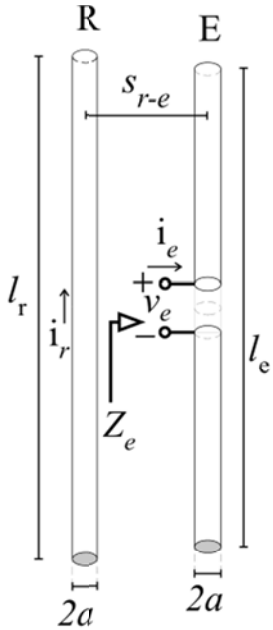
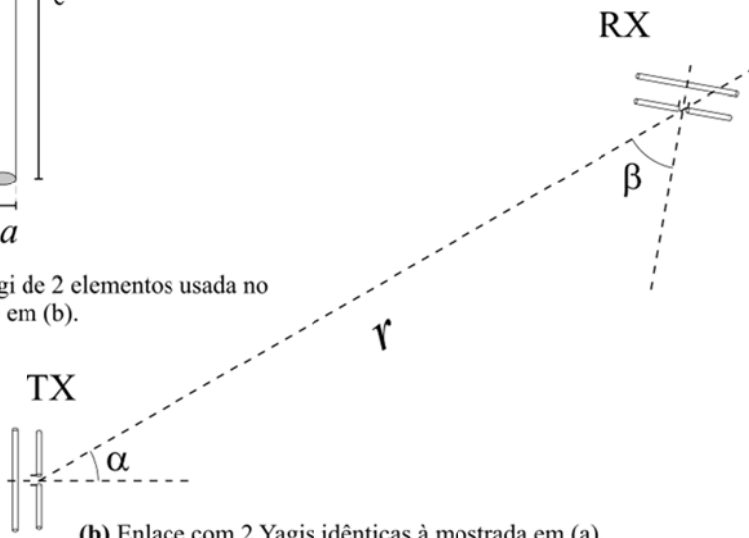


PUCRS – Escola Politécnica – Engenharia Elétrica
Antenas – T480 – 1º exercício aula 17/10/2019

Seja um enlace *wireless* que utiliza duas antenas Yagi-Uda conforme a Figura 1(b) abaixo.



(a) Geometria da Yagi de 2 elementos usada no enlace mostrado em (b).



(b) Enlace com 2 Yagis idênticas à mostrada em (a).

Figura 1: Enlace com duas antenas Yagi de 2 elementos, geometricamente idênticas, operando em um ambiente que se aproxima das condições de propagação no espaço livre. Ambas as antenas possuem perdas ôhmicas e dielétricas desprezíveis e estão contidas no mesmo plano (plano da página), distando entre si $r = 1000\text{m}$, sendo $\alpha = 30^\circ$ e $\beta = 50^\circ$. A Yagi TX é alimentada por um transmissor cuja frequência de operação é $f = 435\text{MHz}$ e cuja potência de saída medida é 185W . Ambas as Yagis possuem as seguintes dimensões geométricas: $l_r = 50.310\text{cm}$, $l_e = 31.013\text{cm}$, $s_{r-e} = 11.027\text{cm}$ e $a = 6.5\text{mm}$.

Determine:

- A relação frente-costas em dB da Yagi.
- O ganho em dBi na direção de máxima irradiação da Yagi.
- O valor RMS da tensão nos terminais da Yagi RX sabendo que esta opera sob ROE 1:1.
- O contorno de $|E_\theta|$ no plano E em $[\text{V/m}]$ a uma distância $r=1000\text{m}$ da Yagi TX.
- O contorno de $|E_\theta|$ no plano H em $[\text{V/m}]$ a uma distância $r=1000\text{m}$ da Yagi TX.

Solução :

$$f := 435 \text{ MHz} \quad \lambda := \frac{c}{f} \quad \lambda = 0.689 \text{ m}$$

Parâmetros geométricos dos elementos da Yagi - Matriz C: coordenadas (x_k, y_k, z_k) [m] do centro de cada dipolo, isto é $(x_k, y_k, z_k) = (C^{<0>}_k, C^{<1>}_k, C^{<2>}_k)$. Vetor L: tamanho [m] de cada dipolo, Vetor R: raio do cilindro que forma cada dipolo em [mm] :

$$C = \begin{pmatrix} -11.027 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} \cdot \text{cm} \quad L = \begin{pmatrix} 50.31 \\ 31.013 \end{pmatrix} \cdot \text{cm} \quad R = \begin{pmatrix} 6.5 \\ 6.5 \end{pmatrix} \cdot \text{mm} \quad \begin{pmatrix} 0 = \text{refletor} \\ 1 = \text{excitador} \end{pmatrix}$$

Matriz impedância mútua entre os elementos do array:

$$Z = \begin{pmatrix} 484.7813 + 176.2748i & 111.7339 - 118.0781i \\ 105.4678 - 126.6675i & 52.2353 - 7.6549i \end{pmatrix} \cdot \Omega$$

Nota: Nos elementos $z_{i,j}$ da matriz Z os índices i,j de ordem 0,1 referem-se respectivamente aos elementos R,E da Yagi da Figura 1(a) do enunciado.

Impedância de entrada Z_e "vista" dos terminais do elemento excitador:

$$V_e := 1 \text{ V} \quad \begin{pmatrix} I_r \\ I_e \end{pmatrix} := Z^{-1} \cdot \begin{pmatrix} 0 \\ V_e \end{pmatrix} \quad \begin{pmatrix} I_r \\ I_e \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 2.374 \times 10^{-4} + 3.701i \times 10^{-3} \\ 0.01 - 5.362i \times 10^{-3} \end{pmatrix} \text{ A}$$

$$Z_e := \frac{V_e}{I_e} \quad Z_e = (75.641 + 38.718i) \cdot \Omega$$

Do enunciado é dado que uma potência P é medida na saída do transmissor, potência esta que é entregue aos terminais do elemento excitador da Yagi. Portanto, o valor de pico no tempo da corrente i_e e da tensão V nos terminais do elemento excitador são dados por:

$$P := 185 \text{ W} \quad I_e := \sqrt{\frac{2 \cdot P}{\text{Re}(Z_e)}} \quad I_e = 2.212 \text{ A}$$

$$V_e := Z_e \cdot I_e \quad V_e = (167.294 + 85.632i) \cdot \text{V} \quad |V_e| = 187.936 \text{ V} \quad \arg(V_e) = 27.106 \text{ deg}$$

Uma vez obtida a tensão V nos terminais do excitador sob as condições de operação especificadas no enunciado, as correntes de entrada (isto é, correntes na posição central de cada elemento -> só tem sentido falar em "entrada" para o excitador) em todos os elementos da Yagi são dadas através da operação matricial $I = Z^{-1}V$, isto é:

$$\begin{pmatrix} I_r \\ I_e \end{pmatrix} := Z^{-1} \cdot \begin{pmatrix} 0 \\ V_e \end{pmatrix} \quad I := \begin{pmatrix} I_r \\ I_e \end{pmatrix} \quad I = \begin{pmatrix} -0.277 + 0.64i \\ 2.212 \end{pmatrix} \text{ A}$$

$$|I_r| = 0.697 \text{ A} \quad \arg(I_r) = 113.437 \text{ deg}$$

$$|I_e| = 2.212 \text{ A} \quad \arg(I_e) = 2.876 \times 10^{-15} \cdot \text{deg}$$

Referindo as correntes à posição de máxima corrente nos elementos (correntes de radiação), temos (Equação (33) - Cap IV):

$$I_r := \text{if} \left(L_0 > \frac{\lambda}{2}, \frac{I_r}{\sin\left(\frac{\pi \cdot L_0}{\lambda}\right)}, I_r \right) \quad |I_r| = 0.929 \text{ A} \quad \arg(I_r) = 113.437 \cdot \text{deg}$$

$$I_e := \text{if} \left(L_1 > \frac{\lambda}{2}, \frac{I_e}{\sin\left(\frac{\pi \cdot L_1}{\lambda}\right)}, I_e \right) \quad |I_e| = 2.212 \text{ A} \quad \arg(I_e) = 2.876 \times 10^{-15} \cdot \text{deg}$$

$$I := \begin{pmatrix} I_r \\ I_e \end{pmatrix}$$

a) Relação Frente-Costas:

Nota: O procedimento numérico Eθ_GeneralDipoleArray (r, λ, L_k, C_k, I_k, θ, φ), utilizado a seguir, implementa o módulo da Equação (14) do Capítulo V mas com o tamanho L_k da k-ésimo elemento do array indexado por k, elemento que encontra-se situado nas coordenadas (x_k, y_k, z_k) = (C<0>_k, C<1>_k, C<2>_k), conforme expresso na equação abaixo:

$$E_{\theta} = \sum_{k=0}^{K-1} I_k e^{j \frac{2\pi}{\lambda} (x_k \sin \theta \cos \phi + y_k \sin \theta \sin \phi + z_k \cos \theta)} \left[\frac{\cos\left(\frac{L_k}{\lambda} \pi \cos \theta\right) - \cos\left(\frac{\pi L_k}{\lambda}\right)}{\sin \theta} \right] \frac{60}{r} e^{j\left(\omega t - \frac{2\pi}{\lambda} r + \frac{\pi}{2}\right)}$$

r_far := 20·λ (r_far: r para far field – r > 10λ – região de campo distante) r_far = 13.784 m

CampoParaFrente := Eθ_GeneralDipoleArray(r_far, λ, L, C, I, 90·deg, 0) CampoParaFrente = 13.13· $\frac{V}{m}$

CampoParaTras := Eθ_GeneralDipoleArray(r_far, λ, L, C, I, 90·deg, 180·deg) CampoParaTras = 1.816· $\frac{V}{m}$

FB := 20·log $\left(\frac{\text{CampoParaFrente}}{\text{CampoParaTras}}\right)$ FB = 17.2 dB

b) Ganho G da Yagi RX sobre a Antena Isotrópica para η=100% = 1.0 (não há perdas nas antenas) na direção de máxima radiação:

Eθ_Yagi := √η·Eθ_GeneralDipoleArray(r_far, λ, L, C, I, 90·deg, 0) Eθ_Yagi = 13.13· $\frac{V}{m}$

$$\frac{P}{4 \cdot \pi \cdot r_{far}^2} = \frac{\left(\frac{E\theta_{Iso}}{\sqrt{2}}\right)^2}{120 \cdot \pi} = S \rightarrow E\theta_{Iso} := \sqrt{\frac{60 \cdot \Omega \cdot P}{r_{far}^2}} \quad E\theta_{Iso} = 7.644 \cdot \frac{V}{m}$$

G_{ww} := $\left(\frac{E\theta_{Yagi}}{E\theta_{Iso}}\right)^2$ G = 3 vezes GdBi := 10·log(G) GdBi = 4.7 dB GdBd := GdBi – 2.151 GdBd = 2.5 dBd

c) Valor RMS da tensão nos terminais da Yagi RX:

Ganho G da Yagi RX sobre a Antena Isotrópica para η=100% = 1.0 (não há perdas nas antenas) a um ângulo β=50° com o eixo do lobo principal da Yagi RX:

β := 50·deg Eθ_Yagi := √η·Eθ_GeneralDipoleArray(r_far, λ, L, C, I, 90·deg – β, 0) Eθ_Yagi = 6.12· $\frac{V}{m}$

Eθ_Iso := $\sqrt{\frac{60 \cdot \Omega \cdot P}{r_{far}^2}}$ Eθ_Iso = 7.644· $\frac{V}{m}$ G_{ww} := $\left(\frac{E\theta_{Yagi}}{E\theta_{Iso}}\right)^2$ G = 0.641 vezes

Resistência de Radiação da Yagi (Equação (35) - Cap IV):

Rr := if $\left(L_1 > \frac{\lambda}{2}, \text{Re}(Z_e) \cdot \sin\left(\frac{\pi \cdot L_1}{\lambda}\right), \text{Re}(Z_e)\right)$ Rr = 75.6·Ω

Area de Recepção Máxima da antena RX para η=100% = 1.0 (não há perdas nas antenas) a um ângulo β=50° com o eixo do lobo principal da Yagi RX:

ARXmax := $\frac{G \cdot \lambda^2}{4 \cdot \pi}$ ARXmax = 2.423 × 10⁻²·m²

Campo Eθ em um ponto p distante r=1Km da Yagi TX a um ângulo α=30° com o eixo do lobo principal da Yagi TX:

α := 30·deg r := 1·km Eθ := √η·Eθ_GeneralDipoleArray(r, λ, L, C, I, 90·deg – α, 0) Eθ = 0.138· $\frac{V}{m}$

Vetor de Poynting em um ponto p distante $r=1\text{Km}$ da Yagi TX a um ângulo $\alpha=30^\circ$ com o eixo do lobo principal da Yagi TX:

$$Z_{\text{freespace}} := 120 \cdot \pi \cdot \Omega \quad S := \frac{\left(\frac{E_\theta}{\sqrt{2}}\right)^2}{Z_{\text{freespace}}} \quad S = 2.524 \times 10^{-5} \cdot \frac{\text{W}}{\text{m}^2}$$

Tensão Voc nos terminais da Yagi RX distante $r=1\text{Km}$ da TX:

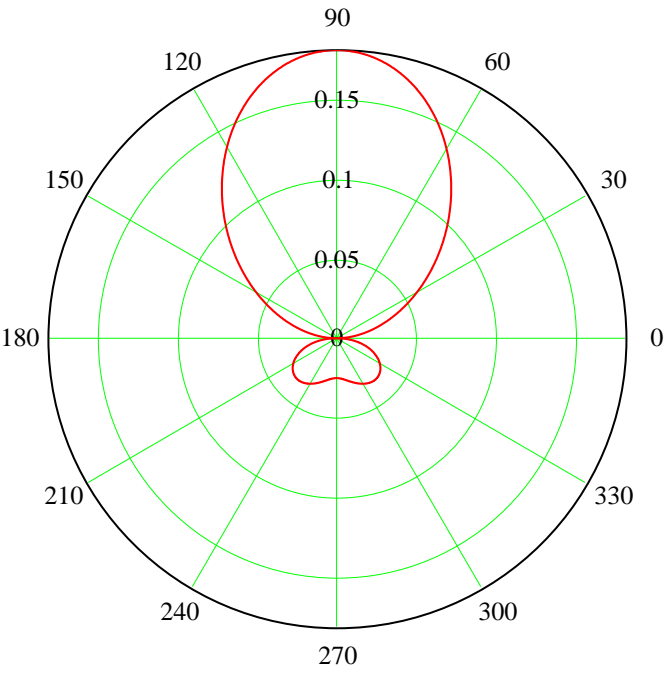
$$V_{\text{oc}} := \sqrt{4 \cdot \text{ARX}_{\text{max}} \cdot S \cdot R_r} \quad V_{\text{oc}} = 0.014 \cdot V \quad (\text{rms})$$

$$V_{\text{ROE}_{1,1}} := \frac{V_{\text{oc}}}{2} \quad V_{\text{ROE}_{1,1}} = 6.8 \times 10^{-3} \cdot V \quad (\text{rms})$$

d) Contorno de $|E_\theta|$ no plano E em [V/m] a $r=1\text{Km}$ da Yagi TX:

$$\sqrt{\eta} \cdot E_{\theta_GeneralDipoleArray}(r, \lambda, L, C, I, \theta_n, 0)$$

$$\sqrt{\eta} \cdot E_{\theta_GeneralDipoleArray}(r, \lambda, L, C, I, \theta_n, 180\text{-deg}) \cdot e^{j \cdot 180\text{-deg}}$$



e) Contorno de $|E_\rho|$ no plano H em [V/m] a $r=1\text{Km}$ da Yagi TX:

$$\sqrt{\eta} \cdot E_{\rho_GeneralDipoleArray}(r, \lambda, L, C, I, 90\text{-deg}, \phi_n)$$

