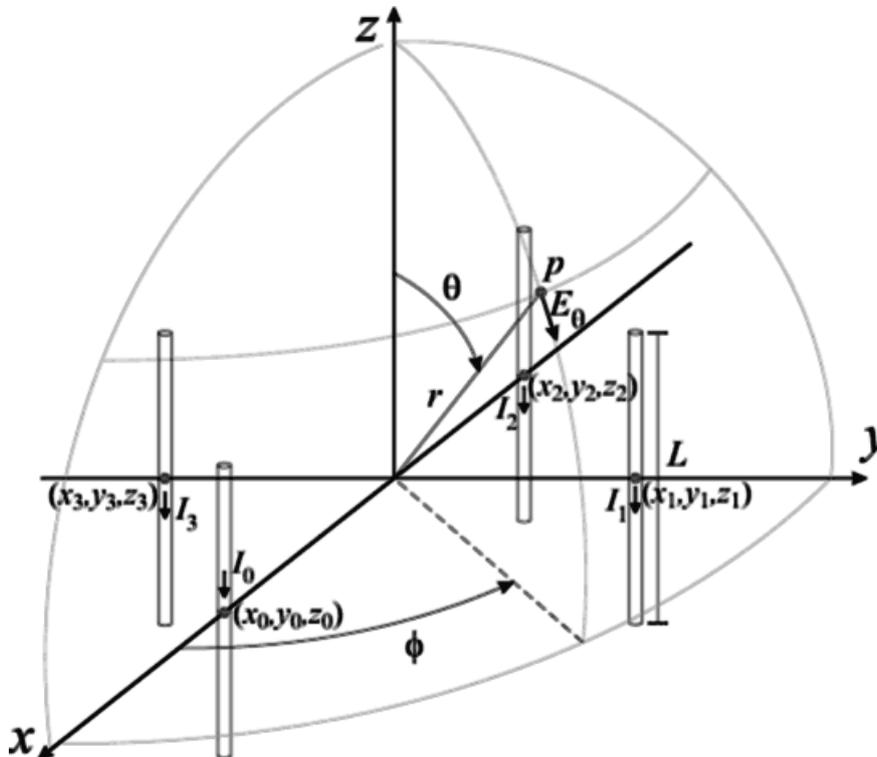


Quatro dipolos de comprimento $L = 69.6$ [cm], encontram-se dispostos conforme mostra a figura abaixo, de modo a formar um *array* de 4 elementos. As coordenadas dos centros dos dipolos são respectivamente $(x_0, y_0, z_0) = (17.3, 0, 0)$ [cm], $(x_1, y_1, z_1) = (0, 17.3, 0)$ [cm], $(x_2, y_2, z_2) = (-17.3, 0, 0)$ [cm], $(x_3, y_3, z_3) = (0, -17.3, 0)$ [cm]. As correntes em [A] que percorrem os dipolos são $I_0(t) = 19.7 \cos(2\pi 435 \times 10^6 t + 220^\circ)$, $I_1(t) = 19.7 \cos(2\pi 435 \times 10^6 t + 130^\circ)$, $I_2(t) = 19.7 \cos(2\pi 435 \times 10^6 t + 220^\circ)$ e $I_3(t) = 19.7 \cos(2\pi 435 \times 10^6 t - 50^\circ)$. Considere $c = 2.99792458 \times 10^8$ m/s.



Usando a Equação (14) do Capítulo V da apostila (vide nota abaixo), determine a magnitude do campo E_θ em um ponto p do espaço \mathcal{R}^3 situado nas seguintes coordenadas:

- $p(r, \theta, \phi) = (350 \text{ m}, 90^\circ, 270^\circ)$, isto é, no semi-eixo positivo do eixo x, distante 350 m da origem do sistema cartesiano.
- $p(r, \theta, \phi) = (350 \text{ m}, 90^\circ, 90^\circ)$, isto é, no semi-eixo negativo do eixo x, distante 350 m da origem do sistema cartesiano.
- $p(r, \theta, \phi) = (350 \text{ m}, 60^\circ, 270^\circ)$, isto é, na direção do semi-eixo positivo do eixo x, distante 350 m da origem do sistema cartesiano sob um ângulo de elevação de 30° acima do horizonte do plano xy.
- $p(r, \theta, \phi) = (350 \text{ m}, 60^\circ, 90^\circ)$, isto é, na direção do semi-eixo negativo do eixo x, distante 350 m da origem do sistema cartesiano sob um ângulo de elevação de 30° acima do horizonte do plano xy.

