VII. COMPUTAÇÃO BASEADA EM REGRAS

A CAPACIDADE DE RESOLVER PROBLEMAS E TOMAR DECISÕES EM ENGENHARIA ESTÁ FORTEMENTE BASEADA NA HABILIDADE DE **INFERIR** INFORMAÇÕES SOBRE FACETAS DESCONHECIDAS DO PROBLEMA, A PARTIR DA INFORMAÇÃO DISPONÍVEL A RESPEITO DE SINTOMAS OBSERVÁVEIS (SINAIS DE ERRO, POR EXEMPLO).

REGRAS DE INFERÊNCIA PERMITEM QUE, DADO UM CONJUNTO DE PROPOSIÇÕES (PREMISSAS) $P = \{P_1, P_2, \ldots, P_n\}$ SEJA POSSÍVEL DETERMINAR UMA PROPOSIÇÃO (CONCLUSÃO) Q.

REGRA DE INFERÊNCIA **MODUS PONENS**:
EM GERAL, SE a TEM UMA PROPRIEDADE P E TODOS OS OBJETOS QUE TÊM A PROPRIEDADE P TÊM TAMBÉM A PROPRIEDADE Q, PODE-SE CONCLUIR QUE a TEM A PROPRIEDADE Q.
DE FORMA SIMBÓLICA:

$$\frac{\begin{array}{c} P(a) \\ \forall x \;\; P(x) \rightarrow Q(x) \end{array}}{Q(a)}$$

$\forall x$, EM PARTICULAR PARA $x = a$.

LÓGICA FUZZY TRATA ESPECIALMENTE COM APROXIMAÇÕES (AO INVÉS DE OBJETOS PRECISOS), O QUE IMPLICA EM INFERÊNCIAS TAMBÉM APROXIMADAS.

EM FUZZY LOGIC TUDO, INCLUSIVE O VALOR VERDADE PODE SER OU UM PONTO EM $[0,1]$ OU UM LABEL LINGÜÍSTICO (VERDADEIRO, MUITO VERDADEIRO, FALSO, MAIS OU MENOS FALSO, ...)

V OU F SÃO APENAS DOIS DOS TERMOS PRIMÁRIOS NO CONJUNTO DE TERMOS.

* PROPOSIÇÃO BÁSICA (ATÔMICA) :

O $\boxed{\text{ATRIBUTO}}$ DO $\boxed{\text{OBJETO}}$ É $\boxed{\text{VALOR}}$.

A TEMPERATURA DO FORNO É ALTA.

* FORMA CANÔNICA : p : T É A.

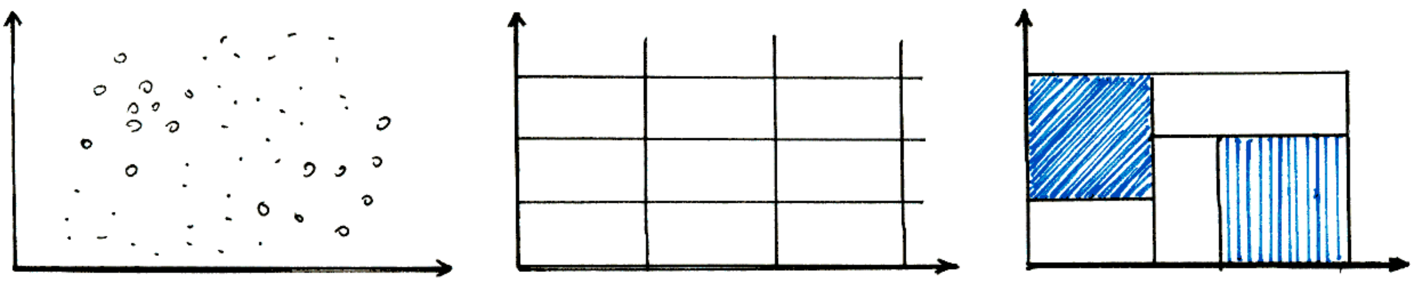
TEMPERATURA (FORNO) É ALTA.

VARIÁVEL : TEMPERATURA

RESTRIÇÃO : ALTA

CARACTERIZAÇÃO : CONJUNTO NEBULOSO (FUZZY SET) ALTA(t).

CONHECIMENTO : COLEÇÃO DE PROPOSIÇÕES EM UMA LINGUAGEM.



DADOS (NÚMEROS) — INFORMAÇÃO (GRANULARIZAÇÃO) — CONHECIMENTO (REGRAS SE-ENTÃO)

REPRESENTAÇÃO DE PROPOSIÇÕES EM COMPUTAÇÃO BASEADA EM REGRAS ENVOLVE :

- IDENTIFICAR AS VARIÁVEIS CUJOS VALORES SÃO RESTRITOS PELA PROPOSIÇÃO.
- IDENTIFICAR AS RESTRIÇÕES INDUZIDAS PELAS PROPOSIÇÕES.
- CARACTERIZAR CADA RESTRIÇÃO ATRAVÉS DE RELAÇÕES NEBULOSAS.

VII.1 REGRAS

CONSTITUEM A MANEIRA FORMAL DE REPRESENTAR DIRETIVAS E ESTRATÉGIAS.
SÃO APROPRIADAS QUANDO O DOMÍNIO DO CONHECIMENTO RESULTA DE ASSOCIAÇÕES EMPÍRICAS OU EXPERIÊNCIA.

SISTEMAS BASEADOS EM REGRAS SÃO CONSTRUÍDOS SOBRE UM CONJUNTO DE REGRAS E USAM UMA COLEÇÃO DE FATOS PARA FAZER INFERÊNCIAS.

REGRAS → ESQUEMA P/ REPRESENTAR CONHECIMENTO.

CONHECIMENTO EM COMPUTAÇÃO E ENGENHARIA É A INFORMAÇÃO QUE UM SISTEMA COMPUTACIONAL PRECISA ANTES DE PODER SE COMPORTAR DE FORMA INTELIGENTE.

REPRESENTAÇÃO DO CONHECIMENTO → FATOS FUZZY
OU
→ PROPOSIÇÕES

TEMPERATURA É ALTA,
SE TEMPERATURA É ALTA, ENTÃO O FLUXO É BAIXO,
SE O FLUXO É BAIXO, ENTÃO A ABERTURA DA VÁLVULA É ALTA.

$\underbrace{\text{TEMPERATURA}}_{\text{ATRIBUTO DE UM OBJETO}}$ É $\underbrace{\text{ALTA}}_{\text{VALOR}}$ ← PROPOSIÇÃO FUZZY

PARTE $\boxed{\text{SE}}$ ANTECEDENTES

PARTE $\boxed{\text{ENTÃO}}$ CONSEQÜENTES

← REGRAS SE-ENTÃO

SÃO PROPOSIÇÕES FUZZY FORMADAS POR DISJUNÇÕES OU CONJUNÇÕES DE PROPOSIÇÕES FUZZY.

REGRAS → EM CADEIA
→ PARALELAS

PROPOSIÇÕES COMPOSTAS SÃO CONSTRUÍDAS A PARTIR DE CONJUNÇÕES E / OU DISJUNÇÕES.

p: X_1 É A_1 E X_2 É A_2 ... E X_n É A_n $\rightarrow$ P

q: X_1 É A_1 OU X_2 É A_2 ... OU X_n É A_n $\rightarrow$ Q

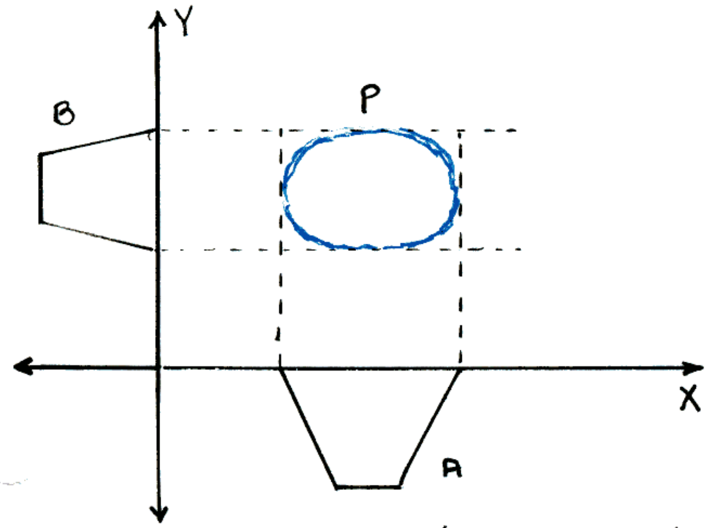
$A_1, A_2, \ldots, A_n$ SÃO CONJUNTOS NEBULOSOS

P E Q SÃO RELAÇÕES EM $X_1 \times X_2 \times \ldots \times X_n$, TAIS QUE:

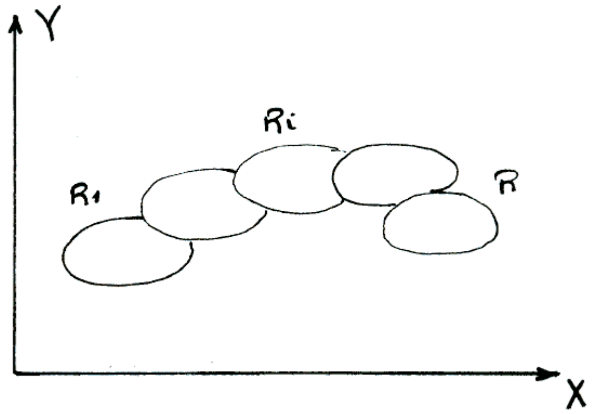
$$P(x_1, \ldots, x_n) = \mathop{T}_{i=1}^{n} \left[A_i(x_i) \right] \qquad p: (X_1, X_2, \ldots, X_n) \in P$$

$$Q(x_1, \ldots, x_n) = \mathop{S}_{i=1}^{n} \left[A_i(x_i) \right] \qquad q: (X_1, X_2, \ldots, X_n) \in Q$$

ONDE T E S DENOTAM NORMAS TRIANGULARES E CO-NORMAS, VISTAS COMO OPERADORES CONJUNÇÃO E DISJUNÇÃO.



P: SE X É A ENTÃO Y É B



R: SE X É A_1 ENTÃO Y É B_1

SE X É A_2 ENTÃO Y É B_2

⋮

SE X É A_N ENTÃO Y É B_N

$$R = \mathop{A}_{i=1}^{N} R_i$$

VII.2 SEMÂNTICA DE REGRAS SE-ENTÃO

UMA REGRA FUZZY PODE SER DEFINIDA COMO UMA RELAÇÃO FUZZY R, COM GRAU DE PERTINÊNCIA $R(x,y)$ REPRESENTANDO O GRAU COM QUE $(x,y) \in X \times Y$ É COMPATÍVEL COM A RELAÇÃO ENTRE AS VARIÁVEIS X E Y ENVOLVIDAS NA REGRA.

SE A E B SÃO FUZZY SETS DE X E Y, RESPECTIVAMENTE, ENTÃO A RELAÇÃO R SOBRE $X \times Y$ PODE SER DETERMINADA PELA EQUAÇÃO RELACIONAL:

$$R(x,y) = f\,(A(x), B(y)) \,, \quad \forall (x,y) \in X \times Y,$$

ONDE f É UMA FUNÇÃO DA FORMA $f: [0,1]^2 \rightarrow [0,1]$.

AS RELAÇÕES FUZZY INDUZIDAS SÃO DERIVADAS A PARTIR DE TRÊS CLASSES PRINCIPAIS DE FUNÇÕES f:

CONJUNÇÕES FUZZY
DISJUNÇÕES FUZZY
IMPLICAÇÕES FUZZY

$f_t \rightarrow$ CONJUNÇÃO NEBULOSA: GENERALIZAÇÃO DO PRODUTO CARTESIANO FUZZY VIA NORMA t

$f_s \rightarrow$ DISJUNÇÃO NEBULOSA: GENERALIZAÇÃO DO PRODUTO CARTESIANO FUZZY VIA CO-NORMA s

$f_i \rightarrow$ IMPLICAÇÃO NEBULOSA: GENERALIZAÇÃO DE IMPLICAÇÃO LÓGICA.

CONJUNÇÃO NEBULOSA: $f_t : [0,1]^2 \to [0,1]$; $f_t(A(x), B(x)) = A(x)\, t\, B(x)$, $\forall (x,y)\ X \times Y$

MANDANI $\quad f_c(A(x), B(x)) = A(x) \wedge B(x)$

LARSEN $\quad f_p(A(x), B(x)) = A(x) \cdot B(x)$

DISJUNÇÃO NEBULOSA: $f_s : [0,1]^2 \to [0,1]$; $f_t(A(x), B(x)) = A(x)\, s\, B(x)$, $\forall (x,y)\ X \times Y$

IMPLICAÇÃO NEBULOSA: $f_i : [0,1]^2 \to [0,1]$ TAL QUE, $\forall (x,y)\ X \times Y$:

•• 1 $\quad B(y_1) \leq B(y_2) \to f_i(A(x), B(y_1)) \leq f_i(A(x), B(y_2))$.

•• 2 $\quad f_i(\,,\, B(y)) = 1$

•• 3 $\quad f_i(1, B(y)) = B(y)$

• 4 $\quad A(x_1) \leq A(x_2) \to f_i(A(x_1), B(y)) \geq f_i(A(x_2), B(y))$

• 5 $\quad f_i(A(x_1), f_i(A(x_2), B(y))) = f_i(A(x_2), f_i(A(x_1), B(y)))$.

6 $\quad f_i(A(x), A(x)) = 1$

7 $\quad f_i(A(x), B(y)) = 1$ SSE $A(x) \leq B(y)$

8 $\quad f_i(A(x), B(y)) = f_i(\bar{B}(y), \bar{A}(x))$.

9 $\quad f_i(A(x), B(y))$ É UMA FUNÇÃO CONTÍNUA

CLASSIFICAÇÃO DE IMPLICAÇÕES NEBULOSAS:

S-IMPLICAÇÃO

$$f_{is}(A(x), B(y)) = \bar{A}(x)\, s\, B(y) \quad , \forall (x,y) \in X \times Y$$

R-IMPLICAÇÃO

$$f_{ir}(A(x), B(x)) = \sup_{c \in [0,1]} [A(x)\, t\, c \leq B(x)] \quad , \forall (x,y) \in X \times Y$$

LUKASIEWICZ

$$f_l(A(x), B(y)) = \min[1, 1 - A(x) + B(y)]$$

KLEENE

$$f_b(A(x), B(y)) = \max[1 - A(x), B(y)]$$

REICHENBACH

$$f_r(A(x), B(y)) = 1 - A(x) + A(x)B(y)$$

GÖDEL

$$f_g(A(x), B(y)) = \begin{cases} 1 & \text{SE } A(x) \leq B(y) \\ B(y) & \text{SE } A(x) > B(y) \end{cases}$$

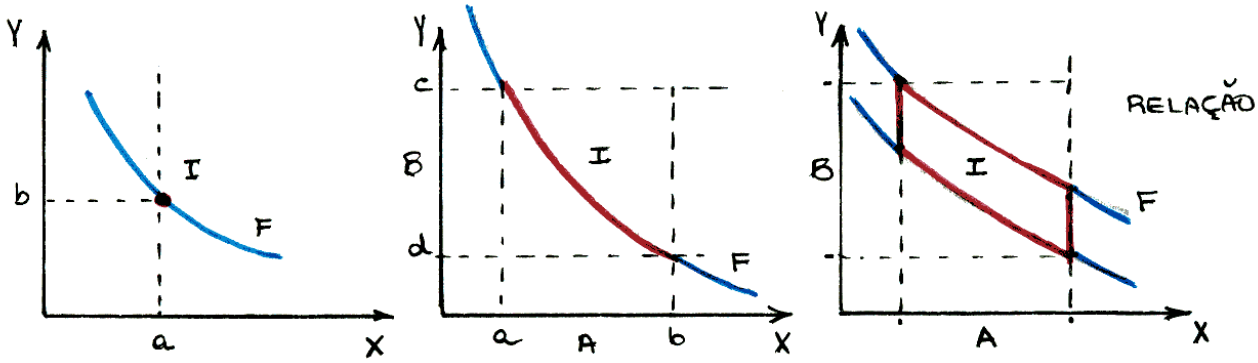
GOGUEN

$$f_\Delta(A(x), B(y)) = \begin{cases} 1 & \text{SE } A(x) \leq B(y) \\ \dfrac{B(y)}{A(x)} & \text{SE } A(x) > B(y) \end{cases}$$

VII.3 INFERÊNCIA E RACIOCÍNIO APROXIMADO

COMPUTAÇÃO BASEADA EM REGRAS UTILIZA REGRAS SE-ENTÃO E REGRAS COMPOSICIONAIS DE INFERÊNCIA.

REGRA COMPOSICIONAL DE INFERÊNCIA



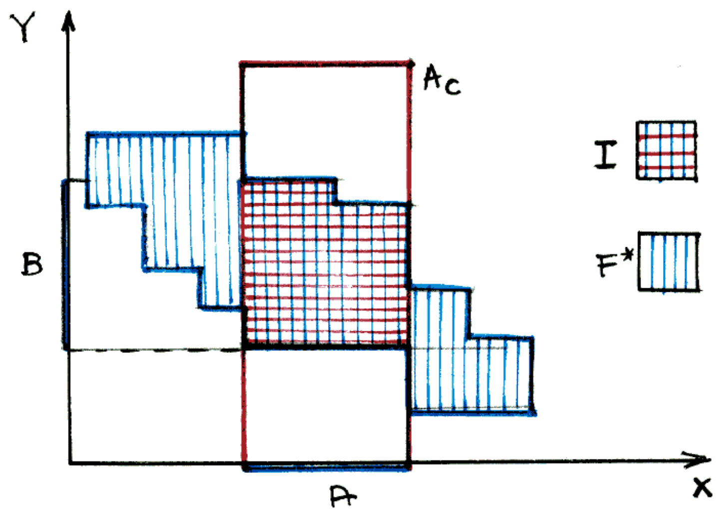
$$\frac{\begin{array}{c} x = a \\ y = f(x) \end{array}}{y = b} \qquad \frac{\begin{array}{c} x \text{ é } A \\ (x,y) \text{ é } F \end{array}}{y \text{ é } B} \qquad \frac{\begin{array}{c} x \text{ é } A \\ (x,y) \text{ é } F \end{array}}{y \text{ é } B}$$

QUANDO UMA COLEÇÃO DE REGRAS FUZZY É INTERPRETADA COMO UMA DEPENDÊNCIA FUNCIONAL F^* ENTRE AS VARIÁVEIS FUZZY X E Y, O PROBLEMA DE COMPUTAR O VALOR DE Y, DADO X PODE SER EXPRESSO COMO A REGRA DE INFERÊNCIA

$$\frac{\begin{array}{c} X \text{ é } A \\ (X,Y) \text{ é } F^* \end{array}}{Y \text{ é } B.}$$

DE FORMA GRÁFICA:

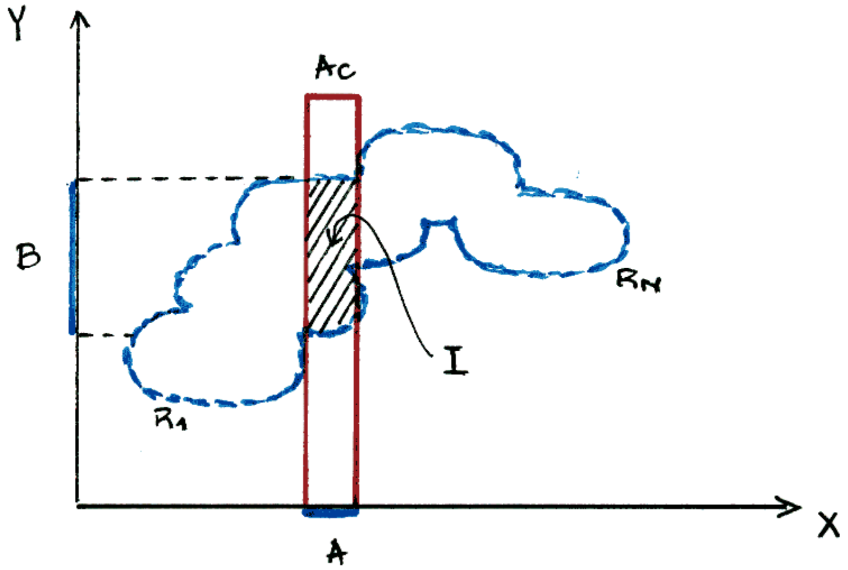
1. DETERMINAR A EXTENSÃO CILÍNDRICA DE A (A_c).
2. DETERMINAR I, QUE É A INTERSECÇÃO DE A_c COM F^*.
3. PROJETAR I SOBRE Y, PARA OBTER B.



REGRA COMPOSICIONAL DE INFERÊNCIA DE ZADEH.

A REGRA COMPUTACIONAL DE INFERÊNCIA TAMBÉM SE APLICA QUANDO CADA REGRA FUZZY DE UMA COLEÇÃO DE REGRAS FUZZY É INTERPRETADA COMO UMA RELAÇÃO FUZZY $R_i = 1, \ldots, n$, INDUZIDA POR UMA CONJUNÇÃO, DISJUNÇÃO OU IMPLICAÇÃO NEBULOSA.

$$\frac{\begin{array}{l} X \text{ É } A \\ (X,Y) \text{ É } R \end{array}}{Y \text{ É } B.}$$



1. Ac
2. $I = Ac \cap R$
3. $B = PROJ_Y (Ac \cap R)$

O OPERADOR INTERSECÇÃO PODE SER MODELADO POR QUALQUER NORMA TRIANGULAR t,
A PROJEÇÃO É OBTIDA PELA OPERAÇÃO SUP,
ASSIM, A FUNÇÃO DE PERTINÊNCIA DO FUZZY SET INFERIDO B SERÁ:

$$B(y) = \sup_x \left[Ac(x,y)\, t\, R(x,y) \right] \overset{A(x) = Ac(x,y)}{=} \sup_x \left[A(x)\, t\, R(x,y) \right]$$

OU SEJA, $B = A \circ R$ (A COMPOSIÇÃO SUP-MIN OU SUP-t R)

E O PADRÃO DE INFERÊNCIA SE TORNA:

$$\frac{\begin{array}{l} X \text{ É } A \\ (X,Y) \text{ É } R \end{array}}{Y \text{ É } A \circ R.}$$

VII.4 COMPUTANDO COM REGRAS

COMPUTAÇÃO BASEADA EM REGRAS FUZZY = REGRAS SEMÂNTICAS + REGRA COMPOSICIONAL DE INFERÊNCIA

⇒ APLICAÇÕES PRÁTICAS

SEJA UMA COLEÇÃO DE n REGRAS FUZZY DA FORMA:

SE X É A_i E Y É B_i, ENTÃO Z É C_i,

A_i, B_i, C_i, $i = 1, \dots, n$ ⇒ FUZZY SETS

X, Y, Z ⇒ OS RESPECTIVOS UNIVERSOS DE DISCURSO

O VALOR DE C INFERIDO A PARTIR DA PROPOSIÇÃO

X É A E Y É B

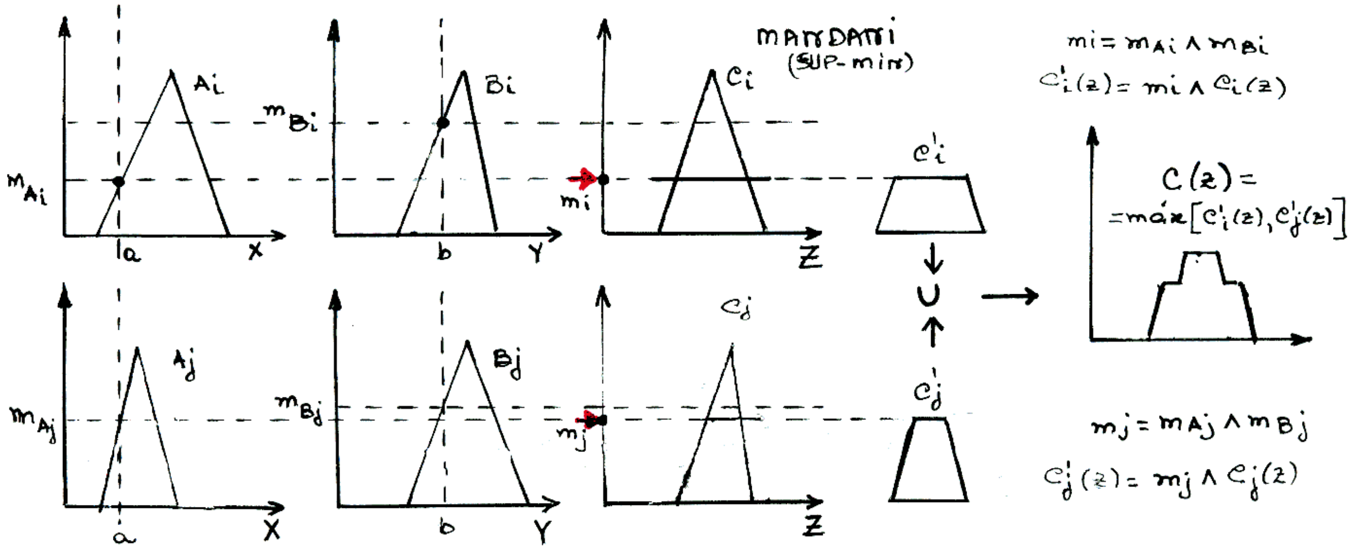
É OBTIDO POR UMA REGRA DE AGREGAÇÃO (OPERADOR MÁX) E PELA REGRA COMPOSICIONAL DE INFERÊNCIA (t-NORMA MIN OU PRODUTO ALGÉBRICO),

CONFORME:

$$m_i = A_i(a) \wedge B_i(b), \quad a \in X \text{ e } b \in Y$$
$$C(z) = \text{máx}\,[m_i \wedge C_i(z),\ i = 1, \dots, n],\ \forall z \in Z. \qquad \text{(MANDANI)}$$

OU

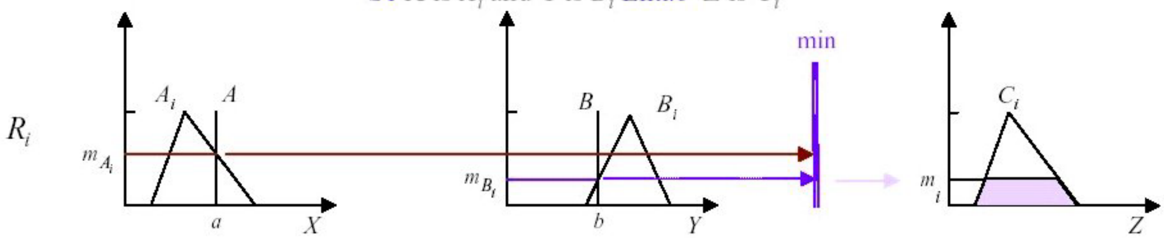
$$m_i = A_i(a) \wedge B_i(b), \quad a \in X \text{ e } b \in Y$$
$$C(z) = \text{máx}\,[m_i \cdot C_i(z),\ i = 1, \dots, n],\ \forall z \in Z. \qquad \text{(LARSEN)}$$



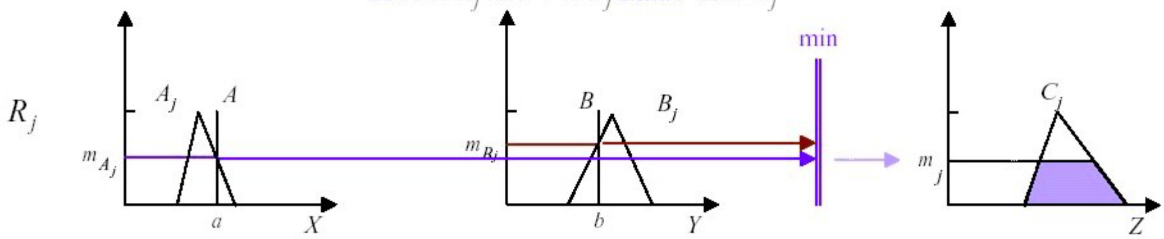
Inferência: Método de Mamdani

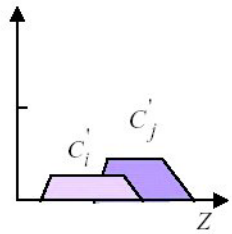
X is A and Y is B

Se X is A_i and Y is B_i Então Z is C_i

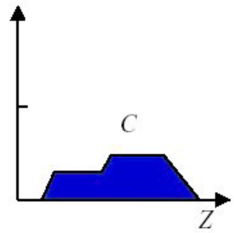


Se X is A_j and Y is B_j Então Z is C_j

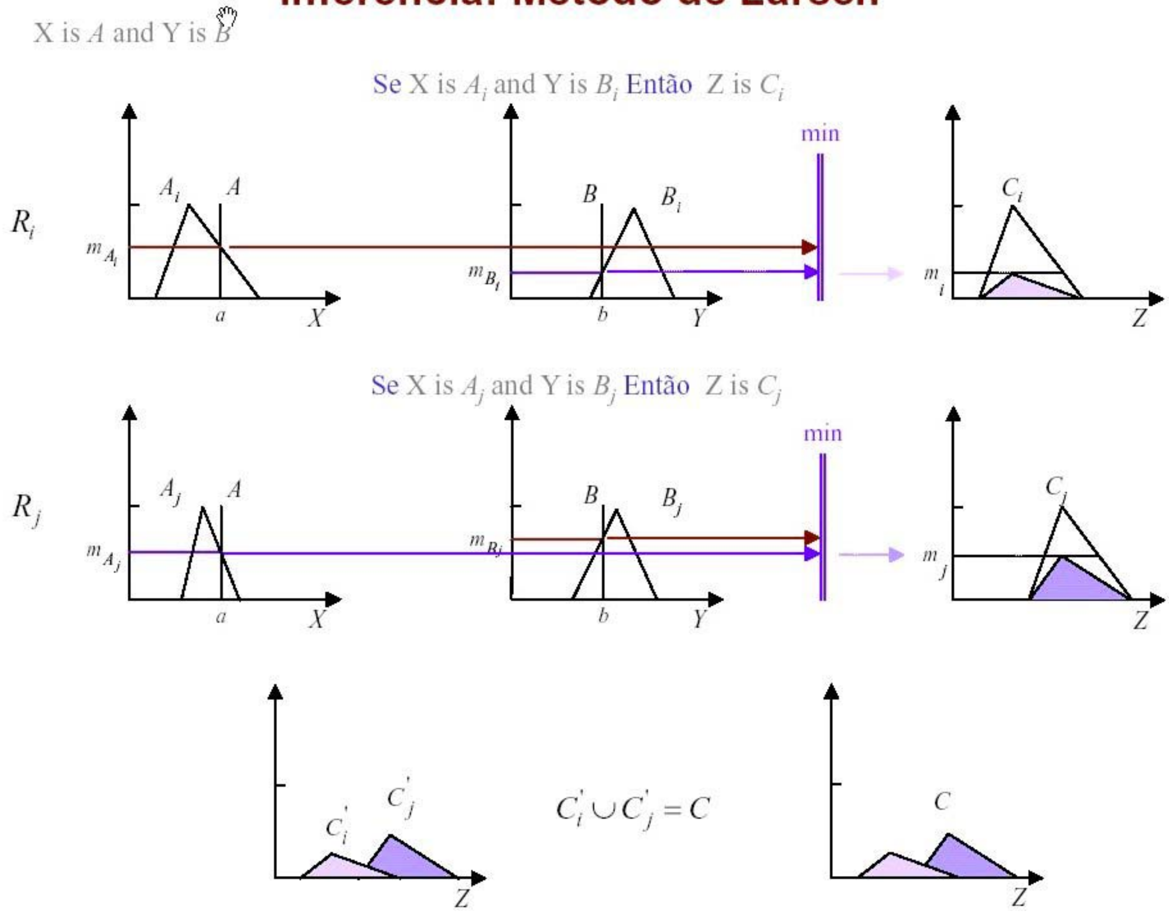




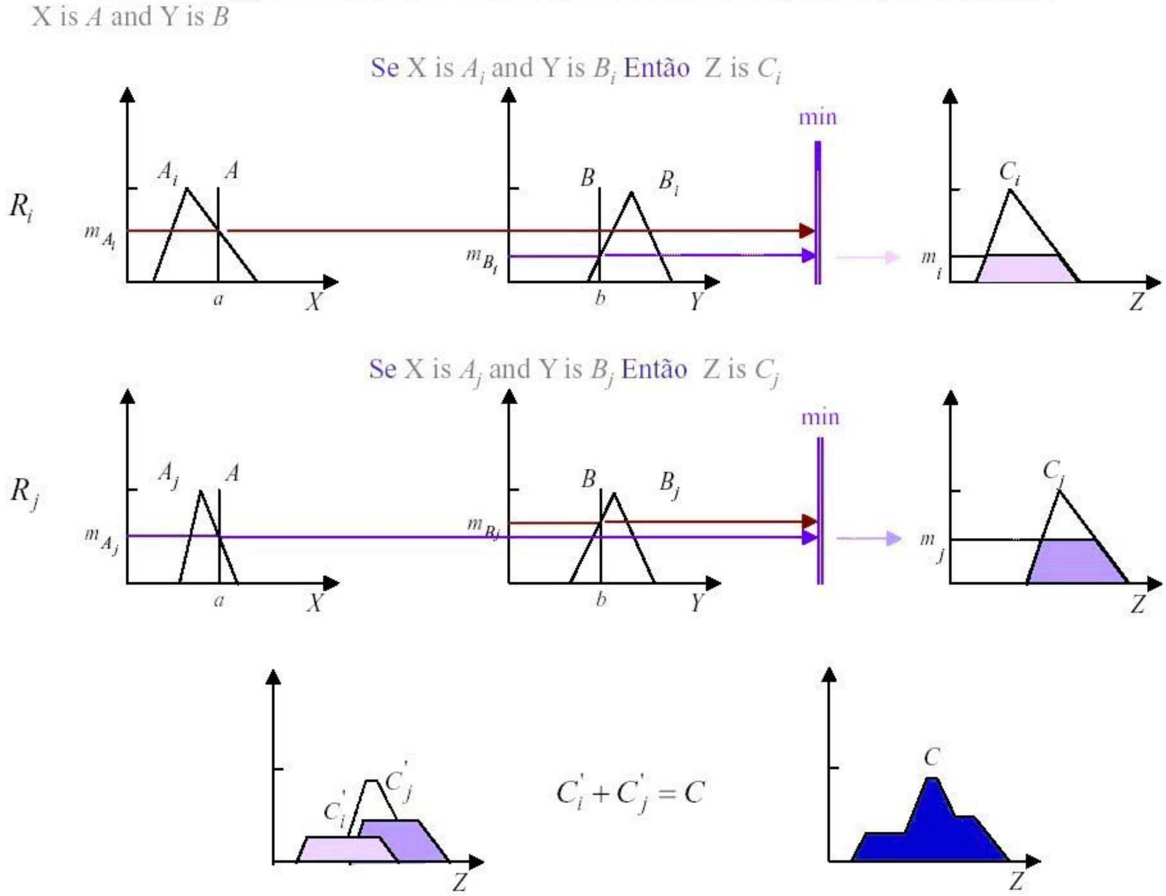
$C_i' \cup C_j' = C$



Inferência: Método de Larsen

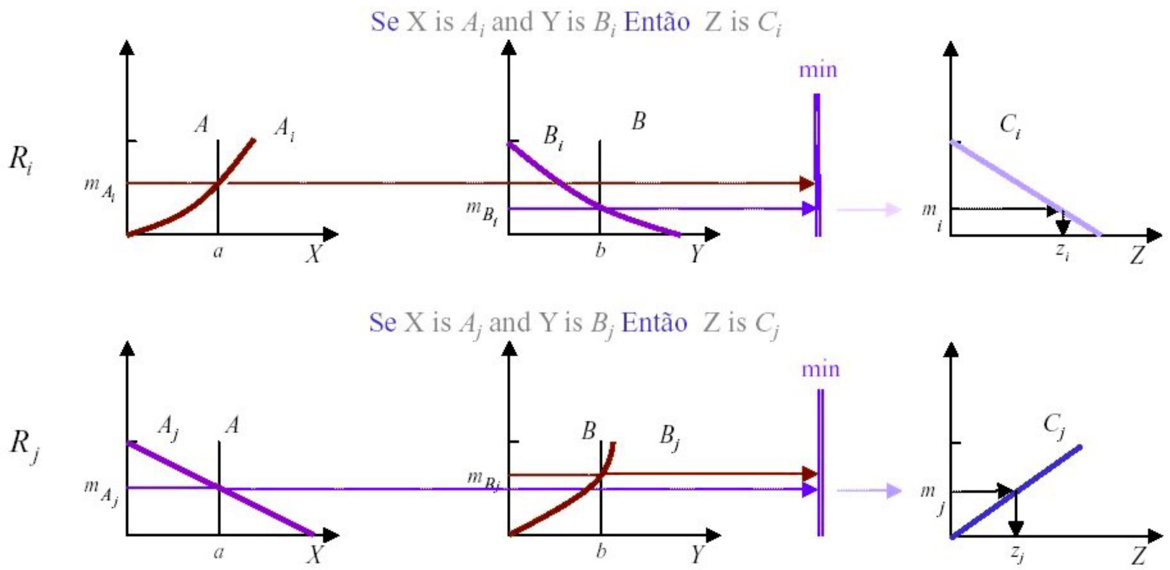


Inferência: Método Aditivo de Kosko-Mizumoto



Inferência: Método de Tsukamoto

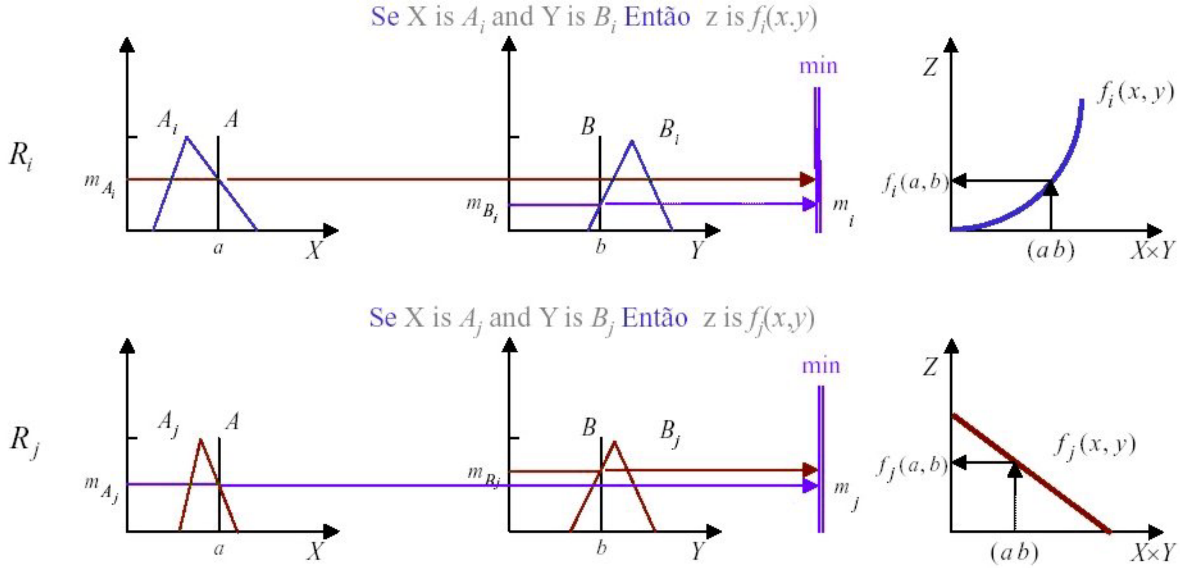
X is *A* and Y is *B*



$$z = \frac{m_i z_i + m_j z_j}{m_i + m_j}$$

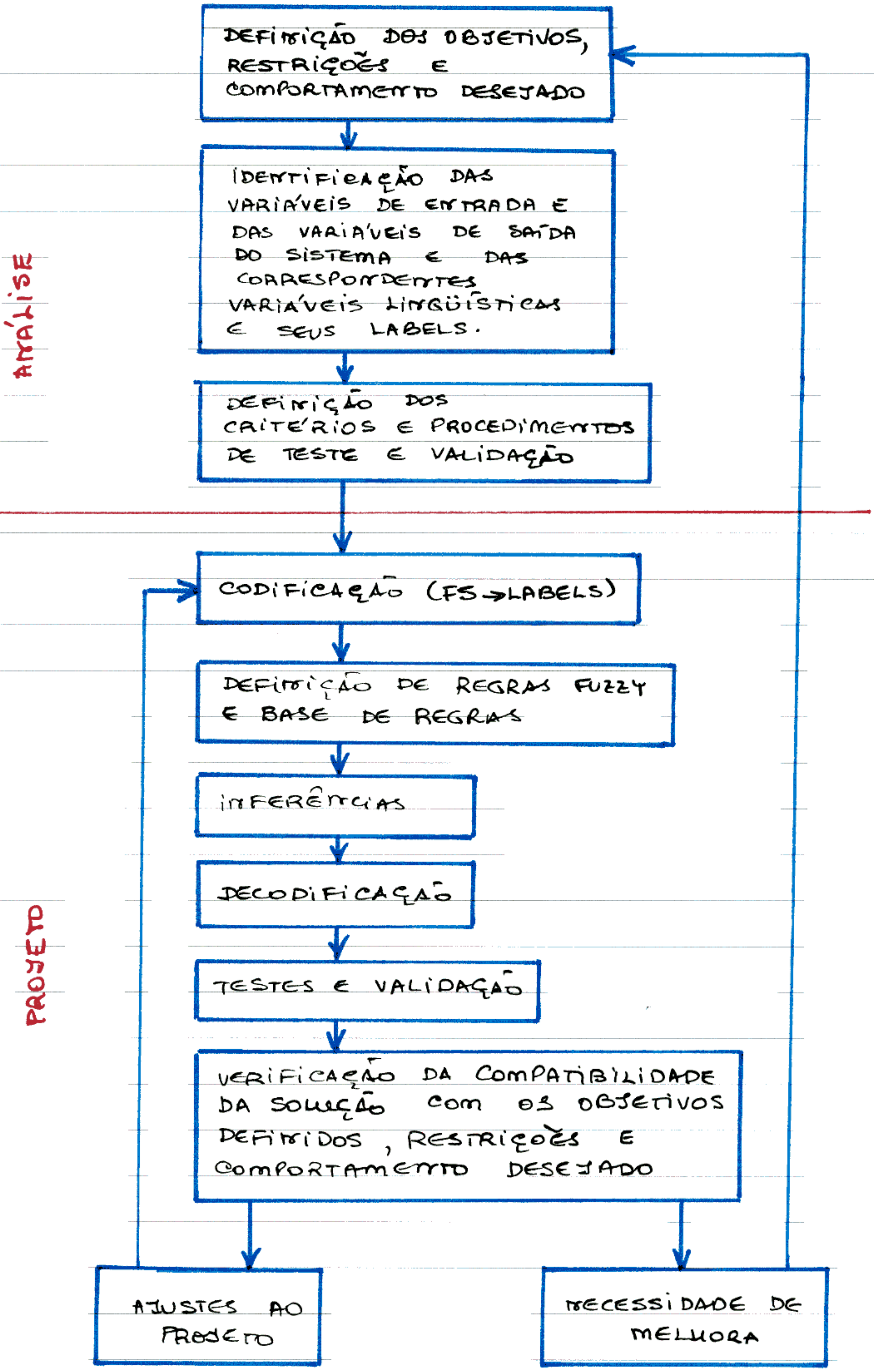
Inferência: Método de Takagi-Sugeno

X is A and Y is B



$$z = \frac{m_i f_i(a,b) + m_j f_j(a,b)}{m_i + m_j}$$

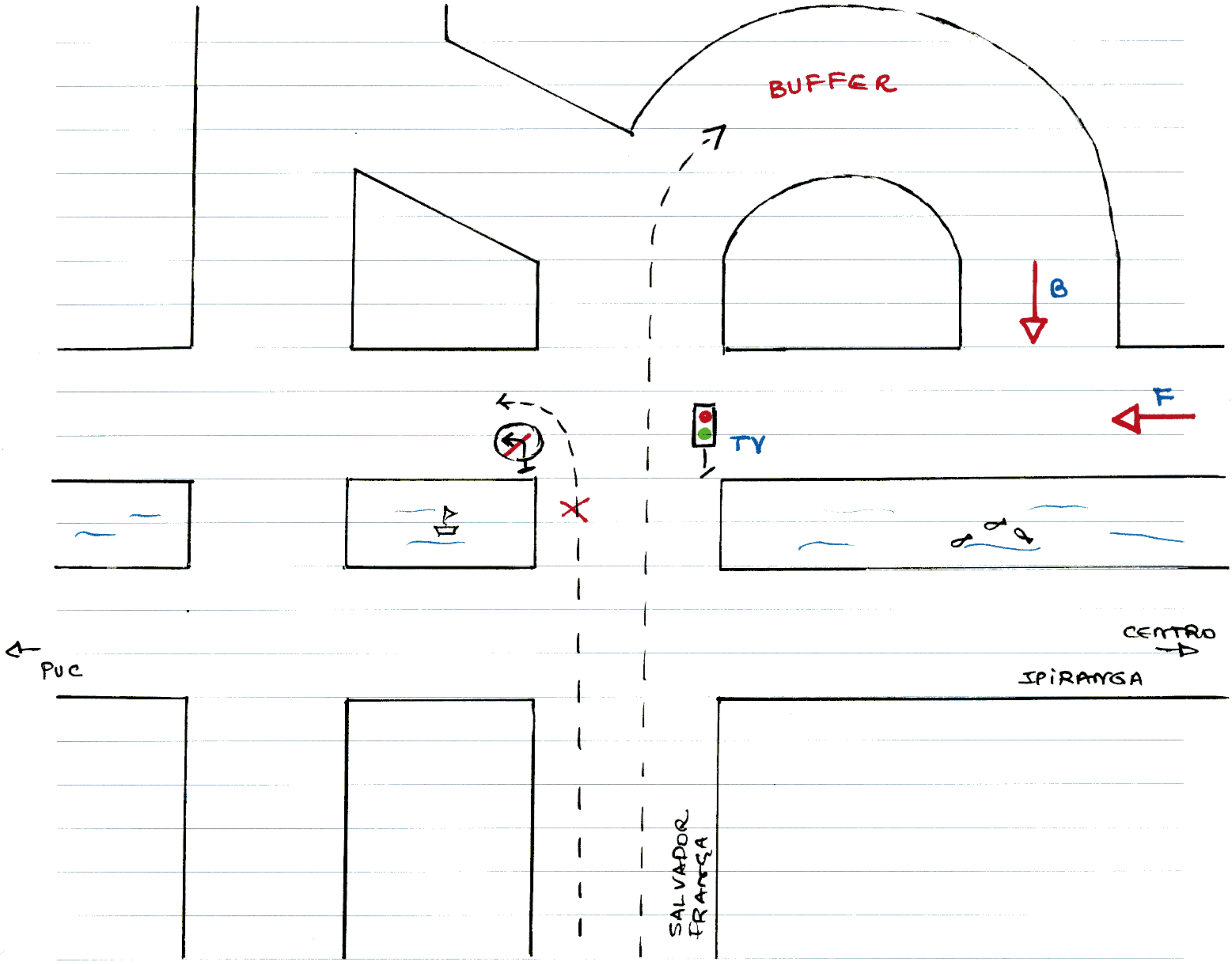
VII.5 METODOLOGIA PARA ANÁLISE E PROJETO FUZZY



VII.6 ESTUDO DE CASO

→ DESEJA-SE UTILIZAR UM CONTROLADOR FUZZY PARA DEFINIR O TEMPO DE PERMANÊNCIA DO SINAL VERDE NA SINALEIRA PRESENTE NA ESQUINA DAS AVENIDAS IPIRANGA E SALVADOR FRANÇA.

<u>OBJETIVO</u>: MINIMIZAR O CONGESTIONAMENTO DO TRÁFEGO DE VEÍCULOS, AJUSTANDO OS INTERVALOS DE ABERTURA E FECHAMENTO DO CRUZAMENTO, DE ACORDO COM A PRESENÇA DE VEÍCULOS (FILA) NOS ACESSOS CRÍTICOS DO CRUZAMENTO DAS AVENIDAS.



VARIÁVEIS DE ENTRADA

OCUPAÇÃO DO BUFFER (ALÇA) (ACESSO CRÍTICO 1) → B

TAMANHO DA FILA NA AV. IPIRANGA (ACESSO CRÍTICO 2) → F

VARIÁVEL DE SAÍDA

TEMPO DE PERMANÊNCIA DA SINALEIRA NO VERDE → TV

LABELS DAS VARIÁVEIS LINGÜÍSTICAS (VALORES LINGÜÍSTICOS)

B = { CHEIO, PARCIALMENTE CHEIO, MÉDIO, PARCIALMENTE VAZIO, VAZIO }

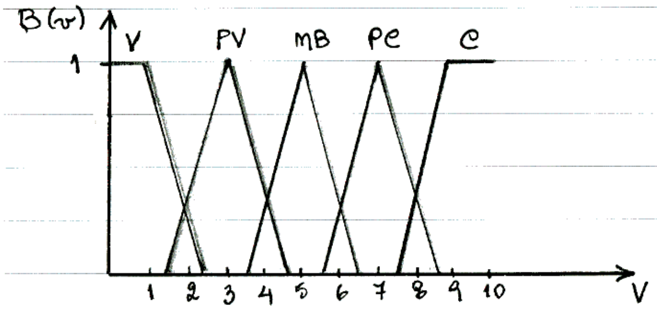
F = { ABSURDAMENTE GRANDE, GRANDE, MÉDIA, PEQUENA, INACREDITAVELMENTE PEQUENA }

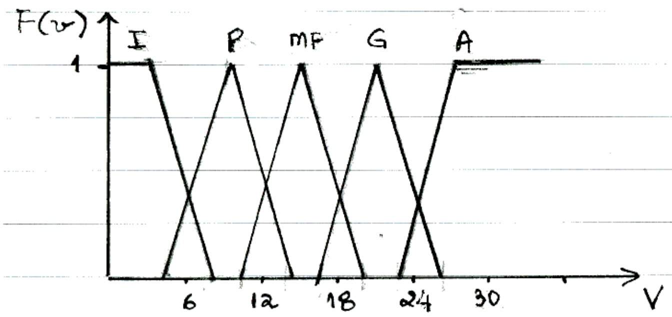
TV = { MÁXIMO, MÉDIO GRANDE, MÉDIO, MÉDIO PEQUENO, MÍNIMO }
(> MÉDIO) (< MÉDIO)

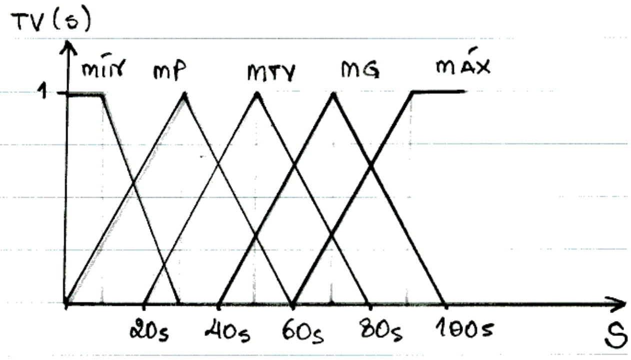
CRITÉRIOS DE TESTE E VALIDAÇÃO

- VERIFICAÇÃO NO LOCAL DAS CONDIÇÕES DE TRÁFEGO COM O USO DO CONTROLADOR FUZZY,
- MEDIDA DO TEMPO MÉDIO DE ESPERA / VEÍCULO / HORÁRIO, ...

CODIFICAÇÃO







OBS: OS UNIVERSOS DE DISCURSO DE B E F PODEM CONTER N^OS NÃO INTEIROS (P.EXPLO, O ESPAÇO DE VISUALIZAÇÃO DE UM CONTADOR PODE CONTER 1,7 VEÍCULOS)

DEFINIÇÃO DE REGRAS (BASE DE REGRAS)

R1 → "SE O BUFFER É CHEIO E A FILA É ABSURDAMENTE GRANDE, ENTÃO O TEMPO DE PERMANÊNCIA NO VERDE É MÁXIMO"

"SE B É C E F É A, ENTÃO TV É MIN"

R2 → "SE O BUFFER É MÉDIO E A FILA É MÉDIA, ENTÃO O TEMPO DE PERMANÊNCIA NO VERDE É MÉDIO"

"SE B É MB E F É MF, ENTÃO TV É MTV"

R3 → "SE O BUFFER É PARCIALMENTE CHEIO E A FILA É PEQUENA, ENTÃO O TEMPO DE PERMANÊNCIA NO VERDE É MÉDIO PEQUENO"

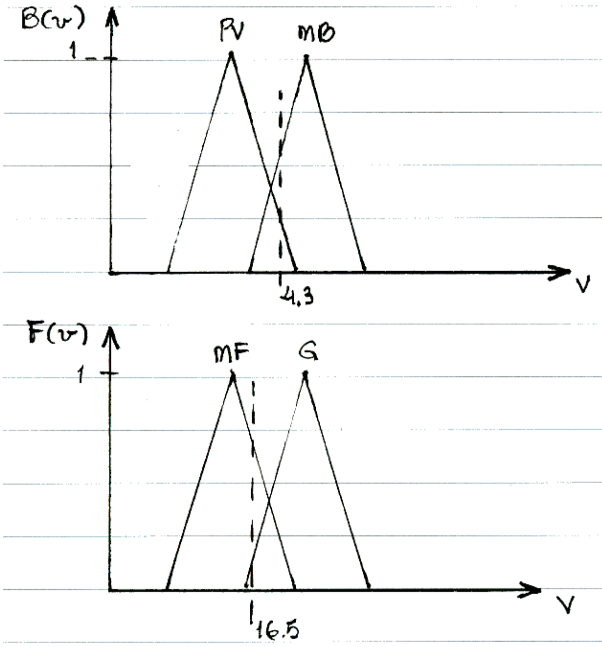
⋮

"SE B É PC E F É P, ENTÃO TV É MP" ...

B \ F	A	G	MF	P	I
C	MÁX	MÁX	MG	MTV	MTV
PC	MÁX	MÁX	MG	MP	MP
MB	MG	MG	MTV	MP	MP
PV	MG	MG	MP	MÍN	MÍN
V	MTV	MTV	MP	MÍN	MÍN

TV

