

VI. VARIÁVEIS LINGÜÍSTICAS

- VI.1 INTRODUÇÃO
- VI.2 VARIÁVEIS LINGÜÍSTICAS: FORMALIZAÇÃO
- VI.3 COMPUTANDO COM VARIÁVEIS LINGÜÍSTICAS
- VI.4 APROXIMAÇÃO LINGÜÍSTICA
- VI.5 QUANTIFICADORES LINGÜÍSTICOS
- VI.6 APLICAÇÕES DE VARIÁVEIS LINGÜÍSTICAS

- O CONCEITO DE VARIÁVEIS LINGÜÍSTICAS É FUNDAMENTAL NA TEORIA DE CONJUNTOS NEBULOSOS.
- INFORMALMENTE, UMA VARIÁVEL LINGÜÍSTICA É UMA VARIÁVEL CUJOS VALORES SÃO PALAVRAS OU SENTENÇAS, AO INVÉS DE NÚMEROS.
- EXPL. DE VARIÁVEL LINGÜÍSTICA:

TEMPERATURA = { MUITO BAIXA, BAIXA, MÉDIA, ALTA,
NÃO BAIXA E NÃO MUITO ALTA,
MUITO ALTA, ... }

VARIÁVEL LINGÜÍSTICA

VALORES LINGÜÍSTICOS

FREQÜENTEMENTE DESCRIVEMOS OBSERVAÇÕES SOBRE UM FENÔMENO CARACTERIZANDO SEUS ESTADOS, OS QUAIS TRADUZIMOS EM TERMOS DE UMA IDEIA CHAMADA VARIÁVEL.

QUANDO NOS REFERIMOS A CONDIÇÕES AMBIENTAIS, PODEMOS EXPRESSAR NOSSAS OBSERVAÇÕES NA FORMA DE:

LUGAR QUENTE, MUITO BONITO, MUITO SELVAGEM, LIMPO E VERDE...

VARIÁVEL TEMPERATURA : MUITO QUENTE, QUENTE, MORMA, FRIA...

NESTE CONTEXTO 25°C PODE ASSUMIR ALGUM DOS VALORES LINGÜÍSTICOS. POR EXEMPLO: QUENTE, MORMA, ... AO INVÉS DE ASSUMIR UM ENTRE MUITOS VALORES NO INTERVALO 0° A 50°C .

CARACTERIZAÇÕES LINGÜÍSTICAS SÃO, EM GERAL, MENOS ESPECÍFICAS DO QUE NUMÉRICAS, MAS, A MENOS QUE SE TENHA CONDIÇÕES DE TRATAR O VALOR EXATO DA TEMPERATURA, É MAIS CONVENIENTE USAR CARACTERIZAÇÕES LINGÜÍSTICAS.

AO INVÉS DE 25° (UM PONTO EM UM CONJUNTO), O VALOR LINGÜÍSTICO QUENTE PODE SER VISTO COMO UMA COLEÇÃO DE OBJETOS (TEMPERATURAS) DENTRO DE UMA REGIÃO LIMITADA, COM CENTRO EM 25°C .

LIMPO E VERDE OU MUITO SELVAGEM E BONITO, APESAR DE CONTEREM INFORMAÇÃO ÚTIL, SÃO MUITO MAIS DIFÍCEIS DE SEREM QUANTIFICADOS, PORQUE ENVOLVEM CONCEITOS SUBJETIVOS. NO ENTANTO, PODEM SER TRATADOS A PARTIR DE UMA CARACTERIZAÇÃO LINGÜÍSTICA.

MOTIVAÇÃO PARA O USO DE VARIÁVEIS LINGÜÍSTICAS:

MCFC
FL
VI.3

1. PODEM SER CONSIDERADAS COMO UMA FORMA DE "COMPRESSÃO DE INFORMAÇÃO" CHAMADA GRANULARIDADE.
2. SERVE PARA APROXIMAR A CARACTERIZAÇÃO DE FENÔMENOS QUE NÃO SÃO BEM DEFINIDOS OU SÃO MUITO COMPLEXOS, OU AMBOS, PERMITINDO UMA DESCRIÇÃO EM TERMOS MAIS DEFINIDOS.
3. PERMITEM TRADUZIR DESCRIÇÕES LINGÜÍSTICAS EM NUMÉRICAS, COMPUTÁVEIS, PERMITINDO UMA DUALIDADE NATURAL ENTRE PROCESSAMENTO SIMBÓLICO E NUMÉRICO.
4. ATRAVÉS DO PRINCÍPIO DA EXTENSÃO, MUITOS CONCEITOS E FERRAMENTAS PARA ANÁLISE E PROJETO DE SISTEMAS PODEM SER EXTENDIDOS PARA TRATAR COM VARIÁVEIS LINGÜÍSTICAS, TORNANDO A COMPUTAÇÃO POR MEIO DE VARIÁVEIS LINGÜÍSTICAS POSSÍVEL E ÚTIL EM UMA AMPLA GAMA DE APLICAÇÕES.

VI.2 VARIÁVEIS LINGÜÍSTICAS: FORMALIZAÇÃO

VARIÁVEIS (NO SENTIDO COMUM) \rightarrow OS VALORES SÃO NÚMEROS.

VARIÁVEIS LINGÜÍSTICAS \rightarrow OS VALORES SÃO NÚMEROS FUZZY.

UMA VARIÁVEL LINGÜÍSTICA É CARACTERIZADA POR:

$\langle X, T(X), \mathcal{X}, G, M \rangle$, ONDE:

X É O NOME DA VARIÁVEL,

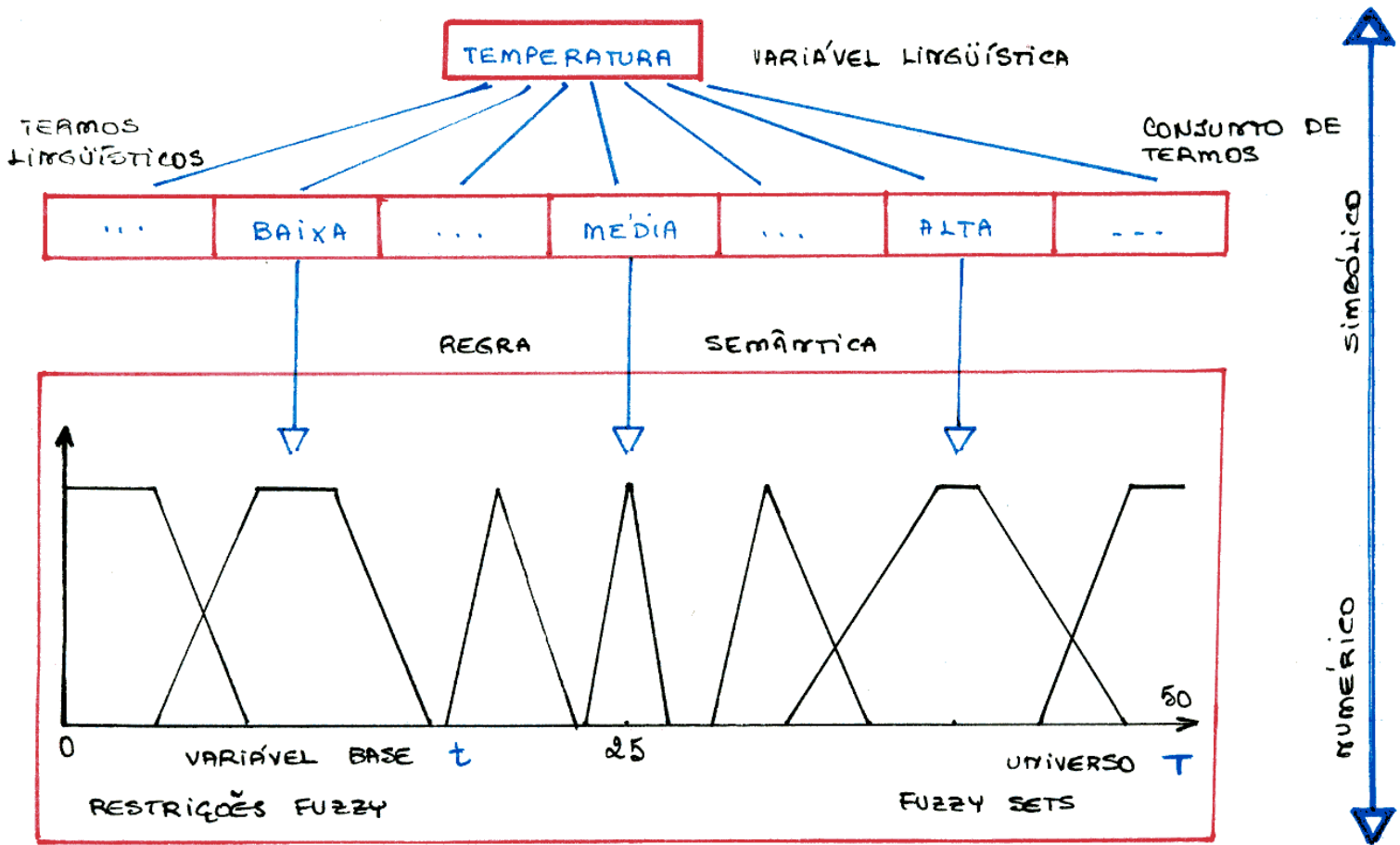
T(X) É O CONJUNTO DE TERMOS DE X CUJOS ELEMENTOS CONSTITUEM VALORES LINGÜÍSTICOS DE X,

G É UMA GRAMÁTICA PARA GERAR OS NOMES DE X,

M É UMA REGRA SEMÂNTICA A CADA LABEL L PERTENCENTE A T(X) SEU SIGNIFICADO $M(L)$, O QUAL É UM CONJUNTO NEBULOSO (FUZZY SET) NO UNIVERSO DE DISCURSO \mathcal{X} , CUJA VARIÁVEL BASE É \mathcal{X} .

POR EXEMPLO, CONSIDERE:

- VARIÁVEL LINGÜÍSTICA TEMPERATURA $\Rightarrow X = \text{TEMPERATURA}$
 - UNIVERSO DE DISCURSO $\Rightarrow T = [0, 50]$, VARIÁVEL BASE $t \in T$
 - O CONJUNTO DE TERMOS ASSOCIADO COM TEMPERATURA PODE SER $\Rightarrow T(\text{TEMPERATURA}) = \{ \text{MUITO BAIXA, BAIXA, MÉDIA, ALTA, NÃO BAIXA E NÃO MUITO ALTA, MUITO ALTA...} \}$
- ONDE CADA TERMO EM $T(\text{TEMPERATURA})$ É UM LABEL DE UM VALOR LINGÜÍSTICO DE TEMPERATURA.
- O SIGNIFICADO $M(T)$ DE UM LABEL $T \in T(\text{TEMPERATURA})$ É DEFINIDO COMO A RESTRIÇÃO $T(t)$ SOBRE A VARIÁVEL BASE t IMPOSTA PELO NOME DE T . PORTANTO, $M(T)$ É UM CONJUNTO FUZZY DE T CUJAS FUNÇÕES DE PERTINÊNCIA $T(t)$ EXPRESSAM A SEMÂNTICA DO NOME T .



EXEMPLO: VARIÁVEL LINGÜÍSTICA TEMPERATURA

A SEMÂNTICA DE UMA VARIÁVEL LINGÜÍSTICA CONDUZ A UM Mapeamento $M: T(X) \rightarrow \mathcal{F}(X)$, QUE ATRIBUI A CADA TERMO DE $T(X)$ UM FUZZY SET CORRESPONDENTE EM X ($\mathcal{F}(X)$ DENOTA UMA FAMÍLIA DE FSs DEFINIDA EM X).

OS ELEMENTOS DO CONJUNTO $T(X)$ SÃO TERMOS GERADOS, EM GERAL, POR UMA GRAMÁTICA $G = \langle V, \Sigma, P, S \rangle$, ONDE:

V : CONJUNTO DE SÍMBOLOS TERMINAIS ; Σ : CONJUNTO DE SÍMBOLOS NÃO TERMINAIS;
 S : SÍMBOLO INICIAL ; P : CONJUNTO DE REGRAS SINTÁTICAS PARA A CONSTRUÇÃO DE SENTENÇAS EM G (SINTAXE, SISTEMA DE PRODUÇÕES).

SEJAM: $V = \{ \text{BAIXA, ALTA, MÉDIA, MUITO, NÃO, E, ...} \}$, ONDE:

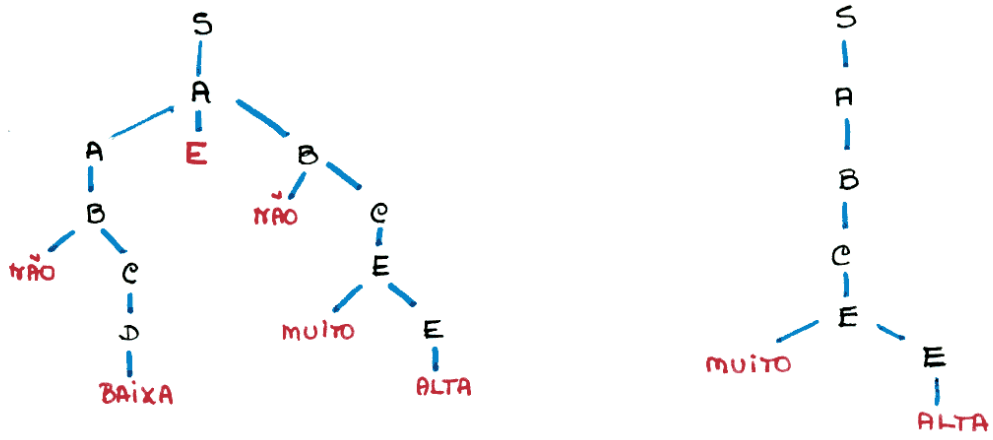
SÍMBOLOS PRIMÁRIOS: BAIXA, ALTA, MÉDIA, ...

MODIFICADORES {
 CONECTIVOS: E, OU
 NEGAÇÃO: NÃO
 HEDGES: MUITO, MAIS OU MENOS, POUCO, ...

$\Sigma = \{ S, A, B, C, D, E, F, ... \}$

$P = S \rightarrow A, C \rightarrow E, A \rightarrow B, A \rightarrow A \text{ E } B, B \rightarrow C, B \rightarrow \text{NÃO } C, C \rightarrow D, C \rightarrow F,$
 $D \rightarrow \text{MUITO } D, E \rightarrow \text{MUITO } E, D \rightarrow \text{BAIXA}, E \rightarrow \text{ALTA}, F \rightarrow \text{MÉDIA}.$

VALORES SINTÁTICAS PARA OS ELEMENTOS DE $T(X)$, "MUITO ALTA" E "NÃO BAIXA E NÃO MUITO ALTA":



OS FUZZY SETS ATRIBUÍDOS A QUALQUER VALOR DE UMA VARIÁVEL LINGÜÍSTICA PODEM SER DERIVADOS A PARTIR DAS FUNÇÕES DE PERTINÊNCIA DOS TERMOS PRIMÁRIOS (NO EXEMPLO: BAIXA, ALTA, ...).

NA SUA MAIORIA, AS APLICAÇÕES DA TEORIA DE FSs EXPLORAM ABORDAGENS SIMPLES PARA TRATAR COM VARIÁVEIS LINGÜÍSTICAS, DO TIPO:

- AS FUNÇÕES DE PERTINÊNCIA TÊM FORMA TRIANGULAR, TRAPEZOIDAL OU SIGMOIDAL.
- SÃO USADOS POUCOS VALORES LINGÜÍSTICOS \Rightarrow GRANULARIDADE:
- \rightarrow # VALORES LINGÜÍSTICOS MUITO PEQUENO \rightarrow PARTIÇÃO FUZZY ESPARSA.
- \rightarrow # VALORES LINGÜÍSTICOS MAIOR \rightarrow PARTIÇÃO FUZZY MAIS FIRMA.

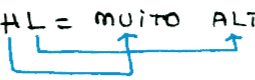
HEDGES, CONECTIVOS E NEGAÇÃO

SENDO CONHECIDOS OS FUZZY SETS REPRESENTATIVOS DE CADA TERMO PRIMÁRIO, OS CONECTIVOS E NEGAÇÃO, COMO COMPUTAR O SIGNIFICADO DE UM TERMO COMPOSTO?

OS VALORES DE UMA VARIÁVEL LINGÜÍSTICA DENOMINAM OS FUZZY SETS NO UNIVERSO DE DISCURSO X .

OS TERMOS PRIMÁRIOS (ALTA, BAIXA, ...), OS TERMOS HEDGES (MUITO, MAIS OU MENOS, ...), OS CONECTIVOS (E, OU) E A NEGAÇÃO SÃO OS TERMOS ATÔMICOS QUE PODEM SER CONCATENADOS PARA FORMAR VALORES DE VARIÁVEIS LINGÜÍSTICAS T , COMO EM "MUITO ALTA" E "NÃO BAIXA E NÃO MUITO ALTA".

EM UM TERMO COMPOSTO $T = HL$, O TERMO HEDGE (H) É VISTO COMO UM OPERADOR QUE TRANSFORMA O FUZZY SET $L(x)$, ASSOCIADO AO SIGNIFICADO DE L , EM UM FUZZY SET $T(x) = HL(x)$, COMO EM $T = HL = \text{MUITO ALTA}$.



OS OPERADORES UTILIZADOS SÃO OS OPERADORES BÁSICOS: CONCENTRAÇÃO, DILATAÇÃO E FUZZYFICAÇÃO. POR EXEMPLO:

1. SE $T = \text{MUITO } L$, ENTÃO $T(x) = \text{CON}_L(x)$.

MUITO AGE COMO UM INTENSIFICADOR SOBRE L .

"TEMPERATURA = MUITO ALTA"

SE "ALTA" FOR ESPECIFICADA PELO FUZZY SET ALTA(x), O SIGNIFICADO DE "MUITO ALTA" PODE SER EXPRESSO POR

$\text{MUITO ALTA}(x) = \text{CON_ALTA}(x)$ E, PARA $p=2$,

$\text{MUITO ALTA}(x) = [\text{ALTA}(x)]^2$.

2. SE $T = \text{MAIS } L$, ENTÃO $T(x) = \text{CON}_L(x)$ COM, POR EXEMPLO, $p=1.5$.
3. SE $T = \text{MENOS } L$, ENTÃO $T(x) = \text{DIL}_L(x)$ COM, POR EXEMPLO, $r=0.75$.
4. SE $T = \text{MEIO } L$, ENTÃO $T(x) = \text{FUZZ}_L(x)$.
5. SE $T = \text{MAIS OU MENOS } L$, ENTÃO $T(x) = \text{DIL}_L(x)$ COM, POR EXEMPLO, $r=0.5$.

TERMOS COMPOSTOS MAIS COMPLEXOS PODEM INCLUIR
NEGAÇÃO E CONECTIVOS.

ASSIM, SE IDENTIFICARMOS

E COM INTERSECÇÃO,
OU COM UNIÃO E
NÃO COM COMPLEMENTO,

O "SIGNIFICADO" DE UM TERMO COMPOSTO PODE SER COMPUTADO
DE FORMA DIRETA.

VARIÁVEL LINGÜÍSTICA TEMPERATURA = NÃO BAIXA E NÃO MUITO ALTA VALOR LINGÜÍSTICO

NÃO BAIXA E NÃO MUITO ALTA = BAIXA E MUITO ALTA

CONSIDERANDO A NOÇÃO DE COMPLEMENTO E QUE A
INTERSECÇÃO PODE SER MODELADA POR UMA t-NORMA,

$$\text{NÃO BAIXA E NÃO MUITO ALTA}(x) = [1 - \text{BAIXA}(x)] \wedge [1 - \text{CON-ALTA}(x)], \forall x \in T.$$

VARIÁVEL LINGÜÍSTICA TEMPERATURA = MUITO ALTA OU ALTA VALOR LINGÜÍSTICO

MUITO ALTA OU ALTA = MUITO ALTA U ALTA

MODELANDO A UNIÃO POR UMA s-NORMA,

$$\text{MUITO ALTA OU ALTA}(x) = [\text{CON-ALTA}(x)] \vee [\text{ALTA}(x)], \forall x \in T.$$

QUANDO TERMOS PRIMÁRIOS SÃO MODIFICADOS, O SIGNIFICADO DE UM TERMO COMPOSTO PODE SER COMPUTADO, RESULTANDO EM UM FUZZY SET QUE PODE NÃO CORRESPONDER A QUALQUER DOS TERMOS PERTENCENTES À VARIÁVEL LINGÜÍSTICA.

POR ESTA RAZÃO, PODE SER PRECISO ATRIBUIR UM VALOR LINGÜÍSTICO AO FUZZY SET RESULTANTE, APROXIMANDO-O DE UM VALOR EXATO EXISTENTE \Rightarrow APROXIMAÇÃO LINGÜÍSTICA.

NA PRÁTICA, A APROXIMAÇÃO LINGÜÍSTICA CONSISTE EM UM PROCESSO DE "CASAMENTO" DE UM DADO FUZZY SET "CONTRA" UMA COLEÇÃO DE FUZZY SETS PRIMITIVOS, ASSOCIADOS COM OS TERMOS DISPONÍVEIS PARA A VARIÁVEL LINGÜÍSTICA.

SEJA O CONJUNTO DE FUZZY SETS T_1, T_2, \dots, T_n E MODIFICADORES M_1, M_2, \dots, M_m . APROXIMAR UM FS A SIGNIFICA EXPRESSÁ-LO EM TERMOS DE T_i s E M_j s. A APROXIMAÇÃO CONSISTE DE DOIS PASSOS:

1. APROXIMAR A POR UM DOS T_i s EXISTENTES. A SELEÇÃO DO T_i ADEQUADO DENTRE OS T_i s PERTENCENTES À COLEÇÃO É FEITA ATRAVÉS DOS VALORES OBTIDOS PARA O ÍNDICE DE IGUALDADE PARA A E CADA UM DOS T_i s. O FS A SERÁ APROXIMADO PELO FS A^* , ONDE $A^* = \max_i [(A \equiv T_i)_{av}]$, $i = 1, \dots, n$.
2. AJUSTAR A APROXIMAÇÃO, SELECIONANDO UM MODIFICADOR M_j^* , TAL QUE $M_j^* = \max_j [(A \equiv M_j A^*)_{av}]$, $j = 1, \dots, m$.

COMO RESULTADO DA APROXIMAÇÃO, O FS A É REPRESENTADO COMO UM DENTRE OS FS PRIMITIVOS APROPRIADAMENTE MODIFICADOS.

A MAIOR PARTE DAS DEFINIÇÕES FORMAIS SÃO CATEGÓRICAS :
USAM QUANTIFICADORES UNIVERSAIS (\forall) E EXISTENCIAIS (\exists).
POR EXEMPLO, CONSIDEREMOS A RELAÇÃO DE IDENTIDADE ENTRE FSs:
 $A = B$ SSE $A(x) = B(x) \quad \forall x \in X$.

→ A DEFINIÇÃO ESTA' MUITO ASSOCIADA AO ESPÍRITO DE DEFINIR OBJETOS MUITO PRECISOS.

→ OBUAMENTE, AO TRATABAMOS COM FSs, ESTAREMOS MAIS INTERESSADOS EM REPRESENTAR NOÇÕES LINGÜÍSTICAS, PARA AS QUAIS ESTE NÍVEL DE PRECISÃO PODE NÃO SER MUITO REALÍSTICO.

- POR EXEMPLO: * SE A E B TIVEREM A MESMA FUNÇÃO DE PERTINÊNCIA, COM EXCEÇÃO DE UM ÚNICO E ISOLADO PONTO, SERÃO CONSIDERADOS FSs IGUAIS OU NÃO?
* SE A MAIOR PARTE DOS VALORES DE PERTINÊNCIA DE A E B SÃO SIMILARES, A E B SÃO IGUAIS?

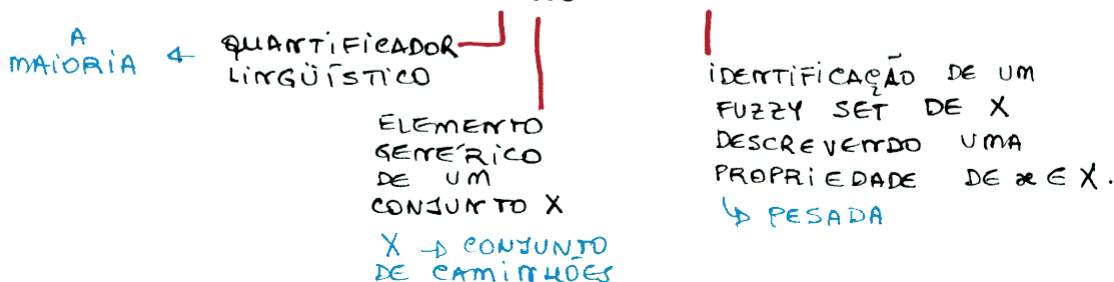
A COMPUTAÇÃO COM QUANTIFICADORES LINGÜÍSTICOS PERMITE DETERMINAR UM GRAU DE VERACIDADE, EXPRESSO POR TRUTH (A=B).

$TRUTH(A=B) = TRUTH(A \text{ E } B \text{ TEREM OS MESMOS VALORES DE PERTINÊNCIA PARA A MAIOR PARTE DOS ELEMENTOS DE } X)$

AFIRMAÇÕES LINGÜÍSTICAMENTE QUANTIFICADAS, TAIS COMO :

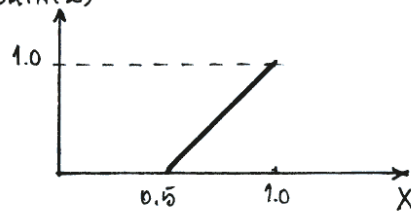
A MAIORIA DOS CAMINHOS É PESADA

PODEM SER POSTAS NA FORMA : $\forall x \in B$.



UM QUANTIFICADOR LINGÜÍSTICO Q É REPRESENTADO POR UM FUZZY SET. POR EXEMPLO, A MAIORIA PODE SER DA FORMA:

$$Q = \text{A MAIORIA}(x) = \begin{cases} 0 & \text{SE } 0 \leq x < 0.5 \\ 2x - 1 & \text{SE } 0.5 \leq x < 1 \end{cases}$$



ASSUMINDO UM UNIVERSO FÍNITO $X = \{x_1, x_2, \dots, x_n\}$, E $\text{TRUTH}(x \in B) = B(x)$, $x \in X$, O GRAU DE VERACIDADE (TRUTH) DE Q E B É COMPUTADO DE ACORDO COM 2 PASSOS:

1. DETERMINAR $r = \frac{\text{CARD}(B)}{\text{CARD}(X)} = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n B(x_i)$.

2. DETERMINAR $\text{TRUTH}(Q \text{ E } B) = Q(r)$.

→ ESSENCIALMENTE, A RAZÃO r DETERMINA UMA PROPORÇÃO MÉDIA DOS ELEMENTOS DE X QUE SATISFAÇAM A PROPRIEDADE B , SOB CONSIDERAÇÃO.

→ A VERACIDADE $\text{TRUTH}(Q \text{ E } B)$ DETERMINA O GRAU COM QUE ESTA PROPORÇÃO É COMPATÍVEL COM O SIGNIFICADO DO QUANTIFICADOR Q .

CONSIDEREMOS $X = \{x_1, x_2, x_3\}$ UM CONJUNTO DE CAMINHÕES, PESADA $(x) = 0.8/x_1 + 0.7/x_2 + 0.9/x_3$ E A MAIORIA (x) CONFORME EXPRESSA PELA FIGURA NO TOPO DESTA PÁGINA. O GRAU DE VERACIDADE DE "A MAIORIA DOS CAMINHÕES É PESADA" É DETERMINADA POR:

1. $r = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n B(x_i) = \frac{1}{3} \{0.8 + 0.7 + 0.9\} = 0.8$

2. $\text{TRUTH}(Q \text{ E } B) = Q(r) = Q(0.8) = 2(0.8) - 1 = 0.6$,

PORTANTO, O GRAU DE VERACIDADE DE "A MAIORIA DOS CAMINHÕES É PESADA" É 0.6.

POR MEIO DE VARIÁVEIS LINGÜÍSTICAS E REGRAS FUZZY,
AFIRMAÇÕES DO TIPO

"SE A TEMPERATURA É ALTA E A UMIDADE É BAIXA, ENTÃO
O CONFORTO TÉRMICO É MÉDIO".

PODEM SER COMPUTADAS.

O CÁLCULO DE REGRAS FUZZY PROVÊ MECANISMOS PARA
COMPUTAR COM AFIRMAÇÕES DA FORMA DE REGRAS
SE - ENTÃO.

UMA REGRA FUZZY RELACIONA n VARIÁVEIS ANTECEDENTES
 X_1, X_2, \dots, X_n A m VARIÁVEIS CONSEQÜENTES, $Y_1, Y_2, \dots,$
 Y_m E TEM A FORMA:

SE X_1 É A_1 E X_2 É A_2 E ... X_n É A_n , ENTÃO
 Y_1 É B_1 E Y_2 É B_2 E ... Y_m É B_m ,

ONDE OS X_{is} E OS Y_{is} SÃO VARIÁVEIS LINGÜÍSTICAS
E OS A_{is} E OS B_{is} SEUS RESPECTIVOS VALORES
LINGÜÍSTICOS.