

Seja um enlace *wireless* que utiliza duas antenas dipolo conforme a Figura 1(b) abaixo.

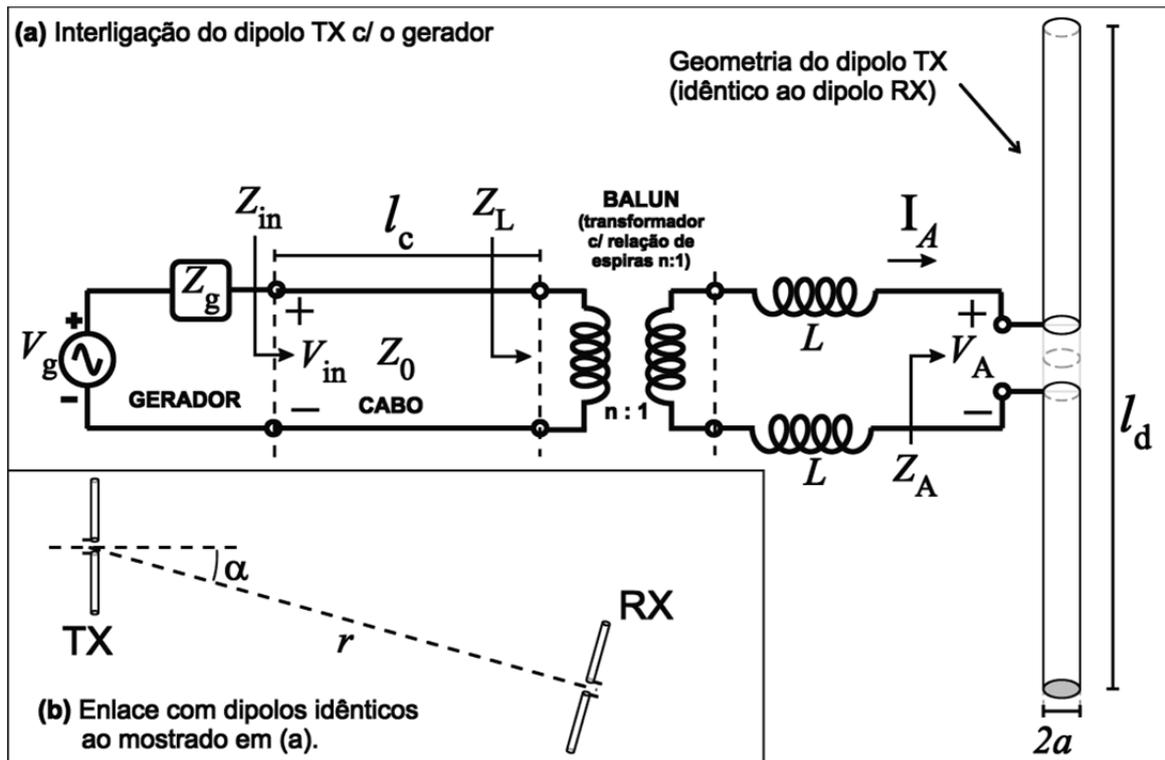


Figura 1: Enlace com duas antenas TX e RX do tipo dipolo curto, operando em $f = 128.45$ MHz em um ambiente que se aproxima das condições de propagação no espaço livre. As antenas TX e RX estão contidas no mesmo plano (plano da página), sendo $\alpha = 50^\circ$. Ambas as antenas distam entre si $r = 500$ Km, possuindo tamanho $l_d = 24$ cm e diâmetro $2a = 2.5$ mm. V_g e Z_g representam o Equivalente de Thévenin do amplificador de potência (AP) do transmissor que excita a antena TX. O AP possui $Z_g = 55 \Omega$ e fornece $P_g = 80$ W à carga quando opera sob ROE 1:1 em sua saída. O AP envia energia à antena TX por meio de um cabo coaxial sem perdas com impedância característica $Z_0 = 50 \Omega$, fator de velocidade $p=0.72$ e comprimento $l_c = 5.5$ m. O cabo conecta-se à antena através de um transformador (*balun*) sem perdas com relação de espiras $n : 1$, sendo $n = 4$. Um par de indutores de valor L é inserido entre o transformador e a antena de modo a torná-la ressonante na frequência f .

