PUCRS – Escola Politécnica – Engenharia Elétrica

Tópicos Avançados em Comunicações – T480 – 1º exercício aula 13/08/2019

O sistema de comunicações digital mostrado na Figura 1 abaixo utiliza um modulador 4-PAM conforme mostra a Figura 2.

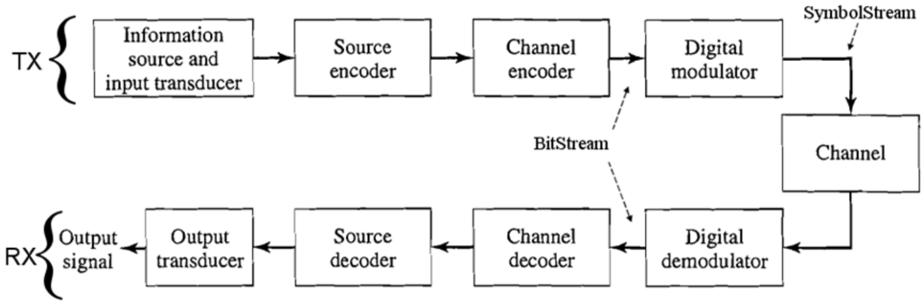
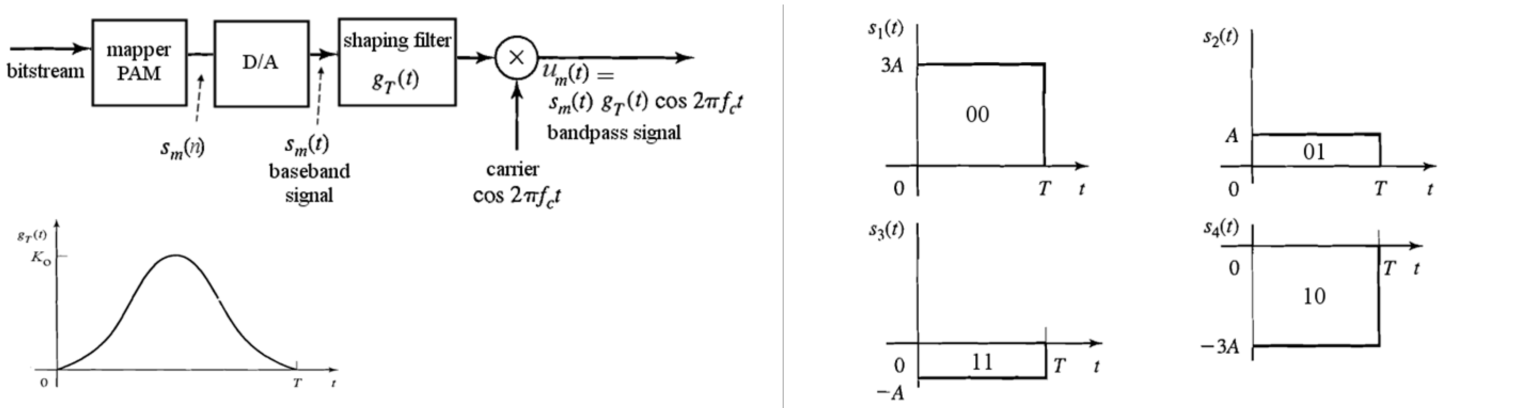


Figura 1: Diagrama geral de um sistema de comunicações digital.



(a) Modulador PAM (bloco *Digital modulator* na Figura 1) e gráfico da resposta $g_T(t)$ do *shaping filter* a um pulso $s_m(t)$ mostrado em (b).

(b) Relação entre a *m*-ésima palavra binária na entrada do *mapper* e o símbolo $s_m(t)$ resultante na saída do D/A, $m = 1,2,\cdots,4$

Figura 2: Diagrama interno do bloco *Digital modulator* na Figura 1.

O *symbol rate* é 18 MHz e o *shaping filter* apresenta resposta $g_T(t)$ ao pulso $s_m(t)$ mostrado em (b) dada por $g_T(t) = K_0 e^{-\pi\left(\frac{t-\frac{T}{2}}{\tau}\right)^2}$, $K_0 = 7\times10^6$, $\tau = 0.014\ \mu s$, sendo T a duração de um símbolo PAM. O demodulador no RX decide qual símbolo PAM é recebido com base em uma região de decisão definida pelo intervalo $\left[-\frac{d_{\min}}{2}, \frac{d_{\min}}{2}\right]$ em torno de cada ponto da constelação de referência, sendo $d_{\min}$ a distância Euclidiana mínima entre os símbolos da constelação.

Sabendo que a freqüência da portadora é $f_c = 150\text{MHz}$ e que em um determinado instante a seqüência de palavras binárias na entrada do *Digital modulator* na Figura 1 é dada por *BitStream*={0110000110111001}, determine:

a) A freqüência do *clock* do *BitStream* na entrada do *Digital modulator* na Figura 1, sabendo que os bits são transmitidos serialmente.
b) A seqüência de símbolos da constelação 4-PAM gerados na saída do *Digital modulator* (*SymbolStream*).
c) Qual a SNR (em dB) na entrada do demodulador do RX que faria palavra binária 00 originalmente transmitida ser interpretada como a palavra 01?
d) Qual a SNR (em dB) na entrada do demodulador do RX que faria palavra binária 00 originalmente transmitida ser interpretada como a palavra 10?
e) Plote o módulo do espectro do sinal na saída do *shaping filter* p/ $f \geq 0$ (o que seria mostrado na tela de um *spectrum analyzer*) – Dica: Vide Nota abaixo.
f) Plote o módulo do espectro do sinal $u_m(t)$ p/ $f \geq 0$ (o que seria mostrado na tela de um *spectrum analyzer*).

Nota:

$$\Im\left\{K_0 e^{-\pi\left(\frac{t-\frac{T}{2}}{\tau}\right)^2}\right\} = K_0\, \tau\, e^{-\pi f^2 \tau^2} e^{-j\pi f T}$$

onde $\Im\{\cdot\}$ é o operador que denota a Transformada de Fourier do argumento.

Respostas:

a)

$SymbolRate := 18 \cdot MHz$

$NBitsPerSymbol := 2$

$FClock := SymbolRate \cdot NBitsPerSymbol \qquad FClock = 36 \cdot MHz$

b)

$$bitstream := \begin{pmatrix} "01" \\ "10" \\ "00" \\ "01" \\ "10" \\ "11" \\ "10" \\ "01" \end{pmatrix} \qquad mapper := \begin{pmatrix} "00" & 3 \\ "01" & 1 \\ "10" & -3 \\ "11" & -1 \end{pmatrix}$$

$SymbolStream := Encoder(bitstream, mapper)$ → Submetendo o *bitstream* ao *mapper* obtemos o *SymbolStream*

$$SymbolStream = \begin{pmatrix} 1 \\ -3 \\ 3 \\ 1 \\ -3 \\ -1 \\ -3 \\ 1 \end{pmatrix}$$

c)

Seja $A := 1$

$dmin := |(-3) - (-1)| \qquad dmin = 2$

Daí

$BinWord1_0 := "00" \qquad BinWord2_0 := "01"$

$S1 := Encoder(BinWord1, mapper) \qquad S1 = (3)$

$S2 := Encoder(BinWord2, mapper) \qquad S2 = (1)$

$$SNR := 20 \cdot \log\left(\frac{|S1|}{|S1 - S2| - \frac{dmin}{2}}\right) \qquad SNR = 9.542 \quad \text{dB}$$

d)

$BinWord1_0 := "00" \qquad BinWord2_0 := "10"$

$S1 := Encoder(BinWord1, mapper) \qquad S1 = (3)$

$S2 := Encoder(BinWord2, mapper) \qquad S2 = (-3)$

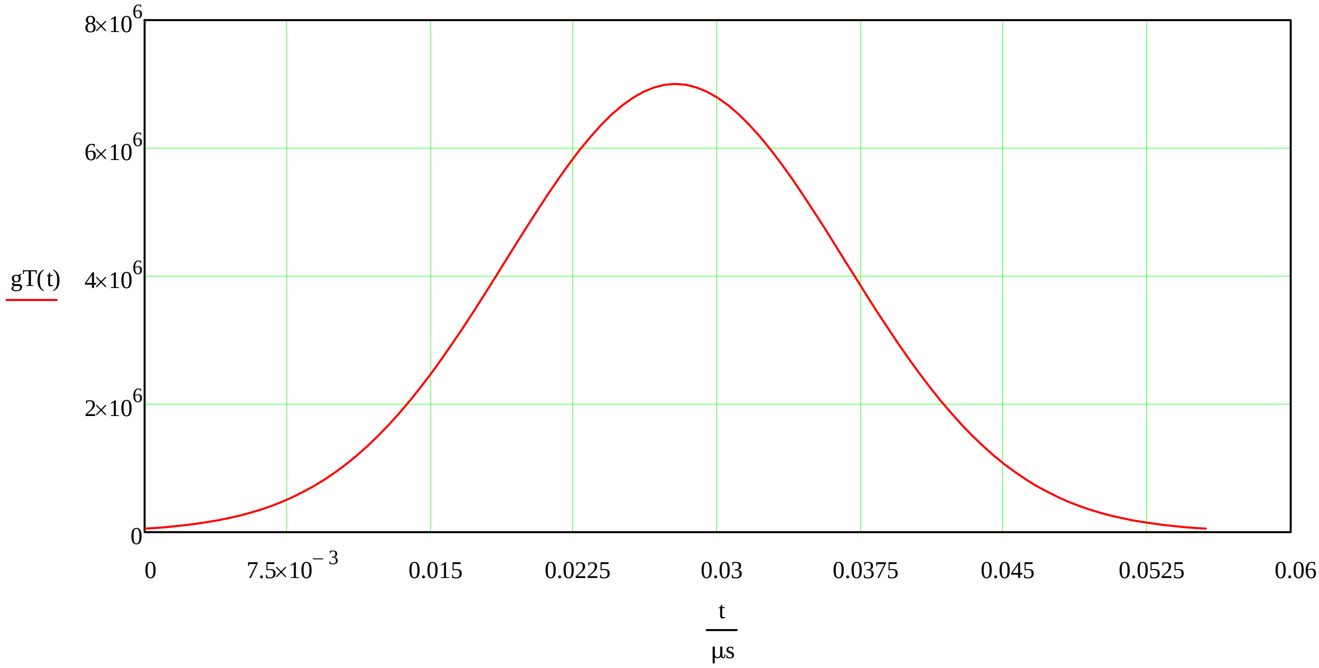
$$SNR := 20 \cdot \log\left(\frac{|S1|}{|S1 - S2| - \frac{dmin}{2}}\right) \qquad SNR = -4.437 \quad \text{dB}$$

e) O módulo do espectro é o módulo da Transformada de Fourier do sinal gT(t) no tempo. O sinal gT(t) é dado por:

$T := \frac{1}{SymbolRate}$ $T = 0.056 \cdot \mu s$

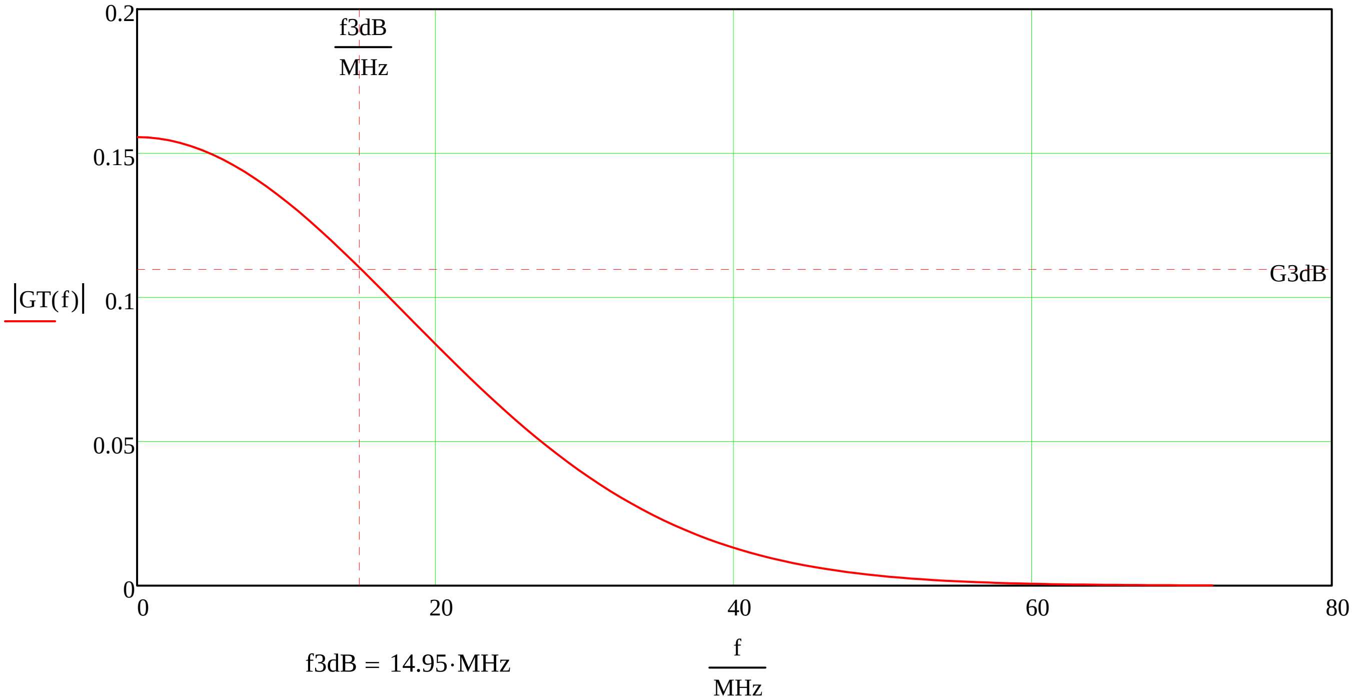
$\tau = 0.022 \cdot \mu s$ $Ko := 7 \cdot 10^{6}$

$$gT(t) := Ko \cdot e^{-\pi \cdot \left(\frac{t - \frac{T}{2}}{\tau}\right)^{2}}$$



Daí, o espectro GT(f) na saída do shaping filter é dado por (vide nota ao final da folha com o enunciado da questão):

$$GT(f) := Ko \cdot \tau \cdot e^{-\pi \cdot f^{2} \cdot \tau^{2}} \cdot e^{-j \cdot \pi \cdot f \cdot T}$$

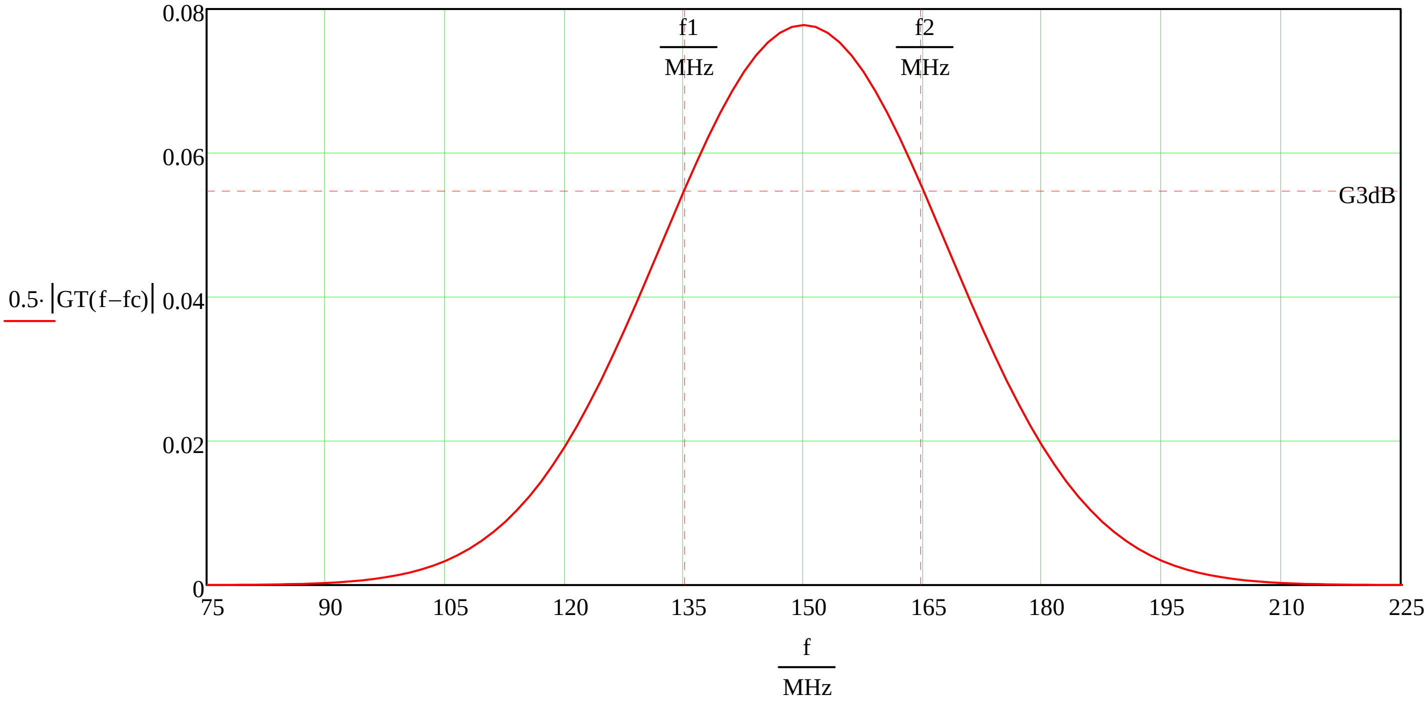


$f3dB = 14.95 \cdot MHz$

f) Da figura 7.9 do Cap I da apostila (TAC_Vol1.ppt), temos:

$fc := 150 \cdot MHz$

$f2 - f1 = 29.899 \cdot MHz$



O processo aqui efetuado é denominado de heterodinação (=*upconversion*) do sinal *baseband*. Este processo transforma o sinal *baseband* em sinal *passband* elevando a freqüência central do espectro do sinal *baseband* para a freqüência $fc = 150 \cdot MHz$, conforme mostra o gráfico acima. Note que o processo de heterodinação duplica a faixa de freqüência (banda definida por f2-f1 no gráfico acima) necessária para transmitir o sinal *passband* através do canal de transmissão. Especificamente, compare a banda-passante $f2 - f1 = 29.899 \cdot MHz$ no gráfico acima com a banda-passante $f3dB = 14.95 \cdot MHz$ no gráfico do espectro |GT(f)| do sinal *baseband* (note o dobro do valor necessário para transmitir o sinal em banda-base ou *baseband*).