

-- impedância característica e fator de velocidade de uma *microstrip line* --

A figura abaixo mostra uma *microstrip line*, construída a partir de uma placa de circuito impresso de dupla face, com espessura  $t$  para o cobre de ambas as faces e espessura  $h$  para o dielétrico do substrato que separa as faces. A permissividade elétrica relativa do material do substrato é  $\epsilon_r$ .

Os parâmetros construtivos da *microstrip line* são:

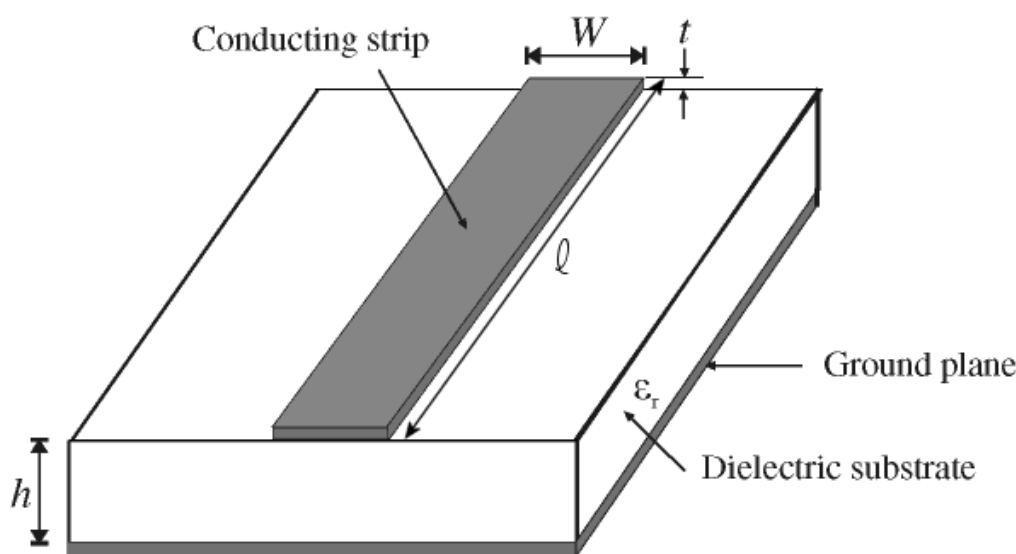
$\epsilon_r := 2.33$  → permissividade elétrica relativa  $\epsilon_r$  do dielétrico

$t := 0.1\text{mm}$  → espessura  $t$  do cobre

$h := 1.524\text{mm}$  → espessura  $h$  do dielétrico

$W := 4.46\text{mm}$  → largura  $W$  da linha

$l := 200\text{mm}$  → comprimento  $l$  da linha



### Pede-se:

- A impedância característica  $Z_c$  e o fator de velocidade  $p$  da linha quando esta opera em  $f=1.5\text{GHz}$ .
- A impedância de entrada  $Z_{in}$  da linha quando esta opera em  $f=1.5\text{GHz}$  e é terminada por uma impedância  $Z_L := (60 + j \cdot 40)\Omega$ .
- O gráfico  $Z_c \times f$  para  $1\text{GHz} < f < 2\text{GHz}$ .
- O gráfico  $p \times f$  para a faixa de frequência definida em c).
- Os gráficos  $\text{Re}\{Z_{in}\} \times f$  e  $\text{Im}\{Z_{in}\} \times f$ , para a faixa de frequência definida em c) e  $Z_L = (60 + 40i)\Omega$ .
- Obtenha os gráficos  $\text{Re}\{Z_{in}\} \times f$  e  $\text{Im}\{Z_{in}\} \times f$  através do *time domain solver* do CST-MWS e compare com os gráficos obtidos analiticamente em e).
- Refazer o exercício para  $Z_c=75\Omega$ . Para tanto, "chutar"  $W$  até  $Z_c$  ser  $75\Omega$  na frequência  $f$  desejada e refaça os itens a)-f).

