

A Figura 1 abaixo mostra um amplificador de microondas implementado com um transistor bipolar na configuração emissor comum. A impedância medida com um *vector network analyzer* nos terminais “base”-“emissor” do transistor é  $Z_{be}=11-j22\Omega$  na frequência de operação  $f_{op}=10$  GHz. Nesta figura encontra-se detalhado o acoplador de impedâncias entre o *input port* do amplificador e os terminais “base”-“emissor” do transistor. O acoplador é constituído pela *microstrip line* de comprimento  $\ell_{line} = 7.155$ mm em paralelo com um *open stub* de comprimento  $\ell_{stub}$ , conforme mostra a Figura 1. A Figura 2 mostra o circuito elétrico equivalente do acoplador.

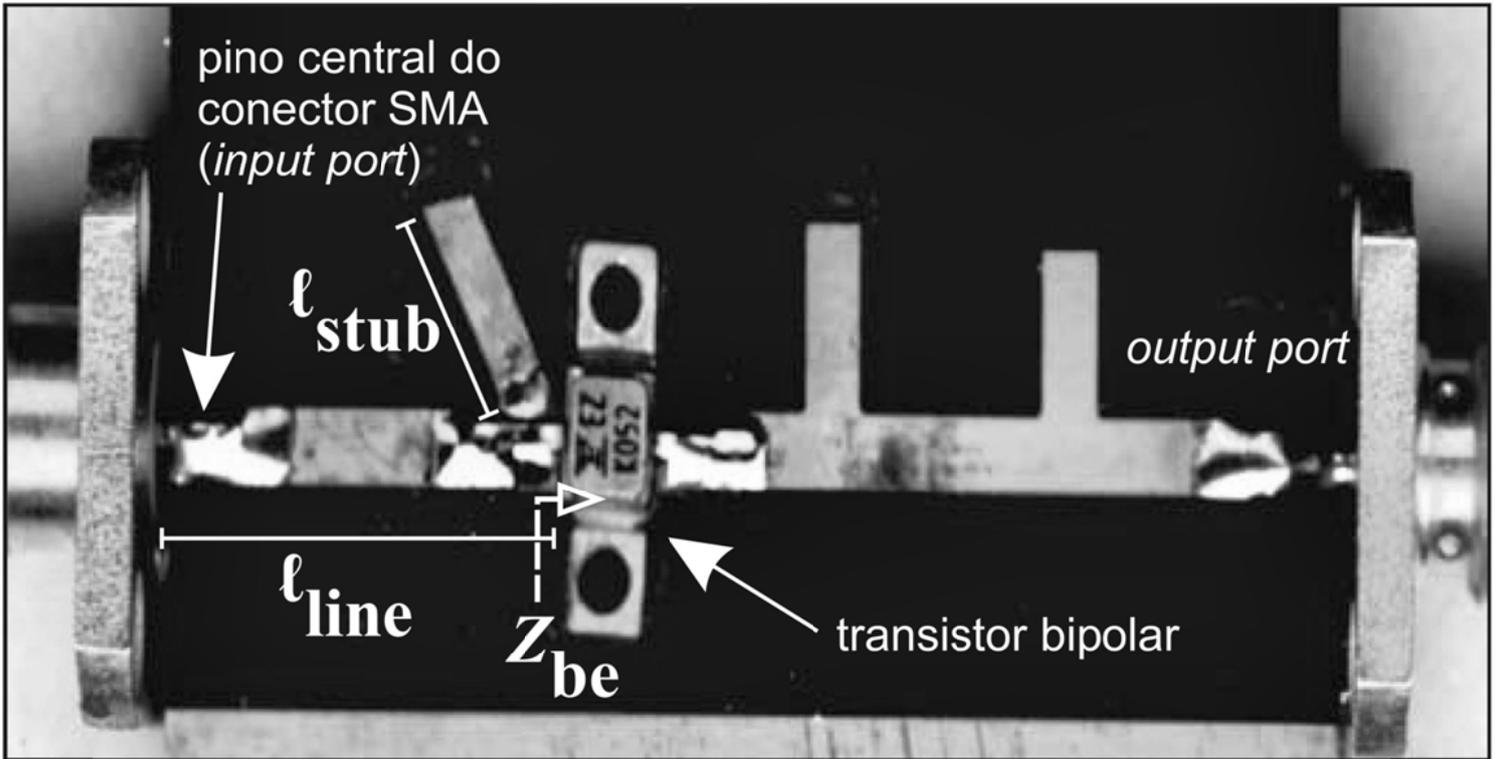


Figura 1: Amplificador de microondas com transistor bipolar e detalhe do acoplador de impedâncias no *input port*.

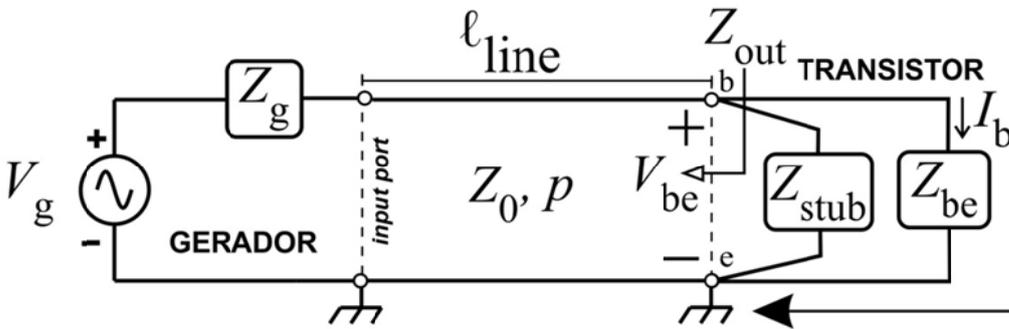


Figura 2: Circuito elétrico equivalente do acoplador no *input port* do amplificador mostrado na Figura 1.

ground soldado à face inferior da placa de circuito impresso

Um gerador senoidal externo com impedância interna  $Z_g=35\ \Omega$  é conectado ao *input port* através de um conector SMA. Com seus terminais em aberto, o gerador fornece nos terminais uma senóide de frequência  $f_{op}$  e de amplitude instantânea máxima  $V_g=2.0\ V_{pk}$ . A entrada da *microstrip line* é soldada ao pino central do conector SMA no *input port*. O outro extremo da *microstrip line* de comprimento  $\ell_{line}$  é soldada no terminal “base” do transistor, em paralelo com o *stub* de comprimento  $\ell_{stub}$ . O terminal “emissor” do transistor e o terminal *ground* dos conectores SMA são soldados à face inferior da placa de circuito impresso.

A *microstrip line* apresenta uma impedância característica  $Z_0=50\ \Omega$  e um fator de velocidade  $p=0.65$ . O *stub* apresenta uma impedância característica  $Z_{stub}=65\ \Omega$  e um fator de velocidade  $p_{stub}=0.75$ .

Pede-se:

- (1) Determine  $\ell_{stub}$  objetivando maximizar a transferência de potência aos terminais “base”-“emissor” do transistor. Assuma que não haja perdas nem na *microstrip line* nem no *stub*. **Dica:** Determine a impedância  $Z_{out}$  “vista” nos terminais de saída da *microstrip line*, conforme mostra a Figura 2, considerando  $Z_g$  como a impedância de carga da *microstrip line* de comprimento  $\ell_{line}$ . Em seguida, determine a impedância de entrada  $Z_{stub}$  do *stub* de comprimento  $\ell_{stub}$  de forma a zerar a susceptância  $\text{Im}\{Y_{out}+Y_{stub}+Y_{be}\}$  nos terminais “base”-“emissor” do transistor, sendo  $Y_{out}=1/Z_{out}$ ,  $Y_{stub}=1/Z_{stub}$  e  $Y_{be}=1/Z_{be}$ . Então

determine  $\ell_{\text{stub}}$  a partir de  $Z_{\text{stub}}$ , e, caso  $\ell_{\text{stub}}$  resulte negativo, some  $\lambda g_{\text{Stub}}/2$  à  $\ell_{\text{stub}}$ , sendo  $\lambda g_{\text{Stub}}$  o comprimento da onda guiada no *stub*.

- (2) Determine a amplitude instantânea máxima e a fase da tensão  $V_{\text{be}}$  medida entre os terminais “base”-“emissor” do transistor, na condição operacional de máxima transferência de potência obtida em (1). Dica: Considere  $V_{\text{be}}$  como sendo a tensão na impedância de carga  $Z_L = Z_{\text{stub}}//Z_{\text{be}} = 1/(Y_{\text{stub}} + Y_{\text{be}})$  da *microstrip line*.
- (3) Determine a potência entregue aos terminais “base”-“emissor” do transistor, na condição operacional de máxima transferência de potência obtida em (1).
- (4) Determine a amplitude instantânea máxima e a fase da corrente  $I_b$  medida no terminal “base” do transistor, na condição operacional de máxima transferência de potência obtida em (1).

**Homework**: Refazer este exercício para  $f_{\text{op}}=11$  GHz,  $Z_{\text{be}}=11-j20\Omega$  e  $\ell_{\text{line}}=7.104$  mm.

Respostas:

(1)  $\ell_{\text{stub}} = 6.167$  mm

(2)  $V_{\text{be}} = 1.163 e^{-j134.319^\circ}$  Vpk

(3)  $P_L = 14.286$  mW

(4)  $I_b = 50.965 e^{-j73.13^\circ}$  mApk

# Solução:

Do enunciado são dados:

$$f := 10\text{GHz} \rightarrow \text{frequencia de operação} \quad \lambda := \frac{c}{f} \quad \lambda = 0.029979 \text{ m}$$

$$Z_{be} := (11 - j \cdot 22)\Omega \rightarrow \text{impedância "vista" nos terminais "base"- "emissor" do transistor}$$

$$l_{\text{Line}} := 7.155 \cdot \text{mm} \rightarrow \text{Comprimento da } \textit{microstrip line}$$

$$Z_g := 35 \cdot \Omega \rightarrow \text{Impedância do gerador}$$

$$V_g := 2.0\text{V} \text{ (pk)} \rightarrow \text{tensão do gerador no equivalente de Thévenin do estágio anterior ao amplificador}$$

$$Z_o := 50\Omega \rightarrow \text{Impedância característica da } \textit{microstrip line}$$

$$p_{\text{Line}} := 0.65 \rightarrow \text{fator de velocidade da } \textit{microstrip line}$$

$$Z_{o\text{Stub}} := 65\Omega \rightarrow \text{Impedância característica do } \textit{open stub}$$

$$p_{\text{Stub}} := 0.75 \rightarrow \text{fator de velocidade do } \textit{open stub}$$

$$\lambda_{g\text{Line}} := p_{\text{Line}} \cdot \lambda \quad \lambda_{g\text{Line}} = 19.487 \cdot \text{mm} \rightarrow \text{comprimento de onda na } \textit{microstrip line}$$

$$\lambda_{g\text{Stub}} := p_{\text{Stub}} \cdot \lambda \quad \lambda_{g\text{Stub}} = 22.484 \cdot \text{mm} \rightarrow \text{comprimento de onda no } \textit{stub}$$

$$\beta_{\text{Line}} := \frac{2\pi}{\lambda_{g\text{Line}}} \quad \beta_{\text{Line}} = 322.438 \cdot \frac{\text{rad}}{\text{m}} \rightarrow \text{constante de propagação da onda EM na } \textit{microstrip line}$$

$$\beta_{\text{Stub}} := \frac{2\pi}{\lambda_{g\text{Stub}}} \quad \beta_{\text{Stub}} = 279.446 \cdot \frac{\text{rad}}{\text{m}} \rightarrow \text{constante de propagação da onda EM no } \textit{stub}$$

**Questão (1):**

$$Z_{\text{in}} = Z_o \cdot \frac{Z_L + j \cdot Z_o \cdot \tan(\beta \cdot l)}{Z_o + j \cdot Z_L \cdot \tan(\beta \cdot l)} \rightarrow Z_{\text{in}} \text{ é a impedância de entrada da linha sem perdas de impedância característica } Z_o, \text{ comprimento } l, \text{ constante de propagação } \beta \text{ e terminada na impedância de carga } Z_L. \quad (1)$$

Conforme "Dica", fazendo na equação acima  $Z_{\text{in}} = Z_{\text{out}}$ ,  $Z_L = Z_g$ ,  $\beta = \beta_{\text{Line}}$  e  $l = l_{\text{Line}}$ , temos:

$$Z_{\text{out}} := Z_o \cdot \frac{Z_g + j \cdot Z_o \cdot \tan(\beta_{\text{Line}} \cdot l_{\text{Line}})}{Z_o + j \cdot Z_g \cdot \tan(\beta_{\text{Line}} \cdot l_{\text{Line}})} \quad Z_{\text{out}} = (48.613 - 17.624i) \cdot \Omega$$

$$Y_{\text{out}} := \frac{1}{Z_{\text{out}}} \quad Y_{\text{out}} = (0.018 + 6.591i \times 10^{-3}) \cdot \text{mho}$$

$$Y_{be} := \frac{1}{Z_{be}} \quad Y_{be} = (0.018 + 0.036i) \cdot \text{mho}$$

A susceptância que resulta do paralelo de  $Y_{\text{out}}$  com  $Y_{be}$  (vide Figura 2) é:

$$\text{Im}(Y_{\text{out}} + Y_{be}) = 0.043 \cdot \text{mho}$$

Mas queremos  $\text{Im}(Y_{\text{out}} + Y_{\text{stub}} + Y_{be}) = 0$  para maximizar a transferência de potência aos terminais "base"- "emissor" do transistor. Daí a susceptância  $B_{\text{stub}}$  necessária na entrada do *open stub* para atender esta condição é:

$$B_{\text{stub}} := -\text{Im}(Y_{\text{out}} + Y_{be}) \quad B_{\text{stub}} = -0.043 \cdot \text{mho}$$

O *open stub* sem perdas é construído com uma linha aberta ( $Z_L = \infty$ ) de impedância característica  $Z_{o\text{Stub}} = 65 \cdot \Omega$ , comprimento  $l_{\text{Stub}}$ , constante de propagação  $\beta_{\text{Stub}} = 279.446 \cdot \frac{\text{rad}}{\text{m}}$  e tem a sua impedância de entrada  $Z_{\text{Stub}}$  obtida da equação (1) acima:

$$Z_{\text{Stub}} = Z_{o\text{Stub}} \cdot \frac{\infty + j \cdot Z_{o\text{Stub}} \cdot \tan(\beta_{\text{Stub}} \cdot l_{\text{Stub}})}{Z_{o\text{Stub}} + j \cdot \infty \cdot \tan(\beta_{\text{Stub}} \cdot l_{\text{Stub}})} = Z_{o\text{Stub}} \cdot \frac{\infty}{j \cdot \infty \cdot \tan(\beta_{\text{Stub}} \cdot l_{\text{Stub}})} = \frac{-j \cdot Z_{o\text{Stub}}}{\tan(\beta_{\text{Stub}} \cdot l_{\text{Stub}})}$$

Convertendo de impedância  $Z=R+jX$  p/ admitância  $Y=G+jB$ :

$$Y_{\text{stub}} = jB_{\text{stub}} = \frac{1}{Z_{\text{stub}}} = \frac{j \cdot \tan(\beta_{\text{Stub}} \cdot l_{\text{Stub}})}{Z_{o\text{Stub}}} \rightarrow B_{\text{stub}} = \frac{\tan(\beta_{\text{Stub}} \cdot l_{\text{Stub}})}{Z_{o\text{Stub}}}$$

Resolvendo p/  $l_{\text{Stub}}$ :

$$l_{\text{Stub}} := \frac{\text{atan}(B_{\text{stub}} \cdot Z_{o\text{Stub}})}{\beta_{\text{Stub}}} \quad l_{\text{Stub}} = -4.39 \cdot \text{mm}$$

$$l_{\text{Stub}} := \text{if} \left( l_{\text{Stub}} < 0, l_{\text{Stub}} + \frac{\lambda_{g\text{Stub}}}{2}, l_{\text{Stub}} \right) \quad l_{\text{Stub}} = 6.852 \cdot \text{mm} \leftarrow$$

Nota: Testando o quão próximo do *conjugate matching* a solução encontra-se:

$$Z_{\text{stub}} := \frac{-j \cdot Z_{o\text{Stub}}}{\tan(\beta_{\text{Stub}} \cdot l_{\text{Stub}})} \quad Z_{\text{stub}} = 23.28i \cdot \Omega$$

$$\frac{1}{\left( \frac{1}{Z_{\text{out}}} + \frac{1}{Z_{\text{stub}}} \right)} = (11 + 22i) \cdot \Omega \quad Z_{\text{be}} = (11 - 22i) \cdot \Omega$$

$$\frac{1}{\frac{1}{Z_{\text{out}}} + \frac{1}{Z_{\text{stub}}}} - (\overline{Z_{\text{be}}}) = \left( -2.362 \times 10^{-4} + 3.15i \times 10^{-4} \right) \cdot \Omega \rightarrow \sim 0+j0 \rightarrow \text{OK!}$$

**Questão (2):**

$$Z_L := \frac{1}{\left( \frac{1}{Z_{\text{stub}}} + \frac{1}{Z_{\text{be}}} \right)} \quad Z_L = (48.612 + 17.622i) \cdot \Omega$$

Coefficiente de reflexão na carga da *microstrip line* (nos terminais "base"-emissor" do transistor:

$$\Gamma_L := \frac{Z_L - Z_o}{Z_L + Z_o} \quad \Gamma_L = 0.017 + 0.176i$$

Coefficiente de reflexão na gerador:

$$\Gamma_g := \frac{Z_g - Z_o}{Z_g + Z_o} \quad \Gamma_g = -0.176$$

Fasor (amplitude e fase) da onda de tensão incidente na *microstrip line*:

$$V_{oP} := V_g \cdot \left( \frac{Z_o}{Z_o + Z_g} \right) \cdot \frac{e^{-j \cdot \beta_{\text{Line}} \cdot l_{\text{Line}}}}{1 - \Gamma_L \cdot \Gamma_g \cdot e^{-j \cdot 2(\beta_{\text{Line}} \cdot l_{\text{Line}})}} \quad |V_{oP}| = 1.214 \cdot \text{V(pk)} \quad \arg(V_{oP}) = -132.184 \cdot \text{deg}$$

$$\text{Re}(V_{oP}) = -0.815 \cdot \text{V} \quad \text{Im}(V_{oP}) = -0.9 \cdot \text{V}$$

Módulo e fase da tensão  $V_{be}$  entre os terminais "base"-emissor" do transistor  $\rightarrow V_{be}=V(z=0)$ :

$$V(z) := V_{oP} \cdot \left( e^{-j \cdot \beta_{\text{Line}} \cdot z} + \Gamma_L \cdot e^{j \cdot \beta_{\text{Line}} \cdot z} \right) \quad |V(0)| = 1.254 \cdot \text{volt(pk)} \quad \arg(V(0)) = -122.389 \cdot \text{deg} \leftarrow$$

**Questão (3):**

Potência entregue aos terminais "base"-emissor" do transistor (  $Z_{\text{stub}}$  é reativo então a potência útil é entregue a  $\text{Re}\{Z_{\text{be}}\}$ ):

$$P_L := \frac{(|V_{oP}|)^2}{2 \cdot Z_o} \cdot [1 - (|\Gamma_L|)^2] \quad P_L = 14.286 \cdot \text{mW} \leftarrow$$

**Questão (4):**

Módulo e fase da corrente  $I_b = V_{be} / Z_{be}$  no terminal "base" do transistor:

$$V_{be} := V(0)$$

$$I_b := \frac{V_{be}}{Z_{be}} \quad |I_b| = 50.965 \cdot \text{mA(pk)} \quad \arg(I_b) = -58.954 \cdot \text{deg} \leftarrow$$