Pede-se:

- a) Determine o valor de L que torna a antena TX ressonante na frequência de operação f .

Para a condição operacional resultante de a), determine:

- b) A potência útil entregue ao dipolo (= *forward power*), a potência útil refletida na terminação do cabo coaxial (= *reflected power*), a ROE no cabo, a impedância na entrada do cabo e o valor RMS e ângulo do fasor da tensão na saída do AP.
- c) O valor instantâneo (= valor de pico) e o ângulo do fasor do campo E_θ que surge na vizinhança próxima da antena RX em consequência da irradiação eletromagnética da antena TX.
- d) O valor instantâneo máximo da tensão V_{rx} originada sobre a impedância de carga da antena RX (impedância de entrada do amplificador de sinal do receptor conectado à antena RX), assumindo que não haja perdas na antena. Sabe-se que a impedância de entrada do amplificador de sinal é 1.5Ω e que a rede de acoplamento entre antena RX e amplificador insere uma reatância $jX [\Omega]$ no circuito de forma a tornar a antena RX ressonante.
- e) Suponha que o sinal da antena TX seja refletido pela estrutura metálica de um prédio situado atrás e nas proximidades da antena RX, no prolongamento da linha que une as antenas TX e RX na Figura 1(b). Nesta situação operacional surge na vizinhança próxima da antena RX um campo elétrico refletido $E_{0R} = 101.451e^{-j25.939^\circ} \mu\text{V/m}$, de mesma polarização que E_θ determinado em c), ocorrendo localmente a superposição dos campos E_{0R} e E_θ . Recalcule a tensão V_{rx} determinada em d) e avalie se ocorre desvanecimento (*fading*) do sinal V_{rx} recebido pelo receptor em consequência da superposição dos campos (=interferência destrutiva entre as ondas eletromagnéticas direta e refletida). Em caso positivo, calcule a atenuação em dB decorrente do desvanecimento.

Solução:

a) Do enunciado são dados:

$$f := 128.45 \text{ MHz} \quad l_d := 24.0 \text{ cm} \quad d := 2.5 \text{ mm} \quad \lambda := \frac{c}{f} \quad \lambda = 2.333923 \text{ m} \quad \frac{l_d}{\lambda} = 0.103 \quad \rightarrow \text{Logo, a antena pode ser considerada um dipolo curto.}$$

Impedância de entrada Z_A do dipolo e valor de L que torna a antena ressonante:

$$Z_A := Z_{in_Schelkunoff} \left(\frac{0.5 \cdot d}{\text{mm}}, \frac{\lambda}{\text{m}}, \frac{l_d}{\text{m}} \right) \quad Z_A = (1.787 - 1.308i \times 10^3) \cdot \Omega$$

$$X_L = \text{Im}(Z_A) = 2 \cdot \pi \cdot f \cdot L_{tot}$$

$$L_{tot} := \frac{-\text{Im}(Z_A)}{2 \cdot \pi \cdot f} \quad L_{tot} = 1.621 \mu\text{H} \quad L := \frac{L_{tot}}{2} \quad L = 0.81 \mu\text{H}$$

b) Do enunciado são dados:

$P_g := 80 \text{ W}$ → A P_g dada é a potência que o TX entrega à carga Z_{in} (ver figura 1a do enunciado) quando $Z_{in} = Z_g$. Visto que Z_g é real, esta condição caracteriza a situação de máxima transferência de potência (MTP) entre gerador e carga, definida pela condição $Z_{in} = Z_g^*$. Ainda, pela mesma condição $Z_{in} = Z_g$ com Z_g real, fica caracterizado o fato de que a ROE medida na saída do amplificador do TX nesta condição resulta em $ROE = 1:1$.

