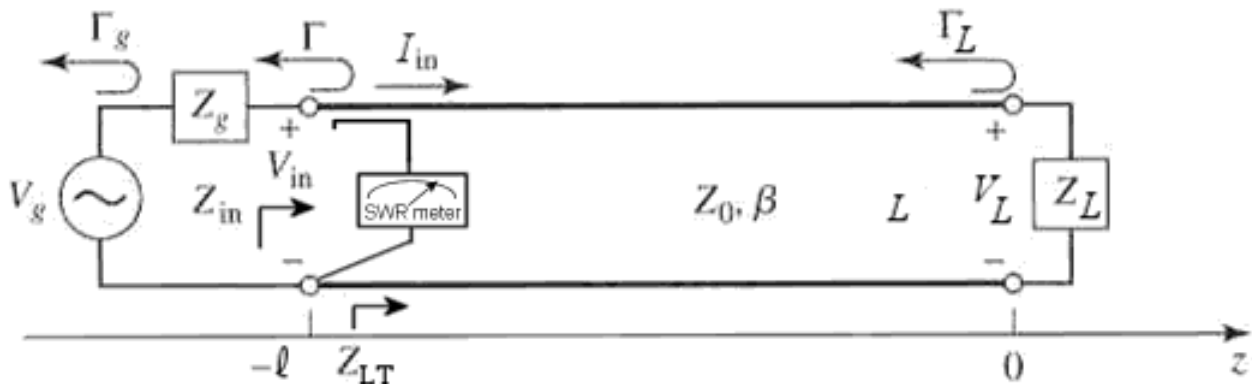
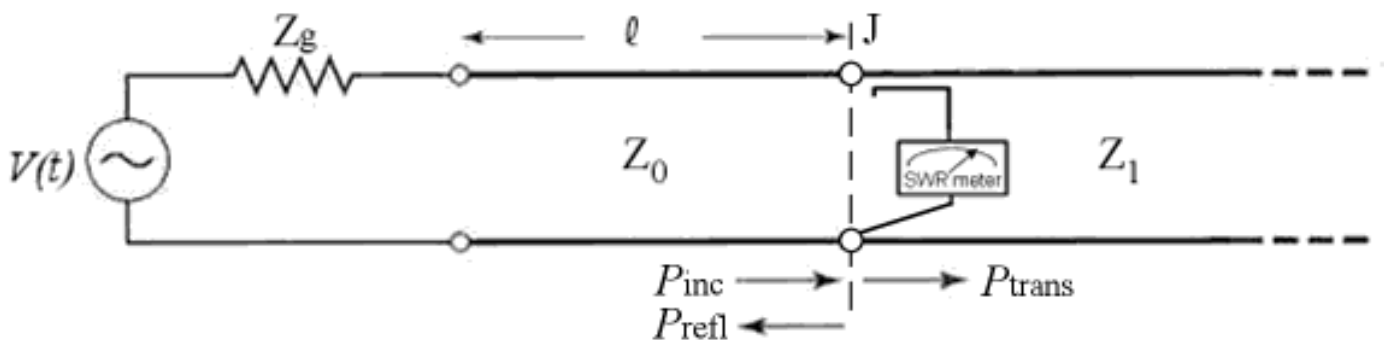


- 1) Um gerador de microondas alimenta uma carga $Z_L = 50\Omega$ através de uma linha de transmissão sem perdas com impedância característica Z_0 , conforme mostra a figura abaixo. Sabendo que o SWR meter inserido no início da linha de transmissão mede ROE 1: 4.5, determine os possíveis valores de Z_0 (dica: apenas 2 valores são possíveis para Z_0). **Resposta: 11.111Ω ou 225Ω**



- 2) A figura abaixo mostra a interligação de duas linhas de transmissão sem perdas Z_0 e Z_1 , uma com impedância característica $Z_0 = 300\Omega$, fator de velocidade 0.85 e comprimento $\ell = 0.21\text{m}$, e outra com impedância característica $Z_1 = 600\Omega$, de comprimento e terminação desconhecidos. O two-port network definido pela linha de transmissão Z_0 é alimentado por um gerador $V(t) = 350 \cos(2\pi 2450 \times 10^6 t)$ [V] de impedância interna $Z_g = 50\Omega$. Sabendo que o SWR meter indica ROE 1:1 determine:

- As potências incidente, refletida e transmitida no port J. **Respostas: 98.729W, 10.97W e 87.759W**
- A potência útil total consumida do gerador $V(t)$. **Resposta: 95.385W**
- A potência útil dissipada na impedância interna Z_g do gerador $V(t)$. **Resposta: 7.626W**
- O valor da expressão {"potência útil transmitida" + "potência útil dissipada em Z_g "} / {"potência útil total consumida do gerador"} **Resposta: 1.0 (o que comprova a conservação da potência útil)**

