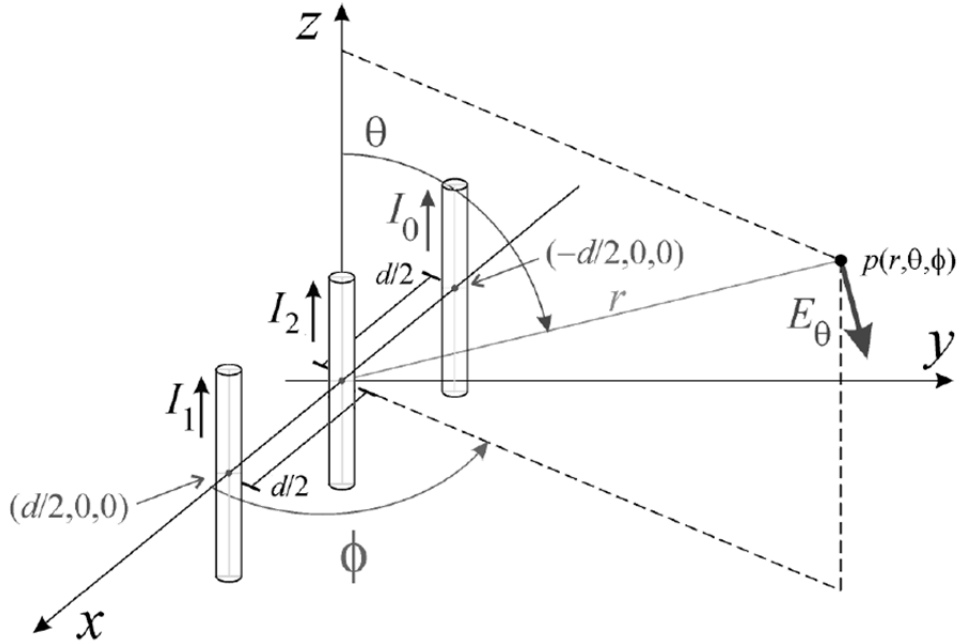


Três dipolos elementares de comprimento  $\ell = 6.765$  cm, encontram-se dispostos conforme mostra a figura abaixo. A distância entre os dois dipolos externos é  $d = 23.737$ cm. As correntes que percorrem os dipolos são respectivamente dadas por  $I_0(t) = 512 \cos(2\pi 421 \times 10^6 t - 25^\circ)$  [A],  $I_1(t) = 512 \cos(2\pi 421 \times 10^6 t + 95^\circ)$  [A] e  $I_2(t) = 512 \cos(2\pi 421 \times 10^6 t + 35^\circ)$  [A].



Determine a expressão analítica no tempo do campo  $E_\theta$  em um ponto  $p$  do espaço  $\mathcal{R}^3$  situado nas seguintes coordenadas:

- No semi-eixo negativo do eixo x, distante 30m da origem do sistema cartesiano.
- No semi-eixo positivo do eixo x, distante 30m da origem do sistema cartesiano.
- Qual a razão em dB entre os campos  $E_\theta$  obtidos em a) e b)?

**Nota 1:** Considere a velocidade de propagação da onda eletromagnética no espaço livre como sendo  $c = 2.99792458 \times 10^8$  m/s e a permissividade elétrica do espaço livre como sendo  $\epsilon_0 = 8.85418782 \times 10^{-12}$  F/m.

**Nota 2:** Ao computar  $e^{j\beta r}$  utilize pelo menos 6 dígitos decimais significativos.

# Solução:

$$f := 421 \cdot \text{MHz} \quad \rightarrow \text{freqüência de operação}$$

$$\lambda := \frac{c}{f} \quad \lambda = 0.712 \text{ m} \quad \rightarrow \text{comprimento de onda da onda eletromagnética}$$

$$\beta := \frac{2 \cdot \pi}{\lambda} \quad \beta = 8.824 \cdot \frac{\text{rad}}{\text{m}} \rightarrow \text{constante de propagação da onda eletromagnética (variação angular da onda eletromagnética na direção de propagação no espaço R}^3)$$

$$I_0 := 512 \cdot e^{-j \cdot 25 \cdot \text{deg}} \text{ A} \quad \rightarrow \text{fasor (amplitude e fase) da corrente que percorre o dipolo elementar 0}$$

$$I_1 := 512 \cdot e^{j \cdot 95 \cdot \text{deg}} \text{ A} \quad \rightarrow \text{fasor (amplitude e fase) da corrente que percorre o dipolo elementar 1}$$

$$I_2 := 512 \cdot e^{j \cdot 35 \cdot \text{deg}} \quad \rightarrow \text{fasor (amplitude e fase) da corrente que percorre o dipolo elementar 2}$$

$$d = 23.737 \cdot \text{cm} \quad \rightarrow \text{distância entre os dipolos elementares 0 e 1}$$

$$l = 6.765 \cdot \text{cm} \quad \rightarrow \text{tamanho do dipolo elementar}$$

$$c = 2.99792458 \times 10^8 \frac{\text{m}}{\text{s}} \quad \rightarrow \text{velocidade da onda eletromagnética (luz) no espaço livre}$$

$$\epsilon_0 := 8.85418782 \cdot 10^{-12} \frac{\text{F}}{\text{m}} \quad \rightarrow \text{permissividade elétrica do espaço livre}$$

$$\frac{l}{\lambda} = 0.095 \quad \rightarrow l < 0.1\lambda, \text{ portanto, são dipolos elementares}$$

$$\omega := 2 \cdot \pi \cdot f \quad \omega = 2.645 \times 10^9 \cdot \frac{\text{rad}}{\text{s}} \quad \rightarrow \text{variação angular da onda eletromagnética no domínio tempo}$$

A expressão analítica no tempo do campo  $E_\theta$  é:

$$E_\theta(t) = |E_\theta| \cos(\omega t + \arg(E_\theta)) [\text{V/m}]$$

onde  $E_\theta$  é um fasor da forma:

$$E_\theta = |E_{\theta 0}| \cdot e^{j \cdot \arg(E_{\theta 0})} + |E_{\theta 1}| \cdot e^{j \cdot \arg(E_{\theta 1})} + |E_{\theta 2}| \cdot e^{j \cdot \arg(E_{\theta 2})} \quad [\text{V/m}]$$

a)

$$r := 30 \cdot \text{m} \quad [\text{m}] \quad \theta := 90 \cdot \text{deg}$$

$$r_0 := r - \frac{d}{2} \quad r_1 := r + \frac{d}{2}$$

$$E_{\theta 0} := \frac{I_0}{4 \cdot \pi \cdot \epsilon_0} \cdot l \cdot e^{-j \cdot \beta \cdot r_0} \cdot \sin(\theta) \cdot \left( \frac{j \cdot \omega}{c^2 \cdot r_0} + \frac{1}{c \cdot r_0^2} + \frac{1}{j \cdot \omega \cdot r_0^3} \right) \quad |E_{\theta 0}| = 306.614 \cdot \frac{\text{V}}{\text{m}} \quad \arg(E_{\theta 0}) = 78.29 \cdot \text{deg}$$

$$E_{\theta 1} := \frac{I_1}{4 \cdot \pi \cdot \epsilon_0} \cdot l \cdot e^{-j \cdot \beta \cdot r_1} \cdot \sin(\theta) \cdot \left( \frac{j \cdot \omega}{c^2 \cdot r_1} + \frac{1}{c \cdot r_1^2} + \frac{1}{j \cdot \omega \cdot r_1^3} \right) \quad |E_{\theta 1}| = 304.197 \cdot \frac{\text{V}}{\text{m}} \quad \arg(E_{\theta 1}) = 78.292 \cdot \text{deg}$$

$$E_{\theta 2} := \frac{I_2}{4 \cdot \pi \cdot \epsilon_0} \cdot l \cdot e^{-j \cdot \beta \cdot r} \cdot \sin(\theta) \cdot \left( \frac{j \cdot \omega}{c^2 \cdot r} + \frac{1}{c \cdot r^2} + \frac{1}{j \cdot \omega \cdot r^3} \right) \quad |E_{\theta 2}| = 305.401 \cdot \frac{\text{V}}{\text{m}} \quad \arg(E_{\theta 2}) = 78.291 \cdot \text{deg}$$

$$E_\theta := |E_{\theta 0}| \cdot e^{j \cdot \arg(E_{\theta 0})} + |E_{\theta 1}| \cdot e^{j \cdot \arg(E_{\theta 1})} + |E_{\theta 2}| \cdot e^{j \cdot \arg(E_{\theta 2})} \quad |E_\theta| = 916.211 \cdot \frac{\text{V}}{\text{m}} \quad \arg(E_\theta) = 78.291 \cdot \text{deg}$$

$$E_{\theta a} := |E_\theta|$$

b)

$$r0 := r + \frac{d}{2} \quad r1 := r - \frac{d}{2}$$

$$E_{\theta 0} := \frac{I_0}{4 \cdot \pi \cdot \epsilon_0} \cdot 1 \cdot e^{-j \cdot \beta \cdot r_0} \cdot \sin(\theta) \cdot \left( \frac{j \cdot \omega}{c^2 \cdot r_0} + \frac{1}{c \cdot r_0^2} + \frac{1}{j \cdot \omega \cdot r_0^3} \right)$$

$$|E_{\theta 0}| = 304.197 \cdot \frac{V}{m} \quad \arg(E_{\theta 0}) = -41.708 \cdot \text{deg}$$

$$E_{\theta 1} := \frac{I_1}{4 \cdot \pi \cdot \epsilon_0} \cdot 1 \cdot e^{-j \cdot \beta \cdot r_1} \cdot \sin(\theta) \cdot \left( \frac{j \cdot \omega}{c^2 \cdot r_1} + \frac{1}{c \cdot r_1^2} + \frac{1}{j \cdot \omega \cdot r_1^3} \right)$$

$$|E_{\theta 1}| = 306.614 \cdot \frac{V}{m} \quad \arg(E_{\theta 1}) = -161.71 \cdot \text{deg}$$

$$E_{\theta 2} := \frac{I_2}{4 \cdot \pi \cdot \epsilon_0} \cdot 1 \cdot e^{-j \cdot \beta \cdot r} \cdot \sin(\theta) \cdot \left( \frac{j \cdot \omega}{c^2 \cdot r} + \frac{1}{c \cdot r^2} + \frac{1}{j \cdot \omega \cdot r^3} \right)$$

$$|E_{\theta 2}| = 305.401 \cdot \frac{V}{m} \quad \arg(E_{\theta 2}) = 78.291 \cdot \text{deg}$$

$$E_{\theta} := |E_{\theta 0}| \cdot e^{j \cdot \arg(E_{\theta 0})} + |E_{\theta 1}| \cdot e^{j \cdot \arg(E_{\theta 1})} + |E_{\theta 2}| \cdot e^{j \cdot \arg(E_{\theta 2})}$$

$$|E_{\theta}| = 2.093 \cdot \frac{V}{m} \quad \arg(E_{\theta}) = 168.206 \cdot \text{deg}$$

$$E_{\theta b} := |E_{\theta}|$$

c)

$$FB := 20 \log \left( \frac{E_{\theta a}}{E_{\theta b}} \right) \quad FB = 52.826 \quad [\text{dB}]$$