

A *microstrip line* de comprimento ℓ e com impedância característica Z_1 na figura acima apresenta perdas ôhmicas e perdas dielétricas desprezíveis, possuindo um fator de velocidade $p=0.75$. Esta linha é alimentada por uma linha de comprimento desconhecido e c/ impedância característica $Z_0 = 50 \Omega$. Sabendo que $Z_L = 70-j100 \Omega$ e que a tensão V_L medida na carga é senoidal e de frequência $f = 1250 \text{ MHz}$, pede-se:

a) Determine ℓ e Z_1 de modo a minimizar o coeficiente de reflexão (maximizar o *return loss*) no *port 1*. **Resposta:** $\ell = 0.017 \text{ m}$ $Z_1 = 168.819 \Omega$

b) Determine a impedância de entrada Z_{in} para a situação do item a) **Resposta:** $Z_{in} = 50 \Omega$

c) Determine o S_{11} no *port 1* da *microstrip line* com impedância característica Z_1 .

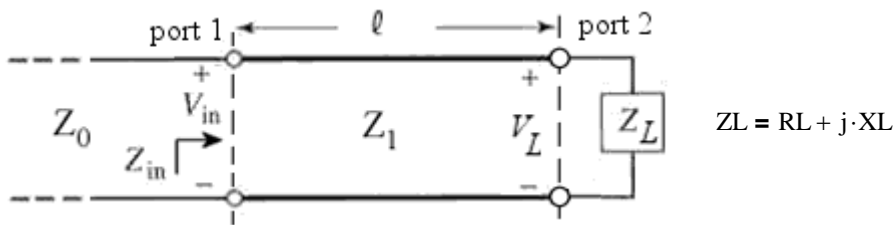
Resposta: $S_{11} = V_1^- / V_1^+$ para $V_2^+ = 0$ ($Z_L=Z_1$). Ou seja, S_{11} é o coeficiente de reflexão $\Gamma_1 = V_1^- / V_1^+$ no *port 1*, quando o *port 2* é terminado na impedância característica Z_1 .

Daí, o coeficiente de reflexão $\Gamma_2 = V_2^- / V_2^+$ na carga (no *port 2*) p/ $Z_L=Z_1$ é zero.

E daí,

$$S_{11} = \Gamma_1 = \Gamma_2 e^{-j2\beta\ell} \Rightarrow \Gamma_1 = 0, \text{ sendo } \ell = 0.017 \text{ m}$$

Solução:



$$Z_0 := 50 \cdot \Omega \quad R_L := 70 \cdot \Omega \quad X_L := -100 \cdot \Omega \quad p := 0.75 \quad f := 1250 \text{ MHz} \quad \lambda_g := p \cdot \frac{c}{f} \quad \lambda_g = 0.18 \text{ m} \quad \beta := \frac{2\pi}{\lambda_g}$$

a) Seja $t = \tan(\beta \cdot l) = \tan\left(\frac{2\pi}{\lambda_g} \cdot l\right)$ tal que, da Eq.2.44 do Cap II das notas de aula temos:

$$Z_{in} = Z_1 \cdot \frac{Z_L + j \cdot Z_1 \cdot \tan(\beta \cdot l)}{Z_1 + j \cdot Z_L \cdot \tan(\beta \cdot l)} \quad (1)$$

$$Z_{in} = Z_1 \cdot \frac{Z_L + j \cdot Z_1 \cdot t}{Z_1 + j \cdot Z_L \cdot t} \quad (2)$$

O menor valor de $|\Gamma|$ no port 1 ocorre quando $Z_{in} = Z_0$ na figura acima, situação que resulta em $|\Gamma| = 0$ (i.e., toda potência da linha Z_0 é transferida p/ a linha Z_1). Para esta situação temos de (2):

$$Z_0 = Z_1 \cdot \frac{Z_L + j \cdot Z_1 \cdot t}{Z_1 + j \cdot Z_L \cdot t} \quad \text{mas} \quad Z_L = R_L + j \cdot X_L \quad \text{Daí:}$$

$$Z_0 = Z_1 \cdot \frac{R_L + j \cdot X_L + j \cdot Z_1 \cdot t}{Z_1 + j \cdot (R_L + j \cdot X_L) \cdot t}$$

$$Z_0 \cdot Z_1 - Z_1 \cdot R_L - Z_0 \cdot t \cdot X_L + i \cdot (Z_0 \cdot t \cdot R_L - Z_1 \cdot X_L - Z_1^2 \cdot t) = 0 + i \cdot 0 \quad (3)$$

Separando as partes $\text{Re}()$ e $\text{Im}()$ de (3):

$$Z_0 \cdot Z_1 - Z_1 \cdot R_L - Z_0 \cdot t \cdot X_L = 0 \quad (4)$$

$$Z_0 \cdot t \cdot R_L - Z_1 \cdot X_L - Z_1^2 \cdot t = 0 \quad (5)$$

Isolando t em (4) e (5) e igualando:

$$t = (-Z_1) \cdot \frac{(-Z_0) + R_L}{Z_0 \cdot X_L} = Z_1 \cdot \frac{X_L}{Z_0 \cdot R_L - Z_1^2} \quad (6)$$

Resolvendo p/ Z_1 :

$$Z_1 := \frac{1}{(-Z_0) + R_L} \cdot \sqrt{[(-Z_0) + R_L] \cdot Z_0 \cdot [(-Z_0) \cdot R_L + R_L^2 + X_L^2]} \quad Z_1 = 168.819 \Omega \quad (7)$$

De (6) e (7):

$$t := Z_1 \cdot \frac{X_L}{Z_0 \cdot R_L - Z_1^2} \quad t = 0.675$$

mas $t = \tan(\beta \cdot l) = \tan\left(\frac{2\pi}{\lambda_g} \cdot l\right)$ daí temos:

$$l := \frac{\text{atan}(t)}{2 \cdot \pi} \cdot \lambda_g \quad l = 0.017 \text{ m}$$

$$l := \text{if}\left(1 < 0, 1 + \frac{\lambda_g}{2}, 1\right) \quad l = 0.017 \text{ m}$$

b)
$$Z_{in} := Z_1 \cdot \frac{Z_L + j \cdot Z_1 \cdot \tan(\beta \cdot l)}{Z_1 + j \cdot Z_L \cdot \tan(\beta \cdot l)} \quad Z_{in} = 50 \Omega$$

c) $S_{11} = V_1^- / V_1^+$ para $V_2^+ = 0$ ($Z_L = Z_1$). Ou seja, S_{11} é o coeficiente de reflexão $\Gamma_1 = V_1^- / V_1^+$ no *port* 1, quando o *port* 2 é terminado na impedância característica Z_1 . Daí, temos:

$$Z_1 = 168.819 \Omega \quad \underline{Z_L} := Z_1$$

O coeficiente de reflexão $\Gamma_2 = V_2^- / V_2^+$ na carga (no *port* 2) p/ $Z_L = Z_1$ é:

$$\Gamma_2 := \frac{Z_L - Z_1}{Z_L + Z_1} \quad \Gamma_2 = 0$$

Da equação 2.42 do Cap II das notas de aula, o coeficiente de reflexão Γ_1 na entrada (*port* 1) é:

$$\Gamma_1 := \Gamma_2 \cdot e^{-j \cdot 2 \cdot \beta \cdot l} \quad \Gamma_1 = 0 \quad \text{sendo} \quad l = 0.017 \text{ m}$$