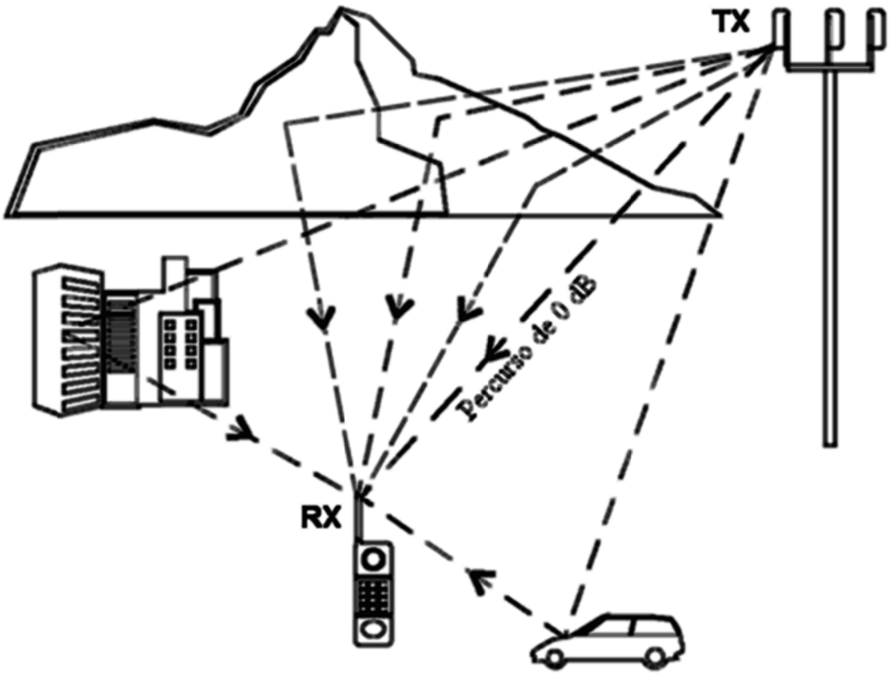
PUCRS – Escola Politécnica – Engenharia Elétrica

Tópicos Avançados em Comunicações – T450 – 2° exercício aula 12/09/2019

A figura abaixo mostra um possível cenário de multipercurso na operação de um sistema digital *wireless* e o correspondente *delay profile*:



$$
\begin{array}{cc}
 & \begin{array}{cc}\text{Amplitude do eco em db} & \text{Atraso do eco em } \mu s \\ \downarrow & \downarrow \end{array} \\
\text{DelayProfile} := & \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ -0.1 & 3.2 \\ -3.9 & 4.8 \\ -11.6 & 5.4 \\ -18.7 & 9.4 \\ -25.3 & 12.7 \end{pmatrix}
\end{array}
$$

Sabendo que a modulação do transmissor (TX) digital é *M*-QAM, que a frequência central do canal é fo=2400MHz e que o *symbol rate* do TX é 10 MHz, pede-se:

a) Determine a resposta ao impulso discreta $c(n)$ do canal de transmissão.

b) Determine as frequências mínima Fmin e máxima Fmax passíveis de serem transmitidas pelo TX através deste canal de acordo com Nyquist.

c) Qual a atenuação em dB que a componente espectral do TX em 2397.3MHz sofre ao ser transmitida através deste canal?

d) Qual o giro de fase em graus que a componente espectral do TX em 2397.3MHz sofre ao ser transmitida através deste canal?

Solução:

Do enunciado, é dado:

Amplitude do eco em db **Atraso do eco em µs**

$$\text{DelayProfile} := \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ -0.1 & 3.2 \\ -3.9 & 4.8 \\ -11.6 & 5.4 \\ -18.7 & 9.4 \\ -25.3 & 12.7 \end{pmatrix}$$

$\text{SymbolRate} := 10.0\,\text{MHz}$ $\quad fo := 2400\,\text{MHz}$ $\quad fe := 2397.3\,\text{MHz}$

