# Capítulo I O Campo Eletromagnético

# 1 Introdução

Um **Campo**, em termos genéricos, é uma entidade que existe em uma região do espaço e que apresenta um valor definido para uma determinada grandeza a cada ponto dentro daquela região. Assim, existem Campos de Temperatura, Campos de Velocidade, Campos de Força Mecânica, etc...

No contexto de Eletromagnetismo, sob o ponto de vista da representação matemática dos fenômenos que iremos estudar, existem dois tipos de básicos de campos: **Campos Vetoriais e Campos Escalares**.

Por exemplo, consideremos um clássico experimento em eletrostática, que consiste em atritar um objeto de material plástico com uma flanela seca. A carga elétrica adquirida pelo objeto de plástico, resultante da extração de cargas em conseqüência do atrito, faz com que partículas de pó suspensas no ar sejam atraídas na direção do objeto (se o ar estiver suficientemente seco). Temos aqui a situação em que um **Campo Vetorial** é observado, visto que as partículas de pó são sujeitas a uma força cuja **intensidade** e **direção** dependem da coordenada (x, y, z) na qual a partícula se encontra em determinado instante. Por outro lado, se conectarmos o terminal "–" de um voltímetro eletrônico<sup>1</sup> a um ponto de referência e movimentarmos o terminal "–" nas proximidades do objeto plástico eletrificado, veremos que a leitura indicada pelo voltímetro varia com a coordenada (x, y, z) em que encontra-se o terminal "+". Temos agora a situação em que um **Campo Escalar** é observado, visto que o **Potencial Elétrico** medido pelo voltímetro em relação ao ponto de referência não apresenta propriedades direcionais, sendo completamente caracterizado apenas pela sua **intensidade**.

Vimos, portanto, que em uma mesma região do espaço podem existir dois tipos de campos, um escalar e outro vetorial. Ambos os campos, no experimento em questão, são gerados pelo mesmo fenômeno físico – a existência de carga elétrica não nula no objeto de plástico. Ainda, note que para ambos os tipos de campo a carga elétrica do objeto plástico gerou efeitos sobre corpos relativamente distantes dela – a partícula de pó e o terminal do voltímetro eletrônico. Esta "ação à distância" da carga elétrica sobre outros corpos físicos é o fenômeno fundamental que rege o funcionamento de uma antena, visto que de quanto mais distante pudermos gerar efeitos sobre corpos físicos implicitamente maior a nossa "área de influência". No contexto de aplicação de antenas, esta maior "área de influência" visa atender objetivos econômicos, militares, geopolíticos, etc. Assim, o principal objetivo da Teoria de Antenas é estudar maneiras de maximizar esta "ação à distância" da carga elétrica, fenômeno este que é denominado **Irradiação Eletromagnética**.

Especificamente, uma **antena** é uma estrutura geométrica cujo material constitutivo permite livre movimentação à cargas elétricas, a qual, ao ser excitada por energia (tensão ou corrente), gera campos de natureza eletromagnética (escalares e vetoriais) no espaço tridimensional ao seu redor. A intensidade e direção destes campos – e principalmente **a maneira como eles se relacionam entre si** – depende da **forma de variação da carga elétrica no tempo (forma de variação temporal da excitação)**, da forma **de variação das cargas elétricas no espaço (geometria da antena)**, do **material do qual a antena é constituída e do meio físico no qual a antena encontra-se inserida**.

No contexto de Telecomunicações, o objetivo de uma **antena transmissora**, localizada em um ponto  $p_0(x, y, z)$  do espaço tridimensional, é fazer com que estes campos se **propaguem** o mais distante dela possível de modo que uma outra antena localizada em um ponto  $p_1(x, y, z)$  – a **antena receptora** – reconverta estes campos em tensão (ou corrente) proporcional à tensão (ou corrente) aplicada nos terminais da antena transmissora. Desta maneira, <u>informação</u> pode ser **transportada** entre antena transmissora e antena receptora visto que qualquer variação da tensão (ou corrente) de excitação na antena transmissora resultará em uma correspondente variação na tensão (ou corrente) da antena

<sup>&</sup>lt;sup>1</sup> Um voltímetro eletrônico apresenta alta resistência de entrada  $R_i$ . Em geral, o dispositivo ativo em sua entrada é um transistor MOS-FET, sendo não raro  $R_i > 500 \times 10^6 \Omega$ .

receptora. O estado da tecnologia atual permite que a antena transmissora e a receptora estejam localizadas em pontos separados de distâncias planetárias, como foi o caso do robô *Sojourner Rover* do *Mars Pathfinder Project*, projeto da agência espacial norte-americana NASA, cujo *Lander* transmitiu diretamente à Terra, via ondas de rádio, imagens da superfície do planeta Marte (ver http://nssdc.gsfc.nasa.gov/planetary/mesur.html e http://mpfwww.jpl.nasa.gov/rovercom/rovcom.html ).

Todos os campos (escalares e vetoriais) gerados por uma antena transmissora variam no tempo, e são obrigatoriamente resultado do **movimento acelerado** de cargas elétricas distribuídas por sua estrutura geométrica. Este movimento imposto às cargas elétricas livres na estrutura de uma antena é conseqüência da forma de variação temporal da energia (tensão ou corrente) de excitação nela aplicada. Se as cargas elétricas não forem aceleradas, então os campos gerados ficam limitados às proximidades da antena transmissora, jamais atingindo a antena receptora.

Portanto, **não ocorre irradiação eletromagnética** nas seguintes situações (embora campos sejam gerados próximo à antena):

- (I) Aplicando a uma antena uma tensão constante com corrente resultante nula de modo que as cargas elétricas permaneçam estáticas.
- (II) Aplicando a uma antena uma corrente constante no tempo sendo a geometria da antena tal que as cargas elétricas movimentam-se com velocidade constante por toda sua estrutura geométrica condutora.

Para a situação (I), as cargas elétricas estáticas apenas geram um Campo Elétrico (que é um Campo Vetorial) próximo à antena. Podemos também enxergar esta situação sob a ótica de que é gerado um Campo de Potencial Elétrico (que é um Campo Escalar) próximo à antena. Note que o conceito de Campo Eletromagnético é um tanto abstrato de modo que o fenômeno da irradiação eletromagnética é abordado na literatura sob diversas óticas (escalares e/ou vetoriais), a critério do autor. Para a situação (II) as cargas elétricas em velocidade constante apenas geram um Campo Magnético (que é um Campo Vetorial) próximo à antena.

Somente quando a variação temporal da excitação é tal que o movimento das cargas livres na estrutura geométrica de uma antena seja um movimento acelerado, de modo que seja imposta uma <u>perturbação</u> na <u>variação temporal</u> do valor da <u>densidade volumétrica da carga elétrica</u> em algum ponto da estrutura geométrica da antena é que campos Elétricos e Magnéticos serão gerados em um ponto distante da mesma.

# 2 Uma alegoria<sup>2</sup> inspira da na visão dos fundadores da Teoria Eletromagnética

Os cientistas e pensadores que conceberam os fundamentos da Teoria Eletromagnética, principalmente Michael Faraday por volta de 1820 e James Clerk Maxwell em 1856, entre outros, imediatamente reconheceram que o motivo de uma perturbação na variação temporal da densidade volumétrica de carga aumentar o "efeito à distância" era provavelmente devido ao fato de que, ao perturbar a densidade de carga elétrica estaríamos perturbando um fluído imaterial de elasticidade infinita – o Éter Luminífero – conforme infere-se do texto abaixo extraído de uma carta de Faraday a um amigo (ver http://www.padrak.com/ine/FARADAY1.html):

"...On the other hand, the infinite elasticity assumed as belonging to the particles of the aether, is as striking and positive a force of it as gravity is of ponderable particles, and produces in its way effects as great; in witness whereof we have all the varieties of radiant agency as exhibited in luminous, caloric, and actinic phaenomena..."

"...The aether is assumed as pervading all bodies as well as space: in the view now set forth, it is the forces of the atomic centres which pervade (and make) all bodies, and also penetrate all

<sup>&</sup>lt;sup>2</sup> Segundo o Dicionário Aurélio, o termo Alegoria pode ter os seguintes significados: (1) Exposição de um pensamento na forma figurada. (2) Ficção que representa uma coisa para dar idéia de outra. (3) Seqüência de metáforas que significam uma coisa nas palavras e outra no sentido. (4) Obra de pintura ou escultura que representa uma idéia abstrata por meio de formas que a tornam compreensível. (5) Simbolismo concreto que abrange o conjunto de toda uma narrativa ou quadro, de maneira que a cada elemento do símbolo corresponda um elemento significado ou simbolizado.

space. As regards space, the difference is, that the aether presents successive parts of centres of action, and the present supposition only lines of action; as regards matter, the difference is, that the aether lies between the particles and so carries on the vibrations, whilst as respects the supposition, it is by the lines of force between the centres of the particles that the vibration is continued. As to the difference in intensity of action within matter under the two views, I suppose it will be very difficult to draw any conclusion, for when we take the simplest state of common matter and that which most nearly causes it to approximate to the condition of the aether, namely the state of the rare gas, how soon do we find in its elasticity and the mutual repulsion of its particles, a departure from the law, that the action is inversely as the square of the distance! ..."

Uma perturbação propagando-se no Éter resultante do movimento acelerado de cargas elétricas seria algo semelhante ao que acontece quando estamos em uma piscina e, com a palma da mão mergulhada na água, com os dedos esticados e encostados lado a lado, exercemos movimento na água aplicando uma força tal que esta movimente-se com velocidade não constante. Nesta situação podemos observar que **ondas** surgem na água e que se propagam para longe. No entanto, se repetirmos o experimento apenas efetuando um movimento retilíneo com a palma, sob velocidade constante, observaremos somente movimentação da água nas proximidades da mesma.

A Teoria do Éter, no entanto, sofreu um pesado revés em 1886, quando Albert Michelson realizou o denominado Experimento de Michelson e Moreley. Este experimento demonstrou, segundo a ciência oficial da época, a inexistência do Éter. A idéia seria medir a velocidade com que a Terra se move através do Éter, utilizando para tanto um interferômetro ótico. O experimento resultou em nenhuma velocidade relativa detectada, o que levou a comunidade científica a abandonar o conceito de Éter e adotar o abstrato conceito de Campo Eletromagnético. No entanto, alguns pensadores da época ponderaram que o Éter poderia estar se movendo juntamente com a Terra, como se cada corpo celeste do Universo fosse envolvido por uma gigantesca bolha de fluído etéreo, o que invalidaria o Experimento de Michelson e Moreley. De fato, até mesmo na atualidade o Experimento de Michelson e Moreley é sujeito a diversas contestações e o conceito de Éter tem aparecido aqui e acolá com alguna freqüência (ver http://www.keelynet.com/spider/b-108e.htm, http://www.westworld.com/~srado/ por exemplo).

Até porque, parece haver uma contradição lógica no conceito de Campo Eletromagnético: A Física oficial não aceita a interpretação do fenômeno da irradiação eletromagnética através do conceito de Éter – o meio imaterial, segundo Faraday e Maxwell, no qual as ondas eletromagnéticas se propagam - mas adota e aceita a teoria matemática desenvolvida no Século XIX por Faraday, Maxwell, Helmholtz e outros, cujo resultado formal é a equação de uma onda que se propaga no espaço tridimensional ! Este posicionamento da ciência oficial é no mínimo estranho, porque uma onda eletromagnética propaga-se (e muito bem!) no vácuo absoluto. Ora, o vácuo absoluto é a total inexistência de matéria, e, portanto, não existe absolutamente qualquer meio material que permita a existência de uma onda ou perturbação nele propagando-se. E é inconcebível sob o ponto de vista da lógica que uma onda ou perturbação possa propagar-se sem a existência de um meio ao qual ela pertença. A Física oficial justifica esta contradição postulando que a onda eletromagnética é uma perturbação nas propriedades do espaço tridimensional onde existe um Campo Eletromagnético. Muito bem, se é assim, a contradição lógica é maior ainda, porque estaremos atribuindo propriedades ao vácuo – algo que materialmente não existe. Como a ciência oficial a princípio reconhece apenas a realidade material, ao atribuir propriedades ao vácuo, ela acaba por atribuir qualidades a algo inexistente! Portanto, talvez fosse menos contraditório admitir que existe algo no vácuo absoluto, que a ciência atual não sabe exatamente o que é, mas que é o meio de propagação das ondas eletromagnéticas.

Toda esta situação torna-se mais curiosa quando lembramos que a ciência atual adota, reconhece e considera as equações desenvolvidas por Maxwell como descritoras corretas do fenômeno da irradiação eletromagnética, mas não reconhece a interpretação por Maxwell oferecida! Como se Maxwell não tivesse tido todo um trabalho de reflexão e interpretação intuitiva até finalmente ter definido um conjunto de equações consistentes e descritoras das leis do eletromagnetismo!

Mas a situação "curiosa" da Teoria Eletromagnética não para por aí. Segue abaixo texto extraído do livro *Eletromagnetics*, de John D. Kraus e Keith R. Carver, ambos considerados "vacas sagradas" do eletromagnetismo moderno:

"O desenvolvimento das Equações de Maxwell como generalizações das relações da Teoria de Circuitos envolve tanto o raciocínio indutivo como o físico. Isto não implica que a obtenção das

equações seja rigorosa. As Equações de Maxwell justificam-se pelo fato de que as conclusões baseadas nelas mostraram em inúmeros casos estar em excelente harmonia com os resultados experimentais, do mesmo modo que as relações de circuito mais primitivas justificam-se dentro de seu domínio mais restrito pela excelente harmonia das conclusões, nelas baseadas, com a experimentação. Talvez mereça ser lembrado o fato de que as Equações de Maxwell não tiveram aceitação geral durante muitos anos após a sua postulação (1873). As equações em rotacional de Maxwell ( $\nabla \times \underline{E} \in \nabla \times \underline{H}$ ) significavam que campos elétricos e magnéticos variando no temo eram interdependentes, sendo um campo elétrico variável capaz de gerar um campo magnético e vice-versa. A conclusão disto é que o campo eletromagnético variando no tempo propagaria energia através do espaço vazio na velocidade da luz e que a luz é de natureza eletromagnética. As ondas de rádio eram desconhecidas na época e isto foi 15 anos antes de Hertz (1888) demonstrar que as ondas eletromagnéticas (ou de rádio) eram possíveis, como foi predito por Maxwell.

**Não há garantia** de que as Equações de Maxwell sejam exatas. Todavia, com base na precisão de medições experimentais, elas parecem ser exatas e portanto podemos considerar como tal"

Em nossa opinião, o texto do parágrafo anterior altera a situação da Teoria Eletromagnética oficial de apenas "curiosa" para <u>desconfortável</u>. Analisemos os fatos:

- (I) Maxwell, Faraday e todos os demais antigos fundadores da Teoria Eletromagnética definiram um conjunto de equações consistentes e descritoras das Leis do Eletromagnetismo utilizando como ferramentas apenas a lógica e a dedução intuitiva. Nenhum teorema foi por eles demonstrado que garantisse a exatidão do modelo teórico por eles concebido. A origem e o sustentáculo conceitual do modelo concebido é a suposição lógica e intuitiva da existência de um fluído universal e imaterial ao qual eles denominaram "Éter" e as relações entre variáveis mecânicas deste fluído.
- (II) A ciência oficial adota, reconhece e considera as equações desenvolvidas pelos antigos fundadores da Teoria Eletromagnética como descritoras corretas dos fenômenos eletromagnéticos, mesmo admitindo não haver garantia de que o modelo seja exato, mesmo não havendo nenhum teorema que prove a veracidade do modelo. Isto é estranho, porque, a princípio, a ciência oficial só admite como exato o que pode ser demonstrado, relegando ao plano do "empírico" tudo mais. Neste sentido, se o posicionamento da ciência oficial for cientificamente coerente, então as Equações de Maxwell são empíricas e temos de admitir que toda a tecnologia de telecomunicações moderna é baseada no empirismo científico de uma gang de malucos do século XIX!
- (III) A ciência oficial adota, reconhece e considera as equações desenvolvidas pelos antigos fundadores da Teoria Eletromagnética como descritoras corretas dos fenômenos eletromagnéticos, porque os resultados experimentais estão em "excelente harmonia" com o modelo teórico por eles concebido. Contudo, não reconhece a interpretação por eles oferecida, origem e sustentáculo conceitual do modelo concebido, a qual consiste na suposição lógica e intuitiva da existência do fluído imaterial "Éter"! Mais ainda, a ciência oficial não reconhece a interpretação com base na existência do fluído imaterial "Éter", mas, em pleno início do século XXI ainda não conseguiu desenvolver um modelo que substitua a exatidão do modelo cuja concepção é inspirada na existência de tal fluído!

Diante de tal situação, somos **obrigados** a suspeitar – por coerência lógica e consistência científica – que a interpretação original oferecida por Faraday, Maxwell e demais fundadores da Teoria Eletromagnética através do conceito de Éter talvez não esteja tão em desacordo com a realidade do que efetivamente acontece por detrás dos fenômenos eletromagnéticos.

No contexto da Física atual há uma teoria relativamente nova denominada *String Theory*. Esta teoria postula a existência de 6 dimensões espaciais definindo o Universo, além das 3 que visualmente somos capazes de perceber (ver <u>http://www.superstringtheory.com/index.html</u> e <u>http://www.lassp.cornell.edu/GraduateAdmissions/greene/greene.html</u>). A *String Theory* permite, conforme veremos a seguir, lançar hipóteses sobre o comportamento de uma onda eletromagnética utilizando uma interpretação inspirada na Teoria do Éter.

Preliminarmente, é imprescindível deixar claro que as ilações alegóricas relativas à interpretação e significado do campo eletromagnético que discutiremos a seguir pretende apenas servir de auxílio

didático à compreensão do mecanismo de irradiação de uma antena. Embora ela busque elementos de apoio na *String Theory* e na Teoria do Éter, **a interpretação aqui apresentada não as segue fielmente**. Novamente, reiteramos que a interpretação aqui apresentada para uma onda eletromagnética objetiva apenas dar a ela a interpretação de uma onda mecânica propagando-se em um meio elástico, que é um fenômeno muito menos abstrato e mais assimilável pela intuição física do que a de uma "onda de propriedades do espaço", usualmente adotada pela Física oficial. Absolutamente não pretendemos com isso entrar na seara de ( e muito menos competir com!) Física Teórica, Estrutura da Matéria, Cosmogênese, etc... Muito pelo contrário, mais uma vez reiteramos, nosso objetivo aqui é unicamente e simplesmente **didático**! Além disto, dada a interdependência dos conceitos fundamentais do Eletromagnetismo aqui envolvidos, muitas vezes adiantaremos resultados a serem obtidos em seções subsequentes tomando-os como axiomas que serão posteriormente analisados. Nos parece ser esta a maneira mais concisa para a apresentação do assunto em questão, e de mais fácil assimilação pelo leitor, dado o grau de complexidade e abstração envolvidos.

# 2.1 Campo Elétrico – movim ento linear do Éter

Vamos supor que fossemos capazes de perceber apenas duas dimensões espaciais de nosso mundo físico. Nesta situação, uma esfera no espaço tridimensional seria percebida apenas como um círculo. Passaríamos nossa vida inteira percebendo círculos, sem sequer supor que o que realmente dá origem aos círculos são esferas que encontram-se definidas na totalidade em uma dimensão superior. Conforme já discutimos em parágrafos anteriores, a *String Theory* postula a existência de 6 dimensões espaciais definindo o Universo, além das 3 que percebemos. Logo, não seria absurdo supor que as formas e objetos de nosso espaço tridimensional tenham origem a partir de formas e objetos que estejam definidos em sua totalidade nas 9 dimensões postuladas pela *String Theory*. Se assim for, temos que admitir que boa parte da realidade do Universo é invisível aos nossos olhos!

Discutimos também em parágrafos anteriores que os campos eletromagnéticos gerados por uma antena são resultado do movimento acelerado de cargas elétricas distribuídas por sua estrutura geométrica. Portanto, o mecanismo de irradiação é intimamente conectado ao conceito de carga elétrica. Mas carga elétrica, em todos os sistemas de unidades, é uma grandeza que não pode ser definida em função de nenhuma grandeza mecânica fundamental (massa, distância, tempo). Assim, a irradiação eletromagnética fica sendo um fenômeno totalmente desvinculado de fenômenos mecânicos, os quais temos bem mais facilidade de compreender e intuitivamente assimilar porque é fácil perceber com nossos sentidos grandezas como massa (peso), velocidade, aceleração, força, tempo, etc. No entanto, se admitirmos que existem outras dimensões espaciais além das 3 que percebemos podemos associar o conceito de carga elétrica ao conceito de um fluído infinitamente elástico (infinitamente compressível e/ou torcionável), com densidade (concentração volumétrica) quase nula e com viscosidade (força média de atrito entre as partículas constituintes do fluído) quase inexistente<sup>3</sup> – o Éter – conforme descrevemos a seguir.

Consideremos um átomo elétricamente neutro, isto é, um átomo cuja carga elétrica líquida é zero. Embora a carga elétrica líquida total em um átomo elétricamente neutro seja zero, existem cargas elétricas não nulas em seu interior, originadas em seus elétrons e prótons individuais. Cada elétron em um átomo possui uma carga elétrica de  $-1.60 \times 10^{-19}$  C e cada próton em um átomo possui uma carga elétrica de

<sup>&</sup>lt;sup>3</sup>A Viscosidade é função direta da força de atrito ou fricção entre sub-regiões indivisíveis e móveis de um fluído. Por exemplo, o fluído azeite de cozinha é mais viscoso que o fluído água, porque as forças de atrito entre as moléculas que constituem o óleo de cozinha são maiores do que as forças de atrito que ocorrem entre as moléculas de água. No entanto, o óleo de cozinha é menos denso que a água (óleo de cozinha flutua na água!) porque, em regiões de mesmo volume, existe menos matéria em uma região que contem óleo do que em uma região que contem água. Ainda, o ar é um fluído compressível/expansível porque, se contido em uma região (ambiente) fechada, é possível aplicar uma força externa à região no sentido de diminuir o seu volume, às custas de uma força elástica de reação contrária. No entanto, para o caso da água como um fluído incompressível. Um fluído é torcionável se girarmos um volume  $\Delta V$  deste fluído,  $\Delta V$  gira de volta à posição angular inicial ao "soltarmos" o volume à mercê das forças de torção elástica inerentes ao fluído.

 $+1.60 \times 10^{-19}$  C. Quando o número de elétrons que se movimentam em torno do núcleo iguala o número de prótons no núcleo, então a carga líquida é zero e o átomo é eletricamente neutro.

No contexto de interpretar fenômenos eletromagnéticos através do conceito de Éter, podemos imaginar cada próton como uma **fonte** do fluído Éter e cada elétron como um **sumidouro**. Se substituirmos a unidade de carga elétrica C por uma unidade de vazão mássica Kg'/s, onde Kg' representa a "massa" <sup>4</sup> do Éter, podemos imaginar um próton como se fosse o "bocal de uma mangueira" que "jorra" para dentro de nosso universo tridimensional  $1.60 \times 10^{-19}$  Kg' de Éter a cada segundo de tempo. Do mesmo modo, podemos imaginar cada elétron como se fosse o "bocal de uma mangueira" que "aspira" para fora de nosso universo tridimensional  $1.60 \times 10^{-19}$  Kg' de Éter a cada segundo de tempo. Mas de onde vem e para onde vai o Éter jorrado e aspirado respectivamente por prótons e elétrons? No contexto da String *Theory*, podemos imaginar que o Éter flue **de** e **para** alguma região contida nas outras 6 dimensões extras de nosso Universo. Cada "bocal de uma estrutura hiperdimensional definida em sua totalidade nas 9 dimensões postuladas pela *String Theory*. Algo semelhante ao sistema circulatório do corpo humano: prótons seriam terminações de canais arteriais e elétrons seriam terminações de canais venosos, ambos tipos de canais transportando o fluído éter.

O próprio Albert Einsten, em um discurso proferido em 5 de Maio de 1920, na Universidade de Leyden – Holanda (ver <u>http://www.tu-harburg.de/rzt/rzt/it/Ether.html</u>) admitiu:

"... we may say that according to the general theory of relativity space is endowed with physical qualities; in this sense, therefore, there exists an ether. According to the general theory of relativity space without ether is unthinkable; for in such space there not only would be no propagation of light, but also no possibility of existence for standards of space and time (measuring-rods and clocks), nor therefore any space-time intervals in the physical sense. But this ether may not be thought of as endowed with the quality characteristic of ponderable media, as consisting of parts which may be tracked through time. The idea of motion may not be applied to it. "

No modelo atômico mais simples, um elétron movimenta-se contido em uma região definida ao redor do núcleo, o que forçosamente estabelece uma trajetória curva para o mesmo. Uma vez que a trajetória é curva, o vetor velocidade varia com o tempo, e em conseqüência o movimento é acelerado. Logo, baseado no que já discutimos em parágrafos anteriores, cada elétron de um átomo, sendo uma carga elétrica negativa em movimento acelerado, deveria irradiar uma onda eletromagnética. No entanto nunca foi detectado pela ciência qualquer tipo de irradiação eletromagnética resultante do movimento de elétrons em torno do núcleo de um átomo eletricamente neutro.

