PUCRS – Escola Politécnica – Engenharia Elétrica

Microondas – T480 – 2° exercício aula 02/10/2019

Seja o 3-*port network* mostrado na Figura 1 a seguir, cuja impedância característica é Z_O=50 Ω:

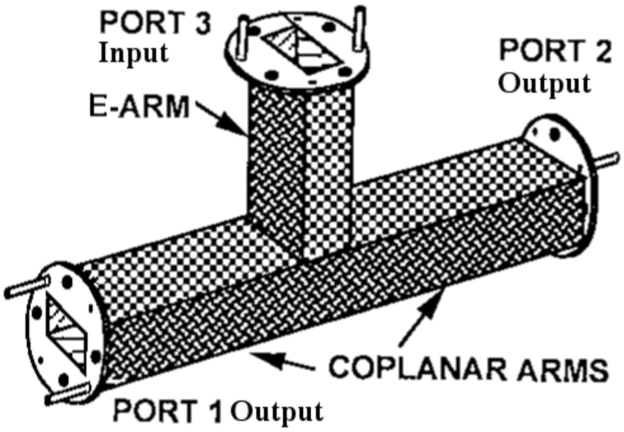

Figura 1: Híbrida tipo T (plano *E*) construída com guia de onda retangular.

Mediu-se com um 3-*port network analyzer* os *S-parameters* da híbrida mostrada na Figura 1, tendo sido obtido os seguintes valores:

$$S = \begin{pmatrix} S_{1,1} & S_{1,2} & S_{1,3} \\ S_{2,1} & S_{2,2} & S_{2,3} \\ S_{3,1} & S_{3,2} & S_{3,3} \end{pmatrix} \qquad S := \begin{pmatrix} 0.1\cdot e^{j\cdot 90\cdot deg} & 0.4\cdot e^{j\cdot 180\cdot deg} & 0.4\cdot e^{j\cdot 180\cdot deg} \\ 0.4\cdot e^{j\cdot 180\cdot deg} & 0.2\cdot e^{j\cdot 0\cdot deg} & 0.6\cdot e^{j\cdot 45\cdot deg} \\ 0.4\cdot e^{j\cdot 180\cdot deg} & 0.6\cdot e^{j\cdot 45\cdot deg} & 0.2\cdot e^{j\cdot 0\cdot deg} \end{pmatrix}$$

Pede-se:

a) Determine o *return loss* [dB] em cada *port* para a situação em que todas os demais *ports* são terminados por uma impedância de carga 50 Ω (=*matched condition*).

<u>Resposta</u>:

$$\mathbf{RL1 := -20\cdot\log\left(\left|S1,1\right|\right) \quad RL1 = 20\ dB}$$

$$\mathbf{RL2 := -20\cdot\log\left(\left|S2,2\right|\right) \quad RL2 = 13.979\ dB}$$

$$\mathbf{RL3 := -20\cdot\log\left(\left|S3,3\right|\right) \quad RL3 = 13.979\ dB}$$

b) Determine o *insertion loss* [dB] e o ângulo de fase entre a entrada de sinal no *port* 3 e a saída de sinal no *port* 2, para a situação em que todos os *ports* operam sob *matched condition* (todos estão conectados a um gerador ou carga com impedância igual a impedância característica 50 Ω). Nota: O *insertion loss* [dB] entre os *ports* n e m é dado por $IL = -20\log|T_{mn}|$ onde T_{mn} é a transmitância complexa entre a entrada de sinal no *port* n e a saída de sinal no *port* m .

<u>Resposta</u>: $\mathbf{IL := -20\cdot\log\left(\left|T2,3\right|\right) \quad IL = 4.437\ dB}$

c) Determine o *return loss* [dB] no *port* 1 para a situação em que o *port* 2 e o *port* 3 são terminados por um curto circuito.

<u>Resposta</u>: $\mathbf{RL1 := -20\cdot\log\left(\left|\Gamma 1\right|\right) \quad RL1 = 12.52\ d\ B}$

Solução:

$$S = \begin{pmatrix} S_{1,1} & S_{1,2} & S_{1,3} \\ S_{2,1} & S_{2,2} & S_{2,3} \\ S_{3,1} & S_{3,2} & S_{3,3} \end{pmatrix} \qquad S := \begin{pmatrix} 0.1 \cdot e^{j \cdot 90 \cdot deg} & 0.4 \cdot e^{j \cdot 180 \cdot deg} & 0.4 \cdot e^{j \cdot 180 \cdot deg} \\ 0.4 \cdot e^{j \cdot 180 \cdot deg} & 0.2 \cdot e^{j \cdot 0 \cdot deg} & 0.6 \cdot e^{j \cdot 45 \cdot deg} \\ 0.4 \cdot e^{j \cdot 180 \cdot deg} & 0.6 \cdot e^{j \cdot 45 \cdot deg} & 0.2 \cdot e^{j \cdot 0 \cdot deg} \end{pmatrix}$$

Sejam $VnI = V_n^{+}$ e $VnR = V_n^{-}$, com $n = 1,2,3$, respectivamente as ondas de tensão incidente e refletida no *port* n.

$$\begin{pmatrix} V1R \\ V2R \\ V3R \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} S_{1,1} & S_{1,2} & S_{1,3} \\ S_{2,1} & S_{2,2} & S_{2,3} \\ S_{3,1} & S_{3,2} & S_{3,3} \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} V1I \\ V2I \\ V3I \end{pmatrix}$$

a) Da equação 2.38 do Cap II das notas de aula, o *return loss* no *port* n é dado por:

$RLn = -20 \cdot \log(|\Gamma n|)$ dB onde Γ_n é o coeficiente de reflexão no *port* n.

Mas o Γ_n no *port* n é o $S_{n,n}$ daquele *port* quando os outros demais *ports* operam em *matched condition* - condição que é dada no enunciado. Daí, podemos escrever:

$RL1 := -20 \cdot \log(|S_{1,1}|)$ $\qquad RL1 = 20$ dB

$RL2 := -20 \cdot \log(|S_{2,2}|)$ $\qquad RL2 = 13.979$ dB

$RL3 := -20 \cdot \log(|S_{3,3}|)$ $\qquad RL3 = 13.979$ dB

b) $T_{2,3}$ é a transmitância entre a entrada de sinal no port 3 e a saída de sinal no port 2. Quando todos os *ports* operam em *matched condition* (condição que é dada no enunciado) temos que $T_{2,3} = S_{2,3}$. Daí:

$T_{2,3} := S_{2,3}$ $\qquad |T_{2,3}| = 0.6$ $\qquad \arg(T_{2,3}) = 45 \cdot deg$

$IL := -20 \cdot \log(|T_{2,3}|)$ $\qquad IL = 4.437$ dB

c) Da definição de *S-parameters*:

$$\begin{pmatrix} V1R \\ V2R \\ V3R \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} S_{1,1} & S_{1,2} & S_{1,3} \\ S_{2,1} & S_{2,2} & S_{2,3} \\ S_{3,1} & S_{3,2} & S_{3,3} \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} V1I \\ V2I \\ V3I \end{pmatrix}$$

$$V1R = S_{1,1} \cdot V1I + S_{1,2} \cdot V2I + S_{1,3} \cdot V3I$$

$$V2R = S_{2,1} \cdot V1I + S_{2,2} \cdot V2I + S_{2,3} \cdot V3I$$

$$V3R = S_{3,1} \cdot V1I + S_{3,2} \cdot V2I + S_{3,3} \cdot V3I$$

Uma vez que os *ports* 2 e 3 estão curto-circuitados, então forçosamente $\Gamma_2 = \Gamma_3 = -1$. Isto significa que $V2I = -V2R$ e que $V3I = -V3R$. Substituindo esta condição no sistema acima temos:

$$V1R = S_{1,1} \cdot V1I - S_{1,2} \cdot V2R - S_{1,3} \cdot V3R \qquad (1)$$

$$V2R = S_{2,1} \cdot V1I - S_{2,2} \cdot V2R - S_{2,3} \cdot V3R \qquad (2)$$

$$V3R = S_{3,1} \cdot V1I - S_{3,2} \cdot V2R - S_{3,3} \cdot V3R \qquad (3)$$

Resolvendo (3) p/ V3R:

$$V3R = \frac{-\left[\left(-S_{3,1}\right)\cdot V1I + S_{3,2}\cdot V2R\right]}{1 + S_{3,3}} \qquad (4)$$

(4) $\rightarrow$ (2):

$$V2R = S_{2,1}\cdot V1I - S_{2,2}\cdot V2R - S_{2,3}\cdot\frac{S_{3,1}\cdot V1I - S_{3,2}\cdot V2R}{1 + S_{3,3}} \qquad (5)$$

(4) $\rightarrow$ (1):

$$V1R = S_{1,1}\cdot V1I - S_{1,2}\cdot V2R - S_{1,3}\cdot\frac{S_{3,1}\cdot V1I - S_{3,2}\cdot V2R}{1 + S_{3,3}} \qquad (6)$$

Resolvendo (6) p/ V2R:

$$V2R = \frac{-\left(V1R + V1R\cdot S_{3,3} - S_{1,1}\cdot V1I - S_{1,1}\cdot V1I\cdot S_{3,3} + S_{1,3}\cdot S_{3,1}\cdot V1I\right)}{S_{1,2} + S_{1,2}\cdot S_{3,3} - S_{1,3}\cdot S_{3,2}} \qquad (7)$$

(7) $\rightarrow$ (5):

$$V1R = (-V1I)\cdot\frac{\left(-S_{2,2}\right)\cdot S_{1,1}\cdot S_{3,3} - S_{1,1}\cdot S_{3,3} + S_{2,1}\cdot S_{1,2}\cdot S_{3,3} + S_{1,3}\cdot S_{3,1} - S_{2,3}\cdot S_{3,1}\cdot S_{1,2} - S_{2,2}\cdot S_{1,1} \cdots + \left(S_{2,3}\cdot S_{3,2}\cdot S_{1,1} + S_{2,1}\cdot S_{1,2} - S_{2,1}\cdot S_{1,3}\cdot S_{3,2} - S_{1,1} + S_{2,2}\cdot S_{1,3}\cdot S_{3,1}\right)}{S_{2,2}\cdot S_{3,3} + 1 + S_{3,3} - S_{2,3}\cdot S_{3,2} + S_{2,2}}$$

$$\Gamma 1 = \frac{V1R}{V1I} = -\frac{\left(-S_{2,2}\right)\cdot S_{1,1}\cdot S_{3,3} - S_{1,1}\cdot S_{3,3} + S_{2,1}\cdot S_{1,2}\cdot S_{3,3} + S_{1,3}\cdot S_{3,1} - S_{2,3}\cdot S_{3,1}\cdot S_{1,2} - S_{2,2}\cdot S_{1,1} \cdots + \left(S_{2,3}\cdot S_{3,2}\cdot S_{1,1} + S_{2,1}\cdot S_{1,2} - S_{2,1}\cdot S_{1,3}\cdot S_{3,2} - S_{1,1} + S_{2,2}\cdot S_{1,3}\cdot S_{3,1}\right)}{S_{2,2}\cdot S_{3,3} + 1 + S_{3,3} - S_{2,3}\cdot S_{3,2} + S_{2,2}}$$

$\Gamma 1 = -0.184 + 0.148i$ $\qquad$ $|\Gamma 1| = 0.237$ $\qquad$ $\arg(\Gamma 1) = 141.221\cdot deg$

$RL1 := -20\cdot\log\left(|\Gamma 1|\right)$ $\qquad$ $RL1 = 12.52$ dB