$Z_g := 55 \cdot \Omega$ → Impedância do gerador

$n := 4$ → Relação de espiras do transformador

$Z_o := 50 \Omega$ → Impedância característica do cabo

$l_c := 5.5 \text{ m}$ → Comprimento do cabo

$p := 0.72$ → Fator de velocidade do cabo

A tensão RMS V_{in} na carga Z_{in} sob MTP ($Z_{in} = Z_g^*$) é dada por (vide figura 1a do enunciado e figura ao lado):

$$V_{in_mtp} := \sqrt{P_g \cdot Z_g} \quad V_{in_mtp} = 66.332 \text{ V} \quad (\text{rms})$$

Visto que sob MTP o Equivalente de Thévenin é formado um divisor de tensão por 2, temos que a tensão V_g do gerador é dada por:

$$V_g := 2 \cdot V_{in_mtp} \quad V_g = 132.665 \text{ V} \quad (\text{rms})$$

Ainda, visto que o par de indutores L anula a reatância capacitiva da antena (anula a parte imaginária de Z_A) e que o transformador possui uma relação de espiras $n:1$, sendo $n = 4$, temos que a impedância de carga Z_L "vista" pelo cabo de impedância Z_o é dada por:

$$Z_L := \text{Re}(Z_A) \cdot n^2 \quad Z_L = 28.585 \Omega$$

O comprimento de onda guiado no cabo coaxial e a constante de propagação no cabo são dados por:

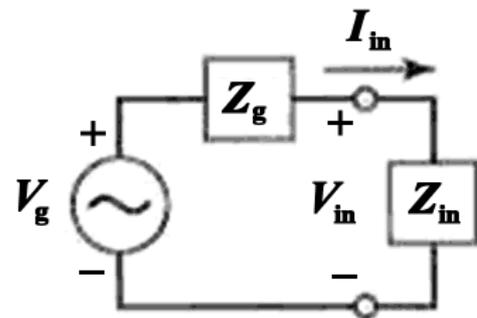
$$\lambda_g := p \cdot \lambda \quad \lambda_g = 1.68 \text{ m}$$
$$\beta := \frac{2\pi}{\lambda_g} \quad \beta = 3.739 \frac{\text{rad}}{\text{m}}$$

Coefficiente de reflexão na carga do cabo (nos terminais do primário do trafo):

$$\Gamma_L := \frac{Z_L - Z_o}{Z_L + Z_o} \quad \Gamma_L = -0.273$$

Coefficiente de reflexão na gerador:

$$\Gamma_g := \frac{Z_g - Z_o}{Z_g + Z_o} \quad \Gamma_g = 0.048$$



Fasor (amplitude e fase) da onda de tensão incidente VoP no cabo:

$$V_{oP} := V_g \cdot \left(\frac{Z_o}{Z_o + Z_g} \right) \cdot \frac{e^{-j \cdot \beta \cdot l_c}}{1 - \Gamma_L \cdot \Gamma_g \cdot e^{-j \cdot 2 \beta \cdot l_c}} \quad |V_{oP}| = 63.969 \cdot V(\text{rms}) \quad \arg(V_{oP}) = -98.488 \cdot \text{deg}$$

Potência útil que o cabo entrega (= forward power) para o trafo (= potencia util que é entregue ao dipolo visto que os indutores L não consomem potência útil) :

$$P_L := \frac{(|V_{oP}|)^2}{Z_o} \cdot [1 - (|\Gamma_L|)^2] \quad P_L = 75.763 \cdot \text{W}$$

Potência útil refletida (= reflected power) na impedância de carga do cabo:

$$P_{\text{Refl}} := \frac{(|V_{oP}|)^2}{Z_o} \cdot (|\Gamma_L|)^2 \quad P_{\text{Refl}} = 6.078 \cdot \text{W}$$

