

O diagrama na Figura 1 abaixo mostra a etapa de modulação de um sistema de comunicação digital OFDM 16-QAM:

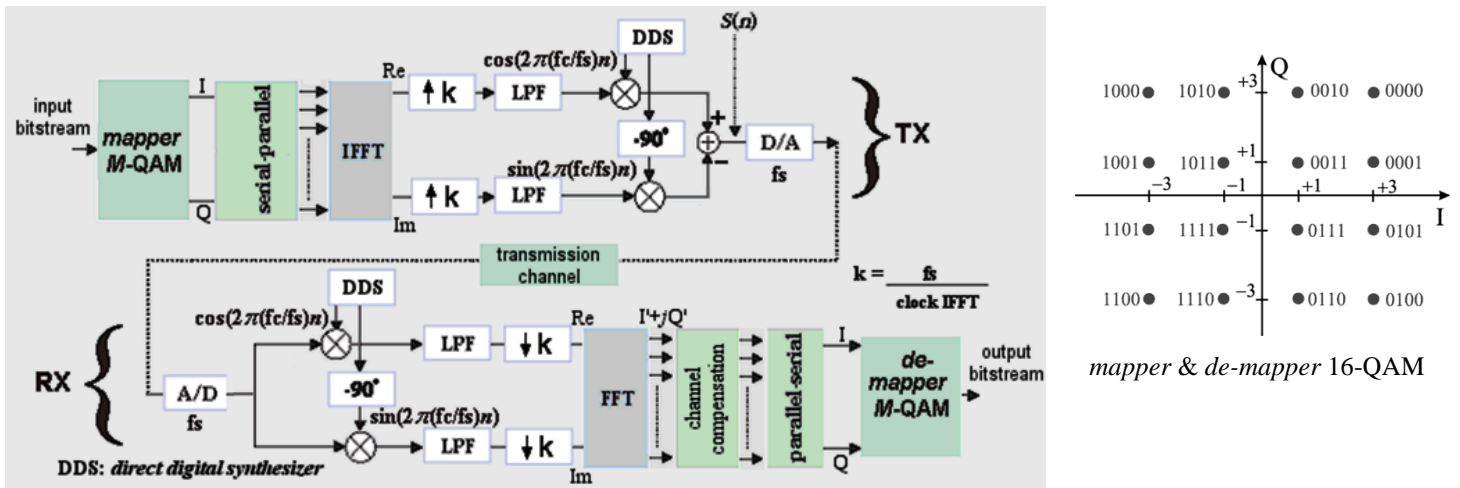


Figura 1: Etapa de modulação de um sistema de comunicação digital OFDM 16-QAM

O sistema utiliza $N_{port}=8$ portadoras com um *clock* de 8.16 MHz na IFFT e FFT. A frequência central do canal de transmissão é $f_c=174\text{MHz}$, e o *delay profile* do canal é conforme Tabela 1 abaixo. Sabe-se que as portadoras de índices zero e 7 correspondem respectivamente às frequências mais baixa e mais alta da banda ocupada do canal.

Tabela 1 Channel Delay Profile	
Amplitude do percurso [dB]:	Atraso do percurso [μs]:
0	0
-3.5	2.5
-15	4.5

- Plote na faixa de Nyquist o gráfico do módulo em dB da resposta em frequência deste canal *bandpass*.
- Plote na faixa de Nyquist o gráfico do ângulo de fase em graus da resposta em frequência deste canal *bandpass*.
- Sabe-se que o *input bitstream* na entrada do *mapper* é $ibstream=\{01100011011000100100101010100010\}$ e que o primeiro símbolo 16-QAM gerado na saída do *mapper* é armazenado no *buffer* na entrada da IFFT do TX na posição correspondente à portadora de índice zero. Determine o conteúdo $I'+jQ'$ do *buffer* na saída da FFT do RX antes do bloco *channel compensation*.
- Determine o conjunto de coeficientes de compensação *CoefComp* que o bloco *channel compensation* multiplicará as respectivas amostras $I'+jQ'$ do *buffer* na saída da FFT, para efeito de compensar os efeitos do *delay profile* do canal. Efetue a multiplicação dos coeficientes de *CoefComp* pelas respectivas amostras de $I'+jQ'$ e obtenha a sequência s_{comp} de amostras compensadas dos efeitos do *delay profile* do canal. Compare s_{comp} com a sequência $s=I+jQ$ armazenada no *buffer* na entrada da IFFT no TX e verifique se o multipercurso foi efetivamente compensado pelo conjunto de coeficientes *CoefComp*.
- Para as condições operacionais deste sistema, determine a duração mínima T_{cp} do prefixo cíclico no início de cada símbolo OFDM. Apresente arrazoado justificando analiticamente o processo de determinação de T_{cp} .
- Determine o *overhead* T_{cp}/T_s gerado pelo prefixo cíclico na taxa de transmissão útil global do sistema, onde $T_s = N_{port}/\text{ClockFFT} + T_{cp}$ é a duração do símbolo OFDM.
- Determine a taxa de transmissão em Kbps em cada portadora.
- Determine a taxa de transmissão de dados úteis em Mbps para o *output bitstream* da Figura 1, sabendo que das N_{port} portadoras totais, $N_{port}/3$ não transportam dados úteis e são utilizadas como portadoras piloto para transportar a sequência de símbolos de referência I_r+jQ_r para o bloco *channel compensation* no RX visando determinar a função de transferência do canal.

Solução:

a & b)

ClockFFT := 8.16 · MHz → Clock da FFT dado no enunciado (equivalente ao *symbol rate* de um sistema *single carrier*).

fc := 174MHz → Frequencia central do canal dada no enunciado Nport := 8 → Número de portadoras, dado no enunciado

Amplitude do eco em db Atraso do eco em μs

$$\text{DelayProfile} := \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ -3.5 & 2.5 \\ -15 & 4.5 \\ -\infty & 0 \\ -\infty & 0 \\ -\infty & 0 \end{pmatrix}$$

$$T := \frac{1}{\text{ClockFFT}}$$

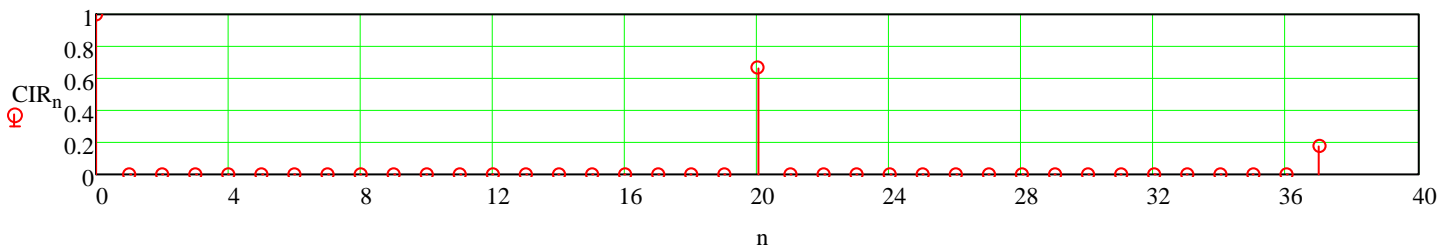
T = 0.123 · μs → Duração de uma amostra complexa Re+jIm em banda-base, na saída da IFFT no TX

Dividindo a 2ª coluna do DelayProfile por T = 0.123 · μs e arredondando para o inteiro mais próximo obtemos o número de intervalos amostrais correspondente ao atraso temporal do respectivo eco cuja amplitude em vezes (vezes=10^{db/20}) é especificada na 1ª coluna:

$$\text{DelayProfile} = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0.668 & 20 \\ 0.178 & 37 \\ 0 & 0 \\ 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}$$

A tabela DelayProfile acima permite determinar a resposta ao impulso discreta do canal através do seguinte arrazoado: A resposta ao impulso discreta do canal é formada por impulsos com amplitude especificada na 1ª coluna da tabela DelayProfile, impulsos estes que ocorrem nos respectivos instantes discretos de tempo (=índice das amostras) dados pela 2ª coluna desta tabela. A todas as demais amostras da resposta ao impulso do canal é atribuído o valor zero. Desta maneira, a resposta ao impulso discreta do canal resulta em:

Resposta discreta ao impulso CIR (Channel Impulse Response) do canal:



Para que Nyquist seja obedecido, é necessário que a mínima frequência Fmin e a máxima frequência Fmax em torno da frequência central fc = 174 · MHz do canal, frequencias estas que delimitam a faixa de frequencias passíveis de serem transmitidas por este canal, obedeçam o seguinte mapeamento:

$$-\pi < \theta < \pi \rightarrow F_{\min} < f < F_{\max} \rightarrow f_c - \text{ClockFFT}/2 < f < f_c + \text{ClockFFT}/2$$

Note que este mapeamento obedece a faixa de variação permissível da frequência digital θ para um canal bandpass. Neste contexto, temos portanto que:

$$F_{\min} := f_c - \frac{\text{ClockFFT}}{2} \rightarrow F_{\min} = 169.92 \cdot \text{MHz}$$

$$F_{\max} := f_c + \frac{\text{ClockFFT}}{2} \rightarrow F_{\max} = 178.08 \cdot \text{MHz}$$

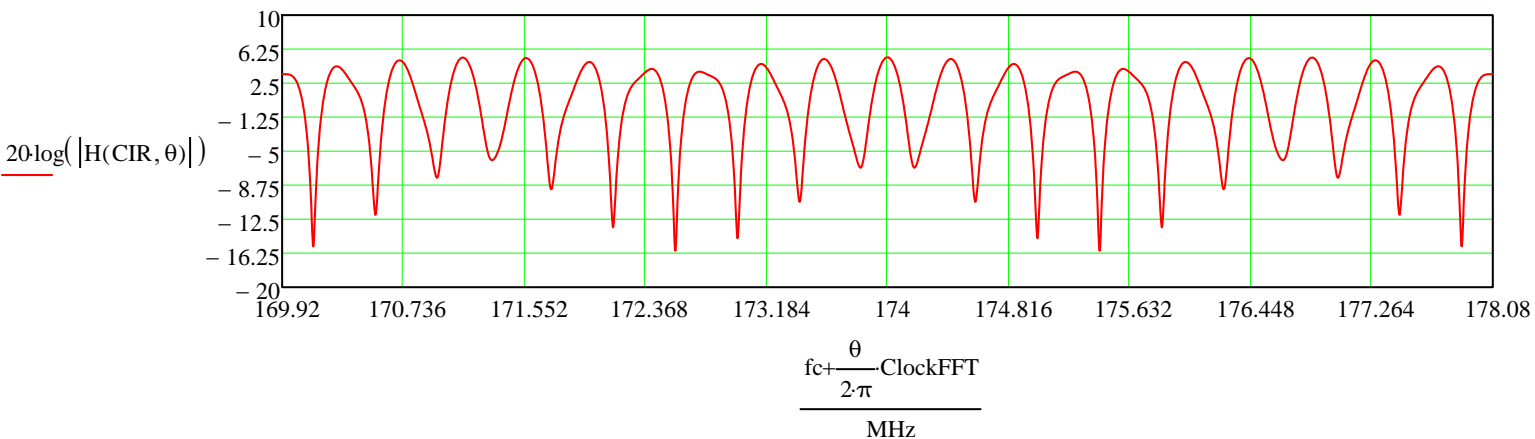
A resposta em frequência H(e^{jθ}) do canal é obtida aplicando-se a Transformada Z à resposta ao impulso do canal com z=e^{jθ}, sendo -π<θ<π a faixa de variação permissível da frequência digital θ.

A Transformada Z para z=e^{jθ} de uma sequencia discreta CIR_n com N amostras (no caso N = 38) é dada pela equação (1), sendo -π<θ<π → Fmin=fc-ClockFFT/2<f<Fmax=fc+ClockFFT/2:

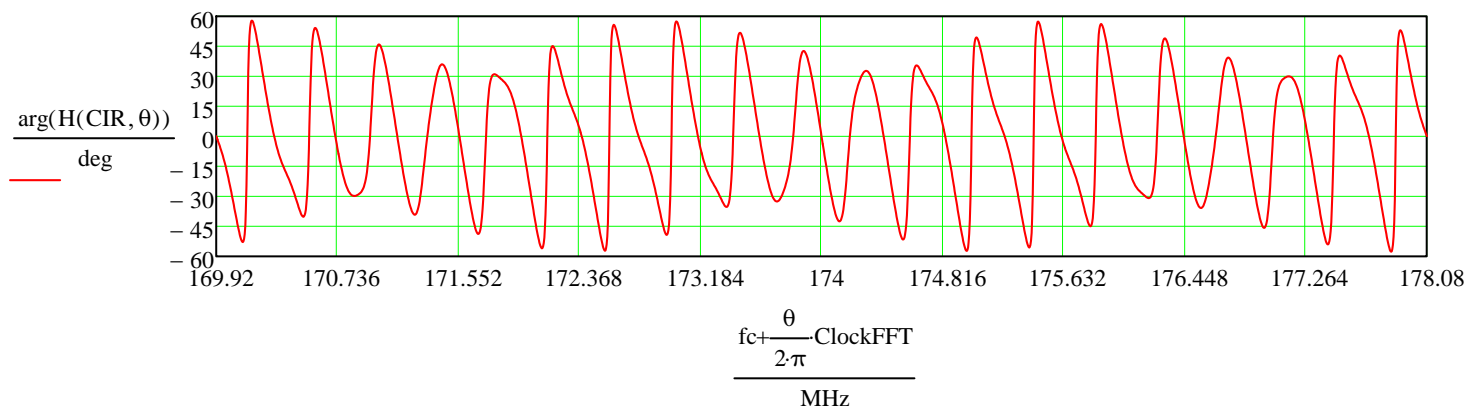
$$H(\text{CIR}, \theta) = \sum_{n=0}^{N-1} \left[\text{CIR}_n \cdot \left(e^{j \cdot \theta} \right)^{-n} \right] \quad \theta = \left(-\pi, -\pi + \frac{\pi}{1000} \dots \pi \right) \quad (1)$$

A partir de (1), o gráfico do módulo da resposta em frequência $H(e^{j\theta})$ em dB e o gráfico do ângulo em graus de $H(e^{j\theta})$, para $-\pi < \theta < \pi \rightarrow F_{min} < f < F_{max}$, sendo $F_{min} = 169.92 \cdot \text{MHz}$ e $F_{max} = 178.08 \cdot \text{MHz}$, é conforme segue:

Módulo da resposta em frequência do canal [dB]:



Fase da resposta em frequência do canal [graus]:



c) Os $N_{port} = 8$ símbolos $s = I + jQ$ armazenados no *buffer* de entrada da IFFT (no TX da Figura 1 do enunciado) são gerados na saída do *mapper* pelo *input bitstream* dado no enunciado, e estes símbolos $s = I + jQ$ resultam conforme segue:

$$s = \begin{pmatrix} 1 - 3i \\ 1 + i \\ 1 - 3i \\ 1 + 3i \\ 3 - 3i \\ -1 + 3i \\ -1 + 3i \\ 1 + 3i \end{pmatrix}$$

Obtendo as frequências digitais θ_{d_k} , sendo $k := 0, 1 \dots N_{port} - 1$ e $N_{port} = 8$ portadoras, frequências digitais estas que correspondem às frequências analógicas de cada portadora no canal de transmissão:

$$\theta_{d_k} := -\pi + k \cdot \frac{2\pi}{N_{port} - 1} \rightarrow \theta_{d_k} =$$

-3.142
-2.244
-1.346
-0.449
0.449
1.346
2.244
3.142

A Função de transferência $H(e^{j\theta})$ do canal na frequência digital θ_{d_k} de cada uma das $N_{port} = 8$ portadoras é obtida da equação

(1) acima, resultando conforme segue:

$$H(\text{CIR}, \theta_{d_k}) = \begin{pmatrix} 1.491 \\ 1.456 + 0.696i \\ 1.011 + 0.574i \\ 0.287 + 0.151i \\ 0.287 - 0.151i \\ 1.011 - 0.574i \\ 1.456 - 0.696i \\ 1.491 \end{pmatrix}$$

Nota 1: Observe que $H(e^{j\theta}) = H(\text{CIR}, \theta_{d_k})$ foi aqui obtida pela Transformada Z da resposta ao impulso CIR_n do canal, sendo

$z = 1e^{j\theta}$, $-\pi < \theta < \pi$. Um RX prático usa a FFT ao invés da Transformada Z, devido ao alto custo computacional da Transformada Z que é inadequado para operação em tempo real. Ocorre que a FFT é equivalente à Transformada Z para $z = 1e^{j\theta}$, conforme visto na disciplina de DSP, sendo equivalentes os valores numéricos resultantes de ambas as transformadas. Assim, para fins didáticos, será usada aqui a Transformada Z para $z = 1e^{j\theta}$ em substituição à FFT.

O conjunto de $N_{port} = 8$ amostras complexas $I' + jQ'$ armazenadas no *buffer* de saída da FFT do RX (ver Figura 1 do enunciado) é analiticamente obtido pela multiplicação da seqüência de símbolos $s_k = I_k + jQ_k$ (16-QAM) armazenados no *buffer* de entrada da

IFFT do TX pelo $H(e^{j\theta})$ do canal calculado na frequência digital θ_{d_k} de cada $N_{port} = 8$ portadoras:

$$I' + jQ' = s_k \cdot H(\text{CIR}, \theta_{d_k}) = \begin{pmatrix} 1.491 - 4.472i \\ 0.76 + 2.152i \\ 2.735 - 2.46i \\ -0.166 + 1.012i \\ 0.408 - 1.314i \\ 0.712 + 3.609i \\ 0.631 + 5.065i \\ 1.491 + 4.472i \end{pmatrix}$$

d) O bloco *channel compensation* multiplica as $N_{port} = 8$ amostras $I' + jQ'$ armazenadas no *buffer* de saída da FFT do RX por um conjunto de respectivos coeficientes para efeito de compensar a função de transferência $H(e^{j\theta})$ do canal, já obtida na solução da questão a). Este conjunto de coeficientes de compensação CoefComp é obtido de $H^{-1}(e^{j\theta})$, isto é, de $H(\text{CIR}, \theta_{d_k})^{-1}$, conforme segue:

$$\text{CoefComp}_k := \frac{1}{H(\text{CIR}, \theta_{d_k})} \rightarrow \text{CoefComp} = \begin{pmatrix} 0.671 \\ 0.559 - 0.267i \\ 0.748 - 0.425i \\ 2.729 - 1.436i \\ 2.729 + 1.436i \\ 0.748 + 0.425i \\ 0.559 + 0.267i \\ 0.671 \end{pmatrix}$$

$$s_{\text{comp}} = (I' + jQ') \cdot \text{CoefComp} \rightarrow s_{\text{comp}} = \begin{pmatrix} 1 - 3i \\ 1 + i \\ 1 - 3i \\ 1 + 3i \\ 3 - 3i \\ -1 + 3i \\ -1 + 3i \\ 1 + 3i \end{pmatrix} \quad \text{e de c) temos} \quad s = \begin{pmatrix} 1 - 3i \\ 1 + i \\ 1 - 3i \\ 1 + 3i \\ 3 - 3i \\ -1 + 3i \\ -1 + 3i \\ 1 + 3i \end{pmatrix} \rightarrow s - s_{\text{comp}} = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}$$

$s - s_{\text{comp}} = \underline{0} \rightarrow \text{OK!}$ Multipercurso efetivamente compensado.

Nota 2: Em um RX prático, $H(e^{j\theta})$ é obtido através de um "protocolo" entre TX e RX, que consiste em o TX enviar ao RX uma seqüência de símbolos de referência $I_r + jQ_r$ pré-estabelecida. Esta seqüência de símbolos $I_r + jQ_r$ pré-estabelecida é transportada por $N_{pilot} < N_{port}$ portadoras piloto, e é gravada em ROM (portanto, é conhecida) no RX. O *buffer* de saída da FFT no RX armazena a seqüência recebida $I' + jQ'$, e, efetuando a operação $I' + jQ' / I_r + jQ_r$ o bloco *channel compensation* (vide referido bloco no RX da Figura 1 do enunciado) determina $H(e^{j\theta})$ nas N_{pilot} freqüências das portadoras piloto. A seguir, $H(e^{j\theta})$ é obtida p/ todas as demais freqüências do conjunto de N_{port} frequencias mediante interpolação entre os valores de $H(e^{j\theta})$ já determinados nas N_{pilot} freqüências das portadoras piloto (vide slide 14 das notas de aula em TAC_Vol2.ppt, intitulado "Estimação e compensação da função de transferência $H(t, f)$ do canal: "). Note que as portadoras piloto não transmitem dados úteis, e, portanto, o valor $100 * N_{pilot} / N_{port}$ dá a percentagem da taxa útil global do sistema que é desperdiçada na transmissão da seqüência de símbolos de referência $I_r + jQ_r$ através das N_{pilot} portadoras piloto.

e) Caso não haja prefixo cíclico, o cenário de multipercurso definido no *delay profile* gera interferência entre as portadoras de dois símbolos OFDM S_n e S_{n+1} adjacentes no tempo, onde n é o índice da ordem de ocorrência temporal. Para eliminar este efeito, é necessário haver no início de cada símbolo S_n um prefixo cíclico cuja duração T_{cp} deve ser maior que o *delay spread* do canal. Seja B_n a seqüência de amostras correspondente à serialização do *buffer* de saída da IFFT (vide Figura 1 do enunciado). O prefixo cíclico é formado pela seqüência de amostras no trecho ao final de B_n , trecho de duração de T_{cp} segundos, amostras que são sequencialmente inseridas antes do início de B_n . Este processo de inserção define o símbolo OFDM S_n a partir das amostras de B_n . Desta maneira, evita-se que os ecos de S_n avancem sobre S_{n+1} , gerando interferência entre as portadoras dos dois símbolos OFDM. Note que as portadoras dentro de um mesmo símbolo OFDM não interferem entre si devido à ortogonalidade entre elas, e não por efeito do prefixo cíclico.

Daí, baseado no princípio de que a duração T_{cp} deve ser maior que o *delay spread* do canal, temos que:

$$T_{cp} = 4.5 \cdot \mu s \quad \rightarrow \text{obtido da tabela de } \textit{delay profile} \text{ do canal (vide acima)}$$

f) $100 * T_{cp} / T_s$ dá a percentagem da taxa útil global do sistema que é desperdiçada na transmissão do prefixo cíclico, "deperdição" que é denominado de *overhead*. Note que quanto maior o número N_{port} de portadoras menor o *overhead* T_{cp} / T_s gerado por um longo prefixo cíclico (necessário devido a um longo *delay spread* no canal). Daí, portanto, temos:

$$N_{port} = 8 \quad \rightarrow \text{número de portadoras} \quad T_s := \frac{N_{port}}{\text{ClockFFT}} + T_{cp} \quad T_s = 5.48 \cdot \mu s \quad \rightarrow \text{duração de um símbolo OFDM} \quad \frac{T_{cp}}{T_s} = 0.821 \quad \rightarrow \textit{overhead}$$

g) Cada símbolo 16-QAM transportado no *symbol stream* atribuído a cada portadora pelo bloco *serial-parallel* da Figura 1 do enunciado é transmitido pelo TX a cada intervalo de T_s segundos, intervalo que corresponde ao tempo de duração de um símbolo OFDM (tempo de duração da seqüência de amostras resultante no *buffer* de saída da IFFT no TX + tempo de duração T_{cp} do prefixo cíclico inserido). Daí temos:

$$N_{BitsPorSimboloIQ} := 4 \quad \rightarrow \text{16-QAM: símbolo IQ corresponde a 4 bits}$$

$$\text{TaxaBitsPorPortadora} := \frac{N_{BitsPorSimboloIQ}}{T_s} \quad \text{TaxaBitsPorPortadora} = 729.875 \cdot \text{KHz} \quad [\text{Kbps}]$$

h) O bloco *parallel-serial* da Figura 1 do enunciado serializa os diversos *symbol streams* paralelos atribuídos a cada portadora pelo bloco *serial-parallel*. Do enunciado, sabe-se que das N_{port} portadoras, $N_{port}/3$ são portadoras piloto utilizadas para transportar a seqüência de símbolos de referência $I_r + jQ_r$ para o bloco *channel compensation* no RX - - vide "Nota 2" acima. Daí, temos que:

$$\text{TaxaOutputBitStream} := \text{TaxaBitsPorPortadora} \cdot \left(N_{port} - \frac{N_{port}}{3} \right) \quad \text{TaxaOutputBitStream} = 3.893 \cdot \text{MHz} \quad [\text{Mbps}]$$