### Referências:

- [1] Microstrip Filters for RF & Microwave Applications - J.S.Hong & M.J.Lancaster - John Wiley&Sons - 2001
- [2] Microwave engineering 4th ed.- David M. Pozar - John Wiley & Sons - 2012

**Obs 1:** As equações da referência [1] utilizadas na solução abaixo encontram-se implementadas no *script* MathCad "Zc e fator velocidade R1.xmcd" disponível em <http://www.fccdecastro.com.br/MO/Microstrip-Zc&FatorVelocidade/>

**Obs 2:** Utilize o workspace "Microstrip Line Analysis - discrete port - ZL.cst" para o CST-MWS disponível em <http://www.fccdecastro.com.br/MO/Microstrip-Zc&FatorVelocidade/> como ponto de partida para a solução do item f).

## Solução:

a) Das equações 4.17 e 4.8 da referência [1], a impedância característica  $Z_c$  e o fator de velocidade  $p$  na frequência de operação  $f$  são dados por:

$$Z_c(f) = Z_{c\_}(W, h, t, \epsilon_r) \cdot \Phi(f) \quad (1)$$

$$p(f) = \frac{1}{\sqrt{\epsilon_{ref}}} = \frac{1}{\sqrt{\Phi(f)_0}} \quad (2)$$

onde  $Z_{c\_}(W, h, t, \epsilon_r)$  é o procedimento definido pelas equações 4.12a e 4.12b da referência [1]:

$$Z_{c\_}(W, h, t, \epsilon_r) = \begin{cases} \eta \leftarrow 120 \cdot \pi \Omega \\ \epsilon_{re} \leftarrow \text{Ere\_}(W, h, t, \epsilon_r) \\ \text{Weoh} \leftarrow \text{Weoh\_}(W, h, t) \\ Z_c \leftarrow \frac{\eta}{2 \cdot \pi \cdot \sqrt{\epsilon_{re}}} \cdot \ln \left( \frac{8}{\text{Weoh}} + 0.25 \cdot \text{Weoh} \right) & \text{if } \frac{W}{h} \leq 1 \\ Z_c \leftarrow \frac{\eta}{\sqrt{\epsilon_{re}}} \cdot (\text{Weoh} + 1.393 + 0.667 \cdot \ln(\text{Weoh} + 1.444))^{-1} & \text{otherwise} \\ \text{return } Z_c \end{cases}$$

$\Phi(f)$  é o procedimento definido pelas equações 4.14 a 4.17 da referência [1]:

$$\Phi(f) = \begin{cases} \epsilon_{re} \leftarrow \text{Ere\_}(W, h, t, \epsilon_r) \\ f_{TMO} \leftarrow \frac{c}{2 \cdot \pi \cdot h \cdot \sqrt{\epsilon_r - \epsilon_{re}}} \cdot \text{atan} \left( \epsilon_r \cdot \sqrt{\frac{\epsilon_{re} - 1}{\epsilon_r - \epsilon_{re}}} \right) \\ f_{50} \leftarrow \frac{f_{TMO}}{0.75 + \left( 0.75 - 0.332 \cdot \epsilon_r^{-1.73} \right) \cdot \frac{W}{h}} \\ mc \leftarrow 1 + \frac{1.4}{1 + \frac{W}{h}} \cdot \left( 0.15 - 0.235 \cdot e^{-\frac{0.45 \cdot f}{f_{50}}} \right) & \text{if } \frac{W}{h} \leq 0.7 \\ mc \leftarrow 1 & \text{otherwise} \\ mo \leftarrow 1 + \frac{1}{1 + \sqrt{\frac{W}{h}}} + 0.32 \cdot \left( \frac{1}{1 + \sqrt{\frac{W}{h}}} \right)^3 \\ m \leftarrow mo \cdot mc \\ m \leftarrow 2.32 & \text{if } m > 2.32 \\ \epsilon_{ref} \leftarrow \epsilon_r - \frac{\epsilon_r - \epsilon_{re}}{1 + \left( \frac{f}{f_{50}} \right)^m} \\ F \leftarrow \frac{\epsilon_{ref} - 1}{\epsilon_{re} - 1} \cdot \sqrt{\frac{\epsilon_{re}}{\epsilon_{ref}}} \\ \text{return } \begin{pmatrix} \epsilon_{ref} \\ F \end{pmatrix} \end{cases}$$