ROE no cabo coaxial:

$$\text{ROE} := \frac{1 + |\Gamma_L|}{1 - |\Gamma_L|} \quad \text{ROE} = 1.749$$

Impedância de entrada Zin do cabo:

$$Z_{in} := Z_o \cdot \frac{Z_L + j \cdot Z_o \cdot \tan(\beta \cdot l_c)}{Z_o + j \cdot Z_L \cdot \tan(\beta \cdot l_c)} \quad Z_{in} = (83.881 - 14.065i) \cdot \Omega \quad |Z_{in}| = 85.052 \cdot \text{ohm} \quad \arg(Z_{in}) = -9.518 \cdot \text{deg}$$

Fasor da tensão na saída do TX:

$$V_{\text{out}}(z) := V_{oP} \cdot (e^{-j \cdot \beta \cdot z} + \Gamma_L \cdot e^{j \cdot \beta \cdot z})$$

$$|V(-l_c)| = 80.832 \cdot \text{volt}(\text{rms}) \quad \arg(V(-l_c)) = -3.736 \cdot \text{deg}$$

c) Do enunciado são dados:

$$r := 500 \cdot \text{km} \quad \alpha := 50 \cdot \text{deg} \quad \theta := 90 \cdot \text{deg} - \alpha \quad \theta = 40 \cdot \text{deg} \quad R_{inRX} := 1.5 \cdot \Omega$$

Amplitude e fase da corrente I(z=0) nos terminais do primário do trafo:

$$I(z) := \frac{V_{oP}}{Z_o} \cdot (e^{-j \cdot \beta \cdot z} - \Gamma_L \cdot e^{j \cdot \beta \cdot z}) \quad |I(0)| = 1.628 \cdot \text{A}(\text{rms}) \quad \arg(I(0)) = -98.488 \cdot \text{deg}$$

Amplitude de pico e fase da corrente Io nos terminais do dipolo (= corrente nos terminais do secundário do trafo):

$$I_o := n \cdot \sqrt{2} \cdot I(0) \quad |I_o| = 9.21 \cdot \text{A}(\text{peak}) \quad \arg(I_o) = -98.488 \cdot \text{deg}$$

E da equação (52) do Cap II da apostila:

$$E_\theta(\theta, \phi) = 60 \pi I_o \left(\frac{\ell}{r \lambda} \right) e^{j \left(\omega t - \beta r + \frac{\pi}{2} \right)} \sin \theta \quad \rightarrow \text{Expressão de } E_\theta \text{ no campo distante de um dipolo curto, sendo } 60\pi = 0.5\eta.$$

$$\eta := 120 \cdot \pi \cdot \Omega \quad \rightarrow \text{Impedância do espaço livre.}$$

O tamanho equivalente Leq de um dipolo curto é seu tamanho total ld dividido por 2:

$$\text{Leq} := \frac{l_d}{2} \quad \rightarrow \quad \text{Leq} = 0.12 \text{ m}$$

Daí o fasor do campo Eθ nas vizinhanças da antena RX é dado por:

$$E_\theta := 0.5 \cdot \eta \cdot I_o \cdot \left(\frac{\text{Leq}}{r \cdot \lambda} \right) \cdot e^{j \cdot \left(\frac{-2\pi}{\lambda} \cdot r + \frac{\pi}{2} \right)} \cdot \sin(\theta) \quad |E_\theta| = 0.115 \cdot \frac{\text{mV}}{\text{m}} \quad \arg(E_\theta) = 157.061 \cdot \text{deg}$$

d) O módulo do Vetor de Poynting resultante nas vizinhanças da antena RX é dado por:

$$S := \frac{(|E\theta|)^2}{2 \cdot \eta} \quad S = 1.746 \times 10^{-11} \cdot \frac{W}{m^2}$$

Obtendo a área de recepção máxima da antena RX e seu Equivalente de Thévenin:

$$\frac{l_d}{\lambda} = 0.103 \rightarrow \text{A antena é um dipolo curto. Logo:}$$

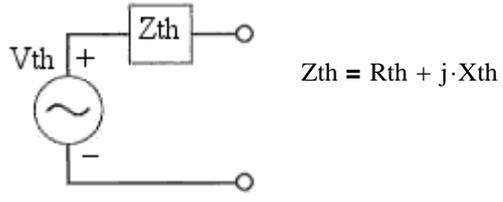
$$ARX_{max} := \frac{3}{8 \cdot \pi} \cdot \lambda^2 \rightarrow \text{ARXmax de um dipolo curto (vide apostila)} \quad ARX_{max} = 0.65 \text{ m}^2$$

O Equivalente de Thévenin da antena RX é definido por:

$$V_{th} := \sqrt{4 \cdot ARX_{max} \cdot S \cdot \text{Re}(Z_A)} \quad V_{th} = 9.008 \cdot \mu V \quad (\text{rms})$$

$$V_{th} := \sqrt{2} \cdot V_{th} \quad V_{th} = 12.739 \cdot \mu V \quad (\text{peak})$$

$$R_{th} := \text{Re}(Z_A) \quad R_{th} = 1.787 \cdot \Omega$$

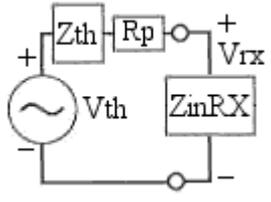


Do enunciado, a impedância de entrada do amplificador de sinal do receptor conectado à antena RX é $R_{inRX} = 1.5 \cdot \Omega$.

Ainda do enunciado, sabe-se que a rede de acoplamento entre antena RX e a entrada do amplificador de sinal conectado aos terminais da antena RX insere uma reatância jX no circuito de forma a tornar a antena RX ressonante. Portanto $X = -X_{th}$, isto é, X anula a parte reativa X_{th} da impedância $Z_{th} = R_{th} + jX_{th}$ do equivalente de Thévenin da antena RX.

Daí, dos Equivalentes de Thévenin da Antena RX e do amplificador de sinal, ambos em série com a resistência de perdas $R_p := 0 \cdot \Omega$ (a antena RX é sem perdas, conforme enunciado), temos que a tensão na entrada do amplificador de sinal é:

$$V_{rx} := \frac{V_{th} \cdot R_{inRX}}{R_{th} + R_p + R_{inRX}} \quad V_{rx} = 5.814 \cdot \mu V$$



e) Do enunciado: $|E\theta R| = 101.451 \cdot \frac{\mu V}{m} \quad \arg(E\theta R) = -25.939 \cdot \text{deg}$

$$E\theta Fading = E\theta + E\theta R$$

$$|E\theta Fading| = 14.443 \cdot \frac{\mu V}{m} \quad \arg(E\theta Fading) = 178.63 \cdot \text{deg}$$

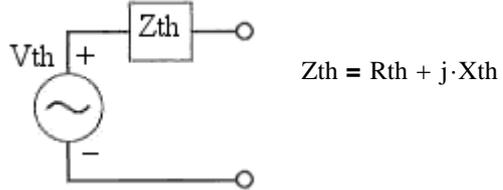
O módulo do Vetor de Poynting resultante nas vizinhanças da antena RX na situação de fading é dado por:

$$S := \frac{(|E\theta Fading|)^2}{2 \cdot \eta} \quad S = 2.767 \times 10^{-13} \cdot \frac{W}{m^2}$$

O Equivalente de Thévenin da antena RX na situação de fading é definido por:

$$V_{th} := \sqrt{4 \cdot ARX_{max} \cdot S \cdot \text{Re}(Z_A)} \quad V_{th} = 1.134 \cdot \mu V \quad (\text{rms})$$

$$V_{th} := \sqrt{2} \cdot V_{th} \quad V_{th} = 1.604 \cdot \mu V \quad (\text{peak})$$



Daí, de forma similar à resolução de d):

$$V_{rx Fading} := \frac{V_{th} \cdot R_{inRX}}{R_{th} + R_p + R_{inRX}} \quad V_{rx Fading} = 0.732 \cdot \mu V$$

$$\text{Atenuacao} := -20 \log\left(\frac{V_{rx Fading}}{V_{rx}}\right) \quad \text{Atenuacao} = 18 \quad \text{dB}$$

