

O diagrama abaixo mostra a etapa de modulação de um sistema de comunicação digital 16-QAM:

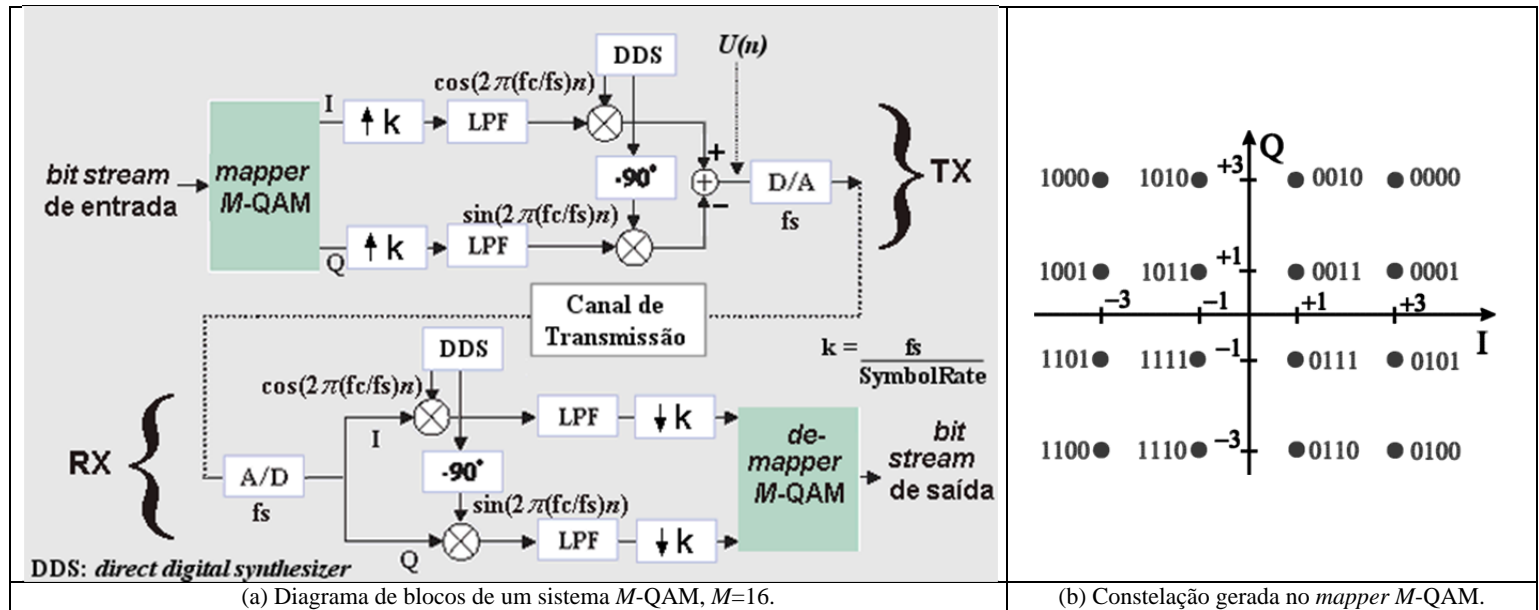


Figura 1: Etapa de modulação de um sistema de comunicação digital 16-QAM.

Sabe-se que a frequência de amostragem do D/A é $f_s=112$ MHz, a frequência da portadora é $f_c=21$ MHz e o *symbol rate* do sistema é 14 MHz. A resposta $h(n)$ do *shaping filter* do TX (LPF) a um impulso $\delta(n)$ aplicado em sua entrada é caracterizada na Figura 2.

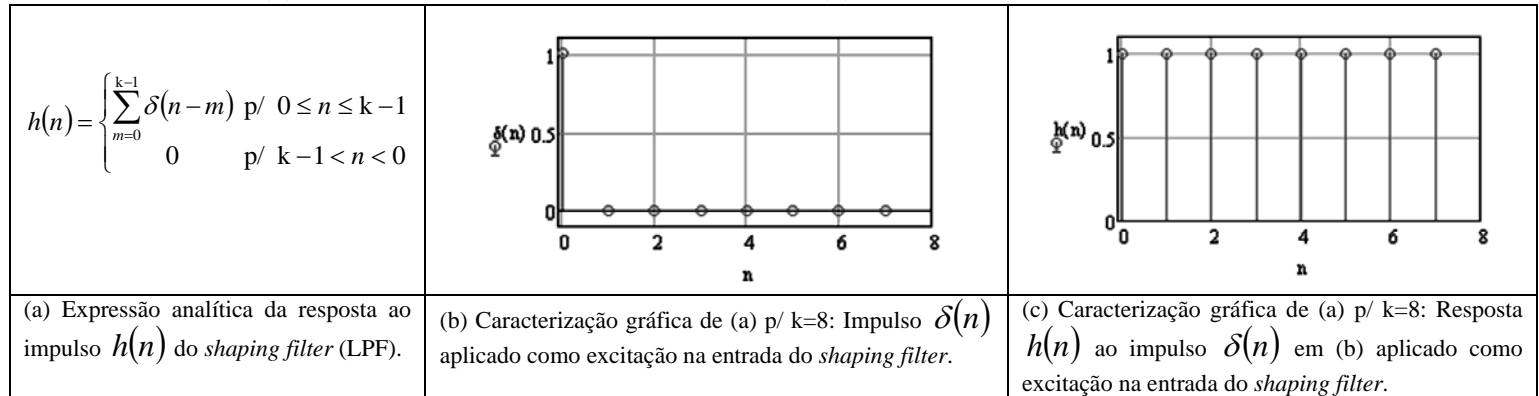


Figura 2: Caracterização da resposta ao impulso $h(n)$ do *shaping filter* – LPF na Figura 1(a).

Conforme mostram as Figuras 1 e 2, a seqüência de amostras $U(n)$ resultantes na entrada do D/A é dada por $U(n) = \text{Re}\{S_n\} \cos\left(2\pi \frac{f_c}{f_s} n\right) - \text{Im}\{S_n\} \sin\left(2\pi \frac{f_c}{f_s} n\right)$, sendo $S_n = I_n + jQ_n$ o símbolo gerado na saída do *mapper* na Figura 1(a) no instante n . Seja o *bit stream* na entrada do *mapper* em um determinado instante dado por $B = \{ \dots 0100111100111000 \dots \}$.

- a) Determine quantos ciclos da portadora formam um símbolo IQ.
- b) Determine quantas amostras na entrada do D/A formam um símbolo IQ.
- c) Determine a frequência do *clock* do *bit stream* na entrada do *mapper* na Figura 1(a). Assuma que os bits entrem em formato serial no *mapper*.
- d) A seqüência de símbolos $I + jQ$ da constelação 16-QAM gerados na saída do *mapper* na Figura 1(a).
- e) Plote o gráfico de $U(n)$ na entrada do D/A resultante do *bit stream* B. Dica: $U(n)$ é também dado por $U(n) = |S_n| \cos\left(2\pi \frac{f_c}{f_s} n + \angle S_n\right)$.
- f) Suponha que a palavra 1000 tenha sido transmitida. Qual(Quais) a(s) palavra(s) binária(s) que, sendo sucessora(s) da 1000 na geração da seqüência de símbolos $I + jQ$ na saída do *mapper* na Figura 1(a) resultaria no **maior** espalhamento espectral no canal de transmissão? Justifique.
- g) Suponha que a palavra 0000 tenha sido transmitida. Qual(Quais) a(s) palavra(s) binária(s) que, sendo sucessora(s) da 0000 na geração da seqüência de símbolos $I + jQ$ na saída do *mapper* na Figura 1(a) resultaria no **menor** espalhamento espectral no canal de transmissão? Justifique.
- h) Qual o valor de SNR (em dB) na entrada do demodulador do RX abaixo do qual começam a ocorrer erros de decisão? Compare com a SNR abaixo da qual um demodulador 16-PSK começa a incorrer em erros de decisão.
- i) Qual o valor de SNR (em dB) na entrada do demodulador do RX abaixo do qual toda e qualquer palavra binária seria demodulada erroneamente?

Respostas:

Dados:

fs := 112-MHz fc := 21-MHz SymbolRate := 14-MHz BitStream := ("0100" "1111" "0011" "1000")^T

a)

NCyclesPerSymbol := $\frac{fc}{SymbolRate}$ NCyclesPerSymbol = 1.5 → Número de ciclos da portadora por duração do símbolo IQ

b)

NSampPerSymbol := $\frac{fs}{SymbolRate}$ NSampPerSymbol = 8 → k = Número de amostras por duração de um símbolo IQ na saída do D/A

c)

NBitsPerSymbol := 4

FClock := SymbolRate · NBitsPerSymbol FClock = 56-MHz

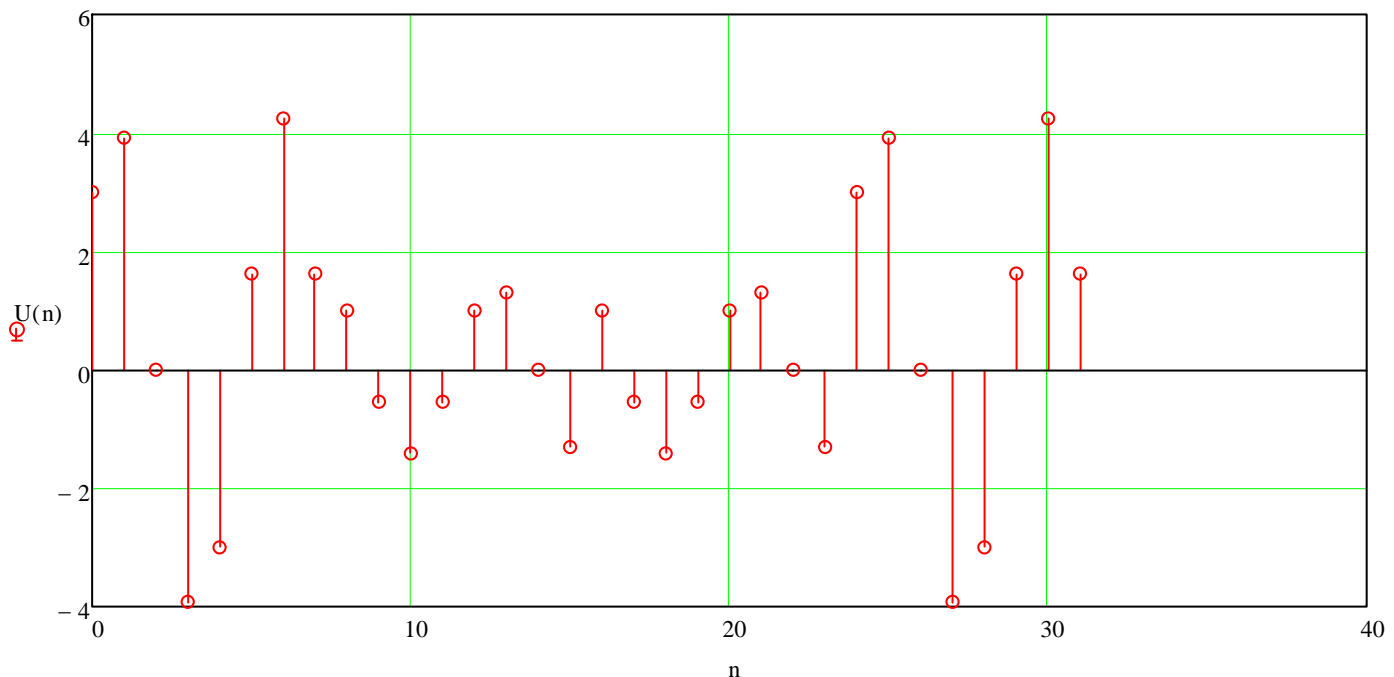
d)

BinWords := $\begin{pmatrix} "1000" & "1010" & "0010" & "0000" \\ "1001" & "1011" & "0011" & "0001" \\ "1101" & "1111" & "0111" & "0101" \\ "1100" & "1110" & "0110" & "0100" \end{pmatrix}$ Symbols = $\begin{pmatrix} -3 + 3i & -1 + 3i & 1 + 3i & 3 + 3i \\ -3 + i & -1 + i & 1 + i & 3 + i \\ -3 - i & -1 - i & 1 - i & 3 - i \\ -3 - 3i & -1 - 3i & 1 - 3i & 3 - 3i \end{pmatrix}$

$\underline{S} := \text{Mapper}(\text{BitStream}, \text{Symbols}, \text{BinWords})$

$S = \begin{pmatrix} 3 - 3i \\ -1 - i \\ 1 + i \\ -3 + 3i \end{pmatrix}$ $\vec{|S|} = \begin{pmatrix} 4.243 \\ 1.414 \\ 1.414 \\ 4.243 \end{pmatrix}$ $\arg(S) = \begin{pmatrix} -45 \\ -135 \\ 45 \\ 135 \end{pmatrix} \cdot \text{deg}$

e) $U(n) = |S_n| \cos\left(2\pi \frac{fc}{fs} n + \angle S_n\right)$ $k := \frac{fs}{SymbolRate}$ k = 8 → Número de amostras por símbolo na saída do D/A



f) A palavra sucessora a 1000 que gera o maior espalhamento espectral é 0100. Isto ocorre porque 0100 é mapeada no símbolo da constelação diametralmente oposto ao símbolo no qual 1000 é mapeado. Por estarem em posições antipodais na constelação, a transição entre os símbolos associados a 1000 e 0100 gera no tempo um degrau instantâneo de maior amplitude comparativa em relação às transições possíveis entre 1000 e os demais símbolos.

g) As palavras sucessoras a 0000 que geram o menor espalhamento espectral são 0001 e 0010. Isto ocorre porque 0001 e 0010 são mapeadas em símbolos da constelação que são adjacentes ao símbolo no qual 0000 é mapeado. Por estarem em posições adjacentes na constelação, as transições 0000→0001 e 0000→0010 geram no tempo degraus instantâneos de menor amplitude comparativa em relação às transições possíveis entre 0000 e os demais símbolos.

h) A SNR na entrada do demodulador do RX abaixo da qual começam a ocorrer erros de decisão é o valor de SNR que gera erros de decisão para símbolos adjacentes (separados de d_{min}) sendo um deles de maior amplitude na constelação (um dos 4 símbolos nos cantos da constelação), e onde d_{min} é a distância Euclidiana entre dois símbolos adjacentes S_1 e S_2 , isto é:

$$S_1 := \text{Symbols}_{1,2} \quad S_1 = 1 + i$$

$$S_2 := \text{Symbols}_{0,2} \quad S_2 = 1 + 3i$$

$$d_{min} := |S_1 - S_2| \quad d_{min} = 2$$

Seja S_0 um dos 4 símbolos nos cantos da constelação (portanto, de maior amplitude) e seja S_X um símbolo adjacente a S_0 (separado de d_{min} de S_0), de valor conforme abaixo especificado:

$$S_0 := 3 + j \cdot 3 \quad S_X := 1 + j \cdot 3$$

Daí, temos
$$\text{SNR} := 20 \cdot \log \left(\frac{|S_0|}{|S_0 - S_X| - \frac{d_{min}}{2}} \right) \quad \text{SNR} = 12.553 \text{ dB}$$

Da equação (7.3.18) do Cap II da apostila, temos para 16-PSK:

$$M := 16 \quad A := 1$$

$$d(m_1, m_2) := A \cdot \sqrt{2} \cdot \sqrt{1 - \cos \left(2 \cdot \pi \cdot \frac{m_1 - m_2}{M} \right)} \quad \text{SNR}_{psk} := 20 \cdot \log \left(\frac{A}{d(0,1) - \frac{d(0,1)}{2}} \right)$$

$\text{SNR}_{psk} = 14.195 \text{ dB}$ → Portanto, para esta situação particular (i.e., no limiar do erro de decisão), 16-QAM é uma modulação mais robusta (~1.6dB) do que 16-PSK. Note que ambas modulações transportam 4 bits/símbolo transmitido. Na média, considerando toda a constelação, 16-QAM é muito + robusta do que 16-PSK (vide figuras 7.57 e 7.62 do Vol1 da apostila - slide "Comparação da robustez entre PAM, PSK, DPSK, QAM e FSK").

i) A SNR na entrada do demodulador do RX abaixo da qual toda e qualquer palavra binária é demodulada erroneamente é o valor de SNR que gera erros de decisão para símbolos de maior amplitude e antipodais - pois estes encontram-se separados da máxima distância na constelação. Sejam S_0 e S_X estes símbolos:

$$S_0 := 3 + j \cdot 3 \quad S_X := -3 - j \cdot 3$$

Daí, temos

$$\text{SNR} := 20 \cdot \log \left(\frac{|S_0|}{|S_0 - S_X| - \sqrt{2} \cdot \frac{d_{min}}{2}} \right) \quad \text{SNR} = -4.437 \text{ dB}$$

→ o fator $\sqrt{2}$ traz p/ a direção dos símbolos S_0 e S_X (a diagonal da constelação) a compensação devido à "largura" e a "altura" do quadrado de decisão em torno do símbolo.