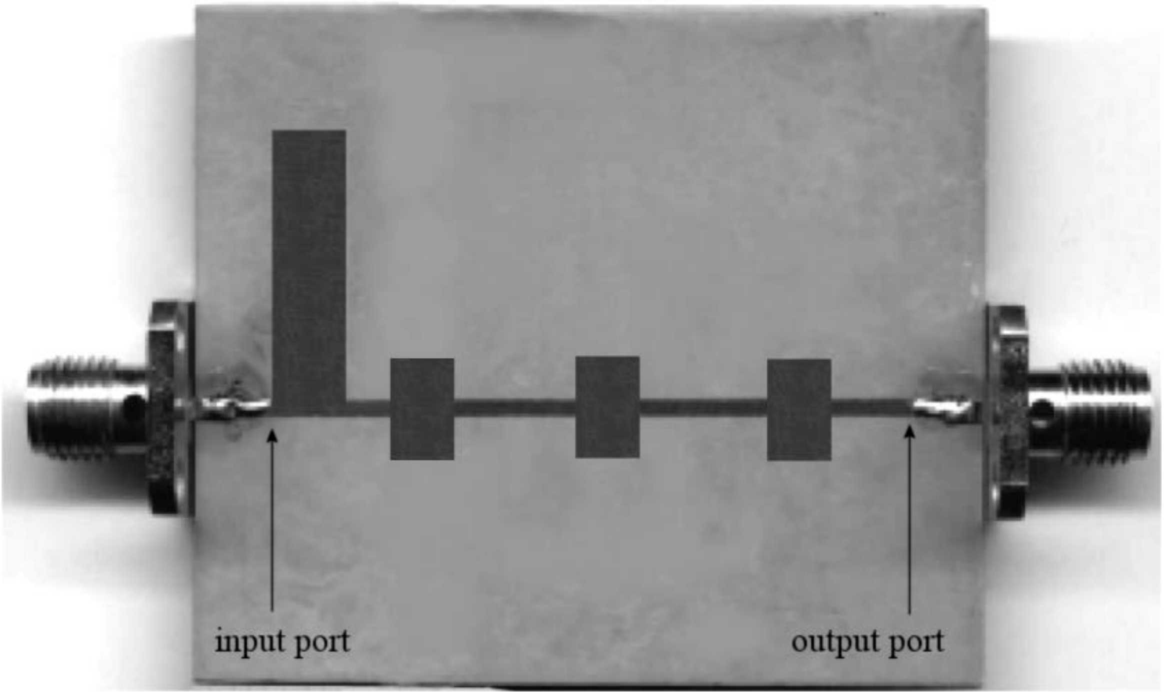
PUCRS – Escola Politécnica – Engenharia Elétrica

Microondas – T480 – 1° exercício aula 02/10/2019

Seja o *two-port network* mostrado na figura a seguir, cuja impedância característica é dada como sendo Z_O=50 Ω:



Pede-se:

- **a)** Sabendo que a tensão e a corrente medidas no *input port* são $V_1 = 5e^{j45^\circ}$ [V] e $I_1 = 0.1e^{j45^\circ}$ [A] e que a tensão e a corrente medidas no *output port* são $V_2 = 3e^{-j45^\circ}$ [V] e $I_2 = 0.2e^{j90^\circ}$ [A], determine módulo e ângulo de fase das ondas incidente e refletida no *input port*. **<u>Resposta</u>: |V1I| = 5 V arg(V1I) = 45 deg , |V1R| = 0 V arg(V1R) = –135 deg**
- **b)** Determine o coeficiente de reflexão Γ_i no *input port*, p/ a condição operacional definida em a). **<u>Resposta</u>: Γi = 0 → Visto não haver reflexão no *input port*, o *two-port network* é dito ser *matched to the generator***
- c) Determine módulo e ângulo de fase das ondas incidente e refletida no *output port*, p/ a condição operacional definida em a). **<u>Resposta</u>: |V2I| = 4.08V arg(V2I) = 74.931 deg, V2R = 6.153 V arg(V2R) = –80.073 deg**
- **d)** Determine o coeficiente de reflexão Γ_o no *output port* , p/ a condição operacional definida em a). **<u>Resposta</u>: |Γo| = 1.508 arg(Γo) = –155.004 deg**
- **e)** Seja agora a condição operacional em que a carga conectada ao *output port* possue impedância idêntica à impedância característica Z_O=50 Ω do *two-port network* mostrado na figura acima. Nesta condição são medidos os seguintes valores de tensão e corrente: $V_1 = 1.314e^{j12.4^\circ}$ [V] , $I_1 = 15.4e^{-j21.5^\circ}$ [mA] e $V_2 = 0.8e^{j90^\circ}$ [V]. Determine os *scattering parameters* S_{11} e S_{21} do *two-port network*. **<u>Resposta</u>: |S11| = 0.4 arg (S11) = 44.872 deg |S21| = 0.8 arg(S21) = 90.0 deg**

Solução:

$V1 := 5.0 \cdot e^{j \cdot 45 \cdot deg} V$ $\quad I1 := 0.1 \cdot e^{j \cdot 45 \cdot deg} A$ $\quad V2 := 3.0 \cdot e^{-j \cdot 45 \cdot deg} V$ $\quad I2 := 0.2 \cdot e^{j \cdot 90 \cdot deg} A$ $\quad Zo := 50 \cdot \Omega$

a) Da equação 2.62 do Cap III das notas de aula:

$$V_n = V_n^{+} + V_n^{-}$$

$$ZoI_n = V_n^{+} - V_n^{-}$$

Resolvendo p/ as incógnitas V_n^{+} e V_n^{-} o sistema de 2 equações acima, obtemos:

$$V_n^{+} = (V_n + ZoI_n)/2$$

$$V_n^{-} = (V_n - ZoI_n)/2$$

Sejam $VnI = V_n^{+}$ e $VnR = V_n^{-}$, com $n = 1,2$, respectivamente as ondas de tensão incidente e refletida no *port* n.

Daí, a partir das expressões p/ V_n^{+} e V_n^{-} acima, obtemos os seguintes resultados:

$V1I := \frac{V1 + Zo \cdot I1}{2}$ $\quad V1I = (3.536 + 3.536i)\, V$ $\quad |V1I| = 5\, V$ $\quad arg(V1I) = 45\, deg$

$V1R := \frac{V1 - Zo \cdot I1}{2}$ $\quad V1R = 0\, V$ $\quad |V1R| = 0\, V$ $\quad arg(V1R) = -135\, deg$

b) Da equação 2.35 do Cap II das notas de aula:

$\Gamma i := \frac{V1R}{V1I}$ $\quad \Gamma i = 0$ $\rightarrow$ Visto não haver reflexão no *input port*, o *two-port network* é dito ser *matched to the generator*

c) A partir das expressões p/ V_n^{+} e V_n^{-} deduzidas em a):

$V2I := \frac{V2 + Zo \cdot I2}{2}$ $\quad V2I = (1.061 + 3.939i)\, V$ $\quad |V2I| = 4.08\, V$ $\quad arg(V2I) = 74.931\, deg$

$V2R := \frac{V2 - Zo \cdot I2}{2}$ $\quad V2R = (1.061 - 6.061i)\, V$ $\quad |V2R| = 6.153\, V$ $\quad arg(V2R) = -80.073\, deg$

d) Da equação 2.35 do Cap II das notas de aula:

$\Gamma o := \frac{V2R}{V2I}$ $\quad \Gamma o = -1.367 - 0.637i$ $\quad |\Gamma o| = 1.508$ $\quad arg(\Gamma o) = -155.004\, deg$

e) A partir das expressões p/ V_n^{+} e V_n^{-} deduzidas em a), e dos novos valores medidos p/ V1, I1 e V2, temos:

$V1 := 1.314 \cdot e^{j \cdot 12.4 \cdot deg} V$ $\quad I1 := 15.4 \cdot e^{-j \cdot 21.5 \cdot deg} mA$ $\quad V2 := 0.8 \cdot e^{j \cdot 90 \cdot deg} V$

$V1I := \frac{V1 + Zo \cdot I1}{2}$ $\quad V1I = \left(1 - 2.186i \times 10^{-5}\right) V$ $\quad |V1I| = 1\, V$ $\quad arg(V1I) = -1.253 \times 10^{-3}\, deg$

$V1R := \frac{V1 - Zo \cdot I1}{2}$ $\quad V1R = (0.283 + 0.282i)\, V$ $\quad |V1R| = 0.4\, V$ $\quad arg(V1R) = 44.87\, deg$

Daí, da definição de S11 temos:

$S11 = \frac{V1R}{V1I}$ if $V2I = 0$ $\quad S11 = 0.283 + 0.282i$ $\quad |S11| = 0.4$ $\quad arg(S11) = 44.872\, deg$

No *output port* vale a equação $V_2 = V_2^{+} + V_2^{-}$. Uma vez que, do enunciado, o *two-port network* é *matched to the load* (ZL=Zo), não há onda incidente no *output port*, isto é V_2^{+}=0. Portanto, $V_2 = V_2^{-}$. Sejam $V2I = V_2^{+}$ e $V2R = V_2^{-}$. Da definição de S21 e tendo em mente que p/ esta condição operacional $V_2^{+} = V2I = 0$, temos:

$S21 = \frac{V2R}{V1I}$ if $V2I = 0$ mas visto que $V2 = V_2^{-} = V2R$, temos que $S21 := \frac{V2}{V1I}$ resultando em:

$S21 = -1.749 \times 10^{-5} + 0.8i$ $\quad |S21| = 0.8$ $\quad arg(S21) = 90.001\, deg$