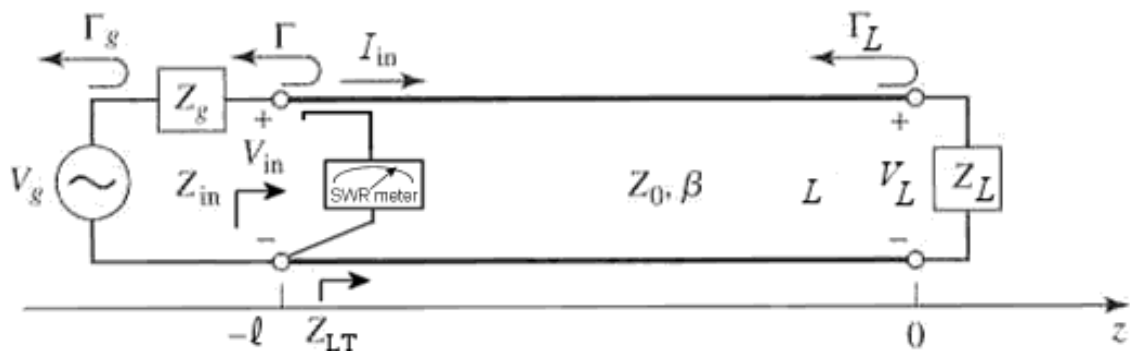


- 3) Uma antena é conectada a um cabo coaxial com impedância característica $Z_0 = 50\Omega$, fator de velocidade 0.65 e comprimento $\ell = 10.5\text{ m}$. O transmissor que alimenta a antena através do cabo opera em $f = 156\text{MHz}$ e entrega uma potência nominal de saída de 75W, quando conectado a uma impedância de carga igual à Z_0 . Determine a impedância de entrada do cabo, a ROE no cabo e a potência útil entregue à antena sabendo que sua impedância de entrada é $50 - j20\Omega$ e que as perdas no cabo coaxial são desprezíveis.

Respostas: 73.594 - j5.665 Ω, 1.488, 72.115W

Solução:

1)



$Z_0 = \text{"?"}$ $SWR := 4.5$ $Z_L := 50 \cdot \Omega$

Da equação 2.41 do Cap II das notas de aula:

$$SWR = \frac{1 + |\Gamma_L|}{1 - |\Gamma_L|} \rightarrow |\Gamma_L| = \frac{SWR - 1}{SWR + 1} \quad (1)$$

Da equação 2.35 do Cap II das notas de aula:

$$\Gamma_L = \frac{Z_L - Z_0}{Z_L + Z_0} \quad (2)$$

Aplicando o operador |.| em (2):

$$|\Gamma_L| = \left| \frac{Z_L - Z_0}{Z_L + Z_0} \right| \quad (3)$$

Existem dois valores possíveis para Γ_L , ambos resultando no mesmo $|\Gamma_L|$ definido por (3), que são $\Gamma_L > 0$ ou $\Gamma_L < 0$. Portanto:

$$|\Gamma_L| = \Gamma_L \quad \text{ou} \quad |\Gamma_L| = -\Gamma_L$$

Substituindo Γ_L definido por (2) nas duas equações anteriores, obtemos:

$$|\Gamma_L| = \frac{Z_L - Z_0}{Z_L + Z_0} \quad \text{ou} \quad |\Gamma_L| = -\frac{Z_L - Z_0}{Z_L + Z_0}$$

Substituindo $|\Gamma_L|$ definido por (1) nas duas equações anteriores, obtemos:

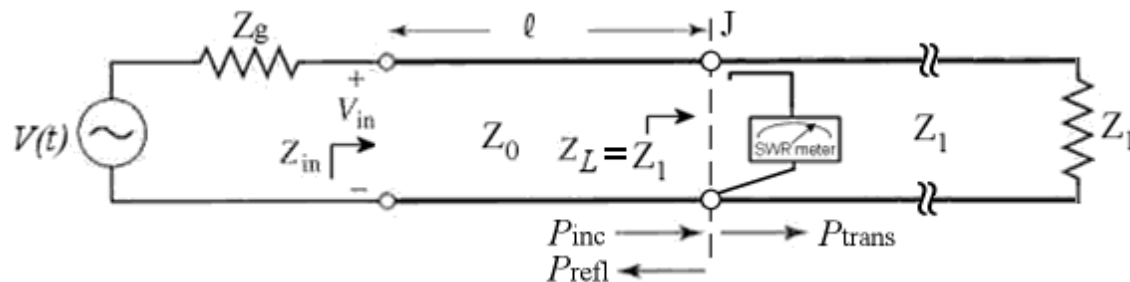
$$\frac{SWR - 1}{SWR + 1} = \frac{Z_L - Z_0}{Z_L + Z_0} \quad \text{ou} \quad \frac{SWR - 1}{SWR + 1} = -\frac{Z_L - Z_0}{Z_L + Z_0}$$