Estaria errada então a nossa premissa básica (oficialmente reconhecida, aceita e adotada) de que qualquer carga elétrica acelerada gera uma onda eletromagnética? Se nos inspirarmos em Faraday e Maxwell, não. Um átomo eletricamente neutro é aquele em que o número de sumidouros de Éter que se movimentam em

torno do núcleo (elétrons) iguala o número de fontes de Éter no núcleo (prótons). Os  $1.60 \times 10^{-19}$  Kg' de Éter que cada próton no núcleo "jorra" a cada segundo de tempo para dentro de nosso Universo tridimensional são totalmente "aspirados" de volta por cada elétron movimentando-se ao redor do núcleo. Portanto nenhuma quantidade de Éter pode "vazar" de um átomo eletricamente neutro já que todo Éter que "jorra" dos prótons no núcleo é "sugado" pelos elétrons movimentando-se ao redor do mesmo. Ou seja, um átomo eletricamente neutro é um reservatório fechado para o Éter que circula em seu interior. Ora, se Faraday e Maxwell estiverem certos, uma onda eletromagnética é uma perturbação no meio de propagação imaterial constituído pelo Éter. Como todo o Éter que flue no interior de um átomo eletricamente neutro fica nele contido, não há continuidade do meio propagação para fora do mesmo, e, portanto, qualquer perturbação ou onda no Éter no interior do átomo não consegue propagar-se para seu ambiente exterior. Daí, embora os elétrons sejam cargas elétricas aceleradas movimentando-se contidas em uma região definida ao redor do núcleo, não ocorre irradiação eletromagnética para o ambiente exterior do átomo.

<sup>&</sup>lt;sup>4</sup> Acrescentamos o qualificador "′" à unidade Kg para deixar claro que esta medida de "massa" refere-se a algo de caráter imaterial.

### PUCRS – Faculdade de Engenharia Elétrica – Departamento de Engenharia Elétrica *Antenas* por F.C.C. De Castro e P.R.G Franco

Ainda, perseguindo o nosso objetivo didático de tornar palpável à intuição física mecânica o fenômeno da irradiação eletromagnética, fenômeno básico para a compreensão do funcionamento de uma antena, é interessante investigar como seria interpretada a atração-repulsão de cargas elétricas na hipótese alegórica da existência do fluído Éter. Vimos que uma carga elétrica positiva pode ser imaginada como uma fonte de Éter e uma carga elétrica negativa pode ser imaginada como um sumidouro de Éter. Imaginemos uma fonte de um fluído gualquer, cujo "bocal" por onde jorra o fluído seja de formato esférico, fonte esta que encontra-se livremente solta e imersa no fluído. Apelando para nossa intuição mecânica somos obrigados a concluir que, devido à distribuição de forças no "bocal", a fonte estará sujeita a uma força mecânica resultante que tenderá a movê-la no sentido da maior rarefação do fluído (menor pressão interna do fluído). Se o fluído é uniformemente distribuído no espaço tridimensional, a fonte tende a ficar imóvel. Por outro lado, imaginemos um sumidouro de um fluído qualquer, cujo "bocal" por onde o fluído é sugado seja de formato esférico, sumidouro este que encontra-se livremente solto e imerso no fluído. Novamente, apelando para nossa intuição mecânica, somos obrigados a concluir que, devido à distribuição de forças no "bocal", o sumidouro estará sujeito a uma força resultante que tenderá a movê-lo no sentido da menor rarefação do fluído (maior pressão interna do fluído). Considerando que próximo ao sumidouro de um fluído a sua rarefação é maior do que próximo a uma fonte do mesmo então sumidouros devem tender a afastar-se de sumidouros, fontes devem tender a afastar-se de fontes e sumidouros devem tender a aproximar-se de fontes. Assim fica justificado de modo alegórico a razão de cargas elétricas iguais repelirem-se mutuamente enquanto cargas elétricas opostas sofrem atração mútua. Alternativamente, poderíamos justificar a alegoria baseado no fato que próximo à fonte de um fluído a sua pressão interna é maior do que próximo a um sumidouro do mesmo.

Também é interessante sob o ponto de vista didático investigar o que representa a grandeza Campo Elétrico na hipótese didático-alegórica da existência do Éter. Imaginemos uma região do espaço tridimensional onde há um fluído. Suponhamos, por exemplo, que imersos neste fluído existem uma fonte e um sumidouro do mesmo, ambos localizados em coordenadas (x, y, z) distintas e constantes, de modo que o fluído flui da fonte para o sumidouro, sendo a vazão da fonte o dobro da vazão do sumidouro em valor absoluto. Não é difícil de concluir que a velocidade de movimentação de um fluído em cada ponto p(x, y, z) é maior para aqueles pontos localizados tanto nas proximidades de uma fonte quanto nas proximidades de um sumidouro – basta lembrar-nos do fluído água escoando pelo ralo de uma pia ou cuba. Agora, consideramos momentaneamente o Campo Elétrico entre duas cargas elétricas +2q e -q, conforme mostra a Figura 1. A seguir, voltemos a imaginar a região do espaço tridimensional preenchida por fluído, onde imersos neste fluído existem uma fonte e um sumidouro. Se plotarmos o campo de velocidade deste fluído obteremos <u>o mesmo padrão vetorial da Figura 1</u>.

## PUCRS – Faculdade de Engenharia Elétrica – Departamento de Engenharia Elétrica *Antenas* Cap. I por F.C.C. De Castro e P.R.G Franco



**Figura 1:** Campo Elétrico tridimensional entre duas cargas elétricas esféricas +2q = -q, visto de um plano de corte que contém o centro das cargas. O tamanho de cada vetor representa a intensidade do Campo Elétrico na coordenada  $O_v$  em que se situa a extremidade de origem do vetor. A direção e o sentido para o qual aponta o vetor representa a direção e sentido para o qual aponta o Campo Elétrico na coordenada  $O_v$ . Se traçarmos todas as possíveis curvas orientadas<sup>5</sup> para as quais cada vetor da figura define a direção e sentido da reta orientada tangente à respectiva curva, com ponto de tangência dado pelas coordenadas  $O_v$  do respectivo vetor , então teremos desenhado o gráfico das Linhas do Campo.

Esta coincidência entre a forma do campo de velocidade e a forma do campo elétrico para a situação em questão talvez possa ser justificada pela alegoria do Éter. Se não, vejamos: Uma das relações fundamentais em Eletrostática é dada pela equação

$$\underline{F}(x, y, z) = q\underline{E}(x, y, z) \tag{1}$$

onde  $\underline{F}(x, y, z)$  é o vetor que define a força mecânica que atua sobre uma carga elétrica q localizada nas coordenadas (x, y, z) quando nesta coordenada existe um campo elétrico dado pelo vetor  $\underline{E}(x, y, z)$ . Por exemplo, suponhamos que as cargas +2q e -q na Figura 1 estejam localizadas respectivamente nas coordenadas dos pontos  $p(x_0, y_0, z_0)$  e  $p(x_1, y_1, z_1)$ . A carga +2q gera em

<sup>&</sup>lt;sup>5</sup> Uma curva é orientada quando existe definição do sentido positivo de percorrê-la (uma indicação feita com uma flecha, por exemplo).

cada ponto p(x, y, z) do espaço tridimensional um campo elétrico que aponta para fora de seu centro. Este campo elétrico  $\underline{E}$  gerado pela carga +2q estende-se até o ponto  $p(x_1, y_1, z_1)$  onde encontra-se a carga -q gerando uma força  $\underline{F}(x_1, y_1, z_1) = (-q)\underline{E}(x_1, y_1, z_1)$  sobre -q.

Façamos a análise dimensional de (1):

$$F[\mathbf{N}] = q[\mathbf{C}]E\left[\frac{\mathbf{V}}{\mathbf{m}}\right] \to F\left[\mathbf{Kg}\frac{\mathbf{m}}{\mathbf{s}^2}\right] = q[\mathbf{C}]E\left[\frac{\mathbf{V}}{\mathbf{m}}\right]$$
<sup>(2)</sup>

onde N é a unidade de força (Newton), C é a unidade de carga elétrica (Coulomb) e V/m é a unidade de Campo Elétrico (Volt/metro).

Façamos agora a análise dimensional de (1) mas substituindo a unidade de carga elétrica C pela unidade de vazão mássica de Éter Kg'/s, isto é, efetuando o mapeamento  $[C] \Rightarrow [Kg'/s]$ . Deixando em aberto a unidade dimensional do Campo Elétrico  $\underline{E}$  obtemos:

$$F\left[\mathrm{Kg}\frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}^{2}}\right] = q[\mathrm{C}]E\left[\frac{\mathrm{V}}{\mathrm{m}}\right] \to F\left[\mathrm{Kg'}\frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}^{2}}\right] = q\left[\frac{\mathrm{Kg'}}{\mathrm{s}}\right]E[?]$$
(3)

mas de (3) temos que

$$E[?] = \frac{\left[Kg'\frac{m}{s^2}\right]}{\left[\frac{Kg'}{s}\right]} = \left[\frac{m}{s}\right]$$
(4)

Portanto, na hipótese didático-alegórica da existência do fluído Éter, o Campo Elétrico  $\underline{E}(x, y, z)$  representa a **velocidade linear**  $\underline{v}(x, y, z)$  com que o Éter flui no ponto de coordenadas (x, y, z) do espaço tridimensional.

Resumindo: Ao efetuarmos o mapeamento de unidades de medida  $[C] \Rightarrow [Kg'/s]$  obtemos como resultado o mapeamento  $[V/m] \Rightarrow [m/s]$ .

Outra relação fundamental em Eletrostática é a do Campo Elétrico  $\underline{E}(x, y, z)$  gerado por uma carga elétrica q esférica e de diâmetro infinitesimal localizada em um ponto p(x, y, z) do espaço:

$$\underline{E}(x, y, z) = \frac{q}{4\pi\varepsilon r^2} \hat{\underline{r}}$$
<sup>(5)</sup>

onde r é a distância entre a carga q e o ponto p(x, y, z),  $\hat{r}$  é o vetor unitário (portanto adimensional) que define a direção e sentido do segmento de reta que une q a p(x, y, z) e  $\mathcal{E}$  é a **Permissividade Elétrica** do meio, medida em Farads (unidade de capacitância) por Metro  $\left[\frac{F}{m}\right]$ . Se fizermos a análise dimensional de (5) sob o mapeamento  $[C] \Rightarrow [Kg'/s]$ , veremos que a dimensão de  $\mathcal{E}$  é  $\left[\frac{Kg'}{m^3}\right]$ . Portanto, a **Permissividade Elétrica** é uma medida da **Densidade Volumétrica** do Éter<sup>6</sup>, o que concorda com o mecanismo descrito por (5): Supondo a carga uma fonte de Éter (carga positiva) com vazão q, tanto maior será a velocidade do fluído que se afasta sob ação da pressão resultante da vazão da fonte quanto menor for a sua densidade  $\mathcal{E}$ . Mesmo arrazoado é válido para um sumidouro de Éter (carga negativa).

# 2.2 Campo Magnético – movimento rotacional do Éter

Uma vez tendo descrito a interpretação alegórica do Campo Elétrico e da Permissividade Elétrica à luz da Teoria do Éter, passamos a investigar qual o significado do Campo Magnético.

Preliminarmente, é interessante conhecermos qual era a visão do próprio Maxwell no que diz respeito à interpretação do Campo Magnético. Maxwell postulou que as regiões do espaço tridimensional onde existe Campo Magnético nada mais são do que regiões nas quais o movimento do fluído Éter tende a um movimento em forma de vórtices (redemoinhos), conforme podemos constatar do texto abaixo extraído livro Aether and Electricity, Whittaker 1951, do \_ texto obtido em http://www.westworld.com/~srado/Evolut 1.html:

"It was therefore natural to identify the density of the medium (Aether) at any place with the magnetic permeability, and the **circumferencial velocity of the vortices with the magnetic force**.

But the objection to the proposed analogy now presents itself. Since two neighboring vortices rotate in the same direction, the particles in the circumference of one vortex must be moving in the opposite direction to the particles contiguous to them in the circumference of the other vortex; and it seems therefore, as if the motion would be discontinuous. Maxwell escaped from this difficulty by imitating a well-known mechanical arrangement.

When it is desired that two wheels should revolve in the same sense, an idle wheel is inserted between them so as to be in gear with both. The model of the electromagnetic field to which Maxwell arrived by the introduction of this device greatly resembles that proposed by Bernoulli in 1736. He supposed a layer of particles, acting as idle wheels, to be interposed between each vortex and the next, and to roll without sliding on the vortices; so that each vortex tends to make the neighboring vortices revolve in the same direction as itself. The particles were supposed to be not otherwise constrained, so that the velocity of the center of any particle would be the mean of the circumferencial velocities of the vortices between which it is placed.

On comparing the mathematical expression of this system to that which represents Oersted's discovery, (the attraction between current carrying wires), it is seen that the flux of the movable particles interposed between neighboring vortices is the analog of the electric current. "It should be noticed that in Maxwell's model the relation between electric current and magnetic force is secured by a connection which is not of a dynamical, but of purely kinematical character."

Ou talvez devamos ouvir o próprio Maxwell, conforme texto abaixo extraído do *online book* The Life of James Clerk Maxwell (ver <u>http://www.hrshowcase.com/maxwell/preface.html</u>):

"I think we have good evidence for the opinion that some phenomenon of **rotation** is going on in the magnetic field; that this rotation is performed by a great number of very small portions of matter, each rotating on its own axis, **this axis being parallel to the direction of the magnetic force**, and that the **rotations of these different vortices are made to depend on one another by means of some kind of mechanism connecting them**.

<sup>&</sup>lt;sup>6</sup> A capacitância *C* de um capacitor de placas paralelas é dada por  $C = \varepsilon A/l$ , onde *A* é a área das placas e *l* é a distância entre as mesmas. Se  $\varepsilon$  é medido em  $\left[\frac{\text{Kg}'}{\text{m}^3}\right]$  então *C* é medido em  $\left[\frac{\text{Kg}'}{\text{m}^2}\right]$ . Portanto *C* é uma medida da condensação superficial de Éter nas placas do capacitor, já que  $\left[\frac{\text{Kg}'}{\text{m}^2}\right]$  mede densidade superficial de Éter. Curioso é que o nome antigamente adotado para o dispositivo capacitor era condensador.

The attempt which I [have] made to imagine a working model of this mechanism must be taken for no more than it really is, a demonstration that mechanism may be imagined capable of producing a connection mechanically equivalent to the actual connection of the parts of the electromagnetic field. The problem of determining the mechanism required to establish a given species of connection between the motions of the parts of a system always admits of an infinite number of solutions. Of these some may be more clumsy or more complex than others, but all must satisfy the conditions of mechanism in general. The following results of the theory, however, are of higher value:

- Magnetic force is the effect of the centrifugal force of the vortices.
- *Electromagnetic induction* of currents is the effect of the forces called in to play when the velocity of the vortices is changing.
- Electromotive force arises from the stress on the connecting mechanism.
- Electric displacement arises from the elastic yielding of the connecting mechanism."

#### 2.2.1 A Força de Lorentz como um a conseqüência do movimento rotacional do Éter

Diante desta visão de Maxwell, investiguemos o significado do Campo Magnético à luz da hipótese da existência do Éter através da análise do comportamento de um sistema físico formado por uma carga elétrica +q, esférica e de diâmetro tendendo ao infinitesimal, penetrando a uma velocidade  $\underline{v}$  em uma região do espaço tridimensional onde é feito o vácuo e onde existe uma Campo Magnético  $\underline{H}$  constante e uniforme, conforme mostra a Figura 2.



**Figura 2:** Trajetória resultante (em azul claro) para uma carga elétrica positiva +q, de formato esférico e de diâmetro tendendo ao infinitesimal, penetrando a uma velocidade  $\underline{v}$  em uma região do espaço tridimensional onde é feito o vácuo e onde existe um campo magnético  $\underline{H}$  constante e uniforme. A carga entra na região com velocidade inicial  $\underline{v}$  fazendo um ângulo  $\theta$  com o campo magnético  $\underline{H}$ .

Em 1892, Hendrik Lorentz, após um criterioso estudo do sistema mostrado na Figura 2, determinou que a força  $\underline{F}$  que surge sobre + q em conseqüência de  $\underline{H}$ , denominada Força de Lorentz, a cada ponto (x, y, z) da trajetória de + q é dada por

$$\underline{F}(x, y, z) = \mu q \left[ \underline{v}(x, y, z) \times \underline{H}(x, y, z) \right]$$
<sup>(6)</sup>

onde × é o operador que denota o **Produto Vetorial**<sup>7</sup> e  $\mu$  é o escalar que representa a **Permeabilidade Magnética** do meio onde encontra-se a carga. No caso, o meio em questão é o vácuo, para o qual  $\mu = 4\pi \times 10^{-7}$  H/m, sendo H/m a unidade de indutância (Henry) distribuída por metro linear.

Uma vez tendo deixado claro quais elementos de (6) dependem das coordenadas (x, y, z), por simplicidade passamos a omiti-las na dedução que segue. Em termos da **Norma Euclidiana** (= módulo) dos vetores que definem (6), esta pode ser escrita como

$$|\underline{F}| = \mu q |\underline{v}| |\underline{H}| \operatorname{sen}(\theta)$$
<sup>(7)</sup>

onde o operador  $|\cdot|$  retorna o módulo do vetor argumento, i.e.,  $|\underline{U}| = \sqrt{\underline{U}^T \underline{U}} = \sqrt{U_x^2 + U_y^2 + U_z^2}$ , sendo  $\underline{U} = \begin{bmatrix} U_x & U_y & U_z \end{bmatrix}^T$  um vetor do espaço tridimensional  $\Re^3$ .

Sem perder generalidade, a título de simplificar nossa investigação, vamos supor que a carga +q incida na região magnetizada sob um ângulo  $\theta = 90^{\circ}$ , conforme mostram as Figuras 3 e 4.

<sup>&</sup>lt;sup>7</sup> O Produto Vetorial entre dois vetores  $\underline{A} \in \underline{B}$ , denotado por  $\underline{V} = \underline{A} \times \underline{B}$ , é um terceiro vetor  $\underline{V}$ cujo módulo  $|\underline{V}|$  é dado por  $|\underline{V}| = |\underline{A}||\underline{B}| \operatorname{sen}(\angle \{\underline{A}, \underline{B}\})$ , sendo  $\angle \{\underline{A}, \underline{B}\} < 180^\circ$  o ângulo entre os vetores  $\underline{A} \in \underline{B}$ . A direção de  $\underline{V}$  é perpendicular ao plano  $\alpha$  que contém os dois vetores  $\underline{A} \in \underline{B}$  e o sentido de  $\underline{V}$  é dado pela **regra da mão direita**. A regra da mão direita, no contexto de produto vetorial, é definida conforme segue: Desloca-se  $\underline{A} \in \underline{B}$  para um ponto O' qualquer no plano  $\alpha$ , tal que O'seja o ponto de origem comum aos dois vetores. Curva-se todos os dedos da mão direita em um semicírculo que intercepta em ângulo reto as direções de  $\underline{A} \in \underline{B}$ , exceto o polegar que deverá ser mantido reto e paralelo à direção de  $\underline{V}$  tal que intercepte em ângulo reto o plano  $\alpha$  no ponto O'. Se girarmos os dedos que formam o semicírculo em torno do eixo de rotação definido pelo polegar tal que as pontas dos dedos intercepte a direção de  $\underline{A}$  e **após** intercepte a direção de  $\underline{B}$ , então o sentido do polegar define o sentido de  $\underline{V} = \underline{A} \times \underline{B}$ .



 $\underline{H}$  (p/ fora do plano da página)

**Figura 4:** Vista de topo da Figura 2 para  $\theta = 90^{\circ}$ . Para esta situação, de acordo com a Equação (7),  $|\underline{F}| = \mu q |\underline{v}| |\underline{H}|$ .

Observamos na Figura 4 que a carga +q, movendo-se no vácuo absoluto em uma trajetória retilínea com uma velocidade constante  $\underline{v}$ , ao penetrar na região onde existe  $\underline{H} \neq \underline{0}$ , passa a sofrer a ação de uma força  $\underline{F}$  que faz com que a carga +q mova-se então em uma trajetória circular de raio R e em sentido horário.

Note de (6) que a força  $\underline{F}$  não depende de qualquer massa material ou de qualquer efeito de inércia mecânica, tendo sido originada apenas quando a carga +q adentrou uma região do espaço  $\Re^3$  onde ocorre  $\underline{H} \neq \underline{0}$  constante e uniforme. Note também de (6) que se a carga q é negativa, então  $\underline{F}$  tem seu sentido invertido e a carga -q move-se em uma trajetória circular de raio R mas em sentido anti-horário.

Na hipótese de a carga +q estar contida em um corpúsculo material de massa m, fato que é totalmente irrelevante para o surgimento da Força de Lorentz dada por (6), o corpúsculo de massa m que contém a carga +q também fica submetido a uma Força de Lorentz como consequência da carga nele contida em movimento através de um campo magnético  $\underline{H} \neq \underline{0}$ . Mas qualquer corpo de massa m movendo-se em uma trajetória circular de raio R fica sujeito a uma Força Centrípeta  $\underline{F_c}$  cuja direção e sentido aponta para o centro da trajetória e cuja intensidade é  $|F_c| = m |a_c|$ , sendo

$$\left|\underline{a_{c}}\right| = \frac{\left|\underline{v}\right|^{2}}{R}$$
 o módulo da Aceleração Centrípeta  $\underline{a_{c}}$ , de mesmo sentido e direção que  $\underline{F_{c}}$ .

A Força de Lorentz é gerada independentemente de qualquer efeito de inércia mecânica na massa m do corpúsculo, mas, em havendo massa, esta fica sujeita às leis da inércia mecânica e, portanto, o corpúsculo com carga q fica sujeito à Força Centrípeta. Por outro lado, a Força Centrípeta é gerada independentemente de qualquer efeito eletromagnético na carga q sendo regida apenas pelas leis da inércia que controlam a dinâmica de um corpúsculo de massa m em movimento circular, mas, em havendo carga no corpúsculo, esta fica sujeita ao mecanismo eletromagnético gerador da Força de Lorentz e, portanto, o corpúsculo com massa m fica sujeito à Força de Lorentz.

Portanto, a força, aliás <u>única</u>, à qual fica submetido o corpúsculo com massa m e carga q resulta de duas causas distintas – uma de natureza eletromagnética e outra de natureza inercial-material. Mas, para que as leis que regem as duas naturezas superpostas no sistema físico em questão – uma eletromagnética e outra inercial-material – possam ser simultaneamente obedecidas, a força originada pelo mecanismo eletromagnético necessariamente deve ser idêntica à força originada pelo mecanismo inercial-material. Portanto módulo, direção e sentido da Força de Lorentz igualam o módulo, direção e sentido da Força Centrípeta. Em conseqüência, o sistema físico mostrado nas Figuras 3 e 4 permite escrever:

$$\mu q |\underline{v}| |\underline{H}| = \frac{m |\underline{v}|^2}{R}$$
(8)

Em outras palavras, para que as leis que regem o sistema mostrado nas Figuras 3 e 4 possam ser obedecidas, leis estas que são de natureza dupla e superpostas (eletromagnética por um lado e simultaneamente inercial-material por outro lado), o sistema deve ajustar-se de modo que (8) seja atendida.

O único parâmetro livre deste sistema é o raio R da órbita circular do corpúsculo em torno do centro, visto que os demais parâmetros não constituem variáveis ajustáveis:

- $\mu$  : Constante porque é característica do meio (vácuo absoluto).
- *m* : Constante porque é característica do corpúsculo.
- *q* : Constante porque é característica do corpúsculo.
- <u>*H*</u>: Constante e uniforme (suponha que <u>*H*</u> seja gerado no entreferro de um eletroímã toroidal cujo *gap* no entreferro seja de dimensão desprezível em comparação ao diâmetro da seção circular do material magnético).

•  $|\underline{v}|$ : Constante porque o corpúsculo move-se no vácuo absoluto e, portanto, não existem forças de atrito que possam reduzir a sua Energia Cinética. Além disto, assume-se não haver nesta região do espaço nenhum outro campo capaz de alterar v.

Assim, de (8), para que possam ser obedecidas as naturezas, eletromagnética por um lado e simultaneamente inercial-material por outro lado, intrínsecas ao sistema das Figuras 3 e 4, o raio R da órbita circular do corpúsculo é "automaticamente" ajustado no valor

$$R = \frac{m |\underline{v}|}{\mu q |\underline{H}|} \tag{9}$$

De que maneira as observações experimentais vistas nos parágrafos anteriores (e comprovadas pela ciência oficial) se encaixam na visão de Maxwell de que regiões do espaço tridimensional onde há campo magnético constituem regiões onde ocorre tendência à vorticidade (redemoinhos) no movimento do fluído Éter? Em outras palavras, qual seria o mecanismo gerador da Força de Lorentz? Acompanhemos o raciocínio apresentado nos parágrafos que seguem.

Seguindo a intuição de Maxwell, vamos substituir na Figura 4 cada vetor que representa o campo  $\underline{H}$  (apontando para fora do plano da página) por um pequeno vórtice (redemoinho) de Éter girando em um sentido que obedece a convenção da **regra da mão direita**: Se alinharmos o polegar da mão direita com o sentido de  $\underline{H}$  e curvarmos os demais dedos em um semicírculo tal que o polegar seja o eixo de rotação do semicírculo formado, o sentido de rotação indicado pelos demais dedos define o sentido de rotação do vórtice de Éter (círculos vermelhos na Figura 5):



**Figura 5:** Vista de topo da Figura 2 para  $\theta = 90^{\circ}$ , associando o campo <u>H</u> à vórtices de Éter, conforme sugerido por Maxwell.

Discutimos em parágrafos anteriores que um sumidouro de um fluído é sujeito a uma força resultante que tende a movê-lo no sentido de menor rarefação (maior pressão) do fluído e que uma fonte é sujeita a uma força resultante que tende a movê-la no sentido de maior rarefação (menor pressão) do fluído. A carga + q da Figura 5 é uma carga positiva, e, portanto, pode ser imaginada como uma fonte do fluído Éter. Quando ela adentra a região onde existe  $H \neq 0$ , toda vez que a sua trajetória intercepta o contorno

externo de um vórtice de Éter (círculos vermelhos na Figura 5) ela é desviada para a direita visto que, devido ao sentido anti-horário de giro do vórtice (definido pelo sentido de  $\underline{H}$  apontando para fora da página), a fonte de Éter (i.e., a carga + q) estará sujeita a uma maior pressão de Éter em seu lado esquerdo e a uma menor pressão em seu lado direito. Desta maneira, à medida que são interceptados sucessivos contornos externos de vórtices, a carga + q tende a movimentar-se em uma trajetória circular no sentido horário. Se a carga for negativa, sempre que a sua trajetória interceptar o contorno externo de um vórtice ela será desviada para a esquerda visto que um sumidouro de Éter (i.e., uma carga - q), para o sentido anti-horário de giro dos vórtices da Figura 5, estará sujeito a uma maior pressão de Éter em seu lado esquerdo e a uma menor pressão em seu lado direito. Desta maneira, para o sentido de giro dos vórtices da Figura 5, uma carga - q movimenta-se em uma trajetória circular no sentido anti-horário.

Seria oportuno questionar, sempre mantendo em mente que estamos analisando um modelo alegórico com fins apenas didáticos, qual seria o diâmetro dos vórtices de um campo puramente magnético  $\underline{H}$  (ausência total de campo elétrico), sendo  $\underline{H}$  constante e uniforme como na Figura 5? Com base na Equação (9), arriscaríamos a seguinte aproximação: uma vez que o Éter é imaterial  $m \to 0$  em (9), pelo que resulta  $R \to 0$ , isto é, raio infinitesimal. Nesta situação  $|\underline{y}|$  poderia ser interpretado como a velocidade tangencial do Éter no contorno externo do vórtice de raio infinitesimal e q como a "massa" de Éter movimentada por unidade de tempo como conseqüência do giro do vórtice. Assim, se (9) for aplicável para esta situação, podemos inferir que o diâmetro dos vórtices é muito pequeno, porque (9) foi experimentalmente testada e validada pela ciência oficial para corpúsculos tão pequenos quanto um elétron.

#### 2.2.2 A distribuição de torque mecânico no fluído Éter

Mas, qual seria a unidade de medida de  $\underline{H}$ , se  $\underline{H}$  estiver associado a vórtices no movimento do Éter, conforme sugeriu Maxwell? Fazendo a análise dimensional de (6), mas mapeando a unidade de carga elétrica C na unidade de vazão mássica de Éter Kg'/s e deixando em aberto a unidade dimensional do campo magnético  $\underline{H}$ , temos

$$\underline{F}\left[\mathbf{N}\right] = \mu \left[\frac{\mathbf{H}}{\mathbf{m}}\right] q \left[\frac{\mathbf{K}\mathbf{g}'}{\mathbf{s}}\right] \underline{\nu} \left[\frac{\mathbf{m}}{\mathbf{s}}\right] \underline{H}\left[?\right]$$
(10)

Vimos na Seção 2.1 que a unidade de medida de Campo Elétrico  $\left[\frac{V}{m}\right]$  é mapeada na unidade de velocidade  $\left[\frac{m}{s}\right]$  sob o mapeamento  $[C] \Rightarrow [Kg'/s]$ . Logo, em função disto, a unidade [V] de tensão

*V* é mapeada na unidade  $[m]\left[\frac{m}{s}\right] = \left[\frac{m^2}{s}\right]$  sob  $[C] \Rightarrow [Kg'/s]$ . Da Teoria de Circuitos temos que

indutância L, medida em Henrys [H], relaciona-se com tensão V, corrente I e carga q através de

$$V[V] = L[H] \frac{dI[A]}{dt[s]} \xrightarrow{I = dq/dt} V[V] = L[H] \frac{dq[C]}{dt^2[s^2]}$$
(11)

Aplicando o mapeamento  $[C] \Rightarrow [Kg'/s]$  em (11) e a substituindo a unidade de tensão [V] por  $\left[\frac{m^2}{s}\right]$ , temos:

PUCRS - Faculdade de Engenharia Elétrica - Departamento de Engenharia Elétrica Cap. I Antenas por F.C.C. De Castro e P.R.G Franco

$$V\left[\frac{\mathrm{m}^{2}}{\mathrm{s}}\right] = L[?]\frac{dq\left[\frac{\mathrm{Kg'}}{\mathrm{s}}\right]}{dt^{2}[\mathrm{s}^{2}]}$$
(12)

De (12)

$$L[?] = \left[\frac{m^2}{s}\right] \frac{\left[s^2\right]}{\left[\frac{Kg'}{s}\right]} = \left[\frac{m^2s^2}{Kg'}\right]$$
(13)

Portanto a unidade de medida de indutância Henry [H] é mapeada na unidade  $\left| \frac{m^2 s^2}{Kg'} \right|$ . Substituindo este resultado em (10), temos:

$$\underline{F}\left[\mathrm{Kg'}\frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}^{2}}\right] = \mu \left[\frac{\mathrm{m}\,\mathrm{s}^{2}}{\mathrm{Kg'}}\right] q \left[\frac{\mathrm{Kg'}}{\mathrm{s}}\right] \underline{\nu} \left[\frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}}\right] \underline{H}\left[?\right]$$
(14)

E de (14) temos

$$\underline{H}[?] = \frac{\left[\mathrm{Kg}'\frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}^{2}}\right]}{\left[\frac{\mathrm{m}\,\mathrm{s}^{2}}{\mathrm{Kg}'}\right]\left[\frac{\mathrm{Kg}'}{\mathrm{s}}\right]\left[\frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}}\right]} = \left[\frac{\mathrm{Kg}'}{\mathrm{m}\,\mathrm{s}^{2}}\right]$$
(15)

que pode ser interpretada como sendo uma unidade de Densidade Volumétrica de Torque **Mecânico**  $\tau(x, y, z)$  aplicado sobre um volume  $\Omega$  de um fluído, sendo a rotação do volume  $\Omega$  como um todo uma conseqüência do torque médio total T a ele aplicado, conforme será visto nos parárafos que seguem.

Consideremos a Figura 6, na qual é mostrado um volume  $\Omega$  de um fluído sujeito em cada ponto p(x, y, z) a um torque  $\underline{F}(x, y, z) \times \underline{r}(x, y, z)$ . O volume é assumido de forma esférica não só por simplicidade de representação como também por ser a forma geométrica que, em termos de aproximação, mais se identifica com a de um vórtice em um fluído isotrópico<sup>8</sup>.

<sup>&</sup>lt;sup>8</sup> Fluído Isotrópico: Fluído com propriedades mecânicas idênticas em todas as coordenadas e direções do espaço por ele ocupado.



PUCRS - Faculdade de Engenharia Elétrica - Departamento de Engenharia Elétrica Cap. I

Figura 6: Região esférica de volume  $\Omega$  em um fluído, sujeita em cada ponto p(x, y, z) a um torque  $\underline{F}(x, y, z) \times \underline{r}(x, y, z)$ . É mostrado na figura o torque aplicado aos pontos  $p(x_0, y_0, z_0)$  e  $p(x_1, y_1, z_1)$ . A rotação do volume  $\Omega$  é uma conseqüência do torque médio total <u>T</u> a ele aplicado, resultante da soma de todas as contribuições de torque  $\underline{F}(x, y, z) \times \underline{r}(x, y, z)$  em cada ponto p(x, y, z)

Observe que o movimento rotacional do volume  $\Omega$  é condicionado não só pela distribuição de torque  $F(x, y, z) \times r(x, y, z)$  aplicado sobre  $\Omega$  como também é condicionado pelo grau da suscetibilidade à torção do fluído. Ao aplicarmos torque mecânico com uma dada distribuição sobre um volume de fluído, o fluído sofrerá em cada ponto do volume em questão um deslocamento angular ou torção como conseqüência da distribuição de torque aplicada. Se as propriedades mecânicas do fluído que infuenciam no seu grau da suscetibilidade à torção, em especial a viscosidade e a elasticidade torcional do fluído, forem tais que as forças que reagem à distribuição de torque são superadas, então o fluído entra em movimento rotacional por ação da distribuição de torque aplicado.

Note que se dividirmos o valor do torque  $\underline{F}(x, y, z) \times \underline{r}(x, y, z)$  em cada ponto p(x, y, z) pelo valor do volume total  $\Omega$  (ver Figura 6) obteremos a densidade volumétrica de torque  $\tau(x, y, z)$  em cada ponto p(x, y, z) de  $\Omega$ , isto é,  $\underline{\tau}(x, y, z) = \frac{1}{\Omega} [\underline{F}(x, y, z) \times \underline{r}(x, y, z)].$ 

Uma vez que o torque médio total  $\underline{T}$  aplicado a  $\Omega$  é resultante da soma de todas as contribuições de torque  $F(x, y, z) \times r(x, y, z)$  em cada ponto p(x, y, z), então podemos expressar T em função da distribuição de densidade volumétrica de torque  $\underline{\tau}(x, y, z) = \frac{1}{\Omega} [\underline{F}(x, y, z) \times \underline{r}(x, y, z)]$ , conforme a Equação (16):

PUCRS - Faculdade de Engenharia Elétrica - Departamento de Engenharia Elétrica Cap. I Antenas por F.C.C. De Castro e P.R.G Franco

$$\underline{\mathbf{T}} = \iiint_{\Omega} \underline{\underline{\tau}} \, d\Omega = \iiint_{\Omega} \underline{\underline{\tau}}(x, y, z) \, dx \, dy \, dz = \frac{1}{\Omega} \iiint_{\Omega} [\underline{F}(x, y, z) \times \underline{\underline{r}}(x, y, z)] \, dx \, dy \, dz \tag{16}$$

Se as forças que reagem à distribuição de densidade de torque  $\underline{\tau}(x, y, z)$  são superadas – forças de reação puntuais dependentes das propriedades do fluído que influenciam no seu grau de suscetibilidade à torção – então o volume  $\Omega$  do fluído entra em movimento rotacional em torno do eixo definido por T como consequência da distribuição de densidade de torque aplicado.

Note ainda que a unidade dimensional de  $\tau(x, y, z)$  é

$$\underline{\tau}(x, y, z) = \frac{1}{\Omega[m^3]} \left[ \underline{F}(x, y, z) \left[ \frac{Kg m}{s^2} \right] \times \underline{r}(x, y, z) [m] \right] \left[ \frac{Kg}{m s^2} \right]$$
(17)

que é idêntica à unidade dimensional de <u>H</u>, obtida quando substitui-se a unidade de carga elétrica C pela unidade de vazão mássica de Éter Kg'/s (mapeamento  $[C] \Rightarrow [Kg'/s]$ ), conforme podemos constatar comparando (15) e (17).

Neste contexto, H representa a densidade volumétrica de torque em um vórtice de Éter, mas não representa especificamente o movimento de rotação do vórtice. Em outras palavras, embora  $\underline{H}$  seja a causa da rotação do vórtice, <u>H</u> não representa o movimento de rotação em si. No entanto, conforme veremos, a densidade volumétrica de torque  $\underline{H}$  (distribuição volumétrica de torque  $\underline{H}$ ) implicitamente subentende movimento rotacional de Éter no exterior imediato ao vórtice.

#### 2.2.3 A formação de vorticidade no fluído Éter

Então, se a intuição de Maxwell estiver correta, qual grandeza seria especificamente associada ao movimento de rotação de um vórtice, uma vez que  $\underline{H}$  não representa explicitamente rotação, mas sim torque? Para responder a esta questão, note primeiramente que a unidade  $\left| \frac{\text{Kg}'}{\text{m s}^2} \right|$  de Permeabilidade Magnética  $\mu$  é a unidade  $\left[\frac{m s^2}{Kg'}\right]$  inversa de  $\underline{H}$ . Recordemos da Teoria Eletromagnética que há uma

grandeza eletromagnética fundamental denominada Densidade de Fluxo Magnético, denotada por <u>B</u>, a

qual relaciona-se com H através da relação:

$$\underline{B} = \mu \, \underline{H} \tag{18}$$

Ao fazermos a análise dimensional de (18) obtemos um resultado aparentemente estranho: B seria uma grandeza adimensional, já que  $\mu$  é medido em  $\left[\frac{m s^2}{Kg'}\right]$  e  $\underline{H}$  é medido em  $\left[\frac{Kg'}{m s^2}\right]$ . No entanto, o fato de B ser uma grandeza adimensional, não implica que  $\underline{B}$  não tenha significado físico. Por exemplo, consideremos a velocidade de giro de um motor de automóvel, a qual é medida em [rpm] (rotações por minuto) ou também em [rps] (rotações por segundo). Especificamente, a unidade dimensional da velocidade de giro é  $\left| \frac{1}{s} \right|$  porque **rotação** é, por definição, um fenômeno físico medido por unidades angulares adimensionais: rotações, radianos, graus, etc... Mas, ao sermos específicos medindo a velocidade do motor apenas em  $\left|\frac{1}{s}\right|$  estaremos descartando o poder descritivo das unidades

**[rpm]** ou **[rps]** porque estas nos dão uma idéia intuitiva de qual fenômeno (no caso, rotação do eixo do motor) ocorre por unidade de tempo [s]. Em outras palavras, unidades de medida como **rotações**, **radianos**, **steroradianos**, embora adimensionais, são largamente utilizadas porque caracterizam a forma geométrica do fenômeno ou ação subentendidos na equação à qual estas unidades encontram-se associadas.

Assim, não é absurdo suspeitar que  $\underline{B}$  possua uma **unidade adimensional que caracterize a forma geométrica do fenômeno ou ação subentendidos**. Esta unidade não ficou evidenciada na análise dimensional realizada em (18) porque estamos obtendo as unidades de  $\underline{B}$  e  $\underline{H}$  baseados apenas na simples e específica substituição da unidade de carga elétrica C pela unidade de vazão mássica de Éter Kg'/s em equações do eletromagnetismo clássico. Estas unidades são estritamente **dimensionais** e, portanto, não podem ser decompostas em unidades **adimensionais**, e nem sintetizar as possíveis unidades **adimensionais** envolvidas.

Portanto, somente com estes elementos não temos condição de identificar eventuais unidades adimensionais associadas à  $\underline{B}$  e que possam auxiliar na interpretação da forma geométrica do fenômeno ou ação subentendidos em (18). Para que possamos inferir a interpretação de  $\underline{B}$  é necessário investigar a situação sob um ponto de vista não estático, mas sim dinâmico-temporal. Para este fim, será necessário antecipar o conceito de **Rotacional de um Campo de Velocidade**, a ser visto na Seção 3, assim como também será necessário interpretar à luz da Teoria do Éter a Equação de Maxwell em Rotacional do Campo Elétrico<sup>9</sup>.

Se consultarmos o desenvolvimento mostrado na Seção 3 veremos que o Rotacional do Campo de Velocidade de um fluído é o vetor definido pelo produto vetorial  $\nabla \times v$ , onde

- *y* é o vetor velocidade do fluído em cada ponto p(x, y, z) do espaço  $\Re^3$ ,
- $\underline{\nabla}$  é a operador vetorial definido como  $\underline{\nabla} = \frac{\partial}{\partial x}\hat{\underline{x}} + \frac{\partial}{\partial y}\hat{\underline{y}} + \frac{\partial}{\partial z}\hat{\underline{z}}$ , denominado Operador Nabla.
- $\frac{\hat{x}}{\hat{y}}$ ,  $\frac{\hat{y}}{\hat{z}}$  e  $\frac{\hat{z}}{\hat{z}}$  são os vetores unitários que definem direção e sentido dos eixos cartesianos do espaço  $\Re^3$ .

Na Seção 3 (ver Equação (32)), é mostrado que o vetor  $\underline{\nabla} \times \underline{v}(x_0, y_0, z_0)$  mede a velocidade de rotação de um volume infinitesimal dV de um fluído, medida em [rps], no ponto  $p(x_0, y_0, z_0)$  da região do espaço  $\Re^3$  onde encontra-se definido o campo de velocidade  $\underline{v}(x, y, z)$  do fluído. O vetor  $\underline{\nabla} \times \underline{v}(x_0, y_0, z_0)$  alinha-se com o eixo de rotação do volume infinitesimal dV, sendo a velocidade de rotação dada pelo módulo de  $\underline{\nabla} \times \underline{v}(x_0, y_0, z_0)$ . Se dividirmos  $\underline{\nabla} \times \underline{v}(x_0, y_0, z_0)$  pelo volume dV, então o vetor  $\underline{\nabla} \times \underline{v}(x_0, y_0, z_0)$  normalizado por dV pode ser interpretado como a densidade volumétrica de velocidade de rotação de um fluído no ponto  $p(x_0, y_0, z_0)$ , medida em [rps/m<sup>3</sup>].

<sup>&</sup>lt;sup>9</sup> Uma discussão formal mas ao mesmo tempo simples das Equações de Maxwell pode ser encontrada em Seshadri, *Fundamentals of Transmission Lines and Electromagnetic Fields*, Addison-Wesley, 1971.

Continuando nossa investigação sobre qual grandeza é associada ao movimento de rotação de um vórtice de Éter, Maxwell, ainda em 1860, postulou que

$$\underline{\nabla} \times \underline{E}(x, y, z) = -\frac{\partial \underline{B}(x, y, z)}{\partial t}$$
(19)

onde t é a unidade de tempo [S].

Conforme já discutimos na Seção 2.1,  $\underline{E}(x, y, z)$  pode ser interpretado alegoricamente como o campo de velocidade do fluído Éter. Se isto for verdadeiro, com base em (32), o termo à esquerda de (19) representa a velocidade de rotação de um volume infinitesimal dV de Éter, medida em [rps], no ponto p(x, y, z) do espaço  $\Re^3$  onde situa-se o centro do volume dV.

Embora não seja explicitado em (19), temos a total liberdade de dividir os termos à esquerda e à direita de (19) por dV, o que absolutamente não altera a sua validade. Esta normalização é transparente ao processo físico por detrás da descrição matemática efetuada por (19), e, assim, podemos assumir que (19) é originalmente normalizada por dV, mas esta normalização não ficou explícita porque foi cancelada nos termos à esquerda e à direita.

Nesta situação, (19) passa a representar **densidade volumétrica de movimento (velocidade) de rotação de Éter**, medida neste caso em [rpS/m<sup>3</sup>]. Portanto, o termo  $\frac{\partial \underline{B}(x, y, z)}{\partial t}$  à direita de (19) também passa a representar a **densidade volumétrica de velocidade de rotação de Éter**, tendo [rpS/m<sup>3</sup>] como unidade de medida.

Uma vez que o denominador do termo  $\frac{\partial \underline{B}(x, y, z)}{\partial t}$  tem tempo [s] como unidade de medida, por  $\frac{\partial B(x, y, z)}{\partial B(x, y, z)}$ 

coerência das unidades, o numerador de  $\frac{\partial \underline{B}(x, y, z)}{\partial t}$  obrigatoriamente deve ter como unidade deslocamento angular por unidade de volume (torção por unidade de volume).

Em função do exposto e com o auxílio de (18), podemos inferir que  $\underline{H}$  representa a **densidade** volumétrica de torque aplicada ao Éter contido no interior do volume dV de um vórtice enquanto  $\underline{B}$  representa a densidade volumétrica de deslocamento angular (torção) do Éter contido no interior de dV, torção que é gerada proporcionalmente à distribuição de torque  $\underline{H}$ , sendo a proporcionalidade definida pela suscetibilidade à torção  $\mu$  (Permeabilidade Magnética) do fluído Éter.

Na realidade, a distribuição de torque  $\underline{H}(x_0, y_0, z_0)$  aplicado ao Éter no interior de um volume infinitesimal dV com centro em um ponto  $p(x_0, y_0, z_0)$  <u>sempre</u> é gerado por movimento rotacional<sup>10</sup> de Éter na região exterior imediata ao volume dV. Desta maneira, o campo magnético  $\underline{H}(x_0, y_0, z_0)$ 

<sup>&</sup>lt;sup>10</sup> Veremos na Seção 2.2.5 que o campo magnético  $\underline{H}(x_0, y_0, z_0)$  em um ponto  $p(x_0, y_0, z_0)$  é gerado por movimento rotacional de Éter no **exterior imediato** de um vórtice de Éter de volume dV com centro em  $p(x_0, y_0, z_0)$ . Não existe outra maneira de ser gerado um campo magnético  $\underline{H}$  exceto por movimento rotacional de Éter, isto é, por vorticidade no campo de velocidade linear  $\underline{E}$  do Éter (campo elétrico). Este é o motivo de o campo magnético  $\underline{H}$  não possuir fontes e/ou sumidouros, ao contrário do campo elétrico  $\underline{E}$  cujas fontes/sumidouros são cargas elétricas positivas/negativas.

em um ponto  $p(x_0, y_0, z_0)$  implicitamente subentende movimento rotacional de Éter no exterior imediato ao volume dV como **causa** do torque aplicado ao Éter no interior de dV.

Especificamente, para uma velocidade de rotação  $d\theta/dt$  do Éter em torno do exterior imediato ao volume dV é gerado uma distribuição de torque  $\underline{H}(x_0, y_0, z_0)$  sobre o Éter no interior de dV devido ao atrito dinâmico entre as duas camadas concêntricas – a interna e a externa a dV. Em consequência do torque gerado pelo atrito dinâmico, para um deslocamento angular  $d\theta$  de Éter no exterior do volume dV, em um intervalo de tempo dt é gerado um deslocamento angular (torção)  $\underline{B}(x_0, y_0, z_0)$  do Éter no interior de dV proporcional à distribuição de torque  $\underline{H}(x_0, y_0, z_0)$  aplicado, sendo o grau de proporcionalidade dado pelo grau da suscetibilidade à torção  $\mu$  (Permeabilidade Magnética) do fluído Éter.

Assim, podemos sumarizar:

- $\underline{H}$  representa a densidade volumétrica de torque aplicada ao Éter contido no interior de um vórtice de volume dV, resultante do atrito dinâmico causado pela rotação do Éter a uma velocidade  $d\theta/dt$  em torno do exterior imediato ao volume dV do vórtice.
- $\underline{B}$  representa a densidade volumétrica de deslocamento angular (torção) do Éter contido no interior do vórtice resultante da distribuição de torque  $\underline{H}$  aplicada durante um intervalo dt, sendo dt o intervalo de tempo de um deslocamento angular  $d\theta$  do Éter no exterior imediato ao volume dV. O módulo do deslocamento angular  $\underline{B}$  é proporcional ao módulo do torque  $\underline{H}$  aplicado durante dt, sendo a proporcionalidade definida pela suscetibilidade à torção  $\mu$  (Permeabilidade Magnética) do fluído Éter. A direção do vetor  $\underline{B}$  é perpendicular ao plano de maior torção do fluído interno ao vórtice, o qual corresponde ao plano de maior velocidade de rotação do fluído externo ao vórtice.
- O grau ou coeficiente de suscetibilidade à torção  $\mu$ , isto é, a Permeabilidade Magnética, é o parâmetro que representa a combinação de efeitos resultantes de propriedades mecânicas do fluído Éter que influenciam na sua tendência à vorticidade. Embora não se saiba exatamente quais propriedades mecânicas estejam envolvidas no processo de vorticidade, porque não se sabe do que é "constituído" o fluído imaterial denominado Éter, muito provavelmente propriedades análogas às propriedades mecânicas de fluídos materiais como elasticidade torcional, compressibilidade, densidade e viscosidade devem estar envolvidas.

Observe que o processo físico por detrás da descrição matemática efetuada por (18) não tem o seu caráter temporal explicitado. De fato, (18) apenas postula que um deslocamento angular  $\underline{B}$  resulta de um torque  $\underline{H}$  aplicado. No entanto, fica implícito em (18):  $\underline{H}$  é originado pelo atrito dinâmico gerado por uma rotação  $d\theta$  durante dt [s]  $\Rightarrow$  Logo o deslocamento angular  $\underline{B}$  ocorrido em dt [s] resulta do torque  $\underline{H}$  aplicado durante dt [s]. E, sendo assim, também fica implícita a normalização de (19) pela unidade de tempo.

Mas, qual o significado do sinal negativo no termo à direita de (19)? Consideremos a Figura 7:

## PUCRS – Faculdade de Engenharia Elétrica – Departamento de Engenharia Elétrica *Antenas* por F.C.C. De Castro e P.R.G Franco



**Figura 7**: Processo de surgimento de vorticidade para um fluído em movimento contido em determinado ambiente. (a) Estratificação do campo de velocidade linear, possivelmente devido às condições de contorno geométricas do ambiente que contém o fluído em movimento e da variação temporal do campo de velocidade. (b) Ponto de vista de um observador O, localizado no centro geométrico do vórtice ainda a ser formado, com relação à situação mostrada em (a). (c) Formação inicial do vórtice em conseqüência das velocidades contrárias nos estratos adjacentes. (d) Processo de desenvolvimento do vórtice, o qual depende de certas propriedades mecânicas do fluído: elasticidade torcional, compressibilidade, densidade (concentração volumétrica) e viscosidade (força média de atrito entre as partículas constituintes do fluído), por exemplo. (e) Maturação do vórtice. Nesta fase o fluído tende a rarefazer-se no centro p(x, y, z) do vórtice por ação da força centrífuga resultante da rotação, a qual impele o fluído para fora do vórtice. Portanto, além do movimento circular, ocorre movimento linear do fluído na direção radial a partir do centro em p(x, y, z). (f) Movimento em espiral resultante da composição dos movimentos circular e linear mostrado em (e).

A Figura 7 descreve o surgimento de vorticidade em um fluído em movimento, fluído este que pode ser, por exemplo, água movimentando-se em direção ao bocal da mangueira de sucção mergulhada no fundo de uma piscina ou Éter movimentando-se em direção de uma carga elétrica negativa. A Figura 7(a) mostra que qualquer movimento relativo entre estratos ou camadas em uma determinada região de um fluído isotrópico pode gerar turbulência local. Um vez que deve haver continuidade no campo de velocidade, é razoável admitir que a velocidade média  $v_o$  do fluído na superfície laminar que separa os estratos 1 e 2 seja a média das velocidades entre os dois estratos. Portanto, um observador O que mova-se ao longo da superfície de separação com velocidade  $v_o$  "enxerga" o movimento do fluído conforme Figura 7(b). Este movimento relativo do fluído com relação ao observador O pode gerar uma distribuição de torque tal que seja induzido movimento rotacional do fluído, tais como elasticidade torcional, compressibilidade, densidade, e viscosidade, o movimento rotacional pode evoluir para o desenvolvimento de um vórtice local, conforme mostra a Figura 7(d). Embora a Figura 7 mostre a formação de um vórtice em duas dimensões, o processo é idêntico para a formação de um vórtice tridimensional como o mostrado na Figura 6.

Simultaneamente com a formação do vórtice, ocorre uma tendência de movimento centrífugo<sup>11</sup> do fluído como conseqüência de seu movimento circular no vórtice, conforme mostra a Figura 7 (f). Portanto, o fluído tende a movimentar-se não somente de modo circular como também simultaneamente de modo radial, afastando-se do centro p(x, y, z) do vórtice, conforme mostra a Figura 7 (e).

Daí decorre, portanto, a interpretação do sinal negativo em (19), se assumirmos como válida a normalização de (18) e (19) pela unidade de tempo:

- Ao ocorrer uma variação no sentido do **aumento** da densidade volumétrica de velocidade de rotação de Éter  $\underline{\nabla} \times \underline{E}(x_0, y_0, z_0)$  no exterior imediato ao volume dV do vórtice com centro em  $p(x_0, y_0, z_0)$ , ocorrerá um **aumento** simultâneo da velocidade de rotação no interior de dV devido ao atrito dinâmico. Em consequência, ocorrerá uma gradual **redução** da densidade volumétrica de velocidade angular  $\underline{B}(x_0, y_0, z_0)$  de Éter no interior de dV porque o Éter tende a fluir em movimento centrífugo através das "paredes" do "reservatório" formado por dV sob razão de **evasão**  $\frac{\partial \underline{B}(x_0, y_0, z_0)}{\partial t}$ . Especificamente, se o Éter evade do vórtice então diminui a quantidade de Éter que gira dentro do vórtice e, portanto, diminui a densidade volumétrica de velocidade angular  $\underline{B}(x_0, y_0, z_0)$  de Éter no interior de dV.
- Ao ocorrer uma variação no sentido da redução da densidade volumétrica de velocidade de rotação de Éter <u>∇</u>×<u>E</u>(x<sub>0</sub>, y<sub>0</sub>, z<sub>0</sub>) no exterior imediato ao volume dV do vórtice com centro em p(x<sub>0</sub>, y<sub>0</sub>, z<sub>0</sub>), ocorrerá uma redução simultânea da velocidade de rotação no interior de dV devido ao atrito dinâmico. Em conseqüência, ocorrerá um gradual aumento da densidade volumétrica de velocidade angular <u>B</u>(x<sub>0</sub>, y<sub>0</sub>, z<sub>0</sub>) de Éter no interior de dV porque o Éter tende a fluir em movimento centrípeto<sup>12</sup> através das "paredes" do "reservatório" formado por dV sob razão de invasão <u>∂<u>B</u>(x<sub>0</sub>, y<sub>0</sub>, z<sub>0</sub>) / ∂t. Especificamente, se o Éter invade o vórtice então aumenta a quantidade de Éter que gira dentro do vórtice e, portanto, aumenta a densidade volumétrica de velocidade angular <u>B</u>(x<sub>0</sub>, y<sub>0</sub>, z<sub>0</sub>) de Éter no interior de dV.
  </u>
- O fluir de Éter através das "paredes" do "reservatório" formado pelo volume dV do vórtice, seja o fluir um processo de evasão ou invasão do "reservatório", terminará quando as forças radiais originadas pelo movimento circular atinjam o equilíbrio dinâmico com as forças externas ao vórtice,

<sup>&</sup>lt;sup>11</sup> Centrífugo: Em direção contrária ao centro de rotação.

<sup>&</sup>lt;sup>12</sup> Centrípeto: Em direção ao centro de rotação.

forças que são resultantes da pressão interna do fluído Éter na região do em questão do espaço  $\Re^3$ . Quando isto acontece cessa o movimento linear radial do Éter permanecendo apenas o movimento circular.

Poderia ser argumentado que, se existem forças centrífugas e centrípetas atuando sobre o Éter então estamos pressupondo massa e efeitos inerciais para algo imaterial. De fato, é exatamente o que estamos fazendo ao assumir Kg' como a unidade de "massa imaterial" para o Éter, muito embora não se tenha como saber do que ele seja constituído nem como seja estruturado (partículas formadoras). De qualquer forma, a Teoria da Estabilidade de Lyapunov<sup>13</sup> demonstra que a trajetória do vetor de estado de um sistema físico estável tende a ser atraída pelo estado de menor energia. A Lei da Inércia, a qual rege as acelerações centrífugas, postula que um corpo tende a manter constante a sua velocidade de movimento. Esta lei mecânica pode ser interpretada como um caso particular deste princípio de Lyapunov. Portanto, as acelerações centrífugas e centrífugas e centrífugas que surgem no Éter como conseqüência de variações na vorticidade podem ser interpretados no contexto da Teoria da Estabilidade de Lyapunov.

#### 2.2.4 A Lei de Indução de Faraday

É interessante notar que a forma íntegro-diferencial de (19), conhecida como Lei da Indução de Faraday, também é explicada pelo mesmo arrazoado alegórico utilizado para explicar a Força de Lorentz, discutida na Seção 2.2.1. A Lei da Indução de Faraday, definida a partir de resultados experimentais obtidos por Michael Faraday no Século XIX, postula que:

$$V = \oint_{C} \underline{E}(x, y, z) \cdot d\underline{l}(x, y, z) = -\iint_{S} \frac{\partial \underline{B}(x, y, z)}{\partial t} \cdot d\underline{S}(x, y, z)$$
(20)

A Equação (20), à luz do que discutimos até este ponto no contexto da alegoria do Éter, sugere os seguintes comentários/interpretação:

- (1) Cada elemento que define a soma (integral) indicada pelo termo à esquerda de (20) é o produto escalar do vetor velocidade  $\underline{E}(x, y, z)$  do Éter no ponto p(x, y, z) pelo vetor  $d\underline{l}(x, y, z)$ , soma esta que é efetuada ao longo de um caminho **orientado** e **fechado** C, sendo  $d\underline{l}(x, y, z)$  um vetor de módulo infinitesimal tangente à C a cada ponto  $p(x, y, z) \in C$ . Portanto o produto escalar  $\underline{E}(x, y, z) \cdot d\underline{l}(x, y, z)$  efetua a **projecão** do campo de velocidade  $\underline{E}(x, y, z)$  sobre cada ponto p(x, y, z) do caminho fechado C.
- (II) Cada elemento que define a soma (integral) indicada pelo termo à direita de (20) é o produto escalar da razão de evasão/invasão  $\frac{\partial \underline{B}(x, y, z)}{\partial t}$  através das "paredes" do volume dV do vórtice infinitesimal de Éter no ponto q(x, y, z) pela superfície infinitesimal orientada  $d \underline{S}(x, y, z) \in S$ . O centro de área da superfície infinitesimal orientada  $d \underline{S}(x, y, z) \in S$ localiza-se no ponto  $q(x, y, z) \in S$ , sendo  $d \underline{S}(x, y, z) = dS(x, y, z) \cdot \underline{\hat{n}}(x, y, z)$  onde S é a superfície delimitada por  $C \in \underline{\hat{n}}(x, y, z)$  é o vetor normal à  $d \underline{S}(x, y, z) \in S$  a cada ponto  $q(x, y, z) \in S$ . Portanto, o produto escalar  $\frac{\partial \underline{B}(x, y, z)}{\partial t} \cdot d \underline{S}(x, y, z)$  efetua a projeção do campo de evasão/invasão  $\frac{\partial \underline{B}(x, y, z)}{\partial t}$  sobre cada ponto q(x, y, z) da superfície S.
- (III) O processo físico descrito pelo termo à direita dá origem ao processo físico descrito pelo termo à esquerda (desprezemos momentaneamente o sinal negativo): Uma superfície S contendo uma

<sup>&</sup>lt;sup>13</sup> Uma excelente discussão sobre Teoria da Estabilidade de Lyapunov pode ser encontrada em Simon Haykin, *Neural Networks*, 2<sup>nd</sup> ed., Prentice Hall, Upper Saddle River, New Jersey, 1999.

infinidade de vórtices de Éter girando com velocidade angular  $\underline{B}(x, y, z)$  variável no tempo dá origem a um movimento linear ao longo do caminho fechado C que delimita S.

- (IV) A orientação relativa entre  $C \in S$  segue a convenção da **regra da mão direita**: Se curvarmos todos os dedos da mão direita em um semicírculo acompanhando o sentido da trajetória fechada de C, exceto o polegar que deverá ser mantido reto e posicionado tal que constitua o eixo de rotação do semicírculo formado, então o polegar define o sentido positivo do vetor  $\underline{\hat{n}}(x, y, z)$  normal à superfície S em cada ponto  $q(x, y, z) \in S$ .
- (V) O vetor  $\underline{B}(x, y, z)$  alinha-se com o eixo de rotação do vórtice infinitesimal com centro no ponto  $q(x, y, z) \in S$  e é perpendicular ao plano de maior velocidade de rotação do vórtice.
- (VI) O produto escalar  $\frac{\partial \underline{B}(x, y, z)}{\partial t} \cdot d\underline{S}(x, y, z)$  projeta a região da superfície das "paredes" do volume dV através da qual ocorre maior evasão/invasão de Éter sobre a área dS(x, y, z) localizada em  $q(x, y, z) \in S$ , sendo q(x, y, z) o centro do vórtice de volume dV.
- (VII) Se o caminho fechado C for um condutor elétrico, e se interrompermos este condutor de tal forma a definir terminais onde podemos medir uma tensão V, então a tensão V que aparece nos terminais obedece  $V = -\iint_{S} \frac{\partial \underline{B}(x, y, z)}{\partial t} \cdot d\underline{S}(x, y, z)$ . O sinal negativo pode ser explicado pelo mesma relação de causa e efeito que rege a Força de Lorentz, conforme sugerem

as Figuras 8, 9 e 10:



<u>*H*</u> (p/ fora do plano da página)

Figura 8: Espira de fio condutor elétrico (anel cinza na figura) contida no plano da página. A espira é interrompida de forma a definir terminais onde é possível medir a tensão V sobre um resistor de carga R. Em qualquer condutor elétrico existe uma "nuvem" de elétrons com livre trânsito entre os átomos do condutor (elétrons livres), cada elétron da "nuvem" possuindo uma carga elétrica -e, sendo  $e = 1.60 \times 10^{-19}$  C. A figura mostra (em azul) um dos inúmeros elétrons livres do condutor. Perpendicular ao plano da página existe um campo magnético  $H \neq 0$ , constante no tempo e uniformemente distribuído no espaço, apontando para fora da página, originando uma densidade de fluxo magnético  $B = \mu H$ . No contexto da alegoria do fluído Éter, no plano da página existe uma região com densidade volumétrica de torque <u>H</u> constante e uniforme, que dá origem nesta região a uma densidade volumétrica de rotação  $B = \mu H$  (vórtices em vermelho na figura). Se H fosse nulo, os elétrons na "nuvem" moveriam-se no fio de maneira errática e aleatória de acordo com a agitação térmica, de modo que a velocidade média global da "nuvem" seria zero. Na presença de  $H \neq 0$  os elétrons -econtinuam a mover-se de maneira errática (também resultando em velocidade média zero para a "nuvem"), mas cada elétron gira como uma engrenagem<sup>14</sup> entre os vórtices, conforme mostra a figura. Uma vez que a velocidade média da "nuvem" de elétrons é zero, não há corrente elétrica e, portanto, a tensão V nos terminais do fio é nula.

<sup>&</sup>lt;sup>14</sup> Note a semelhança com o mecanismo proposto por Maxwell, justificando o processo de vorticidade no Éter: "... a layer of particles, acting as idle wheels, to be interposed between each vortex and the next, and to roll without sliding on the vortices; so that each vortex tends to make the neighboring vortices revolve in the same direction as itself".



Figura 9: Espira da Figura 8 em um instante  $t_0$  no qual o campo magnético <u>H</u> (e a densidade de fluxo magnético  $\underline{B} = \mu \underline{H}$ ) deixa de ser constante e passa a ser crescente com o tempo. A partir de  $t_0$ , o Éter nos vórtices passa a efetuar um movimento radial centrífugo (espirais em vermelho) devido ao aumento da velocidade de rotação com o tempo, causando um movimento radial de expansão do Éter em cada vórtice . Supondo que as coordenadas do ponto central da região do espaço  $\Re^3$  onde existe  $H \neq 0$ coincida com as coordenadas do centro da espira, o movimento médio global do fluído Éter é o indicado pelo campo de velocidade  $\underline{v}_{E}(x, y, z)$  (vetores verdes), o qual resulta do movimento individual de expansão do Éter em todos os vórtices ao redor do ponto central. Mas este movimento médio radial e centrífugo do Éter afastando-se do centro da espira expande toda a região de vorticidade, fazendo com que o movimento médio de cada vórtice tenda a seguir uma trajetória definida por  $\underline{v}_E(x, y, z)$ . Isto ocasiona uma situação muito semelhante à da Figura 5: Sempre que o contorno externo de um vórtice em movimento médio radial centrífugo interceptar um elétron da nuvem, este sofrerá ação da força F, que nada mais é do que a Força de Lorentz, já discutida na Seção 2.2.1. O elétron move-se então em uma trajetória C (em amarelo), assim como todos os demais elétrons da "nuvem" movem-se no mesmo sentido, gerando uma tensão V < 0. Em um instante  $t_1$ , no qual o campo magnético <u>H</u> volta a ser constante, cessa o movimento radial de expansão da região de vorticidade e, em consequência, cessa o movimento do elétron ao longo da trajetória C. O sistema volta, então, ao estado da Figura 8.





Figura 10: Espira da Figura 8 em um instante  $t_0$  no qual o campo magnético <u>H</u> (e a densidade de fluxo magnético  $\underline{B} = \mu H$ ) deixa de ser constante e passa a ser decrescente com o tempo. A partir de  $t_0$ , o Éter nos vórtices passa a efetuar um movimento radial centrípeto (espirais em vermelho) devido à redução da velocidade de rotação com o tempo, causando um movimento radial de contração do Éter em cada vórtice . Supondo que as coordenadas do ponto central da região do espaço  $\Re^3$  onde existe  $H \neq 0$ coincida com as coordenadas do centro da espira, o movimento médio global do fluído Éter é o indicado pelo campo de velocidade  $\underline{v}_{E}(x, y, z)$  (vetores verdes), o qual resulta do movimento individual de contração do Éter em todos os vórtices ao redor do ponto central. Mas este movimento médio radial e centrípeto do Éter movendo-se em direção ao centro da espira contrai toda a região de vorticidade, fazendo com que o movimento médio de cada vórtice tenda a seguir uma trajetória definida por  $\underline{v}_{E}(x, y, z)$ . Isto ocasiona uma situação muito semelhante à da Figura 5: Sempre que o contorno externo de um vórtice em movimento médio radial centrífugo interceptar um elétron da nuvem, este sofrerá ação da força  $\underline{F}$ , que nada mais é do que a Força de Lorentz, já discutida na Seção 2.2.1. O elétron move-se então em uma trajetória c (em amarelo), assim como todos os demais elétrons da "nuvem" movem-se no mesmo sentido, gerando uma tensão V > 0. Em um instante  $t_1$ , no qual o campo magnético  $\underline{H}$  volta a ser constante, cessa o movimento radial de contração da região de vorticidade e, em consequência, cessa o movimento do elétron ao longo da trajetória *c*. O sistema volta, então, ao estado da Figura 8.

#### 2.2.5 A Lei de Ampére

sumidouro Q < 0.

Uma vez tendo explicado a Lei da Indução de Faraday com inspiração na hipótese alegórica da existência do Éter, não seria absurdo suspeitar que outra equação fundamental do Eletromagnetismo – a Lei de Ampére – possa ser interpretada em base semelhante. A Lei de Ampére postula que:

$$\oint_C \underline{H}(x, y, z) \cdot d\underline{I}(x, y, z) = = \iint_S (\underline{J}(x, y, z) + \underline{J}_D(x, y, z)) \cdot d\underline{S}(x, y, z)$$
(21)

onde

• 
$$\underline{J}(x, y, z)$$
, medida em  $\left[\frac{A}{m^2}\right]$ , é a Densidade Superficial de Corrente de Condução

(movimento de cargas elétricas) que atravessa a superfície orientada de integração S, superfície que é delimitada pelo caminho de integração fechado e orientado C.

• 
$$\underline{J}_D(x, y, z) = \frac{\partial \underline{D}(x, y, z)}{\partial t}$$
, medida em  $\left[\frac{A}{m^2}\right]$ , é a Densidade Superficial de Corrente de

**Deslocamento**<sup>15</sup> que atravessa a superfície orientada de integração S, superfície que é delimitada pelo caminho de integração fechado e orientado C, sendo  $\underline{D}(x, y, z)$  a **Densidade de Fluxo** Elétrico dada por  $\underline{D}(x, y, z) = \varepsilon \underline{E}(x, y, z)^{16}$ .

• A orientação relativa entre  $C \in S$  segue a convenção da **regra da mão direita**, já discutida na análise de (20).

<sup>15</sup> O termo  $\underline{J}_D(x, y, z) = \partial \underline{D}(x, y, z) / \partial t$  não existia originalmente na equação da Lei de Ampére, tendo sido posteriormente acrescido por Maxwell.

<sup>16</sup> Substituindo a unidade de carga elétrica C pela unidade de vazão mássica de Éter Kg'/s (mapeamento  $[C] \Rightarrow [Kg'/s]$ ) em  $\underline{D} = \varepsilon \underline{E}$  obtemos  $\left[\frac{Kg'}{m^2s}\right]$  como unidade de medida. Portanto, no contexto alegórico da existência do Éter,  $\underline{D}$  significa vazão mássica por unidade de superfície ou densidade superficial de vazão mássica de Éter quando este atravessa uma superfície S. Explicitamente,  $\underline{D}$  indica quantos Kg' de Éter atravessam uma determinada superfície S por unidade de tempo. A Lei de Gauss, enunciada por Karl F. Gauss em 1813, postula que  $\iint_{S} \underline{D} \cdot d\underline{S} = Q$ , isto é, a soma da componente normal de  $\underline{D}$  sobre qualquer superfície <u>fechada</u> S é equivalente à carga Q englobada por S. Torna-se fácil interpretar a Lei de Gauss quando  $\underline{D}$  é medido em  $\left[\frac{Kg'}{m^2s}\right]$  e Q em  $\left[\frac{Kg'}{s}\right]$ : Se uma fonte Q > 0 do fluido Éter (ou de qualquer outro fluído) for envolvida por uma superfície fechada imaginária S, então é óbvio que toda massa [Kg'] de fluído que a fonte "jorra" para dentro do volume delimitado por S por unidade de tempo. Raciocínio semelhante é valido para um A equação (21) estabelece que linhas de um campo magnético  $\underline{H}(x, y, z)$  são geradas ao longo do caminho fechado C como conseqüência da existência de correntes elétricas atravessando a superfície S delimitada por C. A **intensidade** com que o campo magnético  $\underline{H}(x, y, z)$  é gerado ao longo de C depende da **densidade superficial** –  $\underline{J}(x, y, z)$  para correntes de condução e  $\underline{J}_D(x, y, z) = \frac{\partial \underline{D}(x, y, z)}{\partial t}$  para correntes de deslocamento – com que estas correntes atravessam S.

Consideremos a geração de campo magnético  $\underline{H}(x, y, z)$  como conseqüência de correntes elétricas de condução, isto é, correntes elétricas resultantes do movimento de cargas elétricas. A grandeza  $\underline{J}(x, y, z) \left[\frac{A}{m^2}\right]$  é a densidade superficial de corrente elétrica de condução que atravessa a superfície de integração S. Mas corrente elétrica I [A] nada mais é do que variação da quantidade de carga elétrica por unidade de tempo  $(I = dq/dt) \left[\frac{C}{s}\right]$ . Aplicando a hipótese de que carga elétrica q [C] representa uma fonte/sumidouro de Éter de vazão mássica medida em  $\left[\frac{Kg'}{m^2s^2}\right]$  e pode ser interpretada como uma variação temporal (positiva ou negativa) na vazão mássica do fluído Éter por unidade de superfície quando este atravessa uma superfície S.

Por exemplo, consideremos a Figura 11:

			÷ .	~		*	*			
	÷ Г	۲ ـ	* *	~	*	*	*	~		-
	<u>E</u>	<u> </u>		_						
-	- <del>-</del>	*-	* *			æ.	*	*	* •	
*	*	*	* *	Ś	*	*	+	*	* •	
-	*	*	7 7	1	K	*	-	*	÷ •	-
*	· *	*	< <			12	-	*	÷ •	÷
*	*	*	* &	+q		, ,	*	÷	£ •	-
-	÷	*	* Ľ	K	¥	1	~	*	÷ .	-
-	~	*	* *	Ľ	<i>u</i>	~	-	*	÷ •	
-	÷	*	* *	*	*	2	*	*	÷ .	-
-	~	*	* *	4-	~	*	*	*	÷ •	L.
	<u> </u>	~	* *		-	*	*			

**Figura 11:** Corrente elétrica originada pelo movimento de cargas positivas +q (fontes de Éter) atravessando uma superfície imaginária S a uma velocidade  $\underline{v}$  constante. O sentido da corrente elétrica que atravessa S é o mesmo de  $\underline{v}$ . Se  $\underline{v} = \underline{0}$  então a carga +q gera um campo elétrico radial, de acordo com a Equação (5). Mas, conforme já discutido na Seção 2.1, o Campo Elétrico representa a **velocidade linear** com que o Éter flui. Assim, um observador "sentado" na carga +q, estando esta movimentando-se com velocidade  $\underline{v} \neq \underline{0}$  da esquerda para a direita conforme mostrado na figura, "enxerga" o movimento do Éter como uma composição de velocidade radial, dada pela Equação (5), superposta a um movimento linear de Éter da direita para a esquerda com velocidade  $\underline{v}$ . O campo de velocidade de movimento de Éter resultante desta composição de velocidades, campo que seria "visto" por um observador "sentado" na carga +q, é o campo vetorial definido pelas setas pretas na figura.

Cada fonte de Éter com vazão q [Kg'/s] que atravessa S da esquerda para a direita, "jorra" uma quantidade de Éter para o lado direito a uma razão de q [Kg'] por unidade de tempo [s]. Mas se p fontes com vazão q [Kg'/s] atravessam S da esquerda para a direita por unidade de tempo então a variação temporal da vazão mássica de Éter que atravessa S para o lado direito ocorre a uma razão de  $pq [Kg'/s^2]$ . Ou seja, ocorre uma <u>aceleração na massa de Éter que atravessa a superfície</u> <u>imaginária</u> S, medida em  $[Kg'/s^2]$ . Se subdividirmos a superfície S em todas as possíveis

superficies infinitesimais dS(x, y, z) e calcularmos pq/dS para cada uma delas estaremos obtendo  $\underline{J}(x, y, z) \left[\frac{\mathrm{Kg}'}{\mathrm{m}^2 s^2}\right]$ . Mesmo exemplo poderia ser dado para sumidouros de Éter (cargas negativas)

atravessando a superfície S.

Mas a aceleração na massa de Éter que atravessa S, medida em  $[Kg'/s^2]$ , nem sempre precisa ser necessariamente resultado do movimento de fontes/sumidouros de Éter (movimento de cargas elétricas).

Este é o motivo pelo qual foi posteriormente acrescentado por Maxwell o termo  $\underline{J}_D = \frac{\partial \underline{D}}{\partial t} = \varepsilon \frac{\partial \underline{E}}{\partial t}$ ,

referente à corrente de deslocamento, à equação original de Ampére. Por exemplo, consideremos um capacitor de placas paralelas contidas em uma caixa de vidro onde se fez vácuo internamente, conforme a Figura 12(a).



**Figura 12(a):** Densidade de corrente de deslocamento  $\underline{J}_D = \frac{\partial \underline{D}}{\partial t} = \varepsilon \frac{\partial \underline{E}}{\partial t}$  em um capacitor de placas paralelas imerso no vácuo.  $\underline{J}_D$  resulta da variação temporal  $\frac{\partial \underline{E}(t)}{\partial t}$  do campo elétrico  $\underline{E}(t)$  cuja origem é a tensão  $V_g(t) = V_{pk} \cos(2\pi f t)$  aplicada às placas. As correntes de condução  $I_p(t)$  movimentam-se radialmente nas placas e são resultantes do movimento de cargas elétricas<sup>17</sup> originado pela corrente  $I_g(t)$  do gerador. Os filamentos radiais de  $I_p(t)$  dão origem a uma densidade superficial de corrente de condução  $\underline{J}_p(x, y, z, t)$  cujo valor diminui à medida em que o ponto p(x, y, z) no qual ela é medida afasta-se do centro da placa. Isto ocorre porque a área total, através da qual os filamentos radiais de  $I_p(x, y, z)$  aproxima-se da borda da placa.

<sup>&</sup>lt;sup>17</sup> Como é usual em Engenharia, estamos supondo que as correntes de condução em um condutor elétrico são resultantes do movimento de cargas positivas. Isto é uma convenção denominada **Sentido Convencional da Corrente**, porque o que ocorre na realidade é o movimento de cargas negativas (elétrons livres) em um condutor metálico. No entanto, para todos os fins práticos em Engenharia de Antenas, uma corrente de valor absoluto *I* originada por cargas elétricas positivas movendo-se em um sentido é equivalente a uma corrente de mesmo valor absoluto *I* originada por cargas elétricas negativas movendo-se em sentido contrário.

De acordo com (21), a densidade de corrente de condução  $\underline{J}_p(x, y, z, t)$  e a densidade de corrente de deslocamento  $\underline{J}_D(x, y, z, t) = \frac{\partial \underline{D}(x, y, z, t)}{\partial t}$  na Figura 12(a) geram uma **composição** de campo magnético<sup>18</sup>  $\underline{H}(x, y, z, t)$  nas vizinhanças do espaço entre as placas.  $\underline{J}_p(x, y, z, t)$  gera o campo  $\underline{H}_p(x, y, z, t)$  e  $\frac{\partial \underline{D}(x, y, z, t)}{\partial t}$  gera o campo  $\underline{H}_d(x, y, z, t)$ . A razão de o sentido das linhas de  $\underline{H}_p(x, y, z, t)$  serem contrárias ao das linhas de  $\underline{H}_d(x, y, z, t)$  é explicada na Figura 12(b):

<sup>&</sup>lt;sup>18</sup> Vários textos clássicos em Eletromagnetismo explicitamente afirmam que a densidade superficial de corrente de deslocamento  $\underline{J}_D(x, y, z, t) = \frac{\partial \underline{D}(x, y, z, t)}{\partial t}$  nas vizinhanças das placas de um capacitor

não gera um campo magnético  $\underline{H}$  porque, nesta situação, segundo "oficialmente" consta, este termo de (21) acrescentado por Maxwell à Lei de Ampére serviria apenas para garantir a continuidade espacial da corrente elétrica. Esta asserção é **errônea!** Em 1989, na edição de março de *Electronics and Wireless World*, os autores F.M. Kabbary, M.C. Hately e B.G. Stewart publicaram o artigo "Maxwell's Equations and the Crossed-Field Antenna", que não só derruba esta interpretação como também mostra como construir uma antena altamente eficiente, denominada Crossed-Field Antenna (CFA). O Apêndice A deste capítulo mostra um artigo destes pesquisadores publicado na National Association of Broadcasters' 1999 Convention, em Las Vegas. Uma CFA não deveria funcionar de acordo com a interpretação dada pelo Eletromagnetismo oficial às Equações de Maxwell, no entanto, existem atualmente inúmeras estações de AM no Egito operando com CFAs na faixa de 500KHz a 1600KHz, a um custo de implantação bem menor que um sistema irradiante "oficial".



**Figura 12(b):** Corte longitudinal da Figura 12(a) mostrando o campo magnético gerado nas vizinhanças do espaço entre as placas. Cada linha de corrente, seja uma linha de corrente de deslocamento (setas verdes) seja uma linha de corrente de condução (setas azuis), gera ao seu redor linhas concêntricas e fechadas do campo  $\underline{H}$ , de acordo com (21), com orientação das linhas obedecendo à regra da mão direita (já discutida em parágrafos anteriores), conforme mostra a figura. Cada linha do campo de densidade de corrente de condução  $\underline{J}_p(x, y, z, t)$  gera linhas do campo magnético  $\underline{H}_p(x, y, z, t)$  ao seu redor (círculos em laranja projetados lateralmente na figura). Cada linha do campo de densidade de corrente de deslocamento  $\frac{\partial \underline{D}(x, y, z, t)}{\partial t}$  gera linhas do campo magnético  $\underline{H}_d(x, y, z, t)$  ao seu redor (círculos em vermelho projetados lateralmente na figura).

Na Figura 12(b), embora exista  $\frac{\partial \underline{D}}{\partial t}$  entre as placas nas vizinhanças internas às bordas, o valor de  $\underline{H}_d$  resultante é muito baixo. Isto ocorre porque as linhas de  $\underline{D}$  são paralelas e uniformemente distribuídas nesta região, e, consequentemente, os vetores tangentes às linhas concêntricas de  $\underline{H}_d$  geradas em torno das linhas de  $\underline{D}$  resultam em uma soma vetorial nula no plano que contém as linhas de  $\underline{D}$  não são uniformemente distribuídas de modo que os vetores tangentes às linhas concêntricas de  $\underline{H}_d$  geradas em torno das linhas de  $\underline{D}$  resultam em uma soma vetorial nula no plano que contém as linhas de  $\underline{D}$  não são uniformemente distribuídas de modo que os vetores tangentes às linhas concêntricas de  $\underline{H}_d$  geradas em torno das linhas de  $\underline{D}$  resultam em uma soma vetorial não-nula no plano que contém as linhas de  $\underline{H}_d$ . Com isto, obtém-se valores significativos de  $\underline{H}_d$  para esta região, conforme mostrado na Figura 12(a).

# PUCRS – Faculdade de Engenharia Elétrica – Departamento de Engenharia Elétrica *Antenas* Cap. I por F.C.C. De Castro e P.R.G Franco

Observe na Figura 12(b) que as linhas de  $\underline{H}_p(x, y, z, t)$  situadas entre as placas formam um anel contido no plano horizontal em conseqüência da simetria radial das placas. Este anel, devido à composição vetorial dos vetores tangentes às linhas, forma as linhas de  $\underline{H}_p(x, y, z, t)$  na Figura 12(a). A composição vetorial dos vetores tangentes às linhas de  $\underline{H}_p(x, y, z, t)$  situadas entre as placas é o motivo de o sentido das linhas de  $\underline{H}_p(x, y, z, t)$  serem contrárias ao das linhas de  $\underline{H}_d(x, y, z, t)$  nas Figuras 12(a) e (c).



**Figura 12(c):** Corte transversal da Figura 12(b) no plano da superfície *S* mostrando as linhas do campo magnético  $\underline{H}$  resultante. Note que  $\underline{H}_p(x, y, z, t)$  é nulo no centro do disco das placas porque as correntes  $I_p(t)$  se anulam neste ponto, portanto  $\underline{J}_p(x, y, z, t)$  é zero e, de (21),  $\underline{H}_p(x, y, z, t)$  também é zero. À medida que nos afastamos do centro do disco ,  $\underline{J}_p(x, y, z, t)$  e consequentemente  $\underline{H}_p(x, y, z, t)$  aumentam até um ponto aproximadamente situado na metade do raio das placas. A partir daí, a área total através da qual os filamentos radiais de  $I_p(t)$  atravessam aumenta à medida que nos aproximamos da borda da placa, de modo que  $\underline{J}_p(x, y, z, t)$  e  $\underline{H}_p(x, y, z, t)$  decrescem além deste ponto. Em qualquer ponto localizado sobre a borda da placa,  $\underline{H}_d(x, y, z, t)$  é igual e contrário a  $\underline{H}_p(x, y, z, t)$ , e, portanto o  $\underline{H}$  resultante é zero. A partir da borda,  $\underline{H}_d(x, y, z, t)$  começa a aumentar em valor absoluto mas com sentido contrário ao de  $\underline{H}_p(x, y, z, t)$  até um ponto em que  $\underline{H}_d(x, y, z, t)$  começa a decair novamente, conforme mostra a Figura 12(d).




Figura 12(d): Gráfico do valor relativo de  $\underline{H}$  em função da distância ao centro das placas d para o capacitor mostrado na Figura 12(c).

Sumarizando, a Equação (21) postula que:

- Linhas fechadas de um campo magnético <u>H</u> serão geradas no plano da superfície S como conseqüência de variação temporal na densidade superfícial de vazão do Éter ao atravessar uma superfície imaginária S.
- Uma variação temporal na densidade superficial de vazão do Éter ao atravessar uma superfície imaginária S pode ser originada tanto por uma densidade de corrente de deslocamento <u>J</u><sub>D</sub> = ∂<u>D</u>/∂t ≠ 0 como por uma densidade de corrente de condução <u>J</u> ≠ 0, conforme mostrado nas Figuras 12 (a) a (d).
- Portanto, a consequência imediata de  $\underline{J} \neq 0$  e/ou de  $\underline{J}_D = \frac{\partial \underline{D}}{\partial t} \neq \underline{0}$  é a geração de  $\underline{H} \neq 0$ .

Mas, buscando elementos na inspiração original de Maxwell, qual o motivo de uma variação temporal na densidade superficial de vazão do Éter ao atravessar uma superfície imaginária S gerar um campo magnético  $\underline{H} \neq 0$ ? Isto é, porque  $\underline{J}$  e  $\underline{J}_D$  geram uma distribuição de torque no Éter?

Analisemos a Equação (21) primeiramente quanto à geração de <u>H</u> como conseqüência de  $\underline{J}_D = \frac{\partial \underline{D}}{\partial t} \neq \underline{0}$ . A Figura 13 mostra um campo elétrico  $\underline{E}(t)$  orientado para a direita, com uma razão de variação temporal positiva e constante, isto é,  $\frac{\partial \underline{E}}{\partial t} = \text{constante} > \underline{0}$ . Uma vez que o Éter executa

de variação temporal positiva e constante, isto e,  $\frac{\partial t}{\partial t} = \text{constante} > \underline{0}$ . Uma vez que o Eter executa um movimento acelerado da esquerda para a direita, com velocidade  $\underline{E}(t)$  crescente no tempo, a conseqüência é uma corrente de deslocamento  $\underline{J}_D = \frac{\partial \underline{D}}{\partial t} = \varepsilon \frac{\partial \underline{E}}{\partial t}$  positiva.

## PUCRS – Faculdade de Engenharia Elétrica – Departamento de Engenharia Elétrica *Antenas* Cap. I por F.C.C. De Castro e P.R.G Franco



**Figura 13:** Geração de linhas de <u>H</u> no contorno fechado que delimita a superfície *S*, estática, como consequência de uma densidade de corrente de deslocamento  $\underline{J}_D = \frac{\partial \underline{D}}{\partial t} > \underline{0}^{19}$  sobre *S*. Uma vez que o campo elétrico  $\underline{E}(x, y, z)$  (setas pretas) é associado ao campo de velocidade linear do Éter, então, como o movimento de Éter é acelerado  $(\frac{\partial \underline{E}}{\partial t} > \underline{0})$  e da esquerda para a direita (linhas de <u>E</u> apontam para a direita), a consequência é que o campo de velocidade de Éter <u>E</u>(x, y, z) tem maior valor absoluto à esquerda de *S*.

Na Figura 13, o Éter entra na "casca" de espessura infinitesimal dx da superfície S pela face esquerda, atravessa a sua espessura dx em um intervalo de tempo dt, e sai pela face direita. Uma vez que a densidade superfícial de vazão do Éter  $\underline{D}$  está aumentando com o passar do tempo  $(\frac{\partial \underline{D}}{\partial t} > \underline{0})$ , e uma vez que as áreas das faces de entrada (à esquerda) e de saída (à direita) são idênticas, é obrigatório que

<sup>19</sup> Densidade superficial de corrente de deslocamento  $\underline{J}_D = \frac{\partial \underline{D}}{\partial t} > \underline{0}$  sobre uma superficie  $S \Leftrightarrow$ Aceleração na massa de Éter  $[Kg'/s^2]$  que atravessa  $S \Leftrightarrow$  Variação temporal positiva na vazão mássica de Éter por unidade de superficie quando este atravessa uma superficie S. entre início e término do intervalo dt tenha fluido mais Kg' de éter para dentro da "casca" de S pelo lado esquerdo do que dela tenha saído pelo lado direito.

O que acontece com os Kg' de Éter acumulados "em excesso" dentro da "casca" de S? Dada a alta compressibilidade do Éter, este tende inicialmente a se comprimir no volume S dx. Mas, simultâneo a este processo de compressão ocorre uma estratificação do campo vetorial  $\underline{D}(x, y, z)$  na borda de S, porque  $\underline{D}$  é maior dentro da "casca" de S do que fora dela, conforme indicado por  $\underline{D}_{"casca"}$  na Figura 14.



Figura 14: Geração de vorticidade nas linhas do campo vetorial  $\underline{D}(x, y, z)$  (semicírculo orientado em vermelho) ao longo do contorno fechado C que delimita a superficie S, como consequência da estratificação do campo vetorial  $\underline{D}(x, y, z)$  nas bordas extremas de S. A estratificação de  $\underline{D}(x, y, z)$  nas bordas extremas de S resulta da variação temporal positiva na densidade superficial de vazão do Éter ao atravessar S ( $\frac{\partial \underline{D}}{\partial t} > \underline{0}$ ).

A análise do processo de geração de vorticidade nas linhas do campo vetorial  $\underline{D}$  com conseqüente surgimento de campo magnético  $\underline{H}$ , mostrado na Figura 14, é como segue:

(1) Conforme já discutido,  $\underline{D}$  é interpretado como vazão mássica de Éter por unidade de superfície. Uma estratificação nas linhas de densidade superfícial de vazão  $\underline{D}$  de Éter nas bordas extremas de S, resulta em vorticidade da vazão mássica de Éter em torno dos pontos

centrais  $p_c(x_0, y_0, z_0)$  e  $p'_c(x_1, y_1, z_1)$  na Figura 14, semelhantemente ao processo descrito na Figura 7. As linhas do vórtice saem de *S* na face direita e entram na face esquerda. Mas o movimento rotacional da "massa" de Éter ao redor das bordas da "casca" de espessura dx em torno do ponto central  $p_c$  (ou  $p'_c$ ) delimita o diâmetro do vórtice em dx. Isto por

sua vez permite aproximar o volume dV do vórtice como sendo  $dV \approx dx^3$ .

- (II) O movimento rotacional da "massa" de Éter ao redor das bordas da "casca" de espessura dx é um movimento rotacional da massa de Éter no exterior imediato ao vórtice de volume dV com centro em  $p_c$  (ou  $p'_c$ ). Este movimento rotacional da massa de Éter no exterior imediato ao vórtice de volume dV impõe uma distribuição de torque ao Éter no interior do vórtice que é basicamente função da viscosidade do fluído Éter. A viscosidade de um fluído é função direta da força de atrito ou fricção entre suas sub-regiões indivisíveis e móveis. Em conseqüência, a viscosidade mede a força de atrito dinâmico que se estabelece entre estratificações (camadas) de um fluído quando estas movem-se sob velocidades diferentes.
- (III) Para uma velocidade angular  $d\theta/dt$  de rotação do Éter em torno da região imediatamente exterior ao volume dV é gerado uma distribuição de torque  $\underline{H}(x_0, y_0, z_0)$  sobre o Éter no interior de dV devido ao atrito dinâmico entre as duas estratificações concêntricas a interna e a externa a dV.
- (IV) Especificamente, como consequência do atrito dinâmico entre as duas estratificações concêntricas, para um deslocamento angular  $d\theta$  de Éter no exterior imediato ao volume dV, é gerado uma distribuição de torque  $\underline{H}(x_0, y_0, z_0)$  no interior de dV durante o intervalo de tempo dt, sendo dt o intervalo durante o qual o Éter no exterior imediato ao volume dV gira de um deslocamento angular  $d\theta$ .

A Figura 15 mostra em 3 dimensões o movimento de vorticidade  $\underline{B} = \mu \underline{H}$  resultante de  $\underline{J}_D = \frac{\partial \underline{D}}{\partial t} = \text{constante} > \underline{0}:$ 



**Figura 15:** Geração de linhas de <u>H</u> no contorno fechado (em amarelo) que delimita a superfície S, estática, resultante de  $\frac{\partial \underline{D}}{\partial t} > \underline{0}$ . É mostrado também o anel de vorticidade de Éter resultante ao redor das linhas de  $\underline{J}_D = \frac{\partial \underline{D}}{\partial t} = \text{constante} > \underline{0}$ .

A Figura 16 mostra a situação da Figura 13, mas para  $\underline{J}_D = \frac{\partial \underline{D}}{\partial t} < \underline{0}^{-20}$ :

<sup>&</sup>lt;sup>20</sup> Densidade superficial de corrente de deslocamento  $\underline{J}_D = \frac{\partial \underline{D}}{\partial t} < \underline{0}$  sobre uma superficie  $S \iff$  Desaceleração na massa de Éter  $[Kg'/s^2]$  que atravessa  $S \iff$  Variação temporal negativa na vazão mássica de Éter por unidade de superficie quando este atravessa uma superficie S.

D	$\dot{b} = \dot{b}$	Ē	>	->	~~>	>		>	->	~	>
>	>	>	~	~	->	->	->	> _	->	~	>
~	~	>	>	$\rightarrow$	→ (6	$\rightarrow$ $H$	>	> -	->	>	>
~	~	~	~	→ _			>	->	>	->	>
->	~	~	~	$\underline{J}_D$		$a \rightarrow$	>		_>		>
				->	-	5					>
					-						
~	~	>	~	~	`→ ₩	-dx	>	->	->	->-	~~>
>	~	~	>	$\rightarrow$		$\overset{\rightarrow}{H}$		>		~	>
~	→ ]	>	$\vec{D}(t)$	$\rightarrow$	$a\vec{E}$		>	->	->	->	>
->	→ →	$D = \frac{C}{2}$	$\underline{\partial}t$	→ 3 =	$\frac{\partial \underline{\mu}(t)}{\partial \underline{t}}$	z = con		< () ->	→ —		>
		_	->	->		>					
	~		-	-	~	ŕ	ŕ		ŕ		_

PUCRS – Faculdade de Engenharia Elétrica – Departamento de Engenharia Elétrica *Antenas* Cap. I por F.C.C. De Castro e P.R.G Franco

**Figura 16:** Geração de linhas de  $\underline{H}$  no contorno fechado que delimita a superfície S, estática, como conseqüência de uma densidade de corrente de deslocamento  $\underline{J}_D = \frac{\partial \underline{D}}{\partial t} < \underline{0}$  sobre S. Uma vez que o campo elétrico  $\underline{E}(x, y, z)$  (setas pretas) é associado ao campo de velocidade linear do Éter, então, como o movimento de Éter é desacelerado ( $\frac{\partial \underline{E}}{\partial t} < \underline{0}$ ) e da esquerda para a direita (linhas de  $\underline{E}$  apontam para a direita), a conseqüência é que o campo de velocidade de Éter  $\underline{E}(x, y, z)$  tem maior valor absoluto à direita de S.

Na Figura 16, o Éter entra na "casca" de espessura infinitesimal dx da superfície S pela face esquerda, atravessa a sua espessura dx em um intervalo de tempo dt, e sai pela face direita. Uma vez que a densidade superfícial de vazão do Éter  $\underline{D}$  está diminuindo com o passar do tempo  $(\frac{\partial \underline{D}}{\partial t} < \underline{0})$ , e uma vez que as áreas das faces de entrada (à esquerda) e de saída (à direita) são idênticas, é obrigatório que entre início e término do intervalo dt tenha fluido mais Kg' de éter para fora da "casca" de S pelo lado direito do que nela tenha entrado pelo lado esquerdo.

O que acontece com os Kg' de Éter "faltantes" dentro da "casca" de S? Dada a alta compressibilidade do Éter, este tende inicialmente a se rarefazer no volume S dx. Mas, simultâneo a este processo de

rarefação ocorre uma estratificação do campo vetorial  $\underline{D}(x, y, z)$  na borda de S, porque  $\underline{D}$  é maior fora da "casca" de S do que dentro dela conforme indicado por  $\underline{D}_{"casca"}$  na Figura 17.



**Figura 17:** Geração de vorticidade nas linhas do campo vetorial  $\underline{D}(x, y, z)$  (semicírculo orientado em vermelho) ao longo do contorno fechado C que delimita a superficie S, como consequência da estratificação do campo vetorial  $\underline{D}(x, y, z)$  nas bordas extremas de S. A estratificação de  $\underline{D}(x, y, z)$  nas bordas extremas de S in A estratificação de  $\underline{D}(x, y, z)$  nas bordas extremas de S in A estratificação de vazão do **Éter ao atravessar** S ( $\frac{\partial \underline{D}}{\partial t} < \underline{0}$ ). A análise desta figura é semelhante à análise apresentada para a Figura 14, mantendo em mente que o sentido de rotação do vórtice é invertido na Figura 17.

Para o caso de  $\underline{H}$  ser gerado por densidade de corrente de condução  $\underline{J}$  (cargas em movimento) o processo é o mesmo. Isto ocorre porque, conforme já foi discutido, tanto  $\underline{J}$  como  $\frac{\partial \underline{D}}{\partial t}$  causam uma aceleração na massa de Éter que atravessa a superfície de integração S de (21), ou, equivalentemente, tanto  $\underline{J}$  como  $\frac{\partial \underline{D}}{\partial t}$  causam uma variação temporal na densidade superfícial de vazão do Éter que atravessa S. E, conforme descrito em parágrafos anteriores, basta que ocorra uma variação temporal na densidade superfícial de vazão temporal na densidade superfícial de vazão  $\underline{D}$  do Éter que atravessa S para que ocorra estratificação nas linhas de  $\underline{D}$  nas bordas extremas de S, resultando em vorticidade da vazão mássica de Éter. Em conseqüência,

surge uma distribuição de torque  $\underline{H}$  na borda de S por efeito do atrito dinâmico entre interior e exterior do vórtice.

Finalizando, seria instrutivo investigar a geração de  $\underline{H}$  por corrente de condução de densidade superficial  $\underline{J}$  sob o ponto de vista do padrão geométrico vetorial do campo elétrico (campo de velocidade do Éter) resultante. Para tanto, consideremos as Figuras 18 a 21.

<u>E</u>				
	· · · · ·	1		
	• # /		· · ·	
	/+q			
 · · ·	· · · · ·	· · · · · ·		
· · ·		, x .		
	· · · · · · · · · · · · · · · · · · ·			

**Figura 18:** Campo elétrico  $\underline{E}$  gerado por uma carga elétrica + q (fonte de Éter) estática, sendo  $\underline{E}$  definido pela Equação (5) para esta situação.

				por r.	0.0. DV 01	15110 0 1.10	.o i iune	0			
	÷	÷		2	-						
~	~ T		*	~	*	~	*	~	*	-	-
	Ē										
*	*	*	*	*	*	-	*	*	*	*	
*	*	*	*	<del>.</del>	S		~	-	*	-	-
*	*	*	*	~	<i>"</i>	(O) 1 .	$\dot{H}$	-	*.	-	*
*	*	*	~	€-			i	-	*	٠	*
-	*	*	*	«	<u>+q</u>			-	*	•	-
~	*-	*	**	Ŀ	K	¥	,	-	*	-	*
~	*-	*	*	£.	K.	~	£	-	*	-	
~	*-	*	*	4	*	~	-	*	*	*	*
*	*	*	*	4	*	*	÷	*	4	*	*
	*	<u> </u>				*	*		•	•	

PUCRS – Faculdade de Engenharia Elétrica – Departamento de Engenharia Elétrica *Antenas* Cap. I por F.C.C. De Castro e P.R.G Franco

**Figura 19:** Corrente elétrica de condução originada pelo movimento de cargas positivas +q (fontes de Éter) atravessando uma superficie imaginária S a uma velocidade  $\underline{v}$ . O sentido da corrente elétrica que atravessa S é o mesmo de  $\underline{v}$ . Se  $\underline{v} = \underline{0}$  então a carga +q gera um campo elétrico radial, mostrado na Figura 18. Mas, conforme já discutido na Seção 2.1, o Campo Elétrico  $\underline{E}$  representa a **velocidade linear** com que o Éter flui. Assim, um observador "sentado" na carga +q, estando esta movimentando-se com velocidade  $\underline{v} \neq \underline{0}$  da esquerda para a direita conforme mostrado na figura, "enxerga" o movimento do Éter como uma composição de velocidade radial, dada pela Equação (5), superposta a um movimento linear de Éter da direita para a esquerda com velocidade  $\underline{v}$ . O campo de velocidade de movimento de Éter resultante desta composição de velocidades, campo que seria "visto" por um observador "sentado" na carga +q, é o campo vetorial definido pelas setas pretas na figura. Observe a tendência à formação de um anel de vorticidade ( $\underline{B} = \mu \underline{H}$ ) em torno da trajetória da carga +q próximo à mesma, vorticidade que é gerada pela estratificação do campo elétrico  $\underline{E}$  nas vizinhanças de +q.

	-	*	*	*	*	*		~	*	ž	-
-	E	*	*	* .	*	*	*	*	*-	*	**-
-	· · ·	*	*	÷ .	~	*	der .	*	*	*	~
-	- +	*	2	£ .	C C	Ľ	£	*	*	*	*
-		æ	<i></i>	1	N K	K	TT	*	*	*	*
-	• •	*	-	¥.		阕 <del>-</del>	<u>H</u> «	~	*	*	*
-	- <b>*</b> -	*		,	X		≪.	*	*	*	*
-		*	•	. –	-q	(O)	Ł	*	~	*	~
	*	*	•	*		£	*	*	*	*	*
-		*	*	-	*	*	*	*	*	*	~
-		÷	*	æ. ·	*	~	*	*	*	*	*
			+	•	•			-	~	*	

PUCRS – Faculdade de Engenharia Elétrica – Departamento de Engenharia Elétrica *Antenas* Cap. I por F.C.C. De Castro e P.R.G Franco

**Figura 20:** Corrente elétrica de condução originada pelo movimento de cargas negativas -q (sumidouros de Éter) atravessando uma superficie imaginária S a uma velocidade  $\underline{v}$ . Um observador "sentado" na carga -q, estando esta movimentando-se com velocidade  $\underline{v} \neq \underline{0}$  da esquerda para a direita conforme mostrado na figura, "enxerga" o movimento do Éter como uma composição de velocidade radial, dada pela Equação (5) com q < 0, superposta a um movimento linear de Éter da direita para a esquerda com velocidade  $\underline{v}$ . O campo de velocidade de movimento de Éter resultante desta composição de velocidades, campo que seria "visto" por um observador "sentado" na carga -q, é o campo vetorial definido pelas setas pretas na figura. Observe a tendência à formação de um anel de vorticidade ( $\underline{B} = \mu \underline{H}$ ) em torno da trajetória da carga -q próximo à mesma, vorticidade que é gerada pela estratificação do campo elétrico  $\underline{E}$  nas vizinhanças de -q.



Figura 21: Esboço em 3D da Figura 19 mostrando o movimento de vorticidade  $\underline{B} = \mu \underline{H}$  resultante do movimento linear de cargas + q.

As Figuras 19 e 20 mostram que apenas pela análise do padrão geométrico vetorial do campo de velocidade do Éter (campo elétrico  $\underline{E}$ ) de uma carga em movimento já é possível inferir que ocorrerá tendência à formação de um anel de vorticidade (linhas de  $\underline{B} = \mu \underline{H}$ ) em torno da carga. É claro que não está sendo considerado aqui a totalidade dos efeitos e variáveis "mecânicas" que agem no processo de formação do vórtice desde o seu início até a sua maturação, conforme é possível inferir da complexidade do processo mostrado na Figura 7. No entanto, o simples padrão geométrico vetorial do campo de velocidade do Éter (campo elétrico  $\underline{E}$ ) de uma carga móvel demonstra a considerável suscetibilidade à ocorrência de **vorticidade**  $\underline{B}$  nos fenômenos eletromagnéticos como consequência da distribuição de torque H gerada localmente pela dinâmica da estratificação do fluído.

### 2.2.6 Força mecânica entre dois condutores elétricos

Investiguemos agora a situação na qual uma força mecânica surge entre dois condutores elétricos 1 e 2, como conseqüência de suas respectivas correntes  $I_1$  e  $I_2$ , ambas constantes. Esta situação, mostrada na Figura 22, é o fenômeno básico por detrás da força de atração entre pólos magnéticos distintos (norte e sul ) e da força de repulsão entre pólos magnéticos iguais, tanto em eletroímãs como em ímãs permanentes.

PUCRS – Faculdade de Engenharia Elétrica – Departamento de Engenharia Elétrica *Antenas* Cap. I por F.C.C. De Castro e P.R.G Franco



**Figura 22:** Cargas +q movimentando-se a uma velocidade constante  $\underline{v}_2$  originam uma corrente constante  $I_2$  no condutor 2 (à direita). Da mesma forma, cargas +q movimentando-se a uma velocidade constante  $\underline{v}_1$  originam uma corrente constante  $I_1$  no condutor 1 (à esquerda). Conforme já discutido na Seção 2.2.5, uma carga elétrica em movimento gera uma distribuição de torque  $\underline{H}$  (campo magnético) ao seu redor, com conseqüente vorticidade  $\underline{B} = \mu \underline{H}$  (densidade de fluxo magnético) resultante. Assim,  $\underline{H}_{21}$  é o campo magnético gerado na região do espaço onde encontra-se o condutor 1. Portanto, as cargas +q do condutor 2, movendo-se a uma velocidade  $\underline{v}_2$ , atravessam uma região do espaço onde existe um campo magnético  $\underline{H}_{21}$ . Esta situação é muito semelhante à situação da Figura 5 em que uma carga +q atravessa com velocidade  $\underline{v}$  uma região do espaço onde  $\underline{H} \neq \underline{0}$ . Logo, surge uma força  $\underline{F}$  na carga +q do condutor 2 conforme mostrado na figura pela mesma razão que surge uma força  $\underline{F}$  na carga +q da Figura 5.

Embora não mostrado na Figura 22, note que as cargas +q movimentando-se a uma velocidade  $\underline{v}_2$  no condutor 2 geram um campo magnético  $\underline{H}_{12}$  na região do espaço onde encontra-se o condutor 1 ( $\underline{H}_{12}$  sai do plano da página ). Logo, surge uma força  $\underline{F}$  nas cargas +q do condutor 1 apontando para a direita pela mesma razão que surge uma força  $\underline{F}$  na carga +q da Figura 5. O efeito global das forças nos condutores 1 e 2 é atrair um para o outro. Se  $I_2$  tem sentido contrário ao de  $I_1$  ( $\underline{v}_2$  aponta em direção oposta a  $\underline{v}_1$ ), através do mesmo processo de análise conclui-se que os condutores 1 e 2 repelem-se mutuamente.

Observe que os vórtices de Éter na Figura 22 (círculos vermelhos) permanecem estáticos em termos de velocidade linear, embora tenham sido gerados por fontes de Éter (cargas +q) que se movem a uma velocidade linear  $\underline{v}_1$ . Isto ocorre porque a vorticidade resulta de um diferencial de velocidade linear em referência a um caminho circular (estratificação da velocidade linear) de movimento do Éter, mas não resulta do movimento linear do Éter em si.

Somente quando ocorre variação na velocidade de rotação dos vórtices é que ocorre movimento linear dos mesmos como conseqüência do movimento centrípeto/centrifugo resultante, conforme já discutido na Seção 2.2.4.

# 2.3 Ondas de Movimentos Circulares e Lineares no Éter – Irradiação Eletromagnética

Tendo em vista a discussão apresentada nas Seções 2.1 e 2.2, é possível então justificar<sup>21</sup> o processo de irradiação eletromagnética que ocorre em uma antena transmissora.

A estrutura geométrica irradiante de qualquer antena transmissora sempre pode ser decomposta em uma infinidade de elementos de corrente (de condução e/ou deslocamento) de tamanho infinitesimal  $d\ell$ . Cada elemento infinitesimal de corrente dá origem a um tipo de vorticidade no Éter em função da razão de variação temporal da corrente, conforme mostram as Figuras 23 a 28:



Figura 23: Vórtice com velocidade angular  $\underline{B} = \mu \underline{H}$  invariante no tempo, resultante de uma densidade de corrente de condução  $\underline{J}$  invariante no tempo.

<sup>&</sup>lt;sup>21</sup> Não esqueçamos: O justificar no contexto da Teoria do Éter é um justificar apenas alegórico!

PUCRS – Faculdade de Engenharia Elétrica – Departamento de Engenharia Elétrica *Antenas* por F.C.C. De Castro e P.R.G Franco



**Figura 24:** Vórtice com velocidade angular  $\underline{B} = \mu \underline{H}$  crescente no tempo em seu exterior imediato, resultante de uma densidade de corrente de condução  $\underline{J}$  crescente no tempo. Em conseqüência, ocorre evasão de Éter do interior do "reservatório" formado pelo vórtice (em amarelo) a uma razão de evasão  $\frac{\partial \underline{B}}{\partial t}$ . Uma vez que a densidade de corrente de condução  $\underline{J}$  é crescente no tempo o valor absoluto da  $\partial \underline{R}$ 

razão de evasão  $\frac{\partial \underline{B}}{\partial t}$  também é crescente no tempo.

PUCRS – Faculdade de Engenharia Elétrica – Departamento de Engenharia Elétrica *Antenas* por F.C.C. De Castro e P.R.G Franco



Figura 25: Vórtice com velocidade angular  $\underline{B} = \mu \underline{H}$  decrescente no tempo em seu exterior imediato, resultante de uma densidade de corrente de condução  $\underline{J}$  decrescente no tempo. Em conseqüência, ocorre invasão de Éter para o interior do "reservatório" formado pelo vórtice (em amarelo) a uma razão de invasão  $\frac{\partial \underline{B}}{\partial t}$ . Uma vez que a densidade de corrente de condução  $\underline{J}$  é decrescente no tempo o valor  $\partial B$ 

absoluto da razão de invasão  $\frac{\partial \underline{B}}{\partial t}$  também é decrescente no tempo.

PUCRS – Faculdade de Engenharia Elétrica – Departamento de Engenharia Elétrica Antenas por F.C.C. De Castro e P.R.G Franco



Figura 26: Vórtice com velocidade angular  $\underline{B} = \mu \underline{H}$  invariante no tempo, resultante de uma densidade de corrente de deslocamento  $\underline{J}_D$  invariante no tempo.

PUCRS – Faculdade de Engenharia Elétrica – Departamento de Engenharia Elétrica Antenas por F.C.C. De Castro e P.R.G Franco



Figura 27: Vórtice com velocidade angular  $\underline{B} = \mu \underline{H}$  crescente no tempo em seu exterior imediato, resultante de uma densidade de corrente de deslocamento  $\underline{J}_D$  crescente no tempo. Em conseqüência, ocorre evasão de Éter do interior do "reservatório" formado pelo vórtice (em amarelo) a uma razão de evasão  $\frac{\partial \underline{B}}{\partial t}$ . Uma vez que a densidade de corrente de deslocamento  $\underline{J}_D$  é crescente no tempo o valor

absoluto da razão de evasão  $\frac{\partial \underline{B}}{\partial t}$  também é crescente no tempo.

PUCRS – Faculdade de Engenharia Elétrica – Departamento de Engenharia Elétrica *Antenas* Cap. I por F.C.C. De Castro e P.R.G Franco



**Figura 28:** Vórtice com velocidade angular  $\underline{B} = \mu \underline{H}$  decrescente no tempo em seu exterior imediato, resultante de uma densidade de corrente de deslocamento  $\underline{J}_D$  decrescente no tempo. Em conseqüência, ocorre invasão de Éter para o interior do "reservatório" formado pelo vórtice (em amarelo) a uma razão de invasão  $\frac{\partial \underline{B}}{\partial t}$ . Uma vez que a densidade de corrente de deslocamento  $\underline{J}_D$  é decrescente no tempo o valor absoluto da razão de invasão  $\frac{\partial \underline{B}}{\partial t}$  também é decrescente no tempo.

Analisemos o processo dinâmico que resulta no movimento do Éter como resultado de uma corrente (seja de deslocamento ou condução) crescente no tempo no elemento infinitesimal de corrente:



Figura 29: Geração, a partir do vórtice principal em expansão originado por J(t) crescente, de em um anel de vórtices secundários ao seu redor como conseqüência da evasão radial de Éter para fora do vórtice principal, gerando correntes de deslocamento nas superfícies S' com densidade J'(t). A vorticidade gerada por um elemento de corrente  $d\ell$  isolado é tal que para um vórtice centrado em  $p_0$  ocorre simultaneamente um vórtice centrado em  $p_1$ .

O processo mostrado na Figura 29 pode ser analisado através da seguinte seqüência de sub-processos:

(I) A corrente de condução no elemento de corrente  $d\ell$ , crescente no tempo e com densidade superficial  $\underline{J}$ , gera um anel de distribuição de torque  $\underline{H}$  ao redor das bordas extremas da superfície imaginária S (ver Figuras 13 e 14) de valor crescente com o tempo (Equação (21)).

- (II) A densidade de torque aplicado  $\underline{H}$  crescente no tempo gera o vórtice principal com velocidade de rotação  $\underline{B} = \mu \underline{H}$  crescente no tempo no exterior imediato do vórtice (Equação (18)).
- (III) A velocidade de rotação  $\underline{B} = \mu \underline{H}$  crescente no tempo no exterior imediato do vórtice principal gera evasão de Éter de seu interior sob uma razão de evasão  $\frac{\partial \underline{B}}{\partial t}$  (Equações (19) e/ou (20)).
- (IV) Uma evasão de Éter em movimento radial sob uma razão de evasão  $\frac{\partial \underline{B}}{\partial t}$  constitui uma corrente de deslocamento com densidade superficial J'(t) atravessando as superficies imaginárias S'. Visto que a velocidade de rotação  $\underline{B} = \mu \underline{H}$  é crescente no tempo no exterior imediato do vórtice principal então J'(t) também é crescente no tempo.
- (V) Vórtices secundários são gerados ao redor do vórtice principal pelo mesmo processo descrito em (I) a (IV), a diferença sendo que os elementos infinitesimais de corrente transportam correntes de deslocamento com densidade superficial J'(t) ao invés de correntes de condução.
- (VI) O processo (I) -(V) se auto reproduz recursivamente de modo que cada vórtice *n*-àrio origina um anel de vórtices n+1-ários,  $n = 1, 2, \dots, \infty$ .
- (VII) A cada geração de um anel de vórtices n+1-ários ao redor do vórtice n-àrio gerador, ocorre um movimento de expansão radial linear do processo (I) -(VI) como um todo.

O processo dinâmico que resulta de uma corrente (seja de deslocamento ou condução) decrescente no tempo é mostrada na Figura 30.

PUCRS – Faculdade de Engenharia Elétrica – Departamento de Engenharia Elétrica *Antenas* por F.C.C. De Castro e P.R.G Franco



**Figura 30:** Geração, a partir do vórtice principal em contração originado por J(t) decrescente, de em um anel de vórtices secundários ao seu redor como conseqüência da invasão radial de Éter adentro do vórtice principal, gerando correntes de deslocamento nas superfícies S' com densidade J'(t). A vorticidade gerada por um elemento de corrente  $d\ell$  isolado é tal que para um vórtice centrado em  $p_0$ ocorre simultaneamente um vórtice centrado em  $p_1$ .

O processo mostrado na Figura 30 pode ser analisado através da seguinte seqüência de sub-processos:

- (1) A corrente de condução no elemento de corrente  $d\ell$ , decrescente no tempo e com densidade superficial  $\underline{J}$ , gera um anel de distribuição de torque  $\underline{H}$  ao redor das bordas extremas da superficie imaginária S (ver Figuras 13 e 14) de valor decrescente com o tempo (Equação (21)).
- (II) A densidade de torque aplicado  $\underline{H}$  decrescente no tempo gera o vórtice principal com velocidade de rotação  $\underline{B} = \mu \underline{H}$  decrescente no tempo no exterior imediato do vórtice (Equação (18)).

- (III) A velocidade de rotação  $\underline{B} = \mu \underline{H}$  decrescente no tempo no exterior imediato do vórtice principal gera invasão de Éter em seu interior sob uma razão de invasão  $\frac{\partial \underline{B}}{\partial t}$  (Equações (19) e/ou (20)).
- (IV) Uma invasão de Éter em movimento radial sob uma razão de invasão  $\frac{\partial \underline{B}}{\partial t}$  constitui uma corrente de deslocamento com densidade superficial J'(t) atravessando as superficies imaginárias S'. Visto que a velocidade de rotação  $\underline{B} = \mu \underline{H}$  é decrescente no tempo no exterior imediato do vórtice principal então J'(t) também é decrescente no tempo.
- (V) Vórtices secundários são gerados ao redor do vórtice principal pelo mesmo processo descrito em (I) a (IV), a diferença sendo que os elementos infinitesimais de corrente transportam correntes de deslocamento com densidade superficial J'(t) ao invés de correntes de condução.
- (VI) O processo (I) -(V) se auto reproduz recursivamente de modo que cada vórtice *n*-àrio origina um anel de vórtices n+1-ários,  $n = 1, 2, \dots, \infty$ .
- (VII) A cada geração de um anel de vórtices n+1-ários ao redor do vórtice n-àrio gerador, ocorre um movimento de contração radial linear do processo (I) -(VI) como um todo.

## 2.3.1 A velocidade de propagação de uma onda eletromagnética

A partir da Figura 29 (ou Figura 30) podemos inferir que a região do espaço em que se desenrola o processo (I) -(VII) de expansão (ou contração) radial linear afasta-se do centro do vórtice principal percorrendo uma distância  $\Delta x$  em um intervalo de tempo  $\Delta t$ .

Portanto, o processo (I) -(VII) propaga-se com uma velocidade  $v = \Delta x / \Delta t$  a partir dos pontos  $p_0$  e  $p_1$  situados respectivamente no centro de cada vórtice principal gerado por um elemento infinitesimal de corrente de tamanho  $d\ell$ . Se a corrente de condução no elemento infinitesimal de corrente é crescente com o tempo então uma onda de vórtices em expansão propaga-se a partir de  $p_0$  e  $p_1$ . Se a corrente de condução no elemento infinitesimal de corrente de condução no elemento infinitesimal de corrente de condução no elemento infinitesimal de corrente é decrescente com o tempo então uma onda de vórtices em contração propaga-se a partir de  $p_0$  e  $p_1$ .

Conforme afirmado em parágrafos anteriores, a estrutura geométrica irradiante de qualquer antena transmissora sempre pode ser decomposta em uma infinidade de elementos de corrente (de condução e/ou deslocamento) de tamanho infinitesimal  $d\ell$ . Mas, uma antena prática é sempre excitada por um gerador senoidal de tensão, de modo que a corrente resultante é da forma  $I(t) = I_{\text{max}} \cos(2\pi f_0 t + \theta)$ , sendo

 $T_0 = \frac{1}{f_0}$  o período do gerador. Uma vez que o valor de I(t) alterna-se entre os valores máximo e

mínimo  $I_{\text{max}} = -I_{\text{max}}$  então uma onda de vórtices em expansão alterna-se com uma onda de vórtices em contração, ambas propagando-se com velocidade  $v = \Delta x / \Delta t$  a partir dos pontos  $p_0 = p_1$  de cada elemento infinitesimal de corrente que compõe a estrutura geométrica irradiante da antena.

Podemos inferir a velocidade de propagação  $v = \Delta x / \Delta t$  através do seguinte raciocínio:

(I) Quanto maior a Densidade Volumétrica  $\varepsilon \left[\frac{Kg'}{m^3}\right]$  (Permissividade Elétrica  $\varepsilon \left[\frac{F}{m}\right]$ ) mais tempo  $\Delta t$  demora o processo de evasão/invasão de "massa" de Éter do volume do "reservatório" formado pelo vórtice (movimento radial linear). Portanto  $v = \Delta x / \Delta t$  diminui com  $\varepsilon$ .

**(II)** 

Quanto maior a Suscetibilidade à Vorticidade  $\mu \left[ \frac{m s^2}{Kg'} \right]$  (Permeabilidade Magnética

 $\mu \left[\frac{H}{m}\right]$ ) menos distância linear  $\Delta x$  o processo de evasão/invasão percorre. Isto acontece porque, para uma alto valor de  $\mu$ , basta um pequeno movimento linear de Éter para que este

seja transformado novamente em movimento circular. E, obviamente, um movimento circular não avança linearmente no espaço, ficando no mesmo lugar. Portanto  $v = \Delta x / \Delta t$  diminui com  $\mu$ .

- (III) Uma vez que os dois fatores que afetam  $v = \Delta x / \Delta t$  de maneira inversa são  $\varepsilon$  e  $\mu$  e uma vez que a Média Geométrica é a raiz de índice *n* do produto de *n* fatores, então é razoável propor que a velocidade de propagação seja a média geométrica dos dois fatores, isto é,  $v = 1 / \sqrt{\mu \varepsilon}$ .
- (IV) Um teste que sugere a validade da proposição (III), assim como também sugere a viabilidade de todo o modelo proposto na Seção 2 (admitido como alegórico!) é a análise dimensional de  $v = 1/\sqrt{\mu\varepsilon}$  sob o mapeamento  $[C] \Rightarrow [Kg'/s]$ :

$$v = 1/\sqrt{\mu\varepsilon} \Longrightarrow \left[1/\sqrt{\mu\varepsilon}\right] = \frac{1}{\sqrt{\left[\frac{m s^2}{Kg'}\right]\left[\frac{Kg'}{m^3}\right]}} = \left[\frac{m}{s}\right]$$
(22)

(V) Para o vácuo,  $\mu = 4\pi \times 10^{-7}$  H/m e  $\varepsilon = 8.854187817 \times 10^{-12}$  F/m resultando  $v = 1/\sqrt{\mu\varepsilon} = c = 3.00 \times 10^8 \left[\frac{\text{m}}{\text{s}}\right]$ , que é a velocidade de propagação da luz (e de qualquer onda eletromagnética) no vácuo.

Como seria intuitivamente esperado, a análise dimensional de (22) resulta na unidade de velocidade  $\left[\frac{m}{s}\right]$  quando  $\varepsilon$  e  $\mu$  são medidos em  $\left[\frac{Kg'}{m^3}\right]$  e  $\left[\frac{m s^2}{Kg'}\right]$ , unidades de medida que são conseqüência do mapeamento  $[C] \Rightarrow [Kg'/s]$ . No entanto, isto não ocorre quando  $\varepsilon$  e  $\mu$  são medidos em  $\left[\frac{H}{m}\right]$  e  $\left[\frac{F}{m}\right]$  de acordo com a Teoria Eletromagnética "oficial".

### 2.3.2 Irradiação eletromagnética gerada por corrente senoidal

Vimos que o processo de irradiação eletromagnética resultante de uma corrente elétrica cuja variação temporal é da forma  $I(t) = I_{\text{max}} \cos(2\pi f_0 t + \theta)$ , com período  $T_0 = \frac{1}{f_0}$ , consiste de uma onda de vórtices em expansão alternando-se com uma onda de vórtices em contração, ambas propagando-se a uma velocidade  $1/\sqrt{\mu\varepsilon} = c = 3.00 \times 10^8 \left[\frac{\text{m}}{\text{s}}\right]$ . A superposição das duas ondas gera uma onda  $\Psi(x, y, z, t)$  propagando-se através do espaço  $\Re^3$ , definida por movimentos lineares e circulares (vorticidade) no Éter. Em cada ponto do espaço  $\Re^3$  onde  $\Psi(x, y, z) \neq 0$ , o movimento circular é definido por  $\underline{H}(x, y, z)$  e o movimento linear é definido por  $\underline{E}(x, y, z)$ .

Se fizermos a análise dimensional do produto vetorial  $\underline{E} \times \underline{H}$  veremos que o resultado é densidade superficial de potência, porque  $\left[\frac{V}{m}\right] \left[\frac{A}{m}\right] = \left[\frac{W}{m^2}\right]$ . Portanto, para maximizar a transferência de

potência na superfície da "bolha" do processo de irradiação que se expande no espaço  $\Re^3$ , devemos maximizar tanto <u>E</u> como <u>H</u> na região do espaço  $\Re^3$  onde a onda  $\Psi(x, y, z, t)$  se propaga.

O capacitor de placas paralelas mostrado na Figura 12(a) é um possível candidato a irradiador eletromagnético de uma onda  $\Psi(x, y, z, t)$ , porque ele gera nas vizinhanças de suas placas tanto um campo  $\underline{E}$  como um campo  $\underline{H}$ , ambos variáveis no tempo.

Para maximizar  $\underline{E} \in \underline{H}$  gerados por um capacitor na região de  $\Re^3$  onde a onda  $\Psi(x, y, z, t)$  se propaga, objetivando solucionar o problema de maximizar a transferência de potência do processo de irradiação, é intuitivo que uma possível solução seja maximizar a região do espaço  $\Re^3$  que dá início à onda  $\Psi(x, y, z, t)$ , conforme mostra a seqüência de transformações geométricas aplicada ao capacitor indicada nas Figuras 31 a 34.



Figura 31: Capacitor de placas paralelas da Figura 12(a).

PUCRS – Faculdade de Engenharia Elétrica – Departamento de Engenharia Elétrica Antenas por F.C.C. De Castro e P.R.G Franco



Figura 32: Capacitor da Figura 31 com as placas distanciadas entre si.



Figura 33: Capacitor da Figura 32 com redução no tamanho das placas.



**Figura 34:** Capacitor da Figura 33 com eliminação total das placas, mas compensado com o aumento do diâmetro do fio condutor metálico. É mostrado o retículo formado pelos prótons fixos representados por esferas vermelhas (cargas elétricas positivas). A cada instante t, o gerador de tensão senoidal age como uma bomba de "pressão hidráulica" sobre a nuvem de elétrons livres, representados por esferas azuis (cargas elétricas negativas), "comprimindo" a nuvem de elétrons na extremidade de maior potencial elétrico. No instante t mostrado na figura existe uma alta concentração de elétrons na extremidade inferior, causando uma diferença de carga elétrica entre as extremidades, o que gera as linhas de campo elétrico  $\underline{E}$  mostradas em verde. Por este motivo a forma geométrica metálica mostrada na figura é denominada **Dipolo Simétrico**, porque existe uma simetria no desequilíbrio de carga em relação ao centro onde encontra-se o gerador.

A transformação geométrica caracterizada nas Figuras 31 a 34 transformou o capacitor de placas paralelas da Figura 12(a) na estrutura geométrica irradiante denominada Dipolo Simétrico. Um dipolo simétrico é uma estrutura irradiante mais eficiente do que um capacitor de placas paralelas porque a transformação geométrica em questão maximiza a região do espaço  $\Re^3$  onde existe as linhas de <u>E</u> e

 $\underline{H}$ , maximizando a transferência de potência  $\underline{E} \times \underline{H}$ .

Permanece ainda a seguinte questão: Qual deve ser o tamanho físico de um dipolo simétrico para que ele represente um radiador eletromagnético eficiente sob excitação senoidal? Para responder a esta pergunta, inicialmente consideremos a Figura 35.

PUCRS – Faculdade de Engenharia Elétrica – Departamento de Engenharia Elétrica *Antenas* por F.C.C. De Castro e P.R.G Franco



**Figura 35:** (a) Dipolo simétrico de tamanho total  $\ell$  formado por inúmeros elementos de corrente de tamanho  $d\ell$ . (b) Corrente  $I_g(t) = I_{\max} \cos(2\pi f t + \theta)$  que entra pelo terminal positivo do gerador  $V_g(t)$ , de período  $T = \frac{1}{f}$ , e tipo de vorticidade resultante.

É mostrado na Figura 35(b) o tipo de perturbação gerado no Éter, isto é, o tipo de vorticidade (horária/anti-horária e evasão/constante/invasão) resultante como conseqüência do tipo de variação de  $I_g(t)$  no instante t. Uma vez que o ciclo de perturbações repete-se a cada intervalo de tempo  $T = \frac{1}{f}$ , e uma vez que as perturbações propagam-se com velocidade  $c = 3.00 \times 10^8 \left[\frac{\text{m}}{\text{s}}\right]$ , então a onda de perturbações percorre uma distância  $\lambda = cT$  em um período  $T = \frac{1}{c}$  da corrente do gerador. A

perturbações percorre uma distância  $\lambda = cT$  em um período  $T = \frac{1}{f}$  da corrente do gerador. A

distância  $\lambda = cT$  percorrida em um período  $T = \frac{1}{f}$  é denominada Comprimento de Onda.

O dipolo simétrico da Figura 35(a) possui tamanho total  $\ell$  e é formado por inúmeros elementos de corrente de tamanho  $d\ell$ . A cada instante t a corrente  $I_g(t)$  gera um tipo de vorticidade distinto que se propaga como uma perturbarção no Éter a uma velocidade  $c = 3.00 \times 10^8 \left[\frac{\text{m}}{\text{s}}\right]$ . A vorticidade gerada por cada elemento de corrente, ao propagar-se ao longo das vizinhanças infinitesimais do condutor de tamanho  $\ell$ , é vetorialmente somada à vorticidade do elemento de corrente adjacente. Portanto, surge uma onda de vórtices sob evasão (invasão), propagando-se com velocidade  $c = 3.00 \times 10^8 \left[\frac{\text{m}}{\text{s}}\right]$  ao longo

da "casca" de espessura infinitesimal<sup>22</sup> da superfície imaginária  $\Phi$  que envolve imediatamente a superfície externa do condutor de tamanho  $\ell$ .

O processo de evasão (invasão) dos vórtices na onda é causado por um corrente  $I_g(t)$  crescente (decrescente). Para que o processo de evasão (invasão) dos vórtices na onda desenvolva-se até seu valor máximo em cada período T da corrente  $I_g(t)$ , é necessário que a corrente  $I_g(t)$  seja "acoplada" à região do espaço  $\Re^3$  que dá início à onda de perturbações durante um intervalo de tempo adequado. Esta

região do espaço  $\Re^3$  que dá início à onda de perturbações é a região pertencente às vizinhanças infinitesimais do fio condutor, isto é, a "casca" da superfície imaginária  $\Phi$ .

Uma vez que  $I_g(t)$  cresce (decresce) em valor absoluto durante um intervalo de tempo T/2 (ver Figura 35(b)), e uma vez que o processo de evasão (invasão) dos vórtices na onda percorre uma distância  $\lambda$  em um período T, então, para maximizar o "acoplamento" de  $I_g(t)$  à região espacial de início da

onda o fio condutor deve ter um tamanho  $\ell = \lambda/2$ . Nesta situação o dipolo recebe a denominação de **Dipolo de Meia Onda**.

Finalizando, como seria a distribuição espacial do campo elétrico gerado por um dipolo de meia onda? Para tornar a resposta a esta pergunta tratável sob o ponto de vista de nosso modelo didático-alegórico inspirado na Teoria do Éter, faremos as seguintes suposições:

- (I) Embora o diâmetro dos vórtices tenda a um tamanho infinitesimal<sup>22</sup>, estes serão representados com um tamanho dentro da ordem de grandeza do tamanho do dipolo para que seja viabilizada a representação gráfica dos mesmos.
- (II) Embora o número de vórtices por volume envolvidos no processo de irradiação tenda ao infinito, somente representaremos apenas alguns poucos. A representação da totalidade dos vórtices não só é inviável como inócua devido à imprecisão espacial imposta pela suposição (I).
- (III) Embora o dipolo de meia onda tenha um tamanho  $\ell = \lambda/2$ , vamos determinar o campo elétrico por ele gerado apenas ao longo de uma extensão  $\ell' < \ell$  (ver Figura 35(a)), de modo a poder assumir que a distribuição espacial de corrente ao longo desta extensão seja aproximadamente constante. Esta distribuição espacial constante gera uma simetria na distribuição espacial dos vórtices permitindo inferir graficamente a composição vetorial da velocidade de movimento do Éter (campo elétrico  $\underline{E}$ ). Caso não fizéssemos esta suposição, devido à imprecisão espacial imposta pelas suposições (I) e (II), a inferência de  $\underline{E}$  por composição vetorial gráfica seria inviável<sup>23</sup>.

As Figuras 36 a 42 mostram uma aproximação do processo de irradiação do dipolo da Figura 35(a) para o instante de tempo t, aproximação que resulta como conseqüência das restrições (I), (II) e (III). A onda de perturbarção mostrada é conseqüência apenas da variação temporal da corrente  $I_g(t)$  caracterizada na Figura 35(b). O efeito adicional do acúmulo de cargas elétricas nas extremidades do dipolo sobre o padrão de perturbação será discutido adiante. Os instantes de tempo t respectivos às Figuras 36 a 42 são referidos ao eixo de tempo do gráfico de  $I_g(t)$  na Figura 35(b). As linhas verdes representam a composição vetorial média da velocidade de movimento do Éter, isto é, representam as linhas do campo elétrico  $\underline{E}$  aproximado graficamente.

<sup>&</sup>lt;sup>22</sup> Recordemos que a Equação (9) sugere um raio infinitesimal ou pelo menos muito pequeno para os vórtices, conforme discutimos na Seção 2.2.1.

<sup>&</sup>lt;sup>23</sup> A determinação de  $\underline{E}$  é precisa e imediata se adotarmos uma abordagem do problema com base no conceito de **Potenciais Retardados**. No entanto, como nosso objetivo no presente capítulo é fornecer subsídios à intuição física do leitor para que seja facilitada a compreensão do processo de irradiação, vamos deixar a determinação formal de  $\underline{E}$  e H para o Capítulo II.





**Figura 36:** Aproximação do processo de irradiação do dipolo da Figura 35(a) para o instante de tempo t = T/4, como consequência da variação temporal da corrente  $I_g(t)$  caracterizada na Figura 35(b). As linhas verdes representam a composição vetorial média da velocidade de movimento do Éter (linhas do campo elétrico  $\underline{E}$ ) resultante do padrão de perturbação (linhas vermelhas) no instante de tempo mostrado.



**Figura 37:** Aproximação do processo de irradiação do dipolo da Figura 35(a) para o instante de tempo t = 3T/8, como consequência da variação temporal da corrente  $I_g(t)$  caracterizada na Figura 35(b). As linhas verdes representam a composição vetorial média da velocidade de movimento do Éter (linhas do campo elétrico  $\underline{E}$ ) resultante do padrão de perturbação (linhas vermelhas) no instante de tempo mostrado.



**Figura 38:** Aproximação do processo de irradiação do dipolo da Figura 35(a) para o instante de tempo t = T/2, como consequência da variação temporal da corrente  $I_g(t)$  caracterizada na Figura 35(b). As linhas verdes representam a composição vetorial média da velocidade de movimento do Éter (linhas do campo elétrico  $\underline{E}$ ) resultante do padrão de perturbação (linhas vermelhas) no instante de tempo mostrado.





**Figura 39:** Aproximação do processo de irradiação do dipolo da Figura 35(a) para o instante de tempo t = 5T/8, como conseqüência da variação temporal da corrente  $I_g(t)$  caracterizada na Figura 35(b). As linhas verdes representam a composição vetorial média da velocidade de movimento do Éter (linhas do campo elétrico  $\underline{E}$ ) resultante do padrão de perturbação (linhas vermelhas) no instante de tempo mostrado.



**Figura 40:** Aproximação do processo de irradiação do dipolo da Figura 35(a) para o instante de tempo t = 3T/4, como conseqüência da variação temporal da corrente  $I_g(t)$  caracterizada na Figura 35(b). As linhas verdes representam a composição vetorial média da velocidade de movimento do Éter (linhas do campo elétrico  $\underline{E}$ ) resultante do padrão de perturbação (linhas vermelhas) no instante de tempo mostrado.



**Figura 41:** Aproximação do processo de irradiação do dipolo da Figura 35(a) para o instante de tempo t = 7T/8, como conseqüência da variação temporal da corrente  $I_g(t)$  caracterizada na Figura 35(b). As linhas verdes representam a composição vetorial média da velocidade de movimento do Éter (linhas do campo elétrico  $\underline{E}$ ) resultante do padrão de perturbação (linhas vermelhas) no instante de tempo mostrado.





**Figura 42:** Aproximação do processo de irradiação do dipolo da Figura 35(a) para o instante de tempo t = T, como conseqüência da variação temporal da corrente  $I_g(t)$  caracterizada na Figura 35(b). As linhas verdes representam a composição vetorial média da velocidade de movimento do Éter (linhas do campo elétrico  $\underline{E}$ ) resultante do padrão de perturbação (linhas vermelhas) no instante de tempo mostrado.

Mas, conforme mostrado na Figura 34, uma concentração de carga nas extremidades do dipolo da Figura 35(a) também gera linhas de campo elétrico  $\underline{E}$  (linhas verdes na Figura 34). Esta concentração de cargas é proporcional à tensão do gerador  $V_g(t)$  que excita o dipolo. Portanto, o campo elétrico  $\underline{E}$  gerado pela corrente  $I_g(t)$  (mostrado nas Figura 36 a 42) se superpõe ao campo elétrico gerado pelo gerador de tensão  $V_g(t)$  (mostrado na Figura 34). É obvio que a composição vetorial entre os dois campos superpostos depende do ângulo de fase da corrente  $I_g(t)$  com relação à tensão  $V_g(t)$ . Mas, apenas pensando em termos da composição gráfica entre as linhas dos dois campos elétricos é possível concluir que o padrão de linhas resultante deve ser muito semelhante ao mostrado nas Figuras 43 a 46:



**Figura 43:** Distribuição espacial das linhas do campo elétrico  $\underline{E}$  irradiado em t = 0 por um dipolo simétrico de tamanho  $\ell = \lambda/2$  para um ângulo de fase de 90° entre  $V_g(t)$  e  $I_g(t)$ . Esta figura baseia-se em uma simulação numérica realizada em computador digital por pesquisadores da Unversidade de Ohio, na qual o dipolo simétrico foi aproximado por um esferóide alongado equivalente para evitar singularidades matemáticas. Estas singularidades seriam inevitáveis caso fosse utilizada a geometria do dipolo simétrico. O campo gerado pelo esferóide é idêntico ao do dipolo simétrico exceto nas proximidades do dipolo.


Figura 44: Distribuição espacial das linhas do campo elétrico  $\underline{E}$  irradiado em t = T/8 pelo dipolo simétrico descrito na Figura 43.



Figura 45: Distribuição espacial das linhas do campo elétrico  $\underline{E}$  irradiado em t = T/4 pelo dipolo simétrico descrito na Figura 43.





**Figura 46:** Distribuição espacial das linhas do campo elétrico  $\underline{E}$  irradiado em t = 3T/8 pelo dipolo simétrico descrito na Figura 43.

Observe na Figura 42 que os vetores que definem as linhas do campo magnético  $\underline{H}$  são perpendiculares ao plano da página ao passo que os vetores que definem as linham do campo elétrico  $\underline{E}$  estão contidos no plano da página. Esta é uma caracteística do mecanismo de irradiação:  $\underline{E}$  é sempre perpendicular a  $\underline{H}$  em um ponto p do espaço  $\Re^3$ .

Portanto, baseado apenas em inferências geométricas inspiradas na existência hipotética do fluído Éter é possível determinar de modo aproximado o campo de irradiação de qualquer estrutura irradiante real e prática. De fato, conforme pudemos constatar, tais inferências geométricas nos levaram a inferir um padrão de linhas do campo elétrico bastante semelhante ao padrão de linhas resultantes de uma simulação numérica por computador.

#### **3 O Rotacional de um Campo Vetorial**

Dentre os operadores diferenciais da Teoria do Campo, talvez o mais importante no contexto do Eletromagnetismo (e ao mesmo tempo o menos compreendido!) seja o operador denominado Rotacional. A discussão que segue objetiva apresentar de maneira intuitiva a interpretação deste operador, sem comprometer o rigorismo matemático.

Seja uma função vetorial definida sobre o espaço tridimensional  $\Re^3$  referenciado a um sistema de coordenadas cartesianas (x, y, z). Seja  $\underline{v}(x, y, z)$  dada por  $\underline{v}(x, y, z) = \underline{\hat{x}}v_x(x, y, z) + \underline{\hat{y}}v_y(x, y, z) + \underline{\hat{z}}v_z(x, y, z)$ , onde  $\underline{\hat{x}}$ ,  $\underline{\hat{y}}$  e  $\underline{\hat{z}}$  representam os vetores

unitários que definem as direções dos eixos da base ortonormal que gera o espaço  $\Re^3$  e onde  $v_x(x, y, z), v_y(x, y, z) \in v_z(x, y, z)$  representam os valores escalares das componentes de  $\underline{v}(x, y, z)$  respectivamente nas direções  $\underline{\hat{x}}, \hat{y} \in \underline{\hat{z}}$ .

O rotacional de  $\underline{v}(x, y, z)$ , denotado por  $\nabla \times \underline{v}$ , é o <u>vetor</u> calculado em um ponto p(x, y, z) do espaço  $\Re^3$ , o qual expressa a **rotação** em *p* do campo vetorial definido por  $\underline{v}$ .

Especificamente, o  $\nabla \times \underline{y}$  calculado em p(x, y, z) é interpretado como a rotação do campo  $\underline{v}(x, y, z)$  em 3 direções ortogonais  $\underline{\hat{x}}$ ,  $\underline{\hat{y}}$  e  $\underline{\hat{z}}$ , rotação esta definida em 3 planos de giro ortogonais cujos vetores normais a cada plano estão respectivamente alinhados com as direções  $\underline{\hat{x}}$ ,  $\hat{y}$  e  $\underline{\hat{z}}$ .

Para facilitar a compreensão do conceito, vamos supor que  $\underline{v}$  expresse o campo de velocidade de um fluído. Uma maneira de medir a <u>tendência</u> de o fluído <u>girar em um plano</u> nas vizinhanças de um ponto *p* localizado nas coordenadas (x, y, z) do espaço  $\Re^3$  é determinar a Circulação  $\Phi$  do vetor  $\underline{v}$  através da operação:

$$\mathbf{\Phi} = \oint_C \underline{v} \cdot d\underline{l} \tag{23}$$

onde

- (1) A integral é efetuada ao longo do caminho fechado C <u>contido no plano de giro</u> e que delimita as vizinhanças de p.
- (II)  $\underline{v} \cdot d\underline{l}$  é o produto escalar entre o vetor  $\underline{v}$  e o vetor  $d\underline{l}$  em um ponto c(x, y, z) <u>situado sobre</u> <u>o caminho fechado</u> C.
- (III)  $d\underline{l}$  é o vetor de módulo  $d\underline{l}$  <u>tangente ao caminho fechado</u> C na coordenada c(x, y, z) e que aponta para o sentido de integração ao longo de C.

Quando o caminho de integração C é feito infinitesimal,  $\Phi$  não mede apenas a tendência ao giro mas sim a própria velocidade de rotação em p do campo vetorial definido por  $\underline{v}$ . Em função do exposto,  $\nabla \times \underline{v}$  pode ser determinado para um ponto p(x, y, z) do espaço através do seguinte procedimento:

- (I) Calcula-se no ponto p as 3 circulações  $\Phi_x, \Phi_y \in \Phi_z$ , cujos respectivos planos de giro têm seus vetores normais respectivamente alinhados com as direções  $\hat{x}, \hat{y} \in \hat{z}$
- (II) Normaliza-se  $\Phi_x, \Phi_y \in \Phi_z$  pela área delimitada pelo caminho fechado C, quando o comprimento de C tende para zero.

As Figuras 47 a 49 mostram as 3 circulações  $\mathbf{\Phi}_x$ ,  $\mathbf{\Phi}_y$  e  $\mathbf{\Phi}_z$  e seus respectivos planos de giro bem como as respectivas componentes do vetor  $\nabla \times \underline{v}$ .





**Figura 47:** Componente  $\underline{\hat{x}} \cdot \nabla \times \underline{v}$  do vetor  $\nabla \times \underline{v}$ .



Figura 48: Componente  $\underline{\hat{y}} \cdot \nabla \times \underline{v}$  do vetor  $\nabla \times \underline{v}$ .





Figura 49: Componente  $\underline{\hat{z}} \cdot \nabla \times \underline{v}$  do vetor  $\nabla \times \underline{v}$ .

PUCRS - Faculdade de Engenharia Elétrica - Departamento de Engenharia Elétrica Cap. I Antenas

por F.C.C. De Castro e P.R.G Franco

Da Figura 47 e de (I) e (II) temos:

$$\Phi_{x} = \oint_{C} \underline{v} \cdot d\underline{l} = v_{y} dy + \left[ -v_{z} + \frac{\partial v_{z}}{\partial y} (dy) \right] (dz) + \left[ v_{y} + \frac{\partial v_{y}}{\partial z} (dz) \right] (-dy) + (-v_{z}) (-dz) =$$

$$= v_{y} dy - v_{z} dz + \frac{\partial v_{z}}{\partial y} dy dz - v_{y} dy - \frac{\partial v_{y}}{\partial z} dy dz + v_{z} dz = \left( \frac{\partial v_{z}}{\partial y} - \frac{\partial v_{y}}{\partial z} \right) dy dz$$

$$\hat{\underline{x}} \cdot \nabla \times \underline{v} = \lim_{dS \to 0} \frac{\Phi_{x}}{dS} = \left( \frac{\partial v_{z}}{\partial y} - \frac{\partial v_{y}}{\partial z} \right)$$
(24)
$$(24)$$

Da Figura 48 e de (I) e (II) temos:

$$\Phi_{y} = \oint_{C} \underline{v} \cdot d\underline{l} = v_{z}dz + \left[-v_{x} + \frac{\partial v_{x}}{\partial z}(dz)\right](dx) + \left[v_{z} + \frac{\partial v_{z}}{\partial x}(dx)\right](-dz) + (-v_{x})(-dx) =$$

$$= v_{z}dz - v_{x}dx + \frac{\partial v_{x}}{\partial z}dzdx - v_{z}dz - \frac{\partial v_{z}}{\partial x}dxdz + v_{x}dx = \left(\frac{\partial v_{x}}{\partial z} - \frac{\partial v_{z}}{\partial x}\right)dxdz$$

$$\hat{v} \cdot \nabla \times v = \lim_{z \to 0} \frac{\Phi_{y}}{\partial z} - \left(\frac{\partial v_{x}}{\partial z} - \frac{\partial v_{z}}{\partial x}\right)dxdz$$
(26)

$$\underline{\hat{y}} \cdot \nabla \times \underline{v} = \lim_{dS \to 0} \frac{\mathbf{\Phi}_{y}}{dS} = \left(\frac{\partial v_{x}}{\partial z} - \frac{\partial v_{z}}{\partial x}\right)$$
(27)

Da Figura 49 e de (I) e (II) temos:

$$\Phi_{z} = \oint_{C} \underline{v} \cdot d\underline{l} = v_{x} dx + \left[ -v_{y} + \frac{\partial v_{y}}{\partial x} (dx) \right] (dy) + \left[ v_{x} + \frac{\partial v_{x}}{\partial y} (dy) \right] (-dx) + (-v_{y}) (-dy) =$$

$$= v_{x} dx - v_{y} dy + \frac{\partial v_{y}}{\partial x} dx dy - v_{x} dx - \frac{\partial v_{x}}{\partial y} dx dy + v_{y} dy = \left( \frac{\partial v_{y}}{\partial x} - \frac{\partial v_{x}}{\partial y} \right) dx dy$$

$$\hat{\underline{z}} \cdot \nabla \times \underline{v} = \lim_{dS \to 0} \frac{\Phi_{z}}{dS} = \left( \frac{\partial v_{y}}{\partial x} - \frac{\partial v_{x}}{\partial y} \right)$$
(28)
$$(28)$$

$$(29)$$

As Equações (25), (27) e (29) definem respectivamente as 3 projeções do vetor  $\nabla \times \underline{v}$  sobre a direção dos vetores unitários  $\underline{\hat{x}}$ ,  $\underline{\hat{y}}$  e  $\underline{\hat{z}}$  que geram o espaço  $\Re^3$ . Somando vetorialmente as 3 projeções do vetor  $\nabla \times \underline{v}$  obtemos

$$\nabla \times \underline{v} = \hat{\underline{x}} \left( \frac{\partial v_z}{\partial y} - \frac{\partial v_y}{\partial z} \right) + \hat{\underline{y}} \left( \frac{\partial v_x}{\partial z} - \frac{\partial v_z}{\partial x} \right) + \hat{\underline{z}} \left( \frac{\partial v_y}{\partial x} - \frac{\partial v_x}{\partial y} \right)$$
(30)

Note que, dado  $\underline{v} = \hat{\underline{x}}v_x + \hat{\underline{y}}v_y + \hat{\underline{z}}v_z$  então (30) pode ser obtida através do determinante

$$\nabla \times \underline{v} = \begin{vmatrix} \hat{x} & \hat{y} & \hat{z} \\ \frac{\partial}{\partial x} & \frac{\partial}{\partial y} & \frac{\partial}{\partial z} \\ v_x & v_y & v_x \end{vmatrix} = \hat{x} \left( \frac{\partial v_z}{\partial y} - \frac{\partial v_y}{\partial z} \right) + \hat{y} \left( \frac{\partial v_x}{\partial z} - \frac{\partial v_z}{\partial x} \right) + \hat{z} \left( \frac{\partial v_y}{\partial x} - \frac{\partial v_x}{\partial y} \right)$$
(31)

Note ainda que se  $\underline{v}(x, y, z)$  expressa a velocidade [m/s] de um fluído em um ponto p(x, y, z), então  $\nabla \times v(x, y, z)$  pode ser interpretado como a velocidade de rotação de um volume infinitesimal dV de fluído localizado no ponto p(x, y, z) do espaço  $\Re^3$ , cuja unidade de medida é rotações por segundo [rps]:

PUCRS – Faculdade de Engenharia Elétrica – Departamento de Engenharia Elétrica *Antenas* Cap. I por F.C.C. De Castro e P.R.G Franco

f(x) = u(x) + f[m] = u(x)

$$\underline{\nabla} \times \underline{v}(x, y, z) = \frac{\oint_C \underline{v}(x, y, x) \cdot d\underline{l}(x, y, z)}{dS(x, y, z)} = \frac{\oint_C \underline{v} \left[\frac{\mathrm{III}}{\mathrm{s}}\right] \cdot d\underline{l}[\mathrm{m}]}{dS[\mathrm{m}^2]} \quad \left[\frac{1}{\mathrm{s}}\right]$$
(32)

sendo  $dV = dx \, dy \, dz$  o volume subentendido pelas 3 superfícies de rotação,  $dx \, dy$ ,  $dx \, dz \, e \, dy \, dz$ , superfícies de rotação estas que são planas, infinitesimais e ortogonais entre si. A unidade dimensional de medida de (32) é  $\left[\frac{1}{s}\right]$ , mas, visto que a integral do numerador de (32) é efeutuada sobre um caminho fechado, implicitamente fica agregado a unidade adimensional [rotações] ao numerador da unidade dimensional  $\left[\frac{1}{s}\right]$ , de modo que a unidade que corretamente descreve a ação ou fenômeno expressa por (32) é  $\left[\frac{\text{rotações}}{s}\right]$  ou [rps].

Outra inferência que resulta de (32) é que, devido ao produto escalar  $\underline{v}(x, y, x) \cdot d\underline{l}(x, y, z)$  projetar o caminho fechado C no plano  $\alpha_{\max}$  de máxima velocidade de rotação do fluído, resulta que o produto vetorial  $\underline{\nabla} \times \underline{v}(x, y, z)$  forçosamente encontra-se alinhado com o eixo que é perpendicular ao plano  $\alpha_{\max}$ , sendo a velocidade de rotação dada pelo módulo de  $\underline{\nabla} \times \underline{v}(x, y, z)$ .

Embora não seja explicitado em (32), temos a total liberdade de dividir os termos à esquerda e à direita de (32) pelo volume infinitesimal  $dV = dx \, dy \, dz$  subentendido pelas 3 superfícies de rotação,  $dx \, dy$ ,  $dx \, dz \, e \, dy \, dz$ , o que absolutamente não altera a sua validade. Esta normalização é transparente ao processo físico por detrás da descrição matemática efetuada por (32), e, assim, podemos supor que (32) é originalmente normalizada por dV, mas esta normalização não fíca explícita porque foi cancelada nos termos à esquerda e à direita. Então, sob esta suposição, podemos interpretar o vetor  $\nabla \times \underline{v}(x, y, z)$  (implicitamente normalizado por dV) como a **densidade volumétrica de movimento (velocidade) de rotação** de um fluído, medida neste caso em [**rpS/m**<sup>3</sup>].



James Clerk Maxwell

# **Apêndice** A

# A Antena de Campo Cruzado

A Antena de Campo Cruzado (CFA - *Crossed-Field Antenna*) é um dos indícios de que a Teoria Eletromagnética "oficial" interpretou erroneamente em maior ou menor grau a idéia original de James C. Maxwell, porque o conjunto de axiomas por ela adotado não consegue rigorosamente explicar o funcionamento de uma CFA.

Segue artigo publicado na *National Association of Broadcasters' 1999 Convention*, em Las Vegas, que pode ser considerado uma seqüência do artigo *"Maxwell's Equations and the Crossed-Field Antenna"* por F.M. Kabbary, M.C. Hately e B.G. Stewart publicado em 1989 na edição de março de *Electronics and Wireless World*.



Foto de uma antena CFA

# FOUR EGYPTIAN MW BROADCAST CROSSED-FIELD-ANTENNAS F M Kabbary<sup>a</sup>, M Khattab<sup>a</sup>, B G Stewart<sup>b</sup>, M C Hately<sup>c</sup> and A Fayoumi<sup>a</sup>

<sup><i>a</i></sup> Egyptian Radio and TV Union	<sup>b</sup> Dept of Engineering	<sup>c</sup> Hately Antenna Technology
Cairo	Glasgow Caledonian University	Aberdeen
Egypt	Glasgow, Scotland, UK	Scotland, UK

## (A Paper Presentation at NAB99 ~ Reprint by Permission)

#### ABSTRACT

Crossed-Field-Antennas (CFAs) are novel, small, broadband, high power antennas commonly less than 2 to 3% of  $\lambda$  in height. Currently there are a number of MW broadcast CFAs in service in Egypt. Information relating to four of these broadcast antennas is presented. The paper details: the basic CFA design principles which result in their novel size-wavelength independent nature; near field measurements showing the existence of minimal induction field; vertical plane radiation field patterns; evidence of strong ground-wave and diminished sky-wave radiation; input impedance and bandwidth evaluations of the four CFAs showing their broadband frequency characteristics; and finally, advantages and benefits of CFAs over conventional MW and/or LW antennas.

#### **1. INTRODUCTION**

Crossed-Field-Antennas (CFAs) originated around 1988 at the Robert Gordon University in Aberdeen, Scotland. <sup>1,2,3</sup> These antennas derived from a research project, the main aim of which was to develop a technique to synthesise directly radiated Poynting vectors from separate E and Hfield sources. Over the past few years CFAs have been built and put into service for MW broadcasts by the Egyptian Radio and Television Union (ERTU).<sup>4</sup> To enable an appreciation of the novelty, design and benefits associated with CFAs as compared to standard antennas it is helpful first to review some important features of conventional antenna theory.

Broadcast and antenna engineers will appreciate that effective medium and long wave transmissions are possible with tower antennas that are  $\lambda/4$  to  $\lambda/2$  in size. For the MW and LW bands this often results in antennas of significant height. For example at 1600kHz, a  $\lambda/4$ antenna tower is about 46m (150ft); at 600kHz, a  $\lambda/4$  tower is about 125m (406ft). Not only are such towers expensive to manufacture, install and maintain, but they also introduce a significant hazard in relation to electromagnetic safety due to the substantial resonant voltages and currents flowing on the antenna structures.

A further issue relating to conventional antenna theory concerns radiated power. It is well known that radiated power from a dipole or tower antenna has low efficiency. The radiated power for these antennas occurs in the "far field" (generally thought of as the region extending beyond a distance  $\lambda$  from the antenna). In the far field, the *E* and *H* fields are in time-phase, and the ratio *E*/*H*, often called the wave impedance Z<sub>w</sub>, matches space impedance  $Z_{\text{space}} = 377\Omega$ . In this region the Poynting vector  $\mathbf{S} = \mathbf{E} \mathbf{X}$ **H** produces real power radiation. Two key points also arise in this respect. Firstly, the strong E and H fields in the "near field" are 90<sup>0</sup> out of time-phase close to the antenna resulting in reactive or non-radiated power in the the near vicinity of the structure. Secondly, the E and H fields in the far field, which produce the radiated power, are much weaker than the reactive field components located in the near field. These details explain why conventional antennas possess large inductive fields and are not efficient radiators.

What then is the CFA? To put it simply, the CFA is an antenna which achieves the following features:

- it synthesises *E* and *H* fields to be in time-phase in the "near field";
- it designs  $Z_w$  to match space impedance  $Z_{space}$ .

In other words, a CFA is fundamentally an antenna which is designed to move the radiated power production from the conventional far field region to the near field, thus saving land and minimising the reactive power or inefficiency problems associated with standard antenna designs.

The content of this paper is as follows. Section 2 introduces the essential design concepts of Ground Plane (GP) CFAs outlining the basic techniques underpinning Poynting vector synthesis. Section 3 discusses the improvement to the basic design of GP CFAs for ground-wave broadcasting purposes through the addition of extended cones, and details four MW broadcast CFAs currently in daily service in Egypt. "Near field" measurements on a broadcast CFA are presented showing the non-inductive capabilities of these antennas and thus indicating their high radiation efficiency. In addition, vertical plane radiation patterns for two CFAs are presented showing the relationship between ground-wave and sky-wave radiation. Section 4 presents wide-band input inpedance measurements of all four antennas and discusses the extended zone broadcast capabilities of CFAs. The final section, 5, presents a general summary of the advantages of CFAs over conventional MW and LW antenna towers.

## 1. BASIC CFA DESIGN PRINCIPLES

The fundamental principle underpinning CFA design is that electric and magnetic fields are produced from separate field stimuli, or field electrodes, and crossed-stressed in-phase within a small volume, called the *interaction zone*, close to the CFA structure.



Fig. 1 The basic operation of a GP CFA

Fig. 1 shows the general concept of a GP CFA. Power from a transmitter is fed into a phasing unit from which two voltage feeds are taken to the respective electrodes. One feed is taken to what is called the E-plate, a hollow metal cylinder which produces curved E field lines to the GP. The other feed connection is taken to the D-

plate, a circular metal disk, which in conjunction with the GP forms a parallel-plate capacitor. The time varying electric field lines between the *D*-plate and the GP produce *H* field lines around the capacitor as shown in Fig. 1. This induced *H* field now links with the *E* field from the cylinder to produce significant power radiation when the following conditions are met:

- both *E* and *H* are in time-synchronism; and
- the field strengths are such that Z<sub>w</sub> matches Z<sub>space</sub>.

The fact that a time-varying electric field creates a magnetic field is a well known phenomenon. The 4<sup>th</sup> Maxwell equation, viz.

$$= X H = J + D^{2}$$

indicates that a magnetic field is created from either a charge current *J* (Ampere's Law = X H = J) or a displacement current *D*' (Maxwell's Law = X H = **D**') or from both *J* and *D*' together (note that  $D = \varepsilon_0 E$ , and ' represents time derivative). To help appreciate the magnetic field production nature of a time-varying *D* field creating an *H* field, Maxwell's 4<sup>th</sup> equation (omitting the charge current component) may be expressed in the *reversed* Maxwell Law form: 2

$$\mathbf{D}' \stackrel{\sim}{=} \mathbf{X} \mathbf{H}$$

i.e. *D*' creates an *H* field such that the curl of the *H* field is equal to *D*'. The function of the D-plate is now self-evident. In addition, from the Maxwell Law, when a sinusoidal voltage is applied to the D-plate, the created *H* field close to the plate is 90<sup>0</sup> phase advanced from *D* field. To achieve radiated power the D-plate voltage must therefore be 90<sup>0</sup> phase advanced from the E-plate voltage for time synchronism of the fields and for outward  $\mathbf{S} = \mathbf{E} \times \mathbf{H}$  to occur.

With the above information the role of the phasing unit now becomes clear. Firstly, it provides the 90<sup>0</sup> phase difference between the voltage feeds on the E and D-plates to provide *E* and *H* in time-phase within the interaction zone, and secondly, it controls the voltage levels on the plates in order that  $Z_w$  is able to match  $Z_{space}$ . When these condition are met then effective Poynting vector synthesis, i.e. of  $S = E \times H$ , is achieved and radiated power flows from the interaction zone outward into free space.

It is important to emphasise that as a consequence of

3

Two significant features of CFAs therefore arise from these design concepts.

#### • Wavelength independent antenna sizes

Firstly, the synthesis of *E* and *H* does not depend critically on CFA size thus *CFAs can be made extremely small in comparison with the desired radiated wavelength*. As will be seen below it is not uncommon for CFA heights to be less than 2 or 3% of  $\lambda$ . In other words size of the CFA is not wavelength dependent as conventional antenna theory stipulates. The only stipulation on size arises as a consequence of the power requirements of the CFA as necessitated by power engineering criteria.

• Minimal inductive field

Secondly, when the time-phase and space impedance conditions are satisfied, there is *minimal inductive field around the CFA*. The reason is obvious - the field energy in the interaction zone has been designed directly to provide radiated and not reactive power. This can be contrasted with the significant inductive fields from standard conventional antenna structures.

3.0 GROUND-WAVE ENHANCEMENT, FIELD STRENGTH MEASUREMENTS AND VERTICAL PLANE RADIATION FIELD PATTERNS

# **3.1 Four Broadcast CFAs with Improved Ground-Wave Radiation**

The standard GP CFA can be modified with the addition of extended conic sections to the E-plate (see Fig. 2)<sup>4</sup>. These extensions have the effect of confining the curved *E* field lines in the interaction zone to low angles, such that Poynting vectors produced from the interaction zone are now limited to lower radiation angles. The intended outcome of this arrangement is to produce a significant increase in ground-wave radiation accompanied by a highly desirable decrease in sky-wave radiation.

Four main broadcast CFAs with extended conic sections are now in daily operation in Egypt. Table 1 details basic broadcast information for these antennas, including their location, power level, frequency, CFA height and also the CFA height as a % of the radiated wavelength. Photographs of the two Tanta CFAs and



Ground Plane

Fig. 2	2 The	addition	of	conic sections	to	the E-	plate
--------	-------	----------	----	----------------	----	--------	-------

CFA	f(kHz)	λ	Height	%ofλ
Tanta 301-332	1161	258.2m (840 <del>0</del> )	8.2m (26.7 <del>ft</del> )	3.5%
Tanta 100kW	774	387.6m (1260ft)	9.0m (29.3ft)	2.3%
Barnis 100kW	603	497.5m (1617ft)	9.0m (29.3ft)	1.8%
Halaieb 7.5kW	882	340.1 m (1105ft)	6.0m (19.5ft)	1.8%

Table 1 Details of 4 Egyptian Broadcast GP CFAs

the Barnis CFA showing the extended conic sections are given in Figs. 3 and 4. It may be noted from Fig. 3 that the two Tanta CFAs have been positioned on the rooftop of the same building separated by about 6m (19.5ft) (see later).



Fig. 3 The 100kW and 30kW Tanta CFAs situated on the same rooftop, separated by 6m (19.5ft)

4





## 3.2 Near Field Measurements

To investigate near field characteristics of broadcast CFAs, field strength measurements (at reduced power) were taken at near ground level on the 30kW Tanta CFA. These measurements were obtained with a Potomak field strength meter over distances from 25m to 300m. The results are shown in Fig. 5. For comparison, the effective  $1/r^2$  field strength values expected from inductive fields is also plotted on the same figure. The CFA shows approximate 1/r proportionality in the near field – there is no sign of the inverse square law proportionality within the first  $\lambda/\pi$  as associated with the inductive field of a classical dipole antenna. The CFA



Fig. 5 Near field CFA measurements on the 30kW Tanta

# 3.3 CFAVertical Plane Radiation Field Patterns

Measurements of the vertical plane radiation field patterns of the 30kW Tanta and the 100kW Barnis CFAs have also been taken. Fig. 6 shows the relative vertical plane radiation field pattern of the Tanta CFA. Measurements were taken at a distance of about 610m (1980ft) (using a nearby tall TV tower) utilising an RF meter. Fig. 7 displays the relative vertical plane pattern of the 100kW Barnis CFA, measured at a distance of about 70m (228ft) to a height of around 37m (120ft) using a kite floating a battery powered RF meter. Unfortunately vertical elevation angles of less than about  $30^0$  were not measured at Barnis as a consequence of the limited height restrictions on the kite. However, the plot shows expected *interpolated* values (dotted line) consistent

therefore exhibits very little inductive field in its close proximity.

The significance of this result has resulted in the ERTU recently constructing the 100kW Tanta CFA and positioning it approximately 6m (19.5ft) from the 30kW CFA on the rooftop of the same building as pictured in Fig. 3. There is no evidence of inductive coupling between these antennas, and both operate independently and efficiently without interference.

Measured voltages on the E and D-plates of CFAs also show that voltage levels are about 1/6<sup>th</sup> of those on conventional broadcast antennas carrying the same input power. This feature is again indicative of the non-resonant like behaviour of CFAs. These reduced voltage levels also provide a safer environment near CFA structures.

0.6 0.5 0.4 Vertical 0.3 0.20.1 0 0 0.10.2 0.3 0.4 0.5 0.6 0.70.8 0.9 1 Horizontal

Fig. 6 Tanta 30kW relative vertical planeradiation field pattern measured in the vertical direction at a distance of 610m



with what might be expected in relation to the nature of the Tanta CFA pattern.

Fig. 6 shows that a significant proportion of the radiated power goes into ground-wave radiation. For example, the field strength at an elevation angle of about  $20^0$  is approximately 0.32 that of the ground-wave strength, indicating that the radiated power at this angle is close to 10% (i.e.  $0.32^2$ ) of the ground-wave power. At higher elevations, the radiated power is seen to be less than 10%. The Tanta CFAs broadcast to residential populations across a region of 100km – 250km over land based soil, which produces little attenuation of the ground-wave. These service areas are therefore constantly provided with strong signal strength broadcasts.

5

#### 4.0 BANDWIDTH MEASUREMENTS and EXTENDED SERVICE ZONES

#### 4.1 Frequency Bandwidths

The bandwidth of an antenna is usually presented in terms of input impedance and/or SWR measurements. A fascinating feature of CFAs is that the input impedance to the antenna can always be adjusted to match any desired input impedance at the required broadcast frequency. Using an HP Network Analyser attached to the input of the phasing unit, Smith Charts were obtained for the four broadcast CFAs and these are presented in Figs. 8-11. Table 2 details the bandwidth frequencies and % frequency bandwidths (i.e. bandwidth/broadcast frequency) assuming an SWR of 2:1 side-band down points. It can be seen that all CFAs show remarkable broadband characteristics. In all cases the bandwidths accommodate easily the AM audio spectrum and beyond. If the SWR were to be extended to a conservative 3:1 then it will be obvious that the bandwidths will increase beyond that which can be determined from the Smith Charts presented here. For all CFAs, % bandwidths based on this premise will extend well beyond 10%. In addition, due to the large bandwidth requirements of digital transmissions, these results indicate that it should be possible to transmit higher data rate digital signals at MW using CFAs.

#### Fig. 7 Barnis 100kW relative vertical plane radiation field pattern measured in the vertical direction at a distance of 70m

For Barnis in Fig. 7 at elevation angles greater than 30<sup>0</sup>, the sky-wave radiated power is less than about 40% of the ground-wave power. There is clearly a difference in the radiation patterns between the Tanta and Barnis CFAs, arising for a number of reasons. For example, different heights and angular conic sections on the antennas plus different sizes and separations of the D-plate. These contribute to a variation of the interaction zone field geometries and thus variations in the radiation field patterns. It should also be commented that the Barnis CFA is situated in a region of dry desert, which introduces attenuation on the ground wave thus resulting in what may be expected as a different radiation characteristic pattern than Tanta in the extreme far field.



Fig. 8 Smith Chart for the 30kW Tanta CFA



Fig. 9 Smith Chart for the 100kW Tanta CFA

CFA	2:1 SWR frees (kHz)	Bandwidth Ar Hz)	% Bandwidth
Tanta 30kW (1161kHz)	1148 1175	27	2.3%
Tanta 100kW (864kHz)	759 814	55	7.1%
Barnis 100kW (603kHz)	579 627	48	8.0%
Halaieb 7.5kW (882kHz)	875 894	19	2.2%

## Table 2 SWR 2:1 CFA Bandwidth evaluations

#### 4.2 Extended Service Zones

6

In terms of useful service zones all CFAs produce strong signal strengths. A comparison between the field strength of the 30kW Tanta CFA and a nearby 30kW  $\lambda/4$  antenna tower has previously been reported detailing that the CFA consistently out-performed the  $\lambda/4$  antenna by 3-10dB per  $\mu$ V.<sup>4</sup> In this respect it has often been reported that CFAs have been audible



Fig. 10 Smith Chart for the 100kW Barnis CFA



Fig. 11 Smith Chart for the 7.5kW Halaieb CFA

a considerable distance from their intended broadcast regions. The BBC (British Broadcasting Corporation) recently performed reception checks on the 30kW Tanta CFA from Nicosia in Cyprus, situated approximately 480km (approximately 280 miles) across both desert *and* mediteranian water from Tanta. Their results are summarised briefly in Table 3.

Time (GMT)	Reception	Signal Strength
0700	Good	V ariable Fair-Strong
1200	Good	V ariable Fair-Strong
2000	Poor/Fair	Fair

# Table 3 BBC reception reports on 30kW TantaCFA from Cyprus (4th September 1998)

An interesting feature is that the signal strengths were reported fair-to-strong during both morning and daytime. These simple checks further evidence the significant radiated ground-wave radiation and

7

diminished sky-wave radiation possible with broadcast CFAs, and thus show the extended broadcasting capabilities of these antennas. The fair signal strength report in the evening and the associated poor/fair reception report is due to interference from other broadcast stations operating on 1161kHz e.g. Moscow (at a power of 1MW) and Sofi (power 600kW). It is important to note that these stations have no influence during the daytime.

Recent reports have also indicated it is possible to receive reasonable audible signal levels from the 7.5kW Halaieb CFA during daytime in Khartoum, a distance of approximately 600km (375miles) south from Halaieb over desert and land.

# 5.0 CONCLUSIONS AND ADVANTAGES OF CFAs

CFAs are small, compact, high power radiation antennas. The construction of these antennas is radically different from conventional antenna techniques due to the fact that by their very nature they are designed to synthesise radiated power in a small interaction zone surrounding the antenna structure. CFAs appear to have minimal induction field, as measured and also evidenced by the fact that two CFAs located 6m (19.5ft) apart on the same rooftop do not interfere. They also possess superior bandwidths in relation to conventional MW antennas, and show vertical plane radiation patterns which exhibit strong ground-wave and reduced sky-wave characteristics.

Taking all the above features into account a number of distinct operational benefits and advantages of CFAs may be summarised as follows:

- Increased broadcast service areas with useful signal strength
- Reduced transmitter power and capital costs thus long term reduced electricity costs – additional benefit includes longer life for transmitter components
- CFAs require no planning structure licence due to small height
- Reduced hazards for aircraft
- CFAs can be mounted unobtrusively on rooftops
- Different CFA antennas can operate in close proximity with no interference due to minimal coupling, i.e. CFAs are EMC friendly
- No tower construction
- Saving on tower maintenance such as lighting, upkeep, guys, insulators etc.
- Reduced insurance costs

- No large real-estate required
- Night-time broadcasts possible due to reduced sky-wave characteristics
- Improved safety due to lower voltage levels of CFAs
- High quality of received audio signal due to broadband characteristics
- Possible use of CFAs for higher data rate broadband digital transmissions at MW

As a consequence of the success of CFAs, the ERTU have now decided to replace all conventional MW and LW broadcast antennas with CFA systems over the years ahead.

#### REFERENCES

1. Hately M C and Kabbary F M

US Patent No. 5155495, Radio Antennas

2. Kabbary F M, Hately M C and Stewart B G

"Maxwell's Equations and the Crossed-Field-Antenna", Electronics and Wireless World, Vol 95, pp216-218, March (1989)

3. Hately M C, Kabbary F M and Stewart B G

"CFA: Working Assumptions", Electronics and Wireless World, Vol 96, pp. 1094-1099, December (1992)

4. Kabbary F M, Khattab M and Hately M C

"Extremely Small High Power MW Broadcasting Antennas", IEE International Broadcasting Conference (IBC), Amsterdam, 10-12<sup>th</sup> September (1997)

## ACKNOWLEDGEMENTS

We would like to thank Miss Heba Said Mohammed for her help on the field and antenna measurements and also the BBC for their assistance in securing the reception checks at Nicosia in Cyprus.

**Click to Print/Save Article**