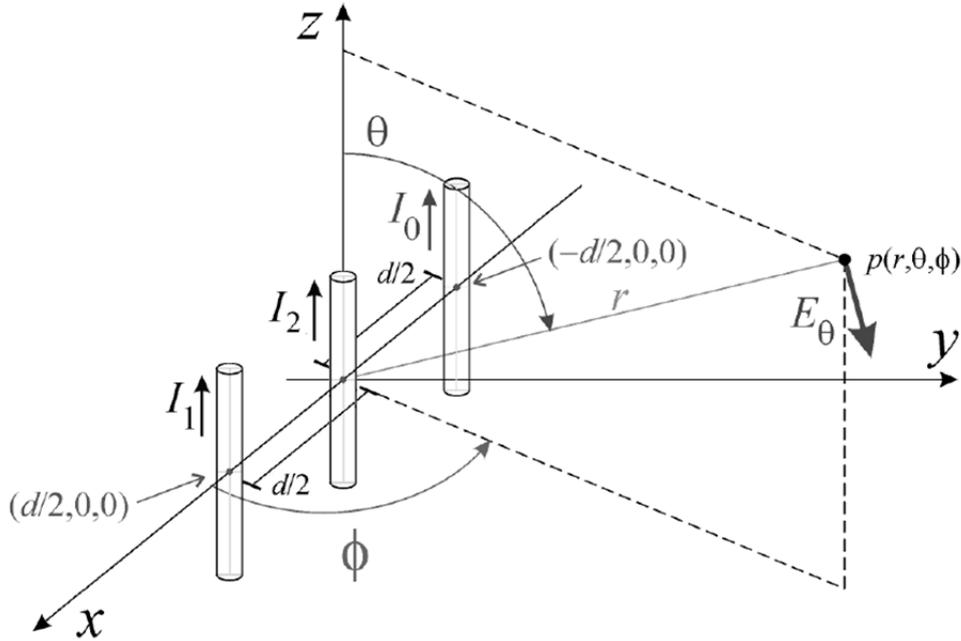


Três dipolos elementares de comprimento $\ell = 6.765$ cm, encontram-se dispostos conforme mostra a figura abaixo. A distância entre os dois dipolos externos é $d = 23.737$ cm. As correntes que percorrem os dipolos são respectivamente dadas por $I_0(t) = 512 \cos(2\pi 421 \times 10^6 t - 25^\circ)$ [A], $I_1(t) = 512 \cos(2\pi 421 \times 10^6 t + 95^\circ)$ [A] e $I_2(t) = 512 \cos(2\pi 421 \times 10^6 t + 35^\circ)$ [A].



Determine a expressão analítica no tempo do campo E_θ em um ponto p do espaço \mathcal{R}^3 situado nas seguintes coordenadas:

- No semi-eixo negativo do eixo x, distante 30m da origem do sistema cartesiano.
- No semi-eixo positivo do eixo x, distante 30m da origem do sistema cartesiano.
- Qual a razão em dB entre os campos E_θ obtidos em a) e b)?

Nota 1: Considere a velocidade de propagação da onda eletromagnética no espaço livre como sendo $c = 2.99792458 \times 10^8$ m/s e a permissividade elétrica do espaço livre como sendo $\epsilon_0 = 8.85418782 \times 10^{-12}$ F/m.

Nota 2: Ao computar $e^{j\beta r}$ utilize pelo menos 6 dígitos decimais significativos.

Solução:

$f := 421 \cdot \text{MHz}$ → frequência de operação

$\lambda := \frac{c}{f}$ $\lambda = 0.712 \text{ m}$ → comprimento de onda da onda eletromagnética

$\beta := \frac{2 \cdot \pi}{\lambda}$ $\beta = 8.824 \cdot \frac{\text{rad}}{\text{m}}$ → constante de propagação da onda eletromagnética (variação angular da onda eletromagnética na direção de propagação no espaço R^3)

$I_0 := 512 \cdot e^{-j \cdot 25 \cdot \text{deg}} \text{ A}$ → fasor (amplitude e fase) da corrente que percorre o dipolo elementar 0

$I_1 := 512 \cdot e^{j \cdot 95 \cdot \text{deg}} \text{ A}$ → fasor (amplitude e fase) da corrente que percorre o dipolo elementar 1

$I_2 := 512 \cdot e^{j \cdot 35 \cdot \text{deg}}$ → fasor (amplitude e fase) da corrente que percorre o dipolo elementar 2

$d = 23.737 \cdot \text{cm}$ → distância entre os dipolos elementares 0 e 1

$l = 6.765 \cdot \text{cm}$ → tamanho do dipolo elementar

$c = 2.99792458 \times 10^8 \frac{\text{m}}{\text{s}}$ → velocidade da onda eletromagnética (luz) no espaço livre

$\epsilon_0 := 8.85418782 \cdot 10^{-12} \frac{\text{F}}{\text{m}}$ → permissividade elétrica do espaço livre

$\frac{l}{\lambda} = 0.095$ → $l < 0.1\lambda$, portanto, são dipolos elementares

$\omega := 2 \cdot \pi \cdot f$ $\omega = 2.645 \times 10^9 \cdot \frac{\text{rad}}{\text{s}}$ → variação angular da onda eletromagnética no domínio tempo

A expressão analítica no tempo do campo E_θ é:

$$E_\theta(t) = |E_\theta| \cos(\omega t + \arg(E_\theta)) [\text{V/m}]$$

onde E_θ é um fasor da forma:

$$E_\theta = |E_{\theta 0}| \cdot e^{j \cdot \arg(E_{\theta 0})} + |E_{\theta 1}| \cdot e^{j \cdot \arg(E_{\theta 1})} + |E_{\theta 2}| \cdot e^{j \cdot \arg(E_{\theta 2})} \quad [\text{V/m}]$$

a)

$r := 30 \cdot \text{m}$ [m] $\theta := 90 \cdot \text{deg}$

$$r_0 := r - \frac{d}{2} \quad r_1 := r + \frac{d}{2}$$

$$E_{\theta 0} := \frac{I_0}{4 \cdot \pi \cdot \epsilon_0} \cdot l \cdot e^{-j \cdot \beta \cdot r_0} \cdot \sin(\theta) \cdot \left(\frac{j \cdot \omega}{c^2 \cdot r_0} + \frac{1}{c \cdot r_0^2} + \frac{1}{j \cdot \omega \cdot r_0^3} \right) \quad |E_{\theta 0}| = 306.614 \cdot \frac{\text{V}}{\text{m}} \quad \arg(E_{\theta 0}) = 78.29 \cdot \text{deg}$$

$$E_{\theta 1} := \frac{I_1}{4 \cdot \pi \cdot \epsilon_0} \cdot l \cdot e^{-j \cdot \beta \cdot r_1} \cdot \sin(\theta) \cdot \left(\frac{j \cdot \omega}{c^2 \cdot r_1} + \frac{1}{c \cdot r_1^2} + \frac{1}{j \cdot \omega \cdot r_1^3} \right) \quad |E_{\theta 1}| = 304.197 \cdot \frac{\text{V}}{\text{m}} \quad \arg(E_{\theta 1}) = 78.292 \cdot \text{deg}$$

$$E_{\theta 2} := \frac{I_2}{4 \cdot \pi \cdot \epsilon_0} \cdot l \cdot e^{-j \cdot \beta \cdot r} \cdot \sin(\theta) \cdot \left(\frac{j \cdot \omega}{c^2 \cdot r} + \frac{1}{c \cdot r^2} + \frac{1}{j \cdot \omega \cdot r^3} \right) \quad |E_{\theta 2}| = 305.401 \cdot \frac{\text{V}}{\text{m}} \quad \arg(E_{\theta 2}) = 78.291 \cdot \text{deg}$$

$$E_\theta := |E_{\theta 0}| \cdot e^{j \cdot \arg(E_{\theta 0})} + |E_{\theta 1}| \cdot e^{j \cdot \arg(E_{\theta 1})} + |E_{\theta 2}| \cdot e^{j \cdot \arg(E_{\theta 2})} \quad |E_\theta| = 916.211 \cdot \frac{\text{V}}{\text{m}} \quad \arg(E_\theta) = 78.291 \cdot \text{deg}$$

$$E_{\theta a} := |E_\theta|$$

b)

$$r0 := r + \frac{d}{2} \quad r1 := r - \frac{d}{2}$$

$$E_{\theta 0} := \frac{I_0}{4 \cdot \pi \cdot \epsilon_0} \cdot 1 \cdot e^{-j \cdot \beta \cdot r_0} \cdot \sin(\theta) \cdot \left(\frac{j \cdot \omega}{c^2 \cdot r_0} + \frac{1}{c \cdot r_0^2} + \frac{1}{j \cdot \omega \cdot r_0^3} \right)$$

$$|E_{\theta 0}| = 304.197 \cdot \frac{V}{m} \quad \arg(E_{\theta 0}) = -41.708 \cdot \text{deg}$$

$$E_{\theta 1} := \frac{I_1}{4 \cdot \pi \cdot \epsilon_0} \cdot 1 \cdot e^{-j \cdot \beta \cdot r_1} \cdot \sin(\theta) \cdot \left(\frac{j \cdot \omega}{c^2 \cdot r_1} + \frac{1}{c \cdot r_1^2} + \frac{1}{j \cdot \omega \cdot r_1^3} \right)$$

$$|E_{\theta 1}| = 306.614 \cdot \frac{V}{m} \quad \arg(E_{\theta 1}) = -161.71 \cdot \text{deg}$$

$$E_{\theta 2} := \frac{I_2}{4 \cdot \pi \cdot \epsilon_0} \cdot 1 \cdot e^{-j \cdot \beta \cdot r} \cdot \sin(\theta) \cdot \left(\frac{j \cdot \omega}{c^2 \cdot r} + \frac{1}{c \cdot r^2} + \frac{1}{j \cdot \omega \cdot r^3} \right)$$

$$|E_{\theta 2}| = 305.401 \cdot \frac{V}{m} \quad \arg(E_{\theta 2}) = 78.291 \cdot \text{deg}$$

$$E_{\theta} := |E_{\theta 0}| \cdot e^{j \cdot \arg(E_{\theta 0})} + |E_{\theta 1}| \cdot e^{j \cdot \arg(E_{\theta 1})} + |E_{\theta 2}| \cdot e^{j \cdot \arg(E_{\theta 2})}$$

$$|E_{\theta}| = 2.093 \cdot \frac{V}{m} \quad \arg(E_{\theta}) = 168.206 \cdot \text{deg}$$

$$E_{\theta b} := |E_{\theta}|$$

c)

$$FB := 20 \log \left(\frac{E_{\theta a}}{E_{\theta b}} \right) \quad FB = 52.826 \quad [\text{dB}]$$