

1) Seja um enlace *wireless* que utiliza duas antenas Yagi-Uda conforme a Figura 1(b) abaixo.

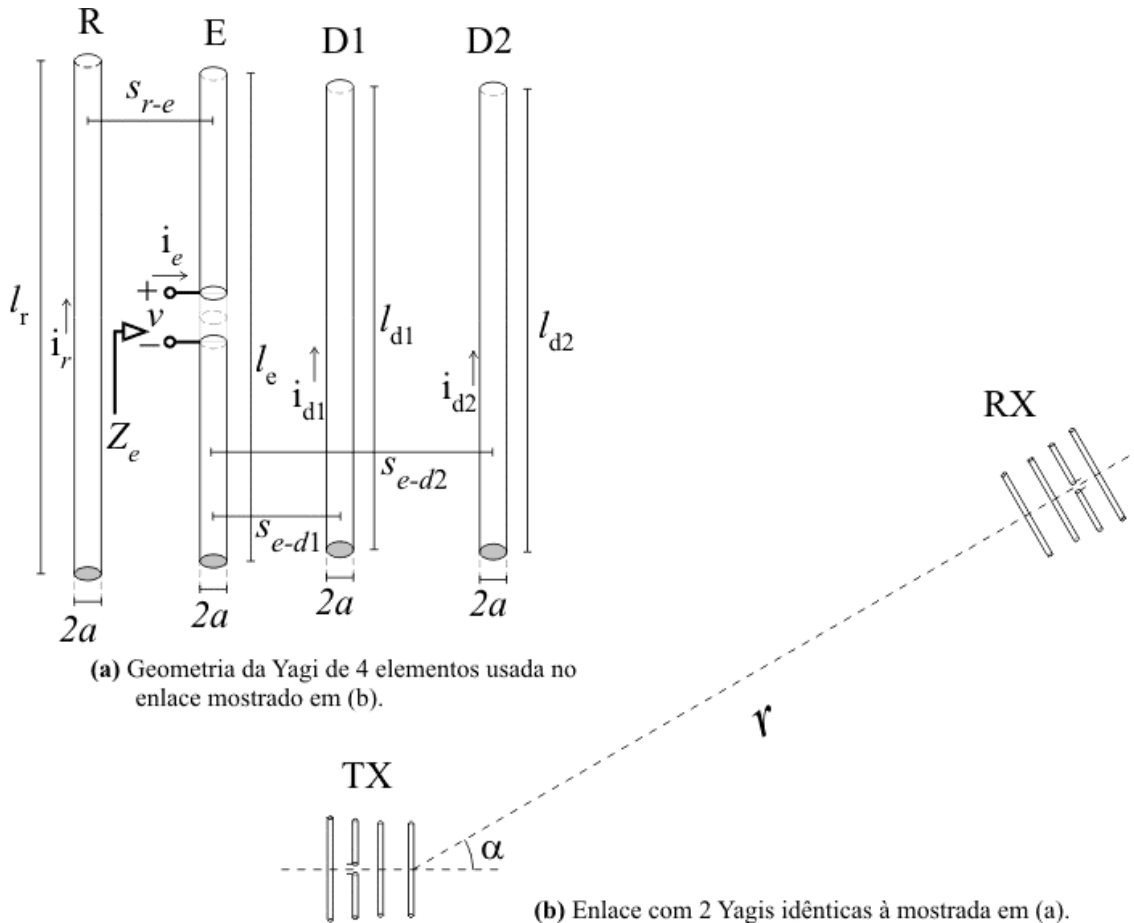


Figura 1: Enlace com duas antenas Yagi de 4 elementos, geometricamente idênticas, operando em um ambiente que se aproxima das condições de propagação no espaço livre. Ambas as antenas possuem perdas ôhmicas e dielétricas desprezíveis e estão contidas no mesmo plano (plano da página), distando entre si $r = 10 \text{ Km}$, sendo $\alpha = 30^\circ$. A Yagi TX opera sob uma ROE de 1 : 1 nos terminais de entrada e é alimentada por um transmissor cuja frequência é $f = 30 \text{ MHz}$ e cuja potência de saída é 1 KW. Ambas as Yagis possuem as seguintes dimensões geométricas: $l_r = 5.08 \text{ m}$, $l_e = 4.826 \text{ m}$, $l_{d1} = 4.623 \text{ m}$, $l_{d2} = 4.623 \text{ m}$, $s_{r-e} = 2.00 \text{ m}$, $s_{e-d1} = 2.00 \text{ m}$, $s_{e-d2} = 4.00 \text{ m}$ e $a = 25.0 \text{ mm}$.

Determine:

- A impedância de entrada Z_e das antenas (1.0 ponto).
- A resistência de radiação das antenas (1.0 ponto).
- As correntes **de radiação** nos elementos da Yagi TX (1.0 ponto).
- A relação frente-costas em dB da Yagi TX (1.0 ponto).
- O ganho em dBi da Yagi TX (1.0 ponto).
- A área de recepção máxima da Yagi RX em $[\text{m}^2]$ (1.0 ponto).
- O $|E_\theta|$ em $[\text{V/m}]$ nas vizinhanças da Yagi RX originado pela irradiação da Yagi TX (1.0 ponto).
- O Vetor de Poynting $[\text{W/m}^2]$ nas vizinhanças da Yagi RX originado pela Yagi TX (1.0 ponto).
- O valor eficaz da tensão v_{oc} à circuito aberto nos terminais da Yagi RX (1.0 ponto).
- Suponha que o plano que contém a Yagi TX seja paralelo ao solo e que a mesma aponte para Norte. Determine o valor do $|E_\theta|$ da frente de onda que atinge um avião "A", distante 30Km em linha reta a Noroeste da Yagi TX, sabendo que "A" voa a uma altitude de 10Km (1.0 ponto).

Solução

Parâmetros geométricos dos elementos da Yagi - C: coordenadas em [m], L: tamanho em [m], R: raio em [mm] :

$$\begin{aligned}
 f &:= 30 \cdot 10^6 \text{ Hz} \\
 \lambda &:= \frac{3 \cdot 10^8}{f} \\
 \lambda &= 10 \text{ m}
 \end{aligned}
 \quad
 \begin{aligned}
 C &:= \begin{bmatrix} -2.0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 2.0 & 0 & 0 \\ 4.0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \text{ m} \\
 L &:= \begin{bmatrix} 5.080 \\ 4.826 \\ 4.623 \\ 4.623 \end{bmatrix} \text{ m} \\
 R &:= \begin{bmatrix} 25 \\ 25 \\ 25 \\ 25 \end{bmatrix} \text{ mm}
 \end{aligned}
 \quad
 \begin{aligned}
 & \begin{matrix} 0 = \text{refletor} \\ 1 = \text{excitador} \\ 2 = \text{diretor1} \\ 3 = \text{diretor2} \end{matrix}
 \end{aligned}$$

a) Matriz impedância mútua Z entre os elementos da Yagi:

$$Z = \begin{bmatrix} 80.8653+ 57.1364i & 53.8492- 17.9152i & 6.3868- 33.1223i & -22.2476- 16.1821i \\ 53.8638- 22.3851i & 67.1262+ 16.9941i & 45.0004- 15.0291i & 6.1804- 31.3183i \\ 6.4358- 38.2055i & 45.0715- 18.4531i & 57.8711- 14.3069i & 41.6057- 15.4752i \\ -22.2644- 14.4378i & 6.2264- 33.5342i & 41.6057- 15.4752i & 57.8711- 14.3069i \end{bmatrix} \quad \Omega$$

Nota 1: As impedâncias Z_{ij} na matriz Z são calculadas através dos programas Zi_CyDip e Zm_CyPDS em função de λ , em função das distâncias entre os elementos da Yagi, em função do tamanho dos elementos da Yagi e em função do raio dos elementos da Yagi.

Nota 2: Os índices i e j das impedâncias Z_{ij} são relacionados aos respectivos elementos da Yagi segundo a seguinte convenção: **0**→refletor, **1**→excitador, **2**→diretor1 e **3**→diretor2. Impedâncias Z_{ij} com $i=j$ (diagonal da matriz Z) são impedâncias próprias e devem ser calculadas com o programa Zi_CyDip. Todas as demais impedâncias são impedâncias mútuas e devem ser calculadas com o programa Zm_CyPDS. Ambos os programas utilizam constante de precisão $EPS=6 \times 10^{-8}$.

• Impedância de entrada Z_e “vista” nos terminais do elemento excitador:

Seja $\underline{V}=[0 \text{ V } 0 \text{ V}]^T$ o vetor das tensões aplicadas aos elementos da Yagi e seja $\underline{I}=[I_r \text{ I}_e \text{ Id1 Id2}]^T$ o vetor das correntes nos elementos da Yagi. Sendo assim, temos que $\underline{V}=\underline{Z}\underline{I}$, ou $\underline{I}=\underline{Z}^{-1}\underline{V}$, e daí podemos escrever :

$$\begin{aligned}
 V := 1 \text{ V} \quad \begin{bmatrix} I_r \\ I_e \\ Id1 \\ Id2 \end{bmatrix} &:= \underline{Z}^{-1} \cdot \begin{bmatrix} 0 \\ V \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} \text{ A} \quad \begin{bmatrix} I_r \\ I_e \\ Id1 \\ Id2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -6.298 \cdot 10^{-3} + 0.013i \\ 0.06 - 0.031i \\ -0.107 + 0.017i \\ 0.073 + 0.019i \end{bmatrix} \text{ A}
 \end{aligned}$$

$$Z_e := \frac{V}{I_e} \quad Z_e = 13.199 + 6.751i \quad \Omega$$

Nota 3: A tensão $V = 1\text{V}$ aplicada ao elemento excitador da Yagi **não corresponde** ao valor encontrado em seus terminais sob as condições de operação especificadas no enunciado. A tensão aplicada $V = 1\text{V}$ é um artifício para obter a impedância de entrada Z_e como a razão entre $V = 1\text{V}$ e a corrente I_e resultante nos terminais do elemento excitador.

b) Resistência de Radiação da Yagi (Equação (35) – Cap IV):

$$R_r := \text{if} \left(L_1 > \frac{\lambda}{2}, \text{Re}(Z_e) \cdot \sin \left(\frac{\pi \cdot L_1}{\lambda} \right)^2, \text{Re}(Z_e) \right) \quad R_r = 13.2 \quad \Omega$$

c) Do enunciado é dado que o transmissor tem potência de saída P e impedância de saída Zg, e aplica uma potência P nos terminais da Yagi. Visto que a Yagi opera sob ROE 1:1 (isto é, Ze = Zg*), então, o valor de pico no tempo da corrente i_e e da tensão V nos terminais do excitador são dados por:

$$P := 1 \cdot 10^3 \quad \text{W} \quad I_e := \sqrt{\frac{2 \cdot P}{\text{Re}(Z_e)}} \quad I_e = 12.309 \quad \text{A}$$

$$V := Z_e \cdot I_e \quad V = 162.477 + 83.096i \quad \text{V}$$

$$|V| = 182.494 \quad \text{V} \quad \arg(V) = 27.087^\circ \text{deg}$$

• Uma vez obtida a tensão V nos terminais do excitador sob as condições de operação especificadas no enunciado, as correntes de entrada (isto é, correntes na posição central de cada elemento → só tem sentido falar em “entrada” para o excitador) em todos os elementos da Yagi são dadas através da operação matricial $\underline{I} = \underline{Z}^{-1} \underline{V}$, isto é:

$$\begin{bmatrix} I_r \\ I_e \\ I_{d1} \\ I_{d2} \end{bmatrix} := \underline{Z}^{-1} \cdot \begin{bmatrix} 0 \\ V \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} \quad \underline{I} := \begin{bmatrix} I_r \\ I_e \\ I_{d1} \\ I_{d2} \end{bmatrix} \quad \underline{I} = \begin{bmatrix} -2.098 + 1.578i \\ 12.309 \\ -18.761 - 6.062i \\ 10.331 + 9.112i \end{bmatrix} \quad \text{A}$$

• Referindo as correntes à posição de máxima corrente nos elementos (corrente de radiação), temos que (Equação (33) – Cap IV):

$$I_r := \text{if} \left[L_0 > \frac{\lambda}{2}, \frac{I_r}{\sin \left(\frac{\pi \cdot L_0}{\lambda} \right)}, I_r \right] \quad I_e := \text{if} \left[L_1 > \frac{\lambda}{2}, \frac{I_e}{\sin \left(\frac{\pi \cdot L_1}{\lambda} \right)}, I_e \right]$$

$$I_{d1} := \text{if} \left[L_2 > \frac{\lambda}{2}, \frac{I_{d1}}{\sin \left(\frac{\pi \cdot L_2}{\lambda} \right)}, I_{d1} \right] \quad I_{d2} := \text{if} \left[L_3 > \frac{\lambda}{2}, \frac{I_{d2}}{\sin \left(\frac{\pi \cdot L_3}{\lambda} \right)}, I_{d2} \right]$$

$$|I_r| = 2.626 \quad \text{A} \quad \arg(I_r) = 143.049^\circ \text{deg}$$

$$|I_e| = 12.309 \quad \text{A} \quad \arg(I_e) = -4.134 \cdot 10^{-15} \quad \text{deg}$$

$$|I_{d1}| = 19.716 \quad \text{A} \quad \arg(I_{d1}) = -162.092^\circ \text{deg}$$

$$|I_{d2}| = 13.775 \quad \text{A} \quad \arg(I_{d2}) = 41.414^\circ \text{deg}$$

d) Relação Frente-Costas:

Nota 4: O procedimento numérico

Eθ_GeneralDipoleArray ($r, \lambda, L_k, C_k, I_k, \theta, \phi$), a seguir utilizado, implementa o módulo da Equação (14) do Capítulo V com tamanho L_k do k -ésimo elemento do array de $K=4$ elementos indexado por k :

$$|E_\theta| = \frac{60}{r} \left| \sum_{k=0}^{K-1} I_k e^{j \frac{2\pi}{\lambda} (x_k \sin \theta \cos \phi + y_k \sin \theta \sin \phi + z_k \cos \theta)} \left\{ \frac{\cos\left(\frac{L_k}{\lambda} \pi \cos \theta\right) - \cos\left(\frac{\pi L_k}{\lambda}\right)}{\sin \theta} \right\} \right| \left[\frac{\text{V}}{\text{m}} \right]$$

onde C_k define as coordenadas (x_k, y_k, z_k) do k -ésimo elemento do array.

$r_{\text{far}} := 100 \cdot \lambda$ (r_{far} : r para *far field* – $r > 10\lambda$ – região de campo distante)

$\text{CampoParaFrente} := E\theta_GeneralDipoleArray(r_{\text{far}}, \lambda, L, C, I, 90\text{-deg}, 0)$

$\text{CampoParaTras} := E\theta_GeneralDipoleArray(r_{\text{far}}, \lambda, L, C, I, 90\text{-deg}, 180\text{-deg})$

$$\text{FB} := 20 \cdot \log\left(\frac{\text{CampoParaFrente}}{\text{CampoParaTras}}\right) \quad \text{FB} = 13.3 \text{ dB}$$

e) Ganho G da Yagi sobre a Antena Isotrópica para $\eta=100\% = 1.0$ (não há perdas nas antenas):

$$E\theta_Yagi := \sqrt{\eta} \cdot E\theta_GeneralDipoleArray(r_{\text{far}}, \lambda, L, C, I, 90\text{-deg}, 0)$$

$$\frac{P}{4 \cdot \pi \cdot r_{\text{far}}^2} = \frac{\left(\frac{E\theta_Iso}{\sqrt{2}}\right)^2}{120 \cdot \pi} = S \quad \rightarrow \quad E\theta_Iso := \sqrt{\frac{60 \cdot P}{r_{\text{far}}^2}}$$

$$G := \left(\frac{E\theta_Yagi}{E\theta_Iso}\right)^2 \quad G = 15.3 \quad \text{vezes}$$

$$\text{GdBi} := 10 \cdot \log(G) \quad \text{GdBi} = 11.9 \quad \text{dBi}$$

f) Área de Recepção Máxima para $\eta=100\% = 1.0$ (não há perdas nas antenas):

Nota - É implícito da definição de ARXmax que a antena RX opera sob máxima transferência de potência (mtp), isto é, opera sob ROE 1:1 ou, equivalentemente $Z_L = Z_g^*$. Daí, portanto, ser válido utilizar o ganho G da Yagi TX (a qual, do enunciado, opera sob mtp) para o cálculo do ARXmax da Yagi RX (a qual, do enunciado, é idêntica à Yagi TX)

$$ARX_{max} := \frac{G \cdot \lambda^2}{4 \cdot \pi} \quad ARX_{max} = 122.1 \quad m^2$$

g) Campo E_θ em um ponto p distante $r=10\text{Km}$ da Yagi TX a um ângulo $\alpha=30^\circ$ com o eixo do lobo principal da Yagi TX:

$$\alpha := 30 \cdot \text{deg} \quad r := 10 \cdot 10^3 \quad m$$

$$E_\theta := \sqrt{\eta} \cdot E_\theta \text{_GeneralDipoleArray}(r, \lambda, L, C, I, 90 \cdot \text{deg} - \alpha, 0) \quad E_\theta = 0.059 \quad V/m$$

h) Vetor de Poynting em um ponto p distante $r=10\text{Km}$ da Yagi TX a um ângulo $\alpha=30^\circ$ com o eixo do lobo principal da Yagi TX:

$$Z_{\text{freespace}} := 120 \cdot \pi \quad \Omega$$

$$S := \frac{\left(\frac{E_\theta}{\sqrt{2}}\right)^2}{Z_{\text{freespace}}} \quad S = 4.605 \cdot 10^{-6} \quad W/m^2$$

i) Tensão V_{oc} nos terminais da Yagi RX (idêntica à TX) distante $r=10\text{Km}$ da TX:

Nota - A Yagi RX aponta seu lobo principal para a Yagi TX a um ângulo $\alpha=30^\circ$ com o eixo da Yagi TX.

$$V_{oc} := \sqrt{4 \cdot ARX_{max} \cdot S \cdot R_r} \quad V_{oc} = 0.172 \quad V_{rms}$$

j) Valor do $|E_\theta|$ da frente de onda que atinge um avião "A" distante $d_A=30\text{Km}$ em linha reta a Noroeste da Yagi TX, voando a uma altitude $h_A=10\text{Km}$:

$$\theta := 45 \cdot \text{deg} \quad (\text{Noroeste}) \quad h_A := 10 \cdot 10^3 \quad m \quad d_A := 30 \cdot 10^3 \quad m$$

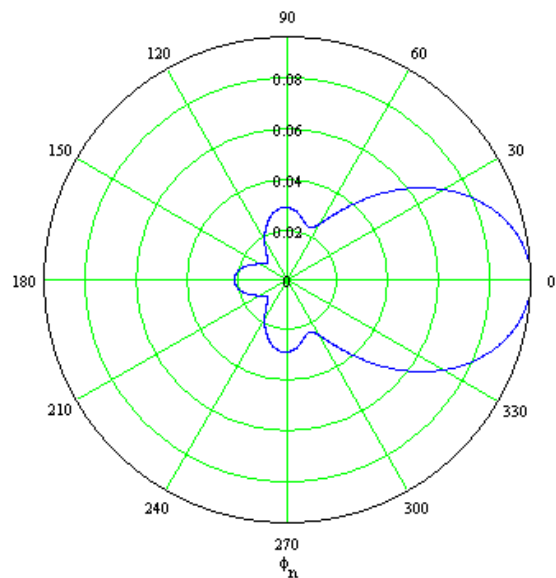
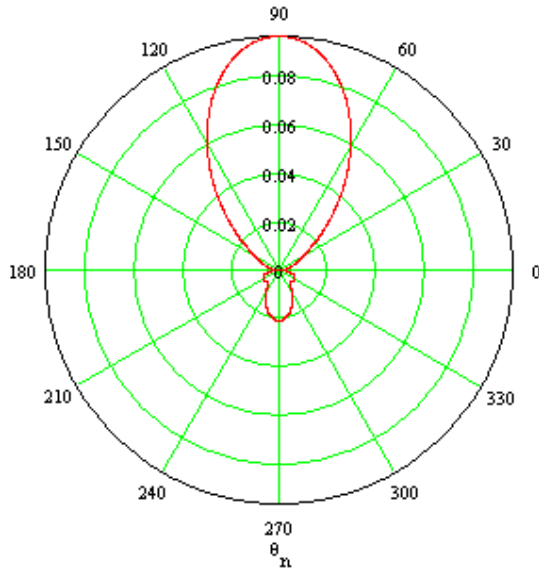
$$\phi := \text{asin}\left(\frac{h_A}{d_A}\right) \quad \phi = 19.471 \cdot \text{deg}$$

$$E_{\theta_A} := \sqrt{\eta} \cdot E_\theta \text{_GeneralDipoleArray}(d_A, \lambda, L, C, I, \theta, \phi) \quad E_{\theta_A} = 8.866 \cdot 10^{-3} \quad V/m$$

Apêndice) A título de ilustração, os contornos de $|E_\theta|$ nos planos E e H a uma distância $r=10\text{Km}$ da Yagi TX (obtidos da Equação (14) do Capítulo V com L indexado por k – vide “Nota” no item “d” acima) são:

$|E_\theta|$ no plano E em [V/m] a 10Km:

$|E_\theta|$ no plano H em [V/m] a 10Km:



Nota 1 – O gráfico no plano E é obtido através dos procedimentos:

$$\sqrt{\eta} \cdot \text{E0_GeneralDipoleArray}(r, \lambda, L, C, I, \theta_n, 0)$$

$$\sqrt{\eta} \cdot \text{E0_GeneralDipoleArray}(r, \lambda, L, C, I, \theta_n, 180 \cdot \text{deg}) \cdot e^{1j \cdot 180 \cdot \text{deg}}$$

com $0 \leq \theta_n < 180^\circ$.

Nota 2 – O gráfico no plano H é obtido através do procedimento:

$$\sqrt{\eta} \cdot \text{E0_GeneralDipoleArray}(r, \lambda, L, C, I, 90 \cdot \text{deg}, \phi_n)$$

com $0 \leq \phi_n < 360^\circ$.