Resolvendo para Z_0 as equações anteriores, obtemos os dois valores Z_{01} e Z_{02} possíveis para Z_0 :

$$Z_{01} := \frac{Z_L}{SWR} \quad Z_{01} = 11.111 \Omega$$

$$Z_{02} := SWR \cdot Z_L \quad Z_{02} = 225 \Omega$$

2) Dado que $SWR=1:1$ no início da linha de transmissão com impedância característica Z_1 , então $Z_L=Z_1$ no circuito equivalente mostrado na figura abaixo:



sendo $V(t) = V_g \cdot \cos(2\pi f \cdot t)$ $V_g := 350 \cdot V$ $f := 2450 \cdot \text{MHz}$ $Z_g := 50 \cdot \Omega$

$Z_0 := 300 \cdot \Omega$ $p := 0.85$ $\lambda_g := 0.21 \cdot \text{m}$ $Z_1 := 600 \cdot \Omega$ $Z_L := Z_1$

$\lambda := \frac{c}{f} \rightarrow \lambda = 0.122 \text{ m}$ $\lambda_g := p \cdot \lambda \rightarrow \lambda_g = 0.104 \text{ m}$ $\beta := \frac{2 \cdot \pi}{\lambda_g} \rightarrow \beta = 60.41 \frac{1}{\text{m}}$

Da Eq.2.44 do Cap II das notas de aula:

$$Z_{in} := Z_o \cdot \frac{Z_L + j \cdot Z_o \cdot \tan(\beta \cdot l)}{Z_o + j \cdot Z_L \cdot \tan(\beta \cdot l)} \quad Z_{in} = (575.403 - 102.293j) \Omega$$

Das equações (A1) e (A2) ao final do Cap II das notas de aula:

$$\Gamma_L := \frac{Z_L - Z_o}{Z_L + Z_o} \quad \Gamma_L = 0.333 \quad |\Gamma_L| = 0.333 \quad \arg(\Gamma_L) = 0 \cdot \text{deg}$$

$$\Gamma_g := \frac{Z_g - Z_o}{Z_g + Z_o} \quad \Gamma_g = -0.714 \quad |\Gamma_g| = 0.714 \quad \arg(\Gamma_g) = 180 \cdot \text{deg}$$

Da equação (A4) do Cap II das notas de aula, com VoP=Vo+:

$$V_{oP} := V_g \cdot \left(\frac{Z_o}{Z_o + Z_g} \right) \cdot \frac{e^{-j \cdot \beta \cdot l}}{1 - \Gamma_L \cdot \Gamma_g \cdot e^{-j \cdot 2\beta \cdot l}} \quad V_{oP} = (242.724 - 17.959j) \text{ V} \quad |V_{oP}| = 243.387 \text{ V}$$

$$\arg(V_{oP}) = -4.231 \cdot \text{deg}$$

Da equação (A9) do Cap II das notas de aula:

$$P_{Incidente} := \frac{\left(\frac{|V_{oP}|}{\sqrt{2}} \right)^2}{Z_o} \quad P_{Incidente} = 98.729 \text{ W}$$

$$P_{Refletida} := \frac{\left(\frac{|V_{oP}|}{\sqrt{2}} \right)^2}{Z_o} \cdot (|\Gamma_L|)^2 \quad P_{Refletida} = 10.97 \text{ W}$$

$$P_{Transmitida} := \frac{\left(\frac{|V_{oP}|}{\sqrt{2}} \right)^2}{Z_o} \cdot [1 - (|\Gamma_L|)^2] \quad P_{Transmitida} = 87.759 \text{ W}$$

Das equações (A5) e (A6) do Cap II das notas de aula:

$$I(z) := \frac{V_{oP}}{Z_o} \cdot (e^{-j \cdot \beta \cdot z} - \Gamma_L \cdot e^{j \cdot \beta \cdot z}) \quad (1)$$

$$V(z) := V_{oP} \cdot (e^{-j \cdot \beta \cdot z} + \Gamma_L \cdot e^{j \cdot \beta \cdot z}) \quad (2)$$

Da figura acima e de (2) acima:

$$P_{DissZg} := \left(\frac{|I(-l)|}{\sqrt{2}} \right)^2 \cdot \text{Re}(Z_g) \quad P_{DissZg} = 7.626 \text{ W}$$