$E_{re}(W, h, t, \epsilon_r)$  é o procedimento definido pelas equações 4.2a, 4.3a e 4.13b da referência [1]:

$$E_{re}(W, h, t, \epsilon_r) = \begin{cases} \epsilon_{re} \leftarrow \frac{\epsilon_r + 1}{2} + \frac{\epsilon_r - 1}{2} \cdot \left[ \left( 1 + 12 \cdot \frac{h}{W} \right)^{-0.5} + 0.04 \cdot \left( 1 - \frac{W}{h} \right)^2 \right] & \text{if } \frac{W}{h} \leq 1 \\ \epsilon_{re} \leftarrow \frac{\epsilon_r + 1}{2} + \frac{\epsilon_r - 1}{2} \cdot \left( 1 + 12 \cdot \frac{h}{W} \right)^{-0.5} & \text{otherwise} \\ \epsilon_{re} \leftarrow \epsilon_{re} - \frac{\epsilon_r - 1}{4.6} \cdot \frac{t}{h} \cdot \sqrt{\frac{h}{W}} \\ \text{return } \epsilon_{re} \end{cases}$$

e onde  $Weoh(W, h, t)$  é o procedimento definido pela equação 4.13a da referência [1]:

$$Weoh(W, h, t) = \begin{cases} Weoh \leftarrow \frac{W}{h} + \frac{1.25}{\pi} \cdot \frac{t}{h} \cdot \left( 1 + \ln \left( \frac{4 \cdot \pi \cdot W}{t} \right) \right) & \text{if } \frac{W}{h} \leq \frac{\pi}{2} \\ Weoh \leftarrow \frac{W}{h} + \frac{1.25}{\pi} \cdot \frac{t}{h} \cdot \left( 1 + \ln \left( \frac{2 \cdot h}{t} \right) \right) & \text{otherwise} \\ \text{return } Weoh \end{cases}$$

Portanto, das equações (1) e (2) acima, temos:

$$Z_c(1.5\text{GHz}) = 49.997 \Omega \quad p(1.5\text{GHz}) = 0.715$$

**b)** A Impedância de entrada  $Z_{in}$  de uma *microstrip line* de comprimento  $\ell$  e impedância característica  $Z_c$  terminada por uma impedância de carga  $Z_L$  operando na frequência  $f$  é dada pela equação 2.44 da referência [2] ou, equivalentemente, pela equação 2.29 da referência [1]:

$$Z_{in}(f) = Z_c(f) \cdot \frac{Z_L + j \cdot Z_c(f) \cdot \tan(\beta(f) \cdot \ell)}{Z_c(f) + j \cdot Z_L \cdot \tan(\beta(f) \cdot \ell)} \quad (3)$$

sendo  $\beta(f)$  a constante de propagação  $\beta = 2\pi/\lambda_g$  [rad/m] na frequência  $f$  dada por:

$$\beta(f) = \frac{2\pi}{\lambda_g} = \frac{2 \cdot \pi \cdot f}{v_{\text{phase}}} = \frac{2 \cdot \pi \cdot f}{p(f) \cdot c}$$

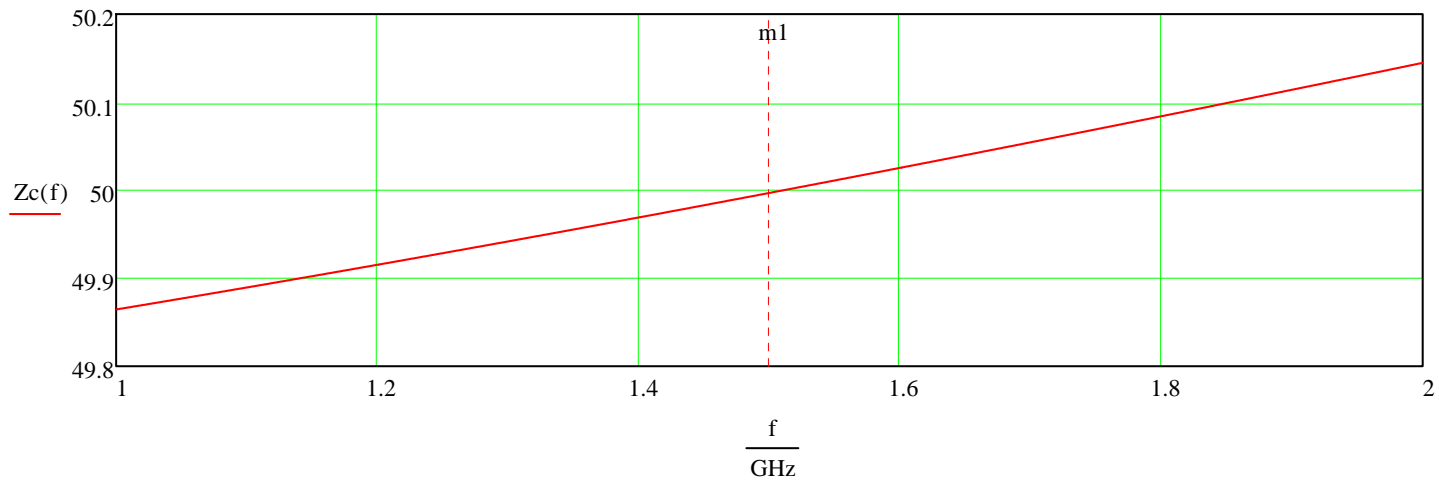
onde  $\lambda_g$  é o comprimento da onda guiada pela *microstrip line*, propagando-se a uma velocidade  $v_{\text{phase}}$ .

Portanto, da equação (3) acima, temos:

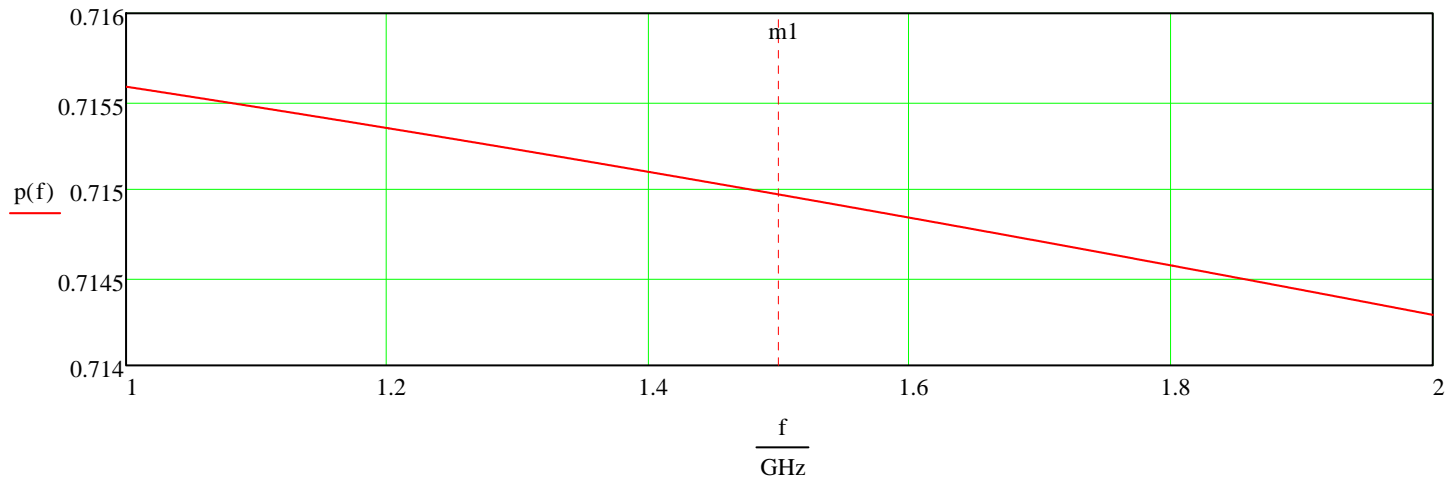
$$Z_{in}(1.5\text{GHz}) = (28.068 + 17.732i) \Omega$$

c) Da equação (1) acima, temos que o gráfico  $Z_c \times f$  é:

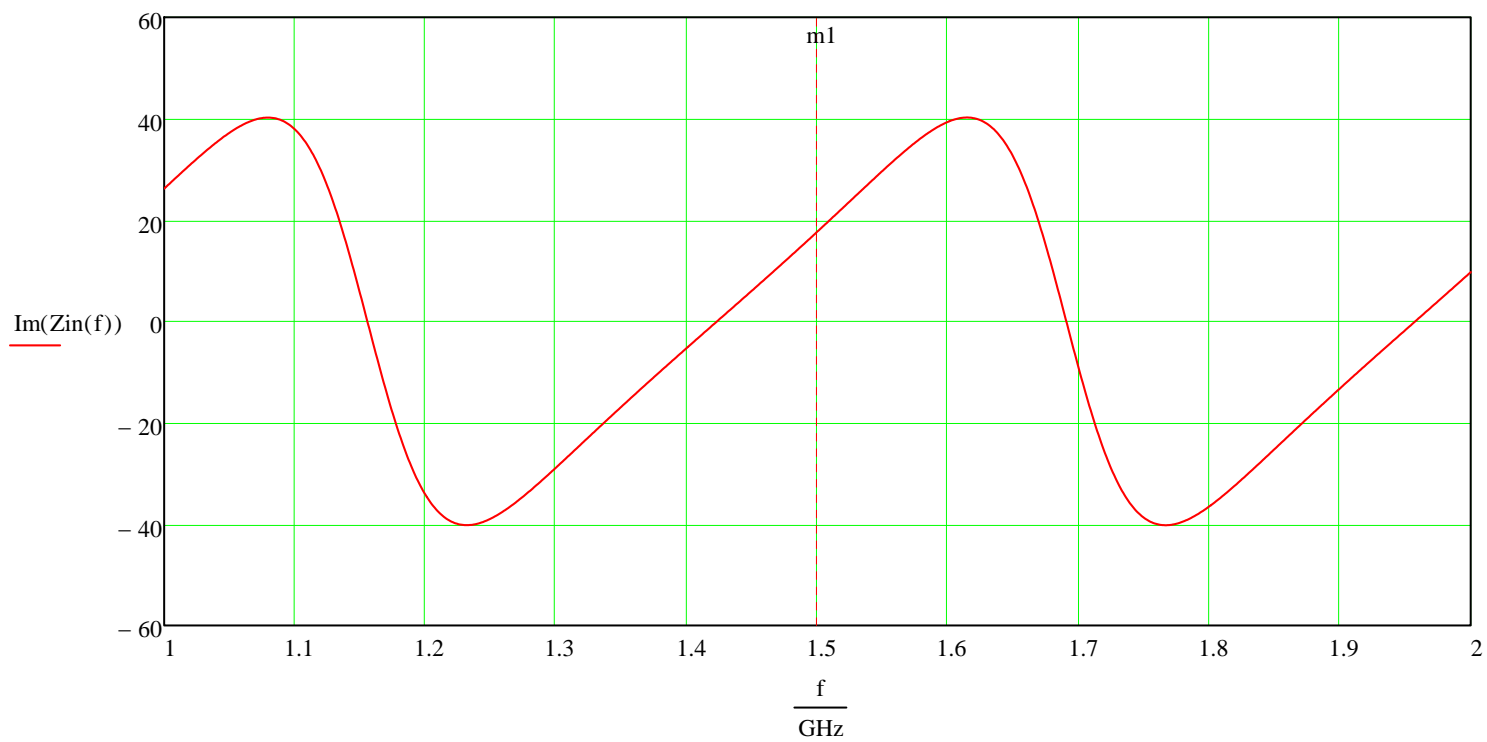
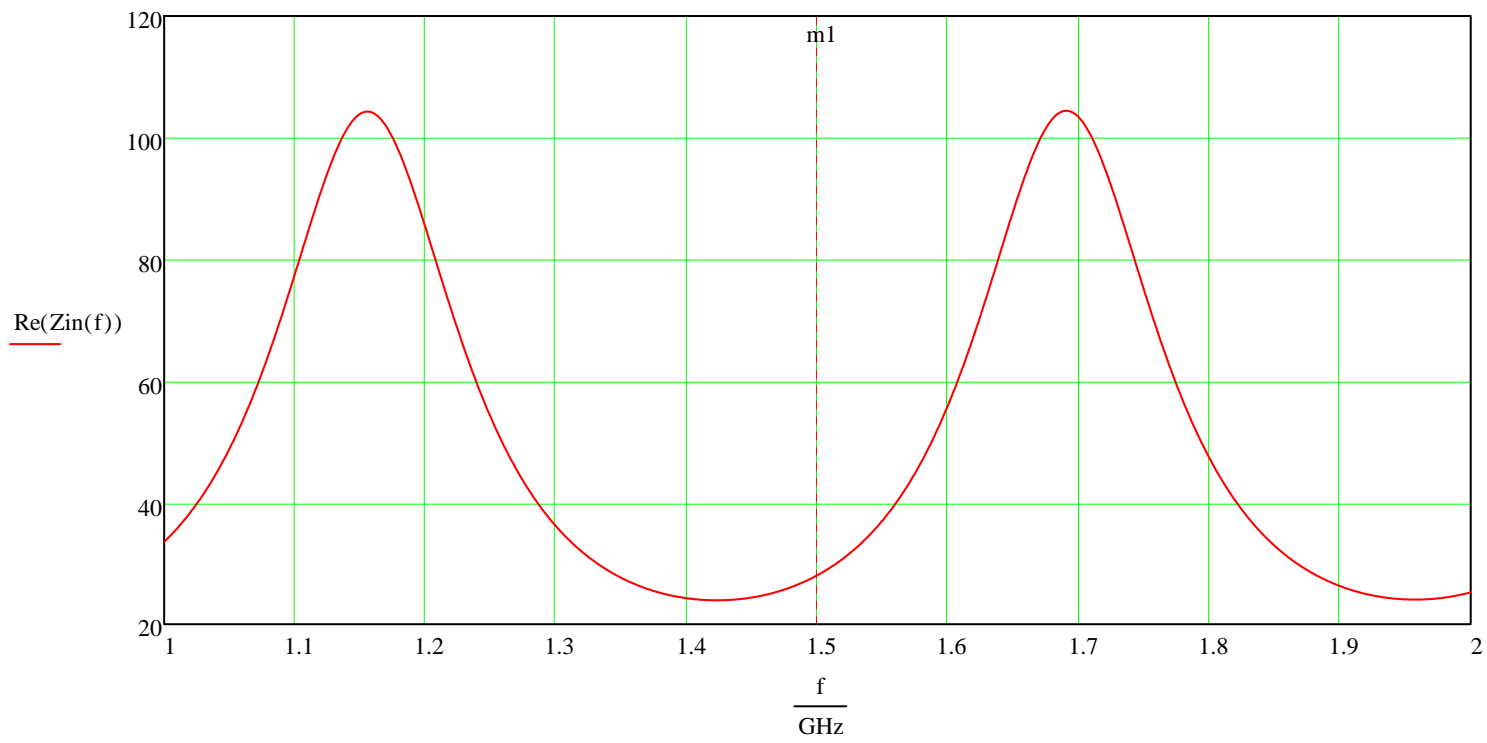
$f := 1.0\text{GHz}, 1.001\text{GHz} \dots 2.0\text{GHz}$        $m1 := 1.5$  [GHz]



d) Da equação (2) acima, temos que o gráfico  $p \times f$  é:



e) Da equação (3) acima, temos que os gráficos  $\text{Re}\{Z_{in}\} \times f$  e de  $\text{Im}\{Z_{in}\} \times f$  são:



## f) Usando o Z Matrix do Transient Solver do MWS:

