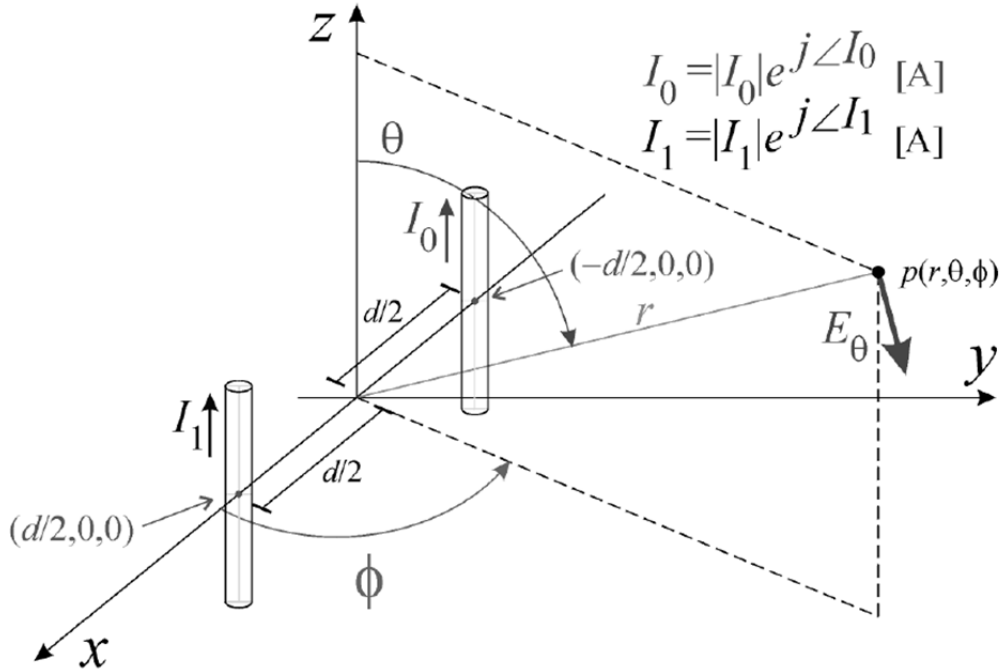


Dois dipolos elementares de comprimento  $\ell = 30$  cm encontram-se dispostos conforme mostra a figura abaixo. A distância entre os dois dipolos é  $d = 0.902$  [m]. As correntes que percorrem os dipolos são respectivamente dadas por  $I_0(t) = 430 \cos(2\pi 83.1 \times 10^6 t - 15^\circ)$  [A] e  $I_1(t) = 430 \cos(2\pi 83.1 \times 10^6 t + 75^\circ)$  [A].



Determine a expressão analítica no tempo do campo  $E_\theta$  em um ponto  $p$  do espaço  $\mathcal{R}^3$  situado nas seguintes coordenadas:

- No semi-eixo negativo do eixo x, distante 340 m da origem do sistema cartesiano.
- No semi-eixo positivo do eixo x, distante 340 m da origem do sistema cartesiano.
- Qual a razão em dB entre os campos  $E_\theta$  obtidos em a) e b)?

**Nota 1:** Considere a velocidade de propagação da onda eletromagnética no espaço livre como sendo  $c = 2.99792458 \times 10^8$  m/s e a permissividade elétrica do espaço livre como sendo  $\epsilon_0 = 8.85418782 \times 10^{-12}$  F/m.

**Nota 2:** Ao computar  $e^{j\beta r}$  utilize pelo menos 6 dígitos decimais significativos.

## Solução:

$$f := 83.1 \cdot 10^6 \quad [\text{Hz}] \rightarrow \text{frequência de operação}$$

$$c := 2.9979245810^8 \quad [\text{m/s}] \rightarrow \text{velocidade da onda eletromagnética (luz) no espaço livre}$$

$$\lambda := \frac{c}{f} \quad \lambda = 3.608 \quad [\text{m}] \rightarrow \text{comprimento de onda da onda eletromagnética}$$

$$\beta := \frac{2 \cdot \pi}{\lambda} \quad \beta = 1.742 \quad [\text{rad/m}] \rightarrow \text{constante de propagação da onda eletromagnética (variação angular da onda eletromagnética na direção de propagação no espaço R}^3)$$

$$\omega := 2 \cdot \pi \cdot f \quad \omega = 5.221 \times 10^8 \quad [\text{rad/s}] \rightarrow \text{variação angular da onda eletromagnética no domínio tempo}$$

$$I_0 := 430 e^{-j \cdot 15 \cdot \text{deg}} \quad [\text{A}] \rightarrow \text{fasor (amplitude e fase) da corrente que percorre o dipolo elementar 0}$$

$$I_1 := 430 e^{j \cdot 75 \cdot \text{deg}} \quad [\text{A}] \rightarrow \text{fasor (amplitude e fase) da corrente que percorre o dipolo elementar 1}$$

$$d = 0.902 \quad [\text{m}] \rightarrow \text{distância entre os dipolos elementares 0 e 1}$$

$$l := 0.3 \quad [\text{m}] \rightarrow \text{tamanho do dipolo elementar}$$

$$\epsilon_0 := 8.8541878210^{-12} \quad [\text{F/m}] \rightarrow \text{permissividade elétrica do espaço livre}$$

A expressão analítica no tempo do campo  $E_\theta$  é:

$$E_\theta(t) = |E_\theta| \cos(\omega t + \arg(E_\theta)) \quad [\text{V/m}]$$

onde  $E_\theta$  é um fasor da forma:

$$E_\theta = |E_{\theta 0}| \cdot e^{j \cdot \arg(E_{\theta 0})} + |E_{\theta 1}| \cdot e^{j \cdot \arg(E_{\theta 1})} \quad [\text{V/m}]$$

a)

$$r := 340 \quad [\text{m}] \quad \theta := 90 \cdot \text{deg}$$

$$r_0 := r - \frac{d}{2} \quad r_1 := r + \frac{d}{2}$$

$$E_{\theta 0} := \frac{I_0}{4 \cdot \pi \cdot \epsilon_0} \cdot 1 \cdot e^{-j \cdot \beta \cdot r_0} \cdot \sin(\theta) \cdot \left( \frac{j \cdot \omega}{c^2 \cdot r_0} + \frac{1}{c \cdot r_0^2} + \frac{1}{j \cdot \omega \cdot r_0^3} \right) \quad \rightarrow \quad |E_{\theta 0}| = 19.837 [\text{V/m}] \quad \arg(E_{\theta 0}) = 31.631 \cdot \text{deg}$$

$$E_{\theta 1} := \frac{I_1}{4 \cdot \pi \cdot \epsilon_0} \cdot 1 \cdot e^{-j \cdot \beta \cdot r_1} \cdot \sin(\theta) \cdot \left( \frac{j \cdot \omega}{c^2 \cdot r_1} + \frac{1}{c \cdot r_1^2} + \frac{1}{j \cdot \omega \cdot r_1^3} \right) \quad \rightarrow \quad |E_{\theta 1}| = 19.784 [\text{V/m}] \quad \arg(E_{\theta 1}) = 31.632 \cdot \text{deg}$$

$$E_\theta := |E_{\theta 0}| \cdot e^{j \cdot \arg(E_{\theta 0})} + |E_{\theta 1}| \cdot e^{j \cdot \arg(E_{\theta 1})} \quad \rightarrow \quad |E_\theta| = 39.621 \quad [\text{V/m}] \quad \arg(E_\theta) = 31.631 \cdot \text{deg}$$

$$E_{\theta a} := |E_\theta|$$

**b)**

$$r_0 := r + \frac{d}{2} \quad r_1 := r - \frac{d}{2}$$

$$E_{\theta 0} := \frac{I_0}{4 \cdot \pi \cdot \epsilon_0} \cdot 1 \cdot e^{-j \cdot \beta \cdot r_0} \cdot \sin(\theta) \cdot \left( \frac{j \cdot \omega}{c^2 \cdot r_0} + \frac{1}{c \cdot r_0^2} + \frac{1}{j \cdot \omega \cdot r_0^3} \right) \rightarrow |E_{\theta 0}| = 19.784 \text{ [V/m]} \quad \arg(E_{\theta 0}) = -58.368 \cdot \text{deg}$$

$$E_{\theta 1} := \frac{I_1}{4 \cdot \pi \cdot \epsilon_0} \cdot 1 \cdot e^{-j \cdot \beta \cdot r_1} \cdot \sin(\theta) \cdot \left( \frac{j \cdot \omega}{c^2 \cdot r_1} + \frac{1}{c \cdot r_1^2} + \frac{1}{j \cdot \omega \cdot r_1^3} \right) \rightarrow |E_{\theta 1}| = 19.837 \text{ [V/m]} \quad \arg(E_{\theta 1}) = 121.631 \cdot \text{deg}$$

$$E_{\theta} := |E_{\theta 0}| \cdot e^{j \cdot \arg(E_{\theta 0})} + |E_{\theta 1}| \cdot e^{j \cdot \arg(E_{\theta 1})} \rightarrow |E_{\theta}| = 0.053 \text{ [V/m]} \quad \arg(E_{\theta}) = 121.535 \cdot \text{deg}$$

$$E_{\theta b} := |E_{\theta}|$$

**c)**

$$FB := 20 \log \left( \frac{E_{\theta a}}{E_{\theta b}} \right) \quad FB = 57.547 \text{ [dB]}$$