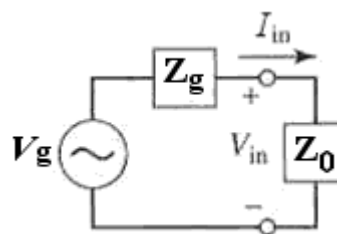
$$P_{Gerador} := \left(\frac{\frac{V_g}{\sqrt{2}}}{|Z_g + Z_{in}|} \right)^2 \cdot \text{Re}(Z_g + Z_{in}) \quad P_{Gerador} = 95.385 \text{ W}$$

$$\frac{P_{Transmitida} + P_{DissZg}}{P_{Gerador}} = 1 \quad \rightarrow \text{Portanto, fica comprovada a conservação da potência útil}$$

$$3) \quad \underline{Z_L} := (50 - j \cdot 20) \cdot \Omega \quad \underline{Z_0} := 50 \cdot \Omega \quad P_{gO} := 75 \cdot W$$

Do enunciado, quando o transmissor é terminado por uma impedância de carga Z_0 (resistiva) ele entrega a potência nominal de saída P_{gO} à impedância de carga Z_0 , sendo P_{gO} dado nesta situação por:

$$P_{gO} = \left(\frac{\frac{V_g}{\sqrt{2}}}{Z_g + Z_0} \right)^2 \cdot Z_0$$



onde Z_g é a impedância interna do gerador, que assumimos aqui ser puramente resistiva (veremos o porque da suposição a seguir). Resolvendo a equação acima para V_g (o resultado é V de pico, não é V_{rms}):

$$V_g = (Z_g + Z_0) \cdot \sqrt{\frac{2 \cdot P_{gO}}{Z_0}}$$

Mas, se P_{gO} é a potencia nominal de saída então o transmissor opera sob máxima transferência de potência, e, portanto $Z_g = Z_0$ p/ que esta situação ocorra. Uma vez que Z_0 é uma resistência pura, então $Z_g = Z_0$. Substituindo $Z_g = Z_0$ na equação acima:

$$\underline{V_g} := 2 \cdot \sqrt{2 P_{gO} \cdot Z_0} \quad V_g = 173.205 \text{ V}$$

$$\underline{Z_g} := Z_0$$

Ainda, do enunciado:

$$\underline{p} := 0.65 \quad \underline{l} := 10.5 \cdot m \quad \underline{f} := 156 \cdot MHz$$

$$\underline{\lambda} := \frac{c}{f} \rightarrow \lambda = 1.922 \text{ m} \quad \underline{\lambda_g} := p \cdot \lambda \rightarrow \lambda_g = 1.249 \text{ m} \quad \underline{\beta} := \frac{2 \cdot \pi}{\lambda_g} \rightarrow \beta = 5.03 \cdot \frac{\text{rad}}{\text{m}}$$

Das equações (A1) e (A2) ao final do Cap II das notas de aula:

$$\underline{\Gamma_L} := \frac{Z_L - Z_0}{Z_L + Z_0} \quad \Gamma_L = 0.038 - 0 \quad |\Gamma_L| = 0.196 \quad \arg(\Gamma_L) = -78.69 \cdot \text{deg}$$

$$\underline{\Gamma_g} := \frac{Z_g - Z_0}{Z_g + Z_0} \quad \Gamma_g = 0 \quad |\Gamma_g| = 0 \quad \arg(\Gamma_g) = \bullet \cdot \text{deg}$$

Da equação (A4) do Cap II das notas de aula, com $V_{oP} = V_{o^+}$:

$$\underline{V_{oP}} := V_g \cdot \left(\frac{Z_0}{Z_0 + Z_g} \right) \cdot \frac{e^{-j \cdot \beta \cdot l}}{1 - \Gamma_L \cdot \Gamma_g \cdot e^{-j \cdot 2 \cdot \beta \cdot l}} \quad V_{oP} = (-71.876 - 48.31i) \text{ V} \quad |V_{oP}| = 86.603 \text{ V}$$

$$\arg(V_{oP}) = -146.093 \cdot \text{deg}$$

Da equação (A9) do Cap II das notas de aula, a potência entregue à antena é:

$$\underline{P_{Transmitida}} := \frac{\left(\frac{|V_{oP}|}{\sqrt{2}} \right)^2}{Z_0} \cdot [1 - (|\Gamma_L|)^2] \quad P_{Transmitida} = 72.115 \text{ W}$$

Da equação 2.35 do Cap II das notas de aula:

$$\underline{\Gamma_L} := \frac{Z_L - Z_0}{Z_L + Z_0} \quad \Gamma_L = 0.038 - 0.192i$$

Da equação 2.41 do Cap II das notas de aula, a ROE no cabo é:

$$ROE := \frac{1 + |\Gamma_L|}{1 - |\Gamma_L|} \quad ROE = 1.488$$

Da Eq.2.44 do Cap II das notas de aula, a impedância de entrada do cabo é:

$$\underline{Z_{in}} := Z_0 \cdot \frac{Z_L + j \cdot Z_0 \cdot \tan(\beta \cdot l)}{Z_0 + j \cdot Z_L \cdot \tan(\beta \cdot l)} \quad Z_{in} = (73.594 - 5.665i) \Omega$$