Pede-se ainda:

- Determine a relação frente-costas deste *array*, isto é, a razão em dB entre a magnitude dos campos E_θ obtidos em a) e b).
- Qual a relação em dB entre o $|E_\theta|$ deste *array* calculado em um ponto p situado a $r = 350$ m no plano xy na direção de maior irradiação do *array* e o $|E_\theta|$ calculado em p mas para um dipolo de comprimento $\lambda/2$ localizado na origem do sistema cartesiano e cuja corrente é igual a $4I_0(t)$?
- Plote o contorno no plano H (plano xy) do campo elétrico $|E_\theta|$ em [V/m] a uma distância $r = 350$ m em torno da origem do sistema cartesiano (Dica: Use a Equação (14) do Cap. V da apostila com $\theta = 90^\circ$ variando $0 < \phi < 360^\circ$).

Nota: Ao calcular as exponenciais complexas da Equação (14) acima referida, utilize pelo menos 6 casas decimais após a vírgula.

Solução:

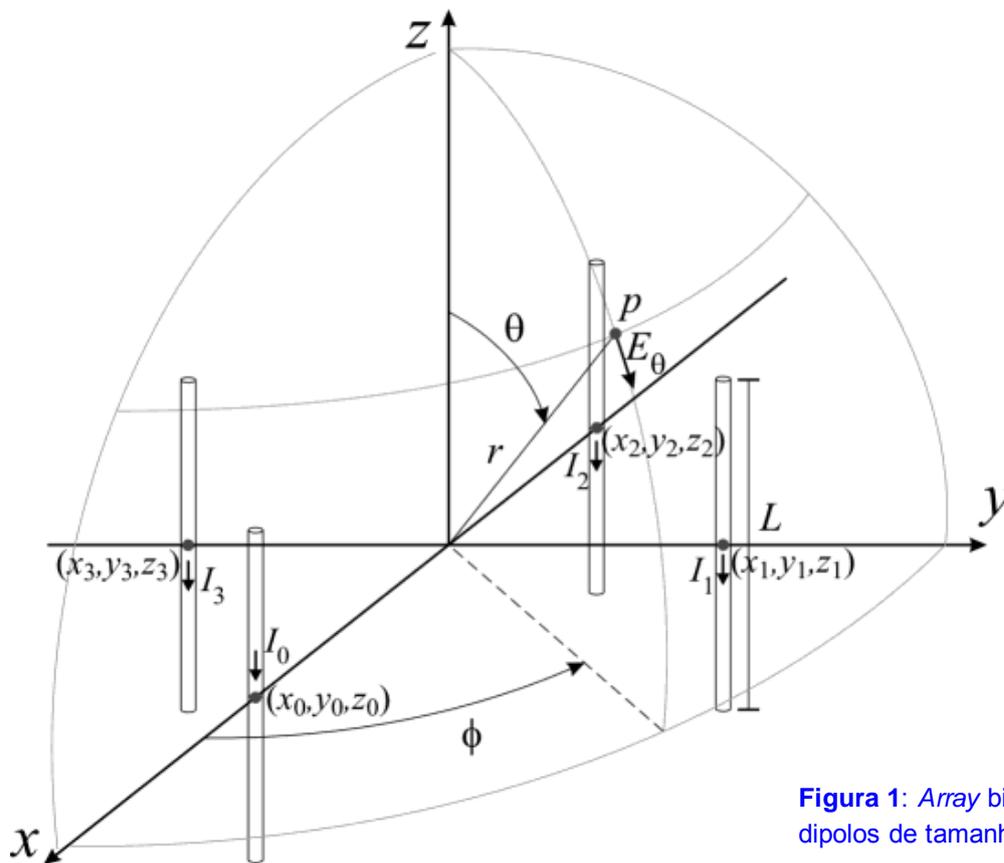


Figura 1: Array bidimensional c/ 4 dipolos de tamanho L .

$f := 435 \cdot \text{MHz}$ → frequência de operação

$\lambda := \frac{c}{f}$ $\lambda = 0.689 \text{ m}$ → comprimento de onda da onda eletromagnética

$\omega := 2 \cdot \pi \cdot f$ $\omega = 2.733 \times 10^9 \cdot \frac{\text{rad}}{\text{s}}$ → velocidade angular da onda eletromagnética

$\beta := \frac{2 \cdot \pi}{\lambda}$ $\beta = 9.117 \cdot \frac{\text{rad}}{\text{m}}$ → constante de propagação da onda eletromagnética

$$C = \begin{pmatrix} (x_k, y_k, z_k) \\ 17.3 & 0 & 0 \\ 0 & 17.3 & 0 \\ -17.3 & 0 & 0 \\ 0 & -17.3 & 0 \end{pmatrix} \cdot \text{cm}$$

→ Matriz de coordenadas do centro de cada dipolo. A primeira linha da matriz C refere-se ao dipolo percorrido pela corrente I_0 , a segunda linha de C refere-se ao dipolo percorrido pela corrente I_1 , e assim sucessivamente.

$$I := \begin{pmatrix} 19.7 \cdot e^{j \cdot 220 \cdot \text{deg}} \\ 19.7 \cdot e^{j \cdot 130 \cdot \text{deg}} \\ 19.7 \cdot e^{j \cdot 220 \cdot \text{deg}} \\ 19.7 \cdot e^{-j \cdot 50 \cdot \text{deg}} \end{pmatrix} \cdot \text{A}$$

→ Vetor contendo os fasores (amplitude e fase) das correntes que percorrem os dipolos. O primeiro elemento do vetor I refere-se ao dipolo percorrido pela corrente I_0 , o segundo elemento do vetor I refere-se ao dipolo percorrido pela corrente I_1 , e assim sucessivamente.

$L = 69.6 \cdot \text{cm}$ → comprimento dos dipolos

$K = 4$ → número de dipolos de comprimento L

A Equação (14) de Cap V da apostila é:

$$E_\theta = \sum_{k=0}^{K-1} I_k e^{j \frac{2\pi}{\lambda} (x_k \sin \theta \cos \phi + y_k \sin \theta \sin \phi + z_k \cos \theta)} \left\{ \frac{\cos\left(\frac{L}{\lambda} \pi \cos \theta\right) - \cos\left(\frac{\pi L}{\lambda}\right)}{\sin \theta} \right\} \frac{60}{r} e^{j \left(\omega t - \frac{2\pi}{\lambda} r + \frac{\pi}{2} \right)} \quad (14)$$

Dividindo a equação (14) por $e^{j\omega t}$ e fazendo $(x_k, y_k, z_k) = (C^{<0>}_k, C^{<1>}_k, C^{<2>}_k)$, obtemos a equação (14A) abaixo, que expressa o fasor do campo elétrico E_θ resultante no ponto $p(r, \theta, \phi)$ da Figura 1:

$$E_\theta(r, \theta, \phi) := \sum_{k=0}^{K-1} \left[I_k \cdot e^{j \cdot \beta \cdot \left[\begin{matrix} (C^{<0>})_k \cdot \sin(\theta) \cdot \cos(\phi) \dots \\ + (C^{<1>})_k \cdot \sin(\theta) \cdot \sin(\phi) \dots \\ + (C^{<2>})_k \cdot \cos(\theta) \end{matrix} \right]} \right] \cdot \left(\frac{\cos\left(\frac{\beta \cdot L}{2} \cdot \cos(\theta)\right) - \cos\left(\frac{\beta \cdot L}{2}\right)}{\sin(\theta)} \right) \cdot \frac{60 \cdot \Omega}{r} \cdot e^{-j \cdot \left(\beta \cdot r + \frac{\pi}{2}\right)} \quad (14A)$$

sendo $\beta = 2\pi/\lambda$. Aplicando as coordenadas (r, θ, ϕ) do ponto p na equação (14A), temos:

- a) $r := 0.35 \cdot \text{km}$ $\theta := 90 \cdot \text{deg}$ $\phi := 270 \cdot \text{deg}$ $|E_\theta(r, \theta, \phi)| = 2.795 \times 10^{-4} \cdot \frac{\text{V}}{\text{m}}$
- b) $r = 350 \text{ m}$ $\theta := 90 \cdot \text{deg}$ $\phi := 90 \cdot \text{deg}$ $|E_\theta(r, \theta, \phi)| = 27.01 \cdot \frac{\text{V}}{\text{m}}$
- c) $r = 350 \text{ m}$ $\theta := 60 \cdot \text{deg}$ $\phi := 270 \cdot \text{deg}$ $|E_\theta(r, \theta, \phi)| = 0.16 \cdot \frac{\text{V}}{\text{m}}$
- d) $r = 350 \text{ m}$ $\theta := 60 \cdot \text{deg}$ $\phi := 90 \cdot \text{deg}$ $|E_\theta(r, \theta, \phi)| = 15.188 \cdot \frac{\text{V}}{\text{m}}$
- e) $20 \cdot \log\left(\frac{|E_\theta(100\lambda, 90 \cdot \text{deg}, 90 \cdot \text{deg})|}{|E_\theta(100\lambda, 90 \cdot \text{deg}, 270 \cdot \text{deg})|}\right) = 99.702 \text{ dB}$

f) Da equação (18) do Cap IV apostila, o campo E_θ resultante no ponto $p(r, \theta, \phi) = (r = 350 \text{ m}, 90^\circ, 90^\circ)$ gerado por um dipolo de comprimento $\lambda/2$ percorrido por uma corrente $4I_0$ é:

$$I_0 := \frac{\lambda}{2} \quad I_0 := 4 \cdot I_0 \quad r = 350 \text{ m} \quad \theta := 90 \cdot \text{deg} \quad \phi := 90 \cdot \text{deg}$$

$$E_{\theta d}(r, \theta, \phi) := \frac{60 \cdot \Omega \cdot I_0}{r} \cdot e^{-j \cdot \left(\beta \cdot r + \frac{\pi}{2}\right)} \cdot \left(\frac{\cos\left(\frac{\beta \cdot l}{2} \cdot \cos(\theta)\right) - \cos\left(\frac{\beta \cdot l}{2}\right)}{\sin(\theta)} \right) \quad |E_{\theta d}(r, \theta, \phi)| = 13.509 \cdot \frac{\text{V}}{\text{m}}$$

Da equação (14A) acima o campo E_θ resultante no ponto $p(r, \theta, \phi) = (r = 350 \text{ m}, 90^\circ, 90^\circ)$ gerado pelo array da Figura 1 é:

$$|E_\theta(r, \theta, \phi)| = 27.01 \cdot \frac{\text{V}}{\text{m}}$$

Daí, a relação em dB entre o $|E_\theta|$ do array da Figura 1 em relação ao $|E_\theta|$ do dipolo de $L = \lambda/2$ excitado por uma corrente $4I_0$ é:

$$20 \cdot \log\left(\frac{|E_\theta(r, \theta, \phi)|}{|E_{\theta d}(r, \theta, \phi)|}\right) = 6.018 \text{ dB}$$

g) Da equação (14A), o contorno no plano H (plano xy) do campo elétrico $|E_\theta|$ em $[\text{V/m}]$ a $r = 350 \text{ m}$ é:

