discreto** por meio de uma operação de amostragem seguida por uma operação de quantização.

Sinal Amostrado



- A amplitude do sinal amostrado pode assumir um intervalo contínuo de valores, mas é apenas definida para valores específicos da variável independente.
- Amostrar um sinal é torná-lo discreto no tempo.

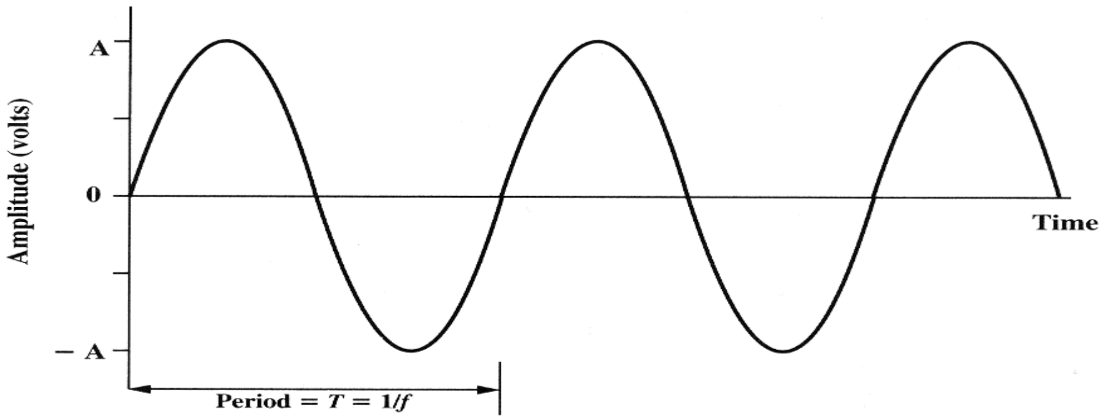
Sinal Quantizado

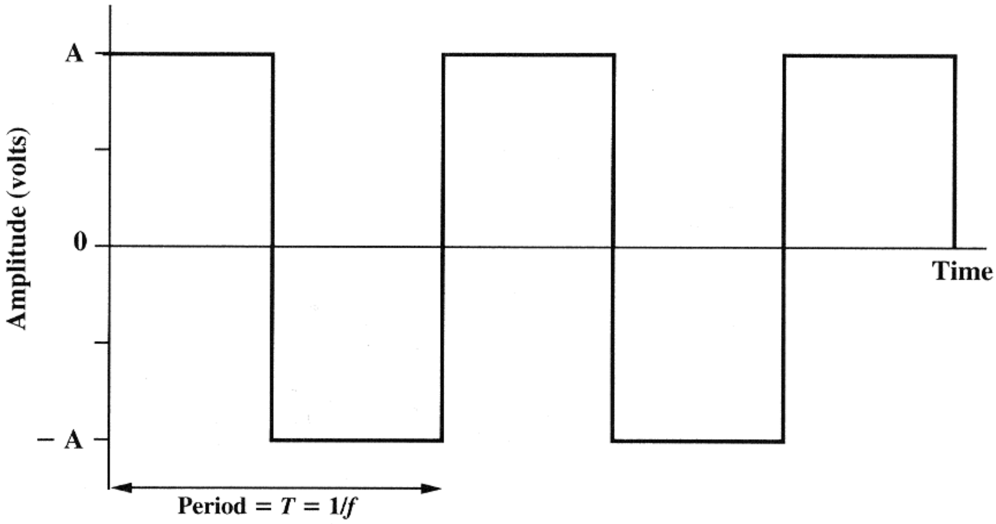


- A amplitude do sinal quantizado pode assumir um conjunto discreto de valores e é definida para todos os valores de tempo.
- Quantizar um sinal é torná-lo discreto em amplitude.

Sinais Periódicos e Aperiódicos

- O tipo mais simples de sinal que se pode tratar é o sinal periódico, no qual um mesmo padrão de sinal se repete ao longo do tempo.
- A figura abaixo ilustra um exemplo de um sinal periódico contínuo (onda senoidal) e um sinal periódico discreto (onda quadrada).





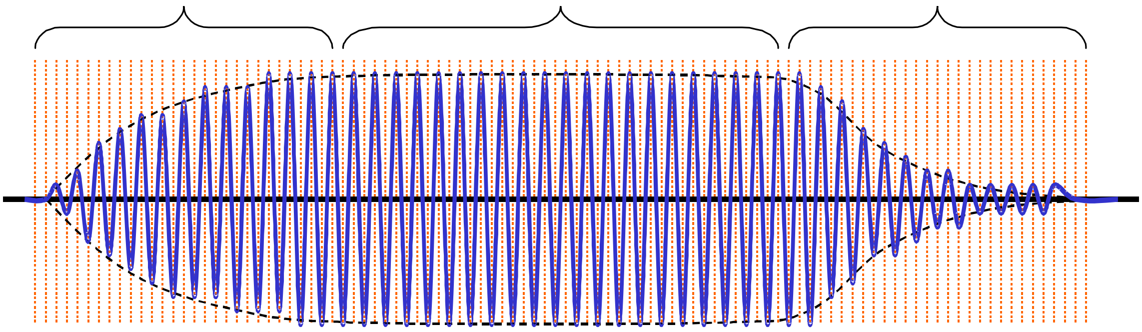
- Matematicamente, uma função $x(t)$ é dita periódica, com período T, se a igualdade

$$x(t+n\mathrm{T}) = x(t)$$

é válida para $\forall t$ e $\forall n$.

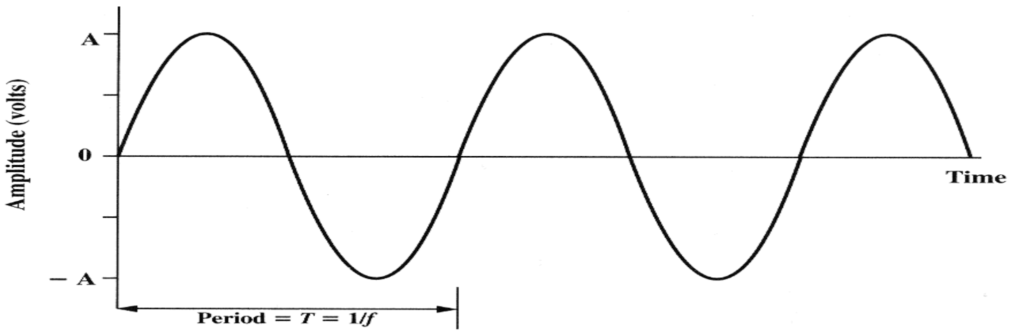
- Uma função é dita pseudo-periódica quando esta igualdade se verifica para algum intervalo de valores de n.
- Nos demais casos, a função é dita aperiódica.

- O comportamento de um sinal pode ser classificado como transiente ou de regime permanente.
- Em regime permanente o sinal exibe periodicidade, ou pode ser considerado como a soma de funções periódicas.



Uma forma de onda senoidal genérica (conforme mostrada na figura abaixo) pode ser descrita por

$$s(t) = A\sin(2\pi ft + \phi).$$



Tal forma de onda permite a caracterização dos parâmetros de interesse em sinais periódicos:

A $\rightarrow$ **Amplitude do Sinal**:

- Valor máximo ou intensidade do sinal ao longo do tempo.

$f \rightarrow$ **Freqüência do Sinal**:

- Taxa (em ciclos por segundo ou Hertz) à qual o sinal se repete.

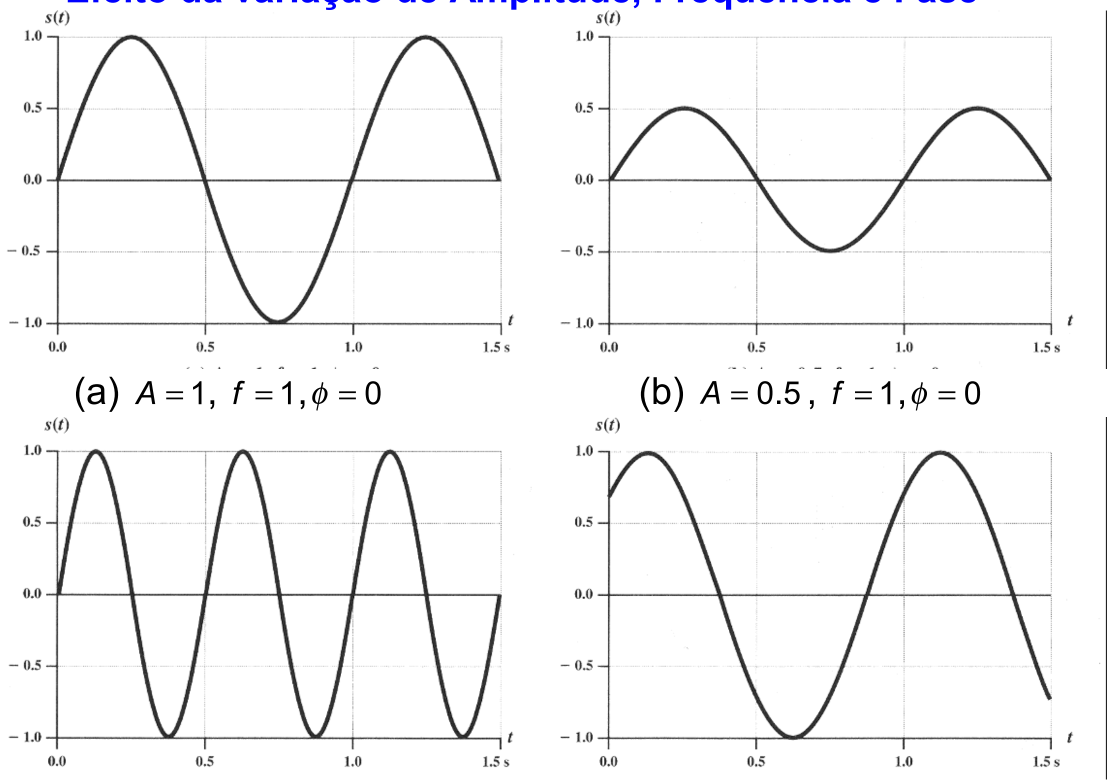
T $\rightarrow$ **Período do Sinal**:

- Tempo transcorrido em uma repetição do sinal $(T = 1/f)$.

$\phi \rightarrow$ **Fase do Sinal**:

- Medida da posição relativa no tempo dentro de um único período de um sinal.
- Para um sinal periódico, fase é a parte fracionária (t/T) do período T ao longo da qual t avançou com relação a uma origem arbitrária.

Efeito da variação de Amplitude, Freqüência e Fase



(a) $A = 1,\ f = 1, \phi = 0$ (b) $A = 0.5,\ f = 1, \phi = 0$

(c) $A = 1,\ f = 2, \phi = 0$ (d) $A = 1,\ f = 1, \phi = (\pi/4)$

- O eixo horizontal representa a variável independente tempo.
- Os gráficos mostram valores de sinais em um dado ponto no espaço, como função do tempo.
- No entanto, com uma mudança na variável independente ($t \rightarrow d$) os mesmos gráficos poderão mostrar o valor de um sinal a um dado ponto no tempo, como função da distância.

Exemplo: Para uma transmissão senoidal (uma onda eletromagnética de rádio a uma dada distância da antena ou uma onda sonora a uma dada distância do alto-falante) em um particular instante do tempo, a intensidade do sinal varia de forma senoidal como função da distância a partir da fonte.

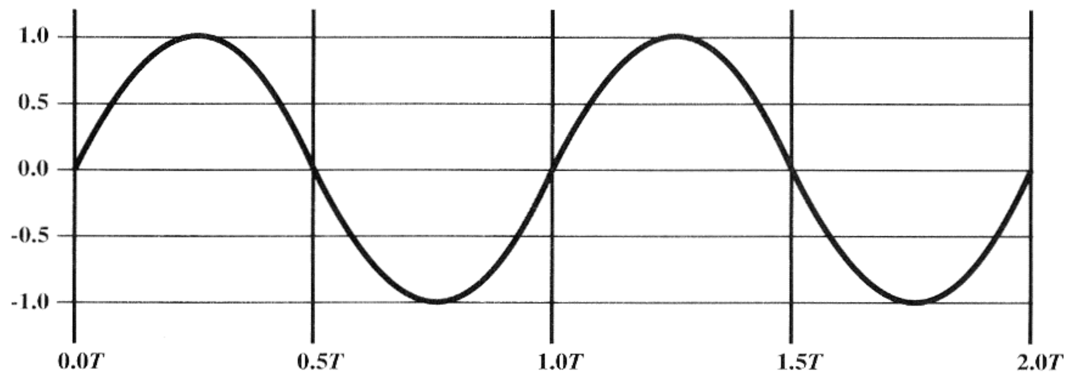
- O comprimento de onda de um sinal (λ) é definido como a distância ocupada por um único ciclo ou a distância entre dois pontos de fase correspondente de dois ciclos consecutivos.
- Assumindo que o sinal viaje com uma velocidade v. O comprimento de onda será relacionado ao período por $\lambda = vT$. De forma equivalente, $\lambda f = v$.
- É relevante o caso em que v corresponde à velocidade de propagação da luz em espaço livre ($v = c \cong 3 \times 10^8\, m/s$).

Representação de Sinais no Domínio Freqüência

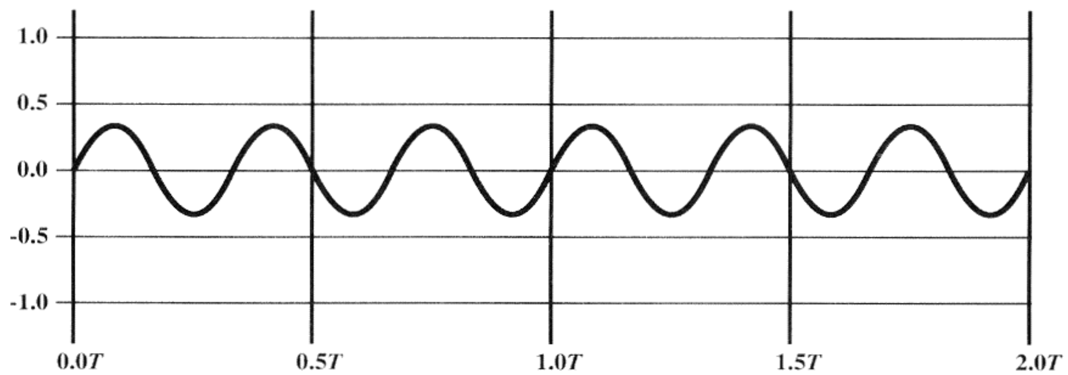
Um sinal eletromagnético pode ser constituído pela adição de componentes de diferentes freqüências. Por exemplo, o sinal descrito por

$$s(t) = \frac{4}{\pi}\left[\operatorname{sen}(2\pi ft) + \frac{1}{3}\operatorname{sen}(2\pi(3f)t)\right]$$

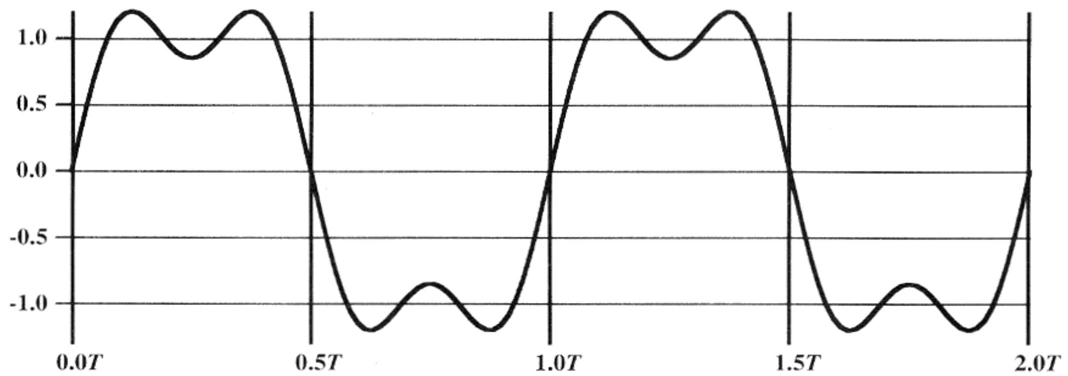
(que é mostrado na figura (c) abaixo) é composto das componentes mostradas nas figuras (a) e (b).



(a) sin(2πft)

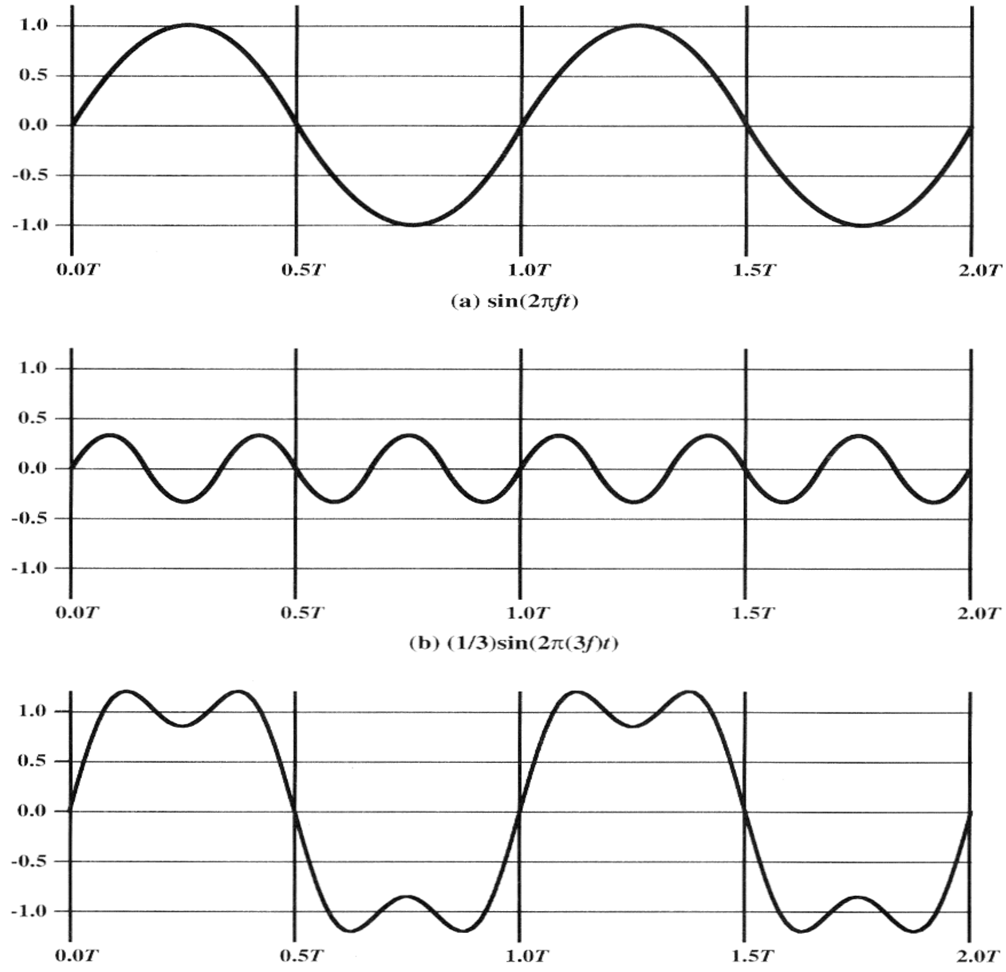


(b) (1/3)sin(2π(3f)t)



(c) (4/π) [sin(2πft) + (1/3)sin(2π(3f)t)]

- Observe que a 2ª freqüência é um múltiplo inteiro da 1ª freqüência.
- Quando todos os componentes de freqüência de um sinal são múltiplos inteiros de uma freqüência, esta freqüência é dita **freqüência fundamental do sinal**.
- O período do sinal é igual ao período de sua freqüência fundamental.
- O período do componente $\text{sen}(2\pi ft)$ é $T = 1/f$ e o período de $s(t)$ também é T, conforme pode ser observado nas figuras (a) e (c).



(a) sin(2πft)

(b) (1/3)sin(2π(3f)t)

(c) (4/π) [sin(2πft) + (1/3)sin(2π(3f)t)]

- Através da **Análise de Fourier** (ver Apêndice I) pode-se obter a representação de um sinal por meio do conjunto de senóides de diferentes freqüências que o constituem.

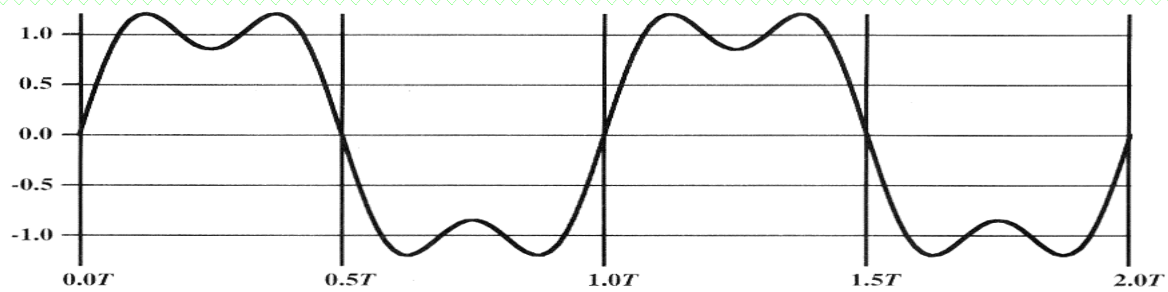
- Todo meio de transmissão pode ser caracterizado por uma Função de Transferência. Portanto, os efeitos de um meio de transmissão sobre um sinal podem ser expressos em termos de freqüências, razão pela qual a possibilidade de aplicar a um sinal uma transformação que permita representá-lo por suas componentes em freqüência é de extrema utilidade.

- A partir da **Análise de Fourier** pode-se, então, representar um sinal $s(t)$ (expresso no domínio tempo) por um sinal $S(f)$, que é a representação de $s(t)$ (obtida por meio da Transformada de Fourier) no domínio da freqüência.

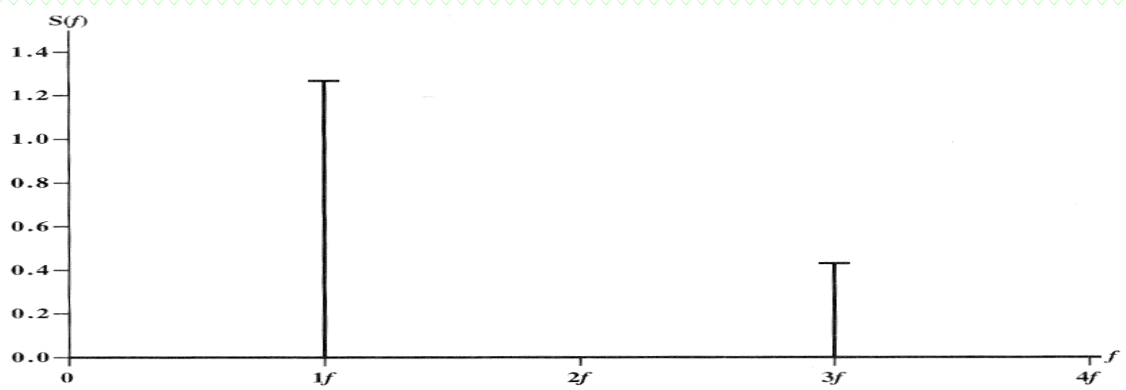
- A função $s(t)$ no domínio tempo especifica a amplitude do sinal a cada instante de tempo.
- A função $S(f)$ no domínio freqüência especifica a intensidade (amplitude) das freqüências que constituem o sinal.

- O espectro de um sinal é definido como o conjunto de freqüências que o constituem.

- Na figura abaixo pode-se verificar que o espectro de $s(t)$ se estende de *f* a 3*f*.
- A **largura de banda absoluta** de um sinal equivale à largura de seu espectro. Em nosso exemplo a largura de banda do sinal $s(t)$ será $\text{BW} = 3f - f = 2f$.



$$s(t) = \frac{4}{\pi}\left[\text{sen}(2\pi f t) + \frac{1}{3}\text{sen}(2\pi(3f)t)\right]$$

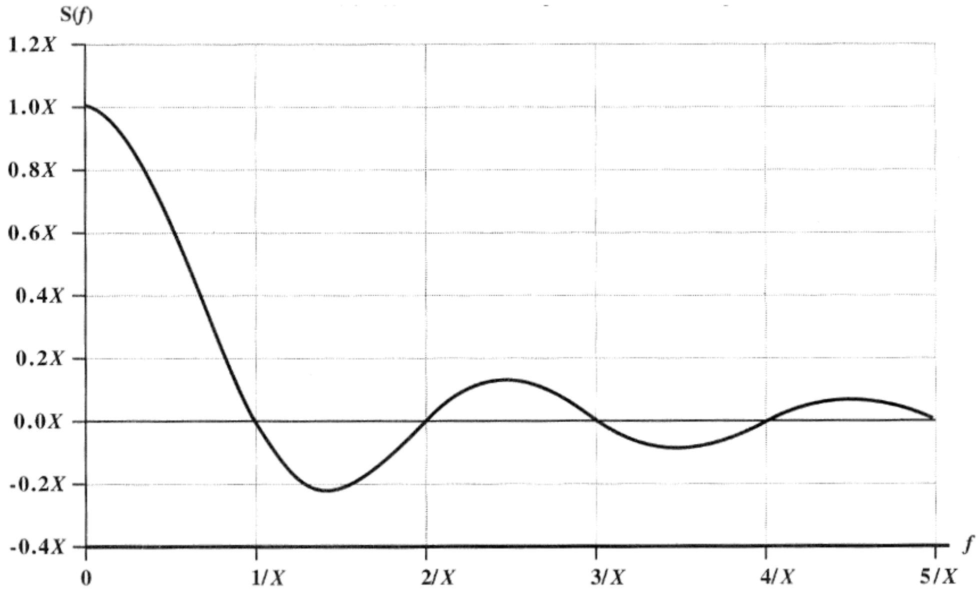


$$S(f) = \Im\{s(t)\} = \Im\left\{\frac{4}{\pi}\left[\text{sen}(2\pi f t) + \frac{1}{3}\text{sen}(2\pi(3f)t)\right]\right\}$$

- Muitos sinais, no entanto, têm largura de banda infinita.
- Por exemplo, o sinal descrito por

$$s(t) = \begin{cases} 1 & \text{para } -\dfrac{X}{2} \le t \le \dfrac{X}{2} \\ 0 & \text{em caso contrário} \end{cases}$$

é um pulso de amplitude 1 e largura X, cuja $S(f)$ é contínua e se estende indefinidamente, conforme mostra a figura abaixo.



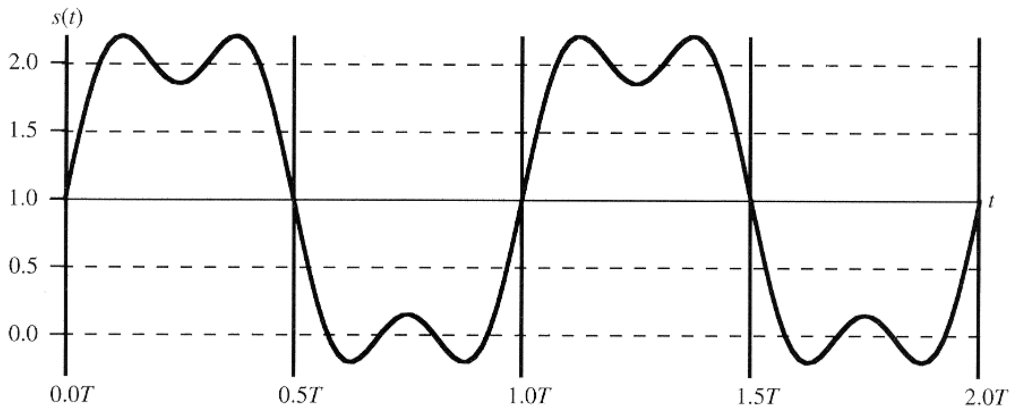
$$S(f) = \Im\{s(t)\};\; s(t) = \begin{cases} 1 & \text{para } -\dfrac{X}{2} \le t \le \dfrac{X}{2} \\ 0 & \text{em caso contrário} \end{cases}$$

- Apesar de $S(f)$ se estender indefinidamente, a magnitude dos componentes de freqüência decai rapidamente para maiores valores de *f*.
- A característica de rápido decaimento da magnitude dos componentes de freqüência é uma característica de muitos sinais de utilidade em engenharia.
- Por esta razão é definido o conceito de **largura de banda efetiva** de um sinal (ou simplesmente **largura de banda**) que é a largura de banda em que se concentra a maior parte da energia do sinal (em uma faixa relativamente estreita de freqüências).

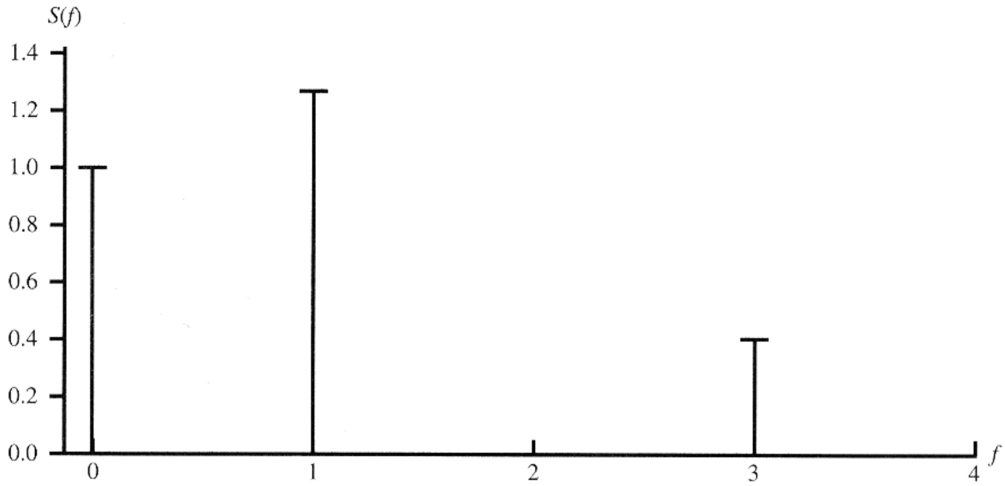
- Se adicionarmos uma componente DC a nosso sinal exemplo, conforme

$$s(t) = 1 + \frac{4}{\pi}\left[\operatorname{sen}(2\pi f t) + \frac{1}{3}\operatorname{sen}(2\pi(3f)t)\right],$$

o espectro de freqüências do sinal conterá um termo de freqüência em $f = 0$ e uma amplitude no tempo de valor médio diferente de zero, conforme pode ser observado nas figuras (a) e (b), abaixo.



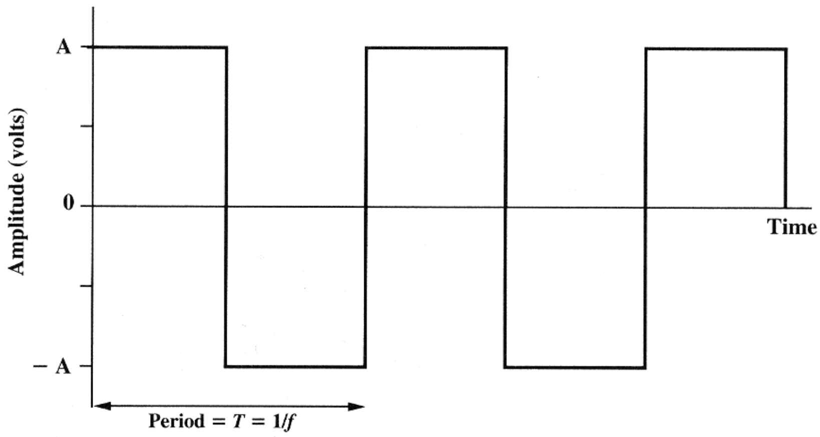
(a) $s(t) = 1 + (4/\pi)[\sin(2\pi ft) + (1/3)\sin(2\pi(3f)t)]$



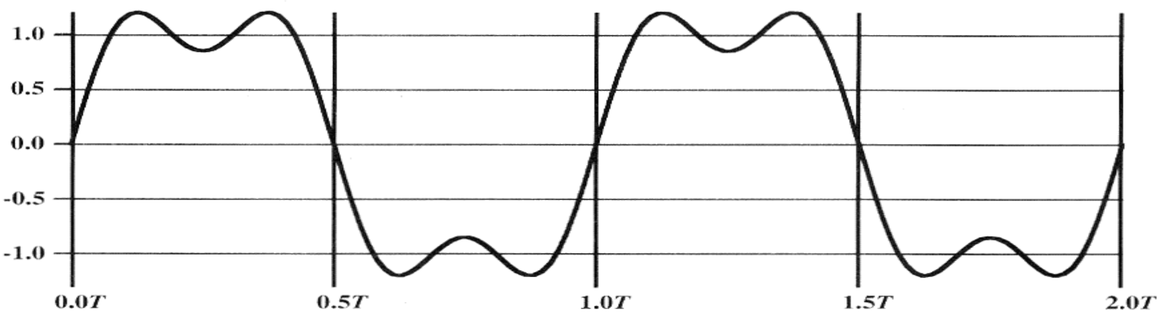
(b) $S(f)$

Relação entre Taxa de Dados e Largura de Banda

Qualquer sistema de transmissão precisará lidar com restrições de largura de banda, fator que implicará em uma redução da taxa de transmissão de dados que poderá ser transportada por este meio.

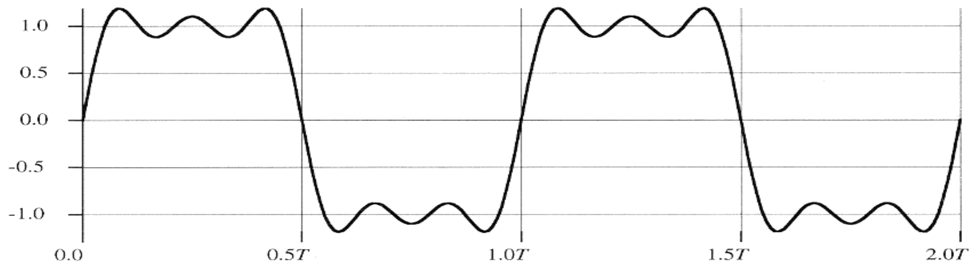


- A onda quadrada mostrada na figura pode ser vista como uma seqüência de pulsos positivos e negativos (de amplitude +A e -A).
- Supondo que cada pulso positivo represente o valor binário 1 e cada pulso negativo represente o valor binário 0, a forma de onda apresentada representará a seqüência binária 1010...
- A duração de cada pulso, neste caso, é $1/(2f)$. Desta forma, a taxa de dados será de $2f$ bits por segundo ($2f$ bps).
- Quais serão as componentes de freqüência deste sinal?
- No exemplo que estamos seguindo, ao somarmos ondas senoidais de freqüências f e $3f$ obtivemos uma forma de onda (mostrada na figura abaixo) que começa a se assemelhar a uma onda quadrada.

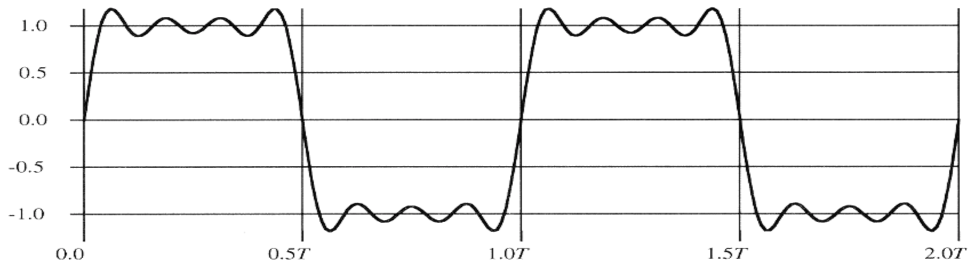


$$s(t) = \frac{4}{\pi}\left[\text{sen}(2\pi ft) + \frac{1}{3}\text{sen}(2\pi(3f)t)\right]$$

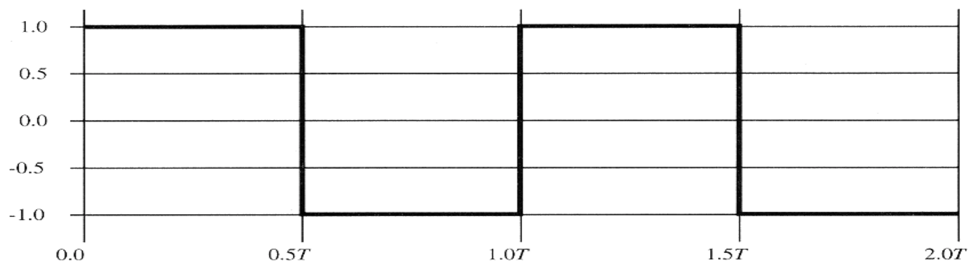
- As figuras mostradas em (a) e (b) representam, respectivamente, o efeito de adicionarmos ondas senoidais de freqüências 5*f* e 7*f* à forma de onda descrita na figura anterior.
- À medida que adicionamos mais múltiplos ímpares de *f*, a forma de onda resultante irá se aproximar mais e mais da onda quadrada, conforme mostrado em (c).



(a) $(4/\pi)\ [\sin(2\pi ft) + (1/3)\sin(2\pi(3f)t) + (1/5)\sin(2\pi(5f)t)]$



(b) $(4/\pi)\ [\sin(2\pi ft) + (1/3)\sin(2\pi(3f)t) + (1/5)\sin(2\pi(5f)t) + (1/7)\sin(2\pi(7f)t)]$



(c) $(4/\pi) \sum (1/k)\sin(2\pi(kf)t)$

Pode ser mostrado que as freqüências componentes de uma onda quadrada com amplitudes A e -A podem ser expressas por →

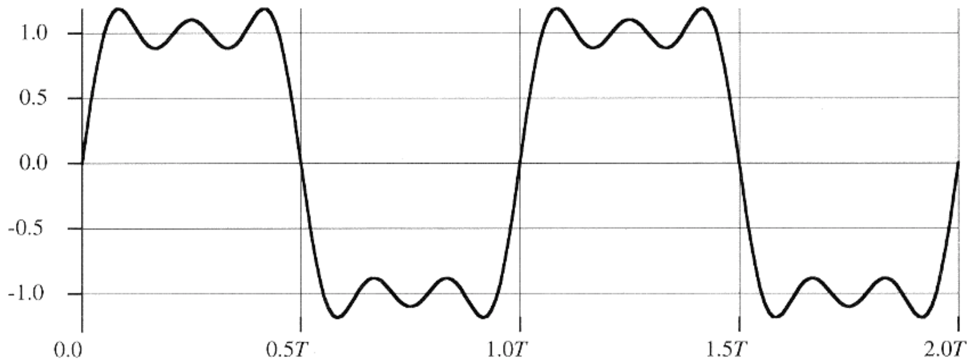
$$s(t) = A\frac{4}{\pi}\left[\sum_{k_{\text{ímpar}},\,k=1}^{\infty}\frac{\text{sen}(2\pi kft)}{k}\right]$$

- Esta forma de onda tem um n^{o} infinito de componentes de freqüência e, portanto, uma largura de banda infinita.
- No entanto, a amplitude da $k^{ésima}$ componente de freqüência (*kf*) será apenas (1/*k*), de tal forma que a maior parte da energia presente nesta forma de onda estará contida nos 1os poucos componentes de freqüência.
- Se, por explo, limitarmos a largura de banda a apenas as 1as três componentes de freqüência, teremos o efeito visto na figura (a).

Taxa de Dados x Largura de Banda

CASO I (Taxa de Dados=2Mbps; Largura de Banda=4MHz):

- Considere um sistema de transmissão digital que seja capaz de transmitir sinais com largura de banda de 4MHz.
- Deseja-se aproximar a onda quadrada com a forma de onda:



(a) $(4/\pi)\,[\sin(2\pi ft) + (1/3)\sin(2\pi(3f)t) + (1/5)\sin(2\pi(5f)t)]$

- Embora esta forma de onda seja uma versão distorcida de uma onda quadrada, ela é suficientemente próxima à de uma onda quadrada para que o receptor do sistema possa discriminar entre os 0s e 1s transmitidos.
- Se considerarmos $f = 10^6$ ciclos por segundo = 1MHz, a largura de banda do sinal

$$s(t) = \frac{4}{\pi}\left[\operatorname{sen}\left(2\pi 10^6 t\right) + \frac{1}{3}\operatorname{sen}\left(2\pi\left(3\times 10^6\right)t\right) + \frac{1}{5}\operatorname{sen}\left(2\pi\left(5\times 10^6\right)t\right)\right]$$

será $\left(5\times 10^6\right) - \left(1\times 10^6\right) = 4\text{MHz}$.

- Note que para f=1MHz, o período da freqüência fundamental é

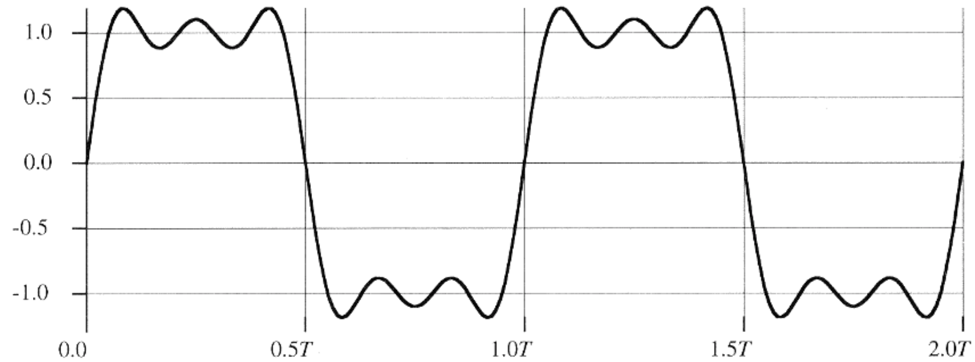
$$T = \frac{1}{10^6} = 10^{-6} = 1\mu s$$

- Se tratarmos esta forma de onda como uma seqüência de bits 1s e 0s, um bit ocorrerá a cada $0{,}5\mu s$, para uma taxa de dados de $\frac{1\,\text{bit}}{0{,}5\mu s} = 2\times 10^6\,\frac{\text{bits}}{\text{s}} = 2\text{Mbps}$.
- Assim, para uma largura de banda de 4MHz, pode ser obtida uma taxa de dados de 2Mbps.

CASO II (Taxa de Dados=4Mbps; Largura de Banda=8MHz):

- Consideremos agora que esteja sendo usado um sistema de transmissão digital que seja capaz de transmitir sinais com largura de banda de 8MHz.

- Deseja-se aproximar a onda quadrada com a mesma forma de onda considerada no CASO I:



(a) $(4/\pi)\,[\sin(2\pi ft) + (1/3)\sin(2\pi(3f)t) + (1/5)\sin(2\pi(5f)t)]$

- Se considerarmos $f = 2\times10^6$ ciclos por segundo = 2MHz, a largura de banda do sinal

$$s(t) = \frac{4}{\pi}\left[\mathrm{sen}\left(2\pi\left(2\times10^6\right)t\right) + \frac{1}{3}\mathrm{sen}\left(2\pi\left(6\times10^6\right)t\right) + \frac{1}{5}\mathrm{sen}\left(2\pi\left(10\times10^6\right)t\right)\right]$$

será $\left(10\times10^6\right) - \left(2\times10^6\right) = 8\text{MHz}$.

- Note que, para *f*=2MHz, o período da freqüência fundamental é

$$T = \frac{1}{2\times10^6} = 0.5\times10^{-6} = 0.5\mu s$$

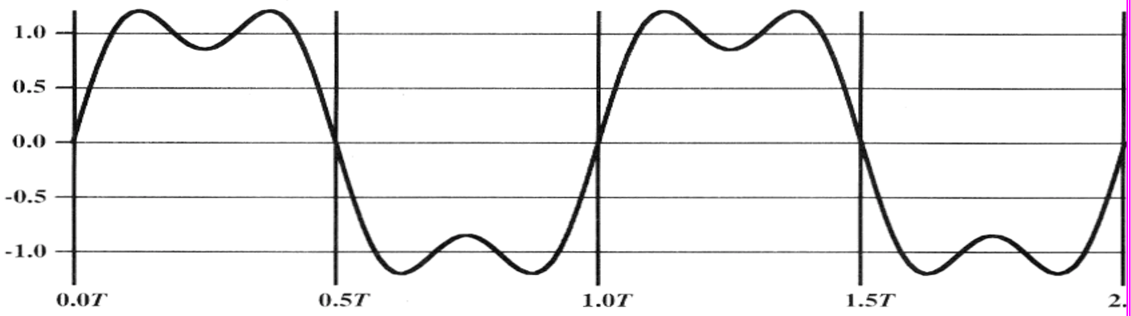
- Se tratarmos esta forma de onda como uma seqüência de bits 1s e 0s, um bit ocorrerá a cada $0{,}25\mu s$, para uma taxa de dados de

$$\frac{1\ \text{bit}}{0.25\mu s} = 4\times10^6\ \frac{\text{bits}}{\text{s}} = 4\text{Mbps}.$$

- Assim, ao dobrarmos a largura de banda (de 4MHz para 8MHz) a taxa de dados será potencialmente dobrada.

CASO III (Taxa de Dados=4Mbps; Largura de Banda=4MHz):

- Consideremos agora que se queira aproximar a onda quadrada a partir da forma de onda mostrada abaixo:



$$s(t) = \frac{4}{\pi}\left[\text{sen}(2\pi ft) + \frac{1}{3}\text{sen}(2\pi(3f)t)\right].$$

- A diferença entre um pulso positivo e um pulso negativo é suficientemente distinta para que possa ser usada para representar uma seqüência de 0s e 1s.

- Consideremos, conforme o CASO II, que

$$f = 2\times10^{6} \text{ ciclos por segundo} = 2\text{MHz}$$

e, portanto, o período da freqüência fundamental é

$$T = \frac{1}{2\times10^{6}} = 0.5\times10^{-6} = 0.5\mu s,$$

de tal forma que 1 bit ocorra a cada $0,25\mu s$, para uma taxa de dados de

$$\frac{1 \text{ bit}}{0.25\mu s} = \quad = 4\times10^{6}\frac{\text{bits}}{\text{s}} = 4\text{Mbps}.$$

- A largura de banda do sinal

$$s(t) = \frac{4}{\pi}\left[\text{sen}\left(2\pi\left(2\times10^{6}\right)t\right) + \frac{1}{3}\text{sen}\left(2\pi\left(6\times10^{6}\right)t\right)\right] \text{ será}$$

$$\left(6\times10^{6}\right) - \left(2\times10^{6}\right) = 4\text{MHz}.$$

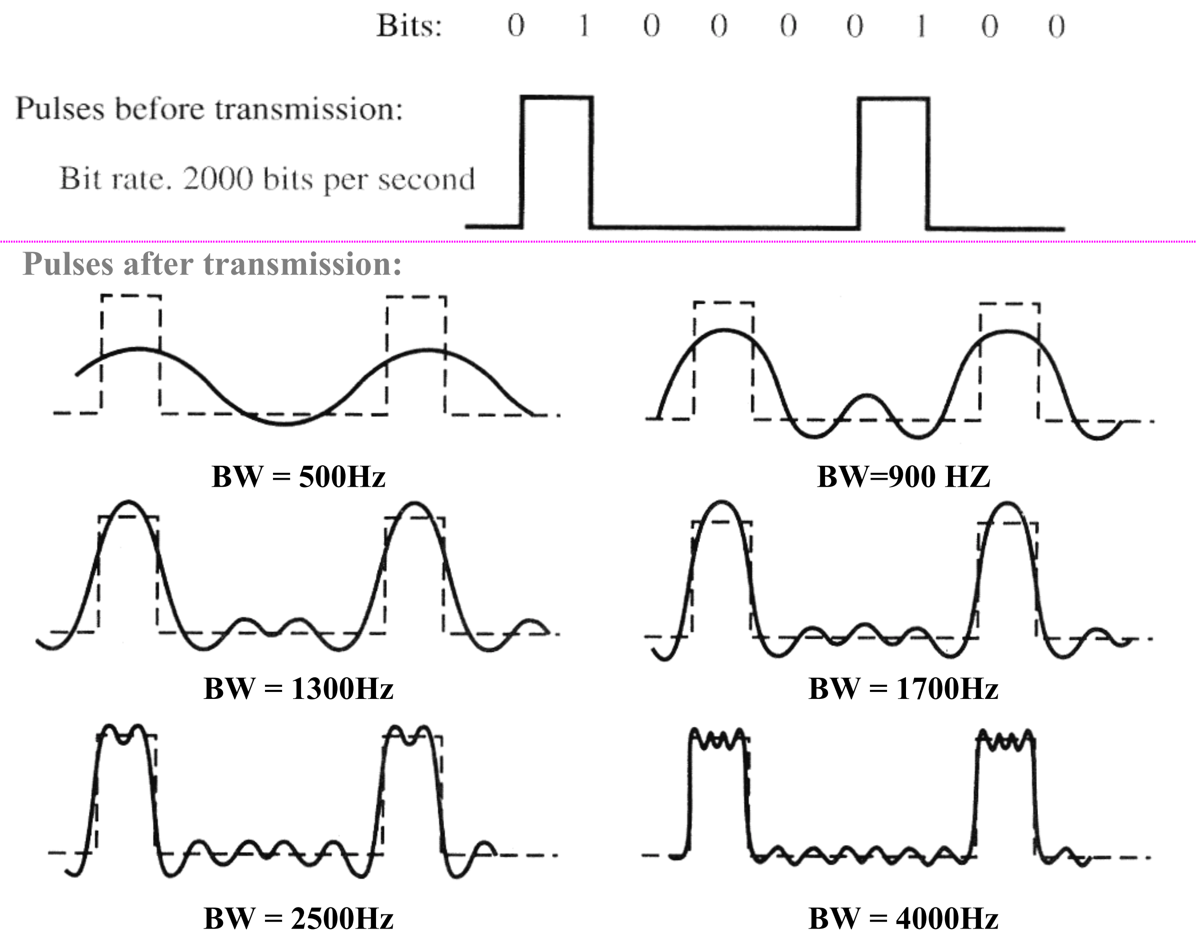
⇒ Assim, uma dada largura de banda poderá suportar várias taxas de dados, **dependendo da habilidade do receptor em discernir as diferenças entre 0s e 1s na presença de ruídos e demais feitos que degradam o sinal**.

- Note nos exemplos anteriores que quanto menor a BW disponível para suportar uma dada taxa de dados, mais distorcida é a onda quadrada que representa os bits, dificultando assim a habilidade do receptor em discernir as diferenças entre 0s e 1s. Assim, idealmente, uma forma de onda digital necessita de uma BW infinita para ser transmitida sem distorções
- Se desejarmos transmitir uma forma de onda digital como um sinal sobre algum meio de transmissão, o sistema de transmissão irá limitar a BW do sinal.
- Limitar a banda de um sinal conduz a distorções que podem tornar o sinal ininteligível.
- Quanto mais limitada for a banda de um sinal, maior a distorção e maior o potencial para ocorrência de erros no receptor.
- No entanto, para qualquer meio de transmissão, quanto maior a largura de banda transmitida, maior o custo.

Se a taxa de dados de um sinal digital é W bps, então uma boa representação pode ser obtida com uma largura de banda de 2W Hz.

↑ BW Efetiva do Sistema ⇔ ↑ Taxa de Dados do Sinal Transmitido

Efeito da Largura de Banda sobre um Sinal Digital



Se a taxa de dados de um sinal digital é W bps, então uma boa representação pode ser obtida com uma largura de banda de 2W Hz.

Teorema de Nyquist

- Consideremos um canal livre de ruídos.
- Em um ambiente livre de ruídos, a única limitação na taxa de dados será a largura de banda do canal.
- A formulação para esta limitação é devida à Nyquist e estabelece que, se a taxa de transmissão de sinal necessária é $2B$, então um sinal com freqüências menores ou iguais a B será suficiente para transportar tal taxa de sinal.

Dada uma largura de banda *B*, a maior taxa de sinal que poderá ser suportada por esta largura de banda será 2*B*.

- O Teorema de Nyquist é de extrema importância no desenvolvimento de codificadores de sinais analógicos→digitais.
- Em um sinal binário, a taxa de dados que pode ser suportada por B Hz será $2B$ bps.
- Considere um canal de voz que está sendo utilizado via MODEM para transmitir dados digitais.
- A BW do canal é 3100 Hz. A capacidade do canal C será igual a $2B$=6200 bps.
- Para o caso de sinais que utilizam mais do que dois niveis (blocos de bits, ao invés de apenas os 2 níveis, 0 ou 1), a formulação de Nyquist se torna

$$C = 2B\log_2 M$$

onde M é o número de níveis utilizados para representar o sinal.

$$\text{Se M=2} \rightarrow \log_2 M = 1 \rightarrow C = 2B = 6200\,\text{bps}$$

$$\text{Se M=8} \rightarrow \log_2 M = 3 \rightarrow C = 6B = 18600\,\text{bps}$$

$$\text{Se M=16} \rightarrow \log_2 M = 4 \rightarrow C = 8B = 24800\,\text{bps} \ldots$$

- Para uma dada BW, a taxa de dados poderá ser aumentada através do aumento do n^o de níveis utilizados para transportar o sinal.
- No entanto, quanto maior M, maior a dificuldade encontrada pelo receptor para distinguir entre os M possíveis sinais transmitidos.

APÊNDICE I - ANÁLISE DE FOURIER

Objetivo: Determinar a natureza de sinais no domínio da freqüência.

Representação por Série de Fourier de Sinais Periódicos

Um sinal periódico pode ser representado como uma soma de senoides, conhecida como Série de Fourier, conforme Equação (1).

$$x(t) = \frac{A_0}{2} + \sum_{n=1}^{\infty} \left[A_n \cos(2\pi n f_0 t) + B_n sin(2\pi n f_0 t)\right] \tag{1}$$

onde:

- f_0 é o recíproco do período do sinal $\left(f_0 = \frac{1}{T}\right)$ e é denominada freqüência fundamental do sinal ou harmônica fundamental do sinal.
- Múltiplos inteiros de f_0 são chamados de harmônicas.
- Um sinal periódico de período T consiste da freqüência fundamental $f_0 = \frac{1}{T}$ mais múltiplos inteiros de f_0.
- Se $A_0 \neq 0$, então o sinal $x(t)$ tem um componente DC.

Os valores dos coeficientes da Série de Fourier são calculados por:

$$A_0 = \frac{2}{T}\int_0^T x(t)dt \tag{2}$$

$$A_n = \frac{2}{T}\int_0^T x(t)\cos(2\pi n f_0 t)dt \tag{3}$$

$$B_n = \frac{2}{T}\int_0^T x(t) sin(2\pi n f_0 t)dt \tag{4}$$

Esta forma de representação, conhecida como representação seno-cosseno é de obtenção simples, no entanto, necessita de dois componentes para representar cada freqüência $(A_n \text{ e } B_n)$.

Uma outra forma de representação, denominada amplitude-fase, é expressa conforme:

$$x(t) = \frac{C_0}{2} + \sum_{n=1}^{\infty} C_n \cos(2\pi n f_0 t + \theta_n) \tag{5}$$

A relação dos coeficientes C_0, C_n e θ_n com os coeficientes A_0, A_n e B_n (expressos em (2), (3) e (4)) é dada por:

$$C_0 = A_0 \tag{6}$$

$$C_n = \sqrt{A_n^2 + B_n^2} \tag{7}$$

$$\theta_n = \tan^{-1}\left(\frac{-B_n}{A_n}\right) \tag{8}$$

Representação por Transformada de Fourier de Sinais Aperiódicos

O espectro de um sinal periódico consiste de componentes de freqüência discretos, incluindo a freqüência fundamental e as harmônicas.

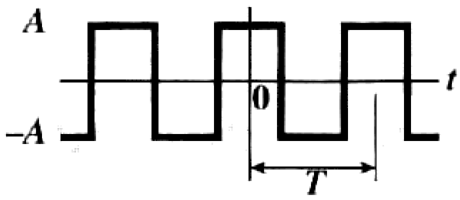
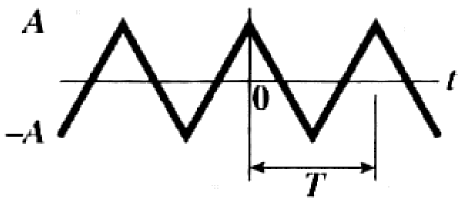
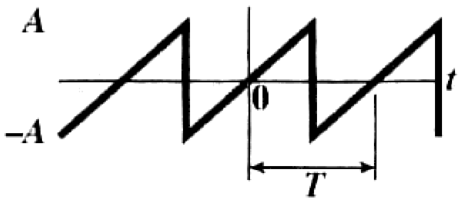
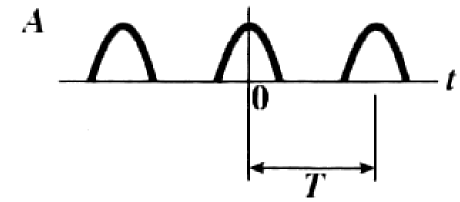
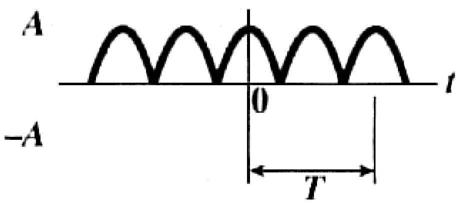
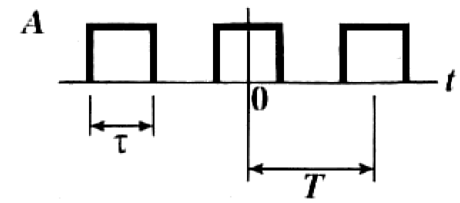
Para um sinal aperiódico, o espectro consiste de um conjunto contínuo de freqüências. Este espectro é definido com a Transformada de Fourier do sinal. Para um sinal $x(t)$ com espectro $X(f)$, é válida a seguinte expressão :

$$x(t) = \int_{-\infty}^{\infty} X(f) e^{j2\pi ft} dt \tag{9}$$

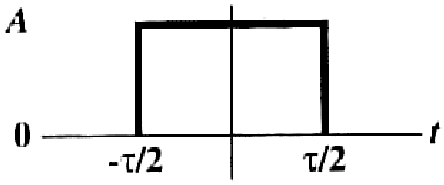
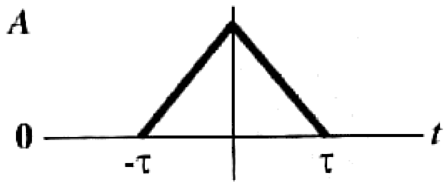
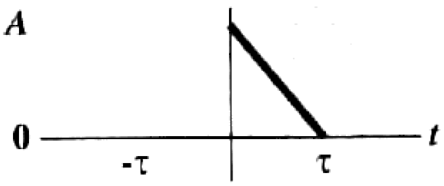
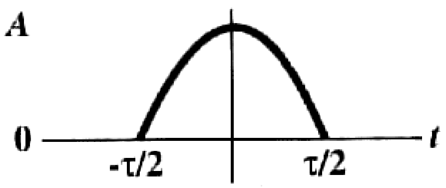
$$X(f) = \int_{-\infty}^{\infty} x(t) e^{-j2\pi ft} dt \tag{10}$$

onde $j = \sqrt{-1}$.

Exemplos de Séries de Fourier de alguns sinais periódicos

Square wave 	$(4A/\pi) \times [\cos(2\pi f_1 t) - (1/3)\cos(2\pi(3f_1)t) + (1/5)\cos(2\pi(5f_1)t) - (1/7)\cos(2\pi(7f_1)t) + \dots]$
Triangular wave 	$(8A/\pi^2) \times [\cos(2\pi f_1 t) + (1/9)\cos(2\pi(3f_1)t) + (1/25)\cos(2\pi(5f_1)t) + \dots]$
Sawtooth wave 	$(2A/\pi) \times [\sin(2\pi f_1 t) - (1/2)\sin(2\pi(2f_1)t) + (1/3)\sin(2\pi(3f_1)t) - (1/4)\sin(2\pi(4f_1)t) + \dots]$
Half-wave rectified cosine 	$C_0 = A/\pi$ $C_n = 0$ for n odd $C_n = (A/\pi) \times (-1)^{(1+n/2)} \times (2/(n^2 - 1))$ for n even
Full-wave rectified cosine 	$C_0 = 2A/\pi$ $C_n = (2A/\pi) \times (-1)^n \times (1/(4n^2 - 1))$
Pulse train 	$C_n = A \times \left\| \frac{\sin(n\pi\tau/T)}{n\pi\tau/T} \right\|$
Sinal	Série de Fourier

Exemplos de Pares Transformados

Signal $x(t)$	Fourier transform $X(f)$
Rectangular pulse  	$A\tau \dfrac{\sin(\pi f\tau)}{\pi f\tau}$
Triangular pulse  	$A\tau \left(\dfrac{\sin(\pi f\tau)}{\pi f\tau}\right)^2$
Sawtooth pulse  	$(jA/2\pi f\tau)\times$ $\{[(\sin \pi f\tau)/\pi f\tau)]\exp(-j\pi f\tau) - 1\}$
Cosine pulse  	$\dfrac{2A\tau}{\pi} \times \dfrac{\cos(\pi f\tau)}{1-(2f\tau)^2}$
$x(t)$	$X(f)$

Densidade Espectral de Potência e Largura de Banda

A largura de banda de qualquer sinal limitado no tempo é infinita.

Em termos práticos, entretanto, a maior parcela da potência do sinal é concentrada em uma banda finita, e a largura de banda efetiva consiste daquela porção do espectro que contém a maior parcela da potência.

A densidade espectral de potência (PSD - *Power Spectral Density*) de um sinal descreve o conteúdo de potência do sinal como uma função da freqüência. Representa o quanto de potência está presente em cada freqüência que constitui o sinal.

Potência média de um sinal

Uma função $x(t)$ usualmente especifica um sinal em termos ou da tensão, ou da corrente. Em qualquer um dos casos, a potência instantânea do sinal é proporcional ao $|x(t)|^2$.

A potência média de um sinal limitado no tempo pode ser expressa pela Equação (11).

$$P = \frac{1}{t_1 - t_2} \int_{t_1}^{t_2} |x(t)|^2 dt \tag{11}$$

Para um sinal periódico, a potência média em um período pode ser expressa por

$$P = \frac{1}{T} \int_{0}^{T} |x(t)|^2 dt \tag{12}$$

Distribuição de Potência como Função da Freqüência

Para sinais periódicos, a distribuição de potência como função da freqüência pode ser facilmente expressa em Termos dos coeficientes da Série Exponencial de Fourier.

A densidade espectral de potência $S(f)$ obedece à Equação (13).

$$S(f) = \sum_{n=-\infty}^{\infty} |C_n|^2 \delta(f - nf_0) \tag{13}$$

onde f_0 é o inverso do período do sinal, C_n é o coeficiente na representação amplitude-fase de uma Série de Fourier e $\delta(t)$ é o impulso unitário, ou função delta, definido como

$$\delta(t) = \begin{cases} 0 & \text{se} \quad t \neq 0 \\ \infty & \text{se} \quad t = 0 \end{cases} \tag{14}$$

$$\int_{-\infty}^{\infty} \delta(t)dt = 1 \tag{15}$$

A densidade espectral de potência $S(f)$ para funções aperiódicas é de definição mais difícil. Em essência, é obtida a partir da definição de um "período" T_0, e permitindo que T_0 aumente sem limite.

Para um valor contínuo de $S(f)$, a potência contida em uma banda de freqüências $f_1 < f < f_2$ é expressa por

$$P = 2\int_{f_1}^{f_2} S(f)df \tag{16}$$

Para uma forma de onda periódica, a potência devida às *j* primeiras harmônicas é

$$P = C_0^2 + \frac{1}{2}\sum_{n=1}^{j} C_n^2 \tag{17}$$

A largura de banda de meia-potência é o intervalo entre freqüências, para o qual $S(f)$ caiu à metade de seu valor máximo de potência, ou seja, 3 dB abaixo do valor de pico

$$\left(P_{1/2}\Big|_{dB} = 10\log\frac{(P/2)}{P} = 10\log\frac{1}{2} = -3.01\,dB \right).$$