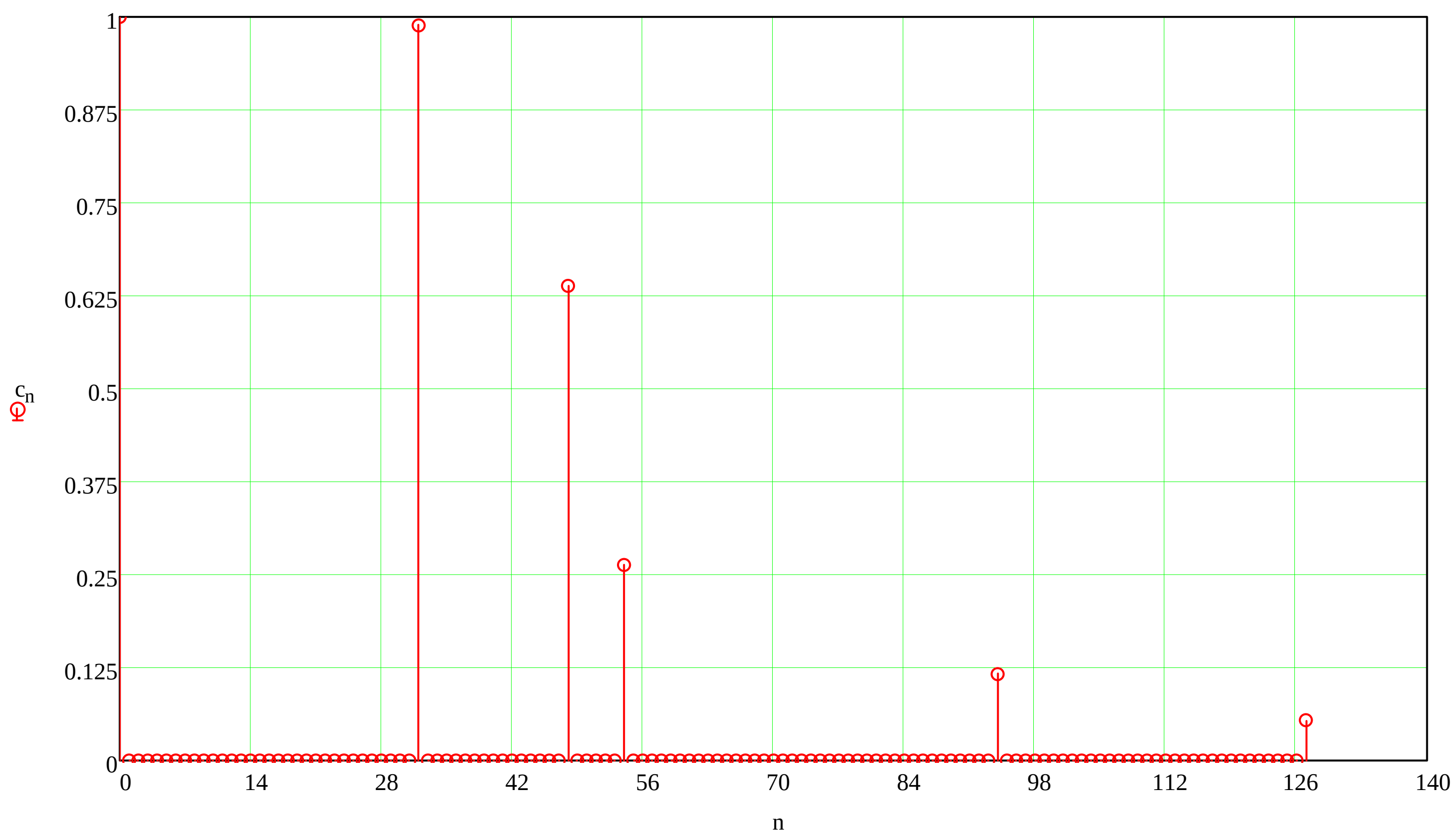
$T := \dfrac{1}{\text{SymbolRate}}$ $\quad T = 0.1 \cdot \mu s$ $\quad \rightarrow$ Duração de um símbolo IQ

a) Dividindo a 2ª coluna do DelayProfile por $T = 0.1 \cdot \mu s$ e arredondando para o inteiro mais próximo obtemos o número de intervalos de símbolo correspondente ao atraso temporal do respectivo eco cuja amplitude em vezes (vezes=$10^{db/20}$) é especificada na 1ª coluna:

$$\text{SymbolDelay} = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0.989 & 32 \\ 0.638 & 48 \\ 0.263 & 54 \\ 0.116 & 94 \\ 0.054 & 127 \end{pmatrix}$$

A tabela SymbolDelay acima permite determinar a resposta ao impulso discreta do canal através do seguinte arrazoado: A resposta ao impulso discreta do canal é formada por impulsos com amplitude especificada na 1ª coluna da tabela SymbolDelay, impulsos estes que ocorrem nos respectivos instantes discretos de tempo (=índice das amostras) dados pela 2ª coluna desta tabela. A todas as demais amostras da resposta ao impulso do canal é atribuído o valor zero. Desta maneira, a resposta ao impulso discreta do canal resulta em:

Resposta discreta ao impulso do canal:



b) Dado que a modulação é M-QAM ($\rightarrow$ sinal *complex valued* em banda-base $\rightarrow$ espectro em banda-base **NÃO** apresenta a simetria par de um sinal *real valued* de modo ao sinal poder ser representado em frequencia apenas no intervalo $0<\theta<\pi$), a resposta em freqüência $H(e^{j\theta})$ do canal, deve ser obtida de $-\pi<\theta<\pi$, obedecendo a faixa de variação permissível da freqüência digital θ (Nyquist - já visto na disciplina de DSP) para um sinal *bandpass*. A resposta em freqüência $H(e^{j\theta})$ do canal é obtida aplicando-se a Transformada Z à resposta ao impulso do canal com $z=e^{j\theta}$, sendo a faixa de frequencias digitais permissível dada por $-\pi<\theta<\pi$.

Para que Nyquist seja obedecido, é necessário que a mínima frequência Fmin e a máxima frequência Fmax em torno da frequencia central fo do canal, frequencias estas que delimitam a faixa de frequencias passíveis de serem transmitidas por este canal, obedeçam o seguinte mapeamento:

$-\pi<\theta<\pi \rightarrow$ Fmin<f<Fmax $\rightarrow$ fo-SymbolRate/2<f<fo+SymbolRate/2 . Note que este mapeamento obedece a faixa de variação permissível da freqüência digital θ para um canal bandpass. Neste contexto, temos portanto que:

$$\mathrm{Fmin} := \mathrm{fo} - \frac{\mathrm{SymbolRate}}{2} \qquad \mathrm{Fmin} = 2.395 \cdot \mathrm{GHz}$$

$$\mathrm{Fmax} := \mathrm{fo} + \frac{\mathrm{SymbolRate}}{2} \qquad \mathrm{Fmax} = 2.405 \cdot \mathrm{GHz}$$

c e d) A resposta em freqüência $H(e^{j\theta})$ do canal é obtida aplicando-se a Transformada Z à resposta ao impulso do canal com $z=e^{j\theta}$, sendo $-\pi<\theta<\pi$ a faixa de variação permissível da freqüência digital θ.

A Transformada Z para $z=e^{j\theta}$ de uma sequencia discreta c_n com N amostras (no caso $N = 128$) é dada pela equação (1), sendo $-\pi<\theta<\pi \rightarrow$ Fmin=fo-SymbolRate/2<f<Fmax=fo+SymbolRate/2:

$$H(C,\theta) = \sum_{n=0}^{N-1} \left[c_n \cdot \left(e^{j\cdot\theta}\right)^{-n} \right] \qquad \theta = \left(-\pi, -\pi + \frac{\pi}{1000} .. \pi\right) \qquad \textbf{(1)}$$

Do enunciado, é dado que a frequência em da componente espectral em que se deseja determinar a resposta em freqüência do canal é $\mathrm{fe} = 2.3973 \times 10^{3} \cdot \mathrm{MHz}$. Convertendo a freqüencia analógica fe para a freqüência digital θe, temos:

$$\Delta f := \mathrm{fe} - \mathrm{fo} \qquad \Delta f = -2.7 \cdot \mathrm{MHz}$$

$$\theta e := \frac{\Delta f}{\frac{\mathrm{SymbolRate}}{2}} \cdot \pi \qquad \theta e = -97.2 \cdot \mathrm{deg}$$

Daí, para $\mathrm{fe} = 2.3973 \times 10^{3} \cdot \mathrm{MHz} \rightarrow \theta e = -97.2 \cdot \mathrm{deg}$ temos:

$$\mathrm{Atenuacao} := 20 \log(|H(c,\theta e)|) \qquad \mathrm{Atenuacao} = 1.045 \quad \text{db}$$

$$\mathrm{GiroDeFase} := \arg(H(c,\theta e)) \qquad \mathrm{GiroDeFase} = -54.221 \cdot \mathrm{deg}$$

Apenas p/ fins didáticos (<u>não é pedido no enunciado</u>), plotando o módulo em dB e a fase em graus da resposta em freqüência $H(e^{j\theta})$ do canal, sendo $-\pi<\theta<\pi$, temos de (1):