

Seja um enlace *wireless* que utiliza duas antenas Yagi-Uda conforme a Figura 1(b) abaixo.

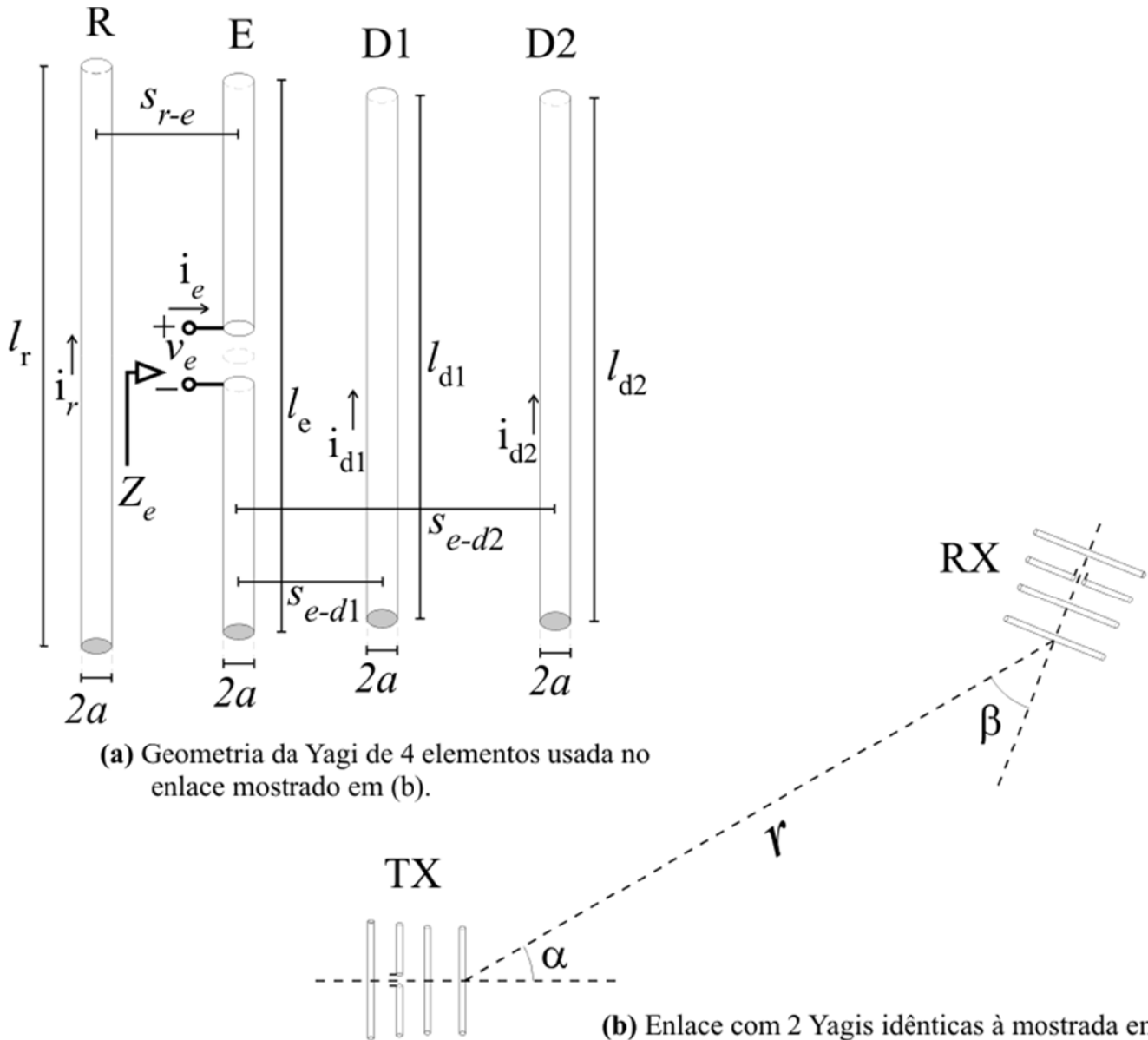


Figura 1: Enlace com duas antenas Yagi de 4 elementos, geometricamente idênticas, operando em um ambiente que se aproxima das condições de propagação no espaço livre. Ambas as antenas possuem perdas ôhmicas e dielétricas desprezíveis e estão contidas no mesmo plano (plano da página), distando entre si $r = 100$ Km, sendo $\alpha = 30^\circ$ e $\beta = 50^\circ$. A Yagi TX é alimentada por um transmissor cuja frequência de operação é $f = 435$ MHz e cuja potência de saída medida é 185W. Ambas as Yagis possuem as seguintes dimensões geométricas: $l_r = 0.379$ m, $l_e = 0.338$ m, $l_{d1} = 0.317$ m, $l_{d2} = 0.303$ m, $s_{r-e} = 4.824$ cm, $s_{e-d1} = 9.648$ cm, $s_{e-d2} = 24.121$ cm e $a = 2.0$ mm.

Determine:

- A relação frente-costas em dB da Yagi.
- O ganho em dBi na direção de máxima irradiação da Yagi.
- O valor RMS da tensão nos terminais da Yagi RX sabendo que esta opera sob ROE 1:1.
- Plote o contorno $|E_\theta|$ a 100 Km da antena TX, tanto no plano E como no plano H.

Solução :

$$f := 435 \text{ MHz}$$

$$\lambda := \frac{c}{f}$$

$$\lambda = 0.689 \text{ m}$$

Parâmetros geométricos dos elementos da Yagi - Matriz C: coordenadas (x_k, y_k, z_k) [m] do centro de

cada dipolo, isto é $(x_k, y_k, z_k) = (C^{<0>}_k, C^{<1>}_k, C^{<2>}_k)$. Vetor L: tamanho [m] de cada dipolo,

Vetor R: raio do cilindro que forma cada dipolo em [mm] :

$$C = \begin{pmatrix} -4.824 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 9.648 & 0 & 0 \\ 24.121 & 0 & 0 \end{pmatrix} \cdot \text{cm} \quad L = \begin{pmatrix} 0.379 \\ 0.338 \\ 0.317 \\ 0.303 \end{pmatrix} \text{ m} \quad R = \begin{pmatrix} 2 \\ 2 \\ 2 \\ 2 \end{pmatrix} \cdot \text{mm} \quad \begin{pmatrix} 0 = \text{refletor} \\ 1 = \text{excitador} \\ 2 = \text{diretor1} \\ 3 = \text{diretor2} \end{pmatrix}$$

Matriz impedância mútua entre os elementos do array:

$$Z = \begin{pmatrix} 110.9539 + 123.8122i & 91.449 + 17.4977i & 56.1625 - 17.8522i & 1.6489 - 30.8939i \\ 91.6816 + 25.5973i & 70.932 + 29.1885i & 55.1342 - 3.5413i & 15.0933 - 26.5213i \\ 55.8661 - 33.8338i & 55.1922 - 6.5623i & 56.8773 - 15.5319i & 36.3235 - 13.8975i \\ 1.5004 - 41.3884i & 15.2618 - 33.6674i & 36.4374 - 17.2729i & 49.0823 - 44.6978i \end{pmatrix} \cdot \Omega$$

Nota: Nos elementos $z_{i,j}$ da matriz Z os índices i,j de ordem 0,1,2 e 3 referem-se respectivamente aos elementos R,E,D1 e D2 da Yagi da Figura 1(a) do enunciado.

Impedância de entrada Z_e "vista" dos terminais do elemento excitador:

$$V_e := 1 \text{ V} \quad \begin{pmatrix} I_r \\ I_e \\ I_{d1} \\ I_{d2} \end{pmatrix} := Z^{-1} \cdot \begin{pmatrix} 0 \\ V_e \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix} \quad \begin{pmatrix} I_r \\ I_e \\ I_{d1} \\ I_{d2} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 3.693 \times 10^{-3} + 0.011i \\ 0.023 - 0.023i \\ -0.039 - 9.184i \times 10^{-3} \\ 7.54 \times 10^{-3} + 0.026i \end{pmatrix} \text{ A} \quad \rightarrow \quad Z_e := \frac{V_e}{I_e} \quad Z_e = (21.512 + 21.344i) \cdot \Omega$$

Do enunciado é dado que uma potência P é medida na saída do transmissor, potência esta que é entregue aos terminais do elemento excitador da Yagi. Portanto, o valor de pico no tempo da corrente i_e e da tensão V nos terminais do elemento excitador são dados por:

$$P := 185 \text{ W} \quad I_e := \sqrt{\frac{2 \cdot P}{\text{Re}(Z_e)}} \quad I_e = 4.147 \text{ A}$$

$$V_e := Z_e \cdot I_e \quad V_e = (89.215 + 88.519i) \cdot \text{V} \quad |V_e| = 125.678 \text{ V} \quad \arg(V_e) = 44.776 \text{ deg}$$

Uma vez obtida a tensão V nos terminais do excitador sob as condições de operação especificadas no enunciado, as correntes de entrada (isto é, correntes na posição central de cada elemento -> só tem sentido falar em "entrada" para o excitador) em todos os elementos da Yagi são dadas através da operação matricial $I = Z^{-1}V$, isto é:

$$\begin{pmatrix} I_r \\ I_e \\ I_{d1} \\ I_{d2} \end{pmatrix} := Z^{-1} \cdot \begin{pmatrix} 0 \\ V_e \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix} \quad I := \begin{pmatrix} I_r \\ I_e \\ I_{d1} \\ I_{d2} \end{pmatrix} \quad I = \begin{pmatrix} -0.681 + 1.345i \\ 4.147 \\ -2.677 - 4.282i \\ -1.627 + 2.985i \end{pmatrix} \text{ A}$$

$$|I_r| = 1.507 \text{ A} \quad \arg(I_r) = 116.842 \text{ deg}$$

$$|I_e| = 4.147 \text{ A} \quad \arg(I_e) = 0 \cdot \text{deg}$$

$$|I_{d1}| = 5.05 \text{ A} \quad \arg(I_{d1}) = -122.011 \cdot \text{deg}$$

$$|I_{d2}| = 3.4 \text{ A} \quad \arg(I_{d2}) = 118.591 \cdot \text{deg}$$

Referindo as correntes à posição de máxima corrente nos elementos (correntes de radiação), temos (Equação (33) - Cap IV):

$$I_r := \text{if} \left(L_0 > \frac{\lambda}{2}, \frac{I_r}{\sin\left(\frac{\pi \cdot L_0}{\lambda}\right)}, I_r \right) \quad |I_r| = 1.526 \text{ A} \quad \arg(I_r) = 116.842 \cdot \text{deg}$$

$$I_e := \text{if} \left(L_1 > \frac{\lambda}{2}, \frac{I_e}{\sin\left(\frac{\pi \cdot L_1}{\lambda}\right)}, I_e \right) \quad |I_e| = 4.147 \text{ A} \quad \arg(I_e) = 0 \cdot \text{deg}$$

$$\underline{Id1} := \text{if} \left(L_2 > \frac{\lambda}{2}, \frac{Id1}{\sin\left(\frac{\pi \cdot L_2}{\lambda}\right)}, Id1 \right) \quad |Id1| = 5.05 \text{ A} \quad \arg(Id1) = -122.011 \cdot \text{deg}$$

$$\underline{Id2} := \text{if} \left(L_3 > \frac{\lambda}{2}, \frac{Id2}{\sin\left(\frac{\pi \cdot L_3}{\lambda}\right)}, Id2 \right) \quad |Id2| = 3.4 \text{ A} \quad \arg(Id2) = 118.591 \cdot \text{deg}$$

$$I := (I_r \ I_e \ Id1 \ Id2)^T$$

a) Relação Frente-Costas:

Nota: O procedimento numérico $E\theta_GeneralDipoleArray(r, \lambda, L_k, C_k, I_k, \theta, \phi)$, utilizado a seguir, implementa o módulo da Equação (14) do Capítulo V mas com o tamanho L_k de k -ésimo elemento do array indexado por k , elemento que encontra-se situado nas coordenadas $(x_k, y_k, z_k) = (C^{<0>}_k, C^{<1>}_k, C^{<2>}_k)$, conforme expresso na equação abaixo:

$$E_\theta = \sum_{k=0}^{K-1} I_k e^{j \frac{2\pi}{\lambda} (x_k \sin \theta \cos \phi + y_k \sin \theta \sin \phi + z_k \cos \theta)} \left\{ \frac{\cos\left(\frac{L_k}{\lambda} \pi \cos \theta\right) - \cos\left(\frac{\pi L_k}{\lambda}\right)}{\sin \theta} \right\} \frac{60}{r} e^{j \left(\omega t - \frac{2\pi}{\lambda} r + \frac{\pi}{2} \right)}$$

$$r_far := 100 \cdot \lambda \quad (r_far: r \text{ para far field} - r > 10\lambda - \text{região de campo distante})$$

$$\text{CampoParaFrente} := E\theta_GeneralDipoleArray(r_far, \lambda, L, C, I, 90 \cdot \text{deg}, 0)$$

$$\text{CampoParaTras} := E\theta_GeneralDipoleArray(r_far, \lambda, L, C, I, 90 \cdot \text{deg}, 180 \cdot \text{deg})$$

$$FB := 20 \cdot \log\left(\frac{\text{CampoParaFrente}}{\text{CampoParaTras}}\right) \quad FB = 16.2 \text{ dB}$$

b) Ganho G da Yagi RX sobre a Antena Isotrópica para $\eta=100\% = 1.0$ (não há perdas nas antenas) na direção de máxima radiação:

$$E\theta_Yagi := \sqrt{\eta} \cdot E\theta_GeneralDipoleArray(r_far, \lambda, L, C, I, 90 \cdot \text{deg}, 0) \quad E\theta_Yagi = 5.619 \cdot \frac{V}{m}$$

$$\frac{P}{4 \cdot \pi \cdot r_far^2} = \frac{\left(\frac{E\theta_Iso}{\sqrt{2}}\right)^2}{120 \cdot \pi} = S \rightarrow E\theta_Iso := \sqrt{\frac{60 \cdot \Omega \cdot P}{r_far^2}} \quad E\theta_Iso = 1.529 \cdot \frac{V}{m}$$

$$G := \left(\frac{E\theta_Yagi}{E\theta_Iso}\right)^2 \quad G = 13.5 \text{ vezes} \quad GdBi := 10 \cdot \log(G) \quad GdBi = 11.3 \text{ dBi} \quad GdBd := GdBi - 2.151 \quad GdBd = 9.2 \text{ dBd}$$

c) Valor RMS da tensão nos terminais da Yagi RX:

Ganho G da Yagi RX sobre a Antena Isotrópica para $\eta=100\% = 1.0$ (não há perdas nas antenas) a um ângulo $\beta=50^\circ$ com o eixo do lobo principal da Yagi RX:

$$\beta := 50 \cdot \text{deg} \quad E\theta_Yagi := \sqrt{\eta} \cdot E\theta_GeneralDipoleArray(r_far, \lambda, L, C, I, 90 \cdot \text{deg} - \beta, 0) \quad E\theta_Yagi = 1.925 \cdot \frac{V}{m}$$

$$E\theta_Iso := \sqrt{\frac{60 \cdot \Omega \cdot P}{r_far^2}} \quad E\theta_Iso = 1.529 \cdot \frac{V}{m} \quad G := \left(\frac{E\theta_Yagi}{E\theta_Iso}\right)^2 \quad G = 1.586 \text{ vezes}$$

Resistência de Radiação da Yagi (Equação (35) - Cap IV):

$$R_r := \text{if} \left(L_1 > \frac{\lambda}{2}, \text{Re}(Z_e) \cdot \sin\left(\frac{\pi \cdot L_1}{\lambda}\right)^2, \text{Re}(Z_e) \right) \quad R_r = 21.5 \cdot \Omega$$

Area de Recepção Máxima da antena RX para $\eta=100\% = 1.0$ (não há perdas nas antenas) a um ângulo $\beta=50^\circ$ com o eixo do lobo principal da Yagi RX:

$$ARX_{max} := \frac{G \cdot \lambda^2}{4 \cdot \pi} \quad ARX_{max} = 0.06 \text{ m}^2$$

Campo E_θ em um ponto p distante r da Yagi TX a um ângulo $\alpha=30^\circ$ com o eixo do lobo principal da Yagi TX:

$$\alpha := 30\text{-deg} \quad r := 100\text{-km} \rightarrow E_\theta := \sqrt{\eta} \cdot E_{\theta_GeneralDipoleArray}(r, \lambda, L, C, I, 90\text{-deg} - \alpha, 0) \quad E_\theta = 2.708 \times 10^{-3} \frac{V}{m}$$

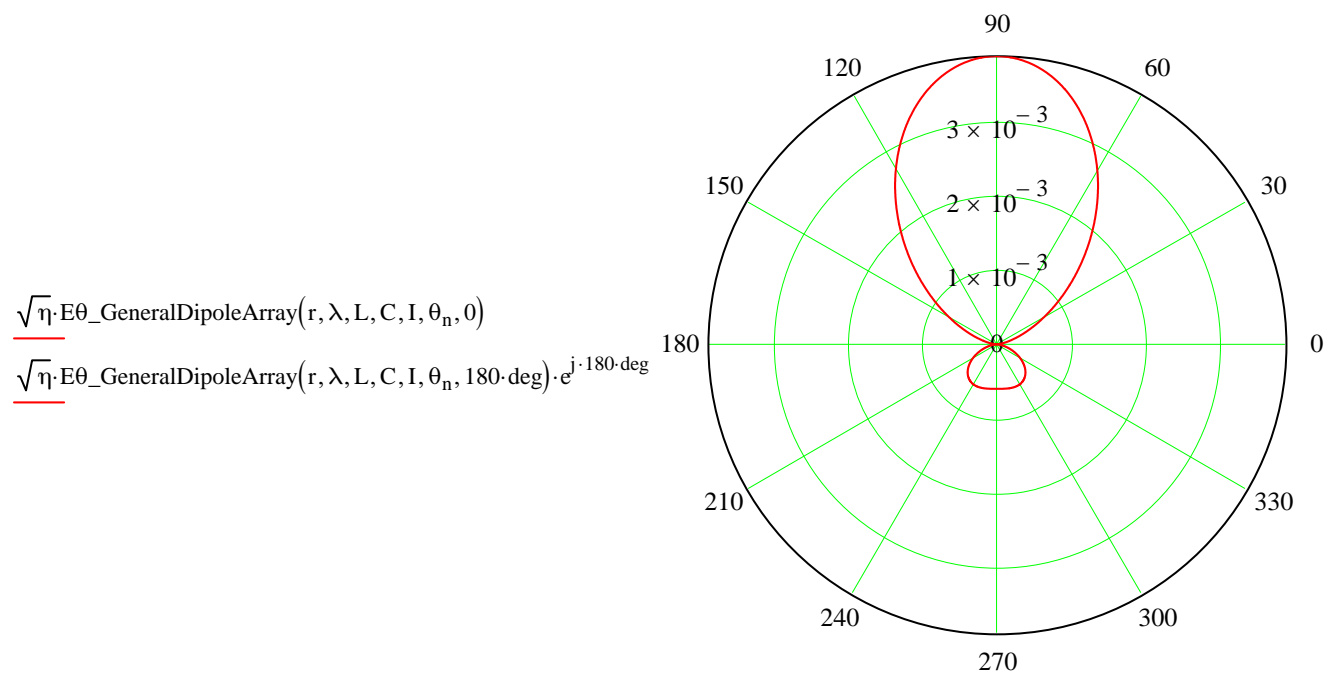
Vetor de Poynting em um ponto p distante r da Yagi TX a um ângulo α com o eixo do lobo principal da Yagi TX:

$$Z_{freespace} := 120 \cdot \pi \cdot \Omega \quad S := \frac{\left(\frac{E_\theta}{\sqrt{2}}\right)^2}{Z_{freespace}} \quad S = 9.724 \times 10^{-9} \frac{W}{m^2}$$

Tensão nos terminais da Yagi RX distante r da TX:

$$V_{oc} := \sqrt{4 \cdot ARX_{max} \cdot S \cdot R_r} \quad V_{oc} = 2.239 \times 10^{-4} \cdot V(\text{rms}) \quad V_{ROE_1_1} := \frac{V_{oc}}{2} \quad V_{ROE_1_1} = 1.12 \times 10^{-4} \cdot V(\text{rms})$$

d) Contorno de $|E_\theta|$ no plano E em [V/m] a $r = 100\text{-km}$ da Yagi TX:



e) Contorno de $|E_\theta|$ no plano H em [V/m] a $r = 100\text{-km}$ da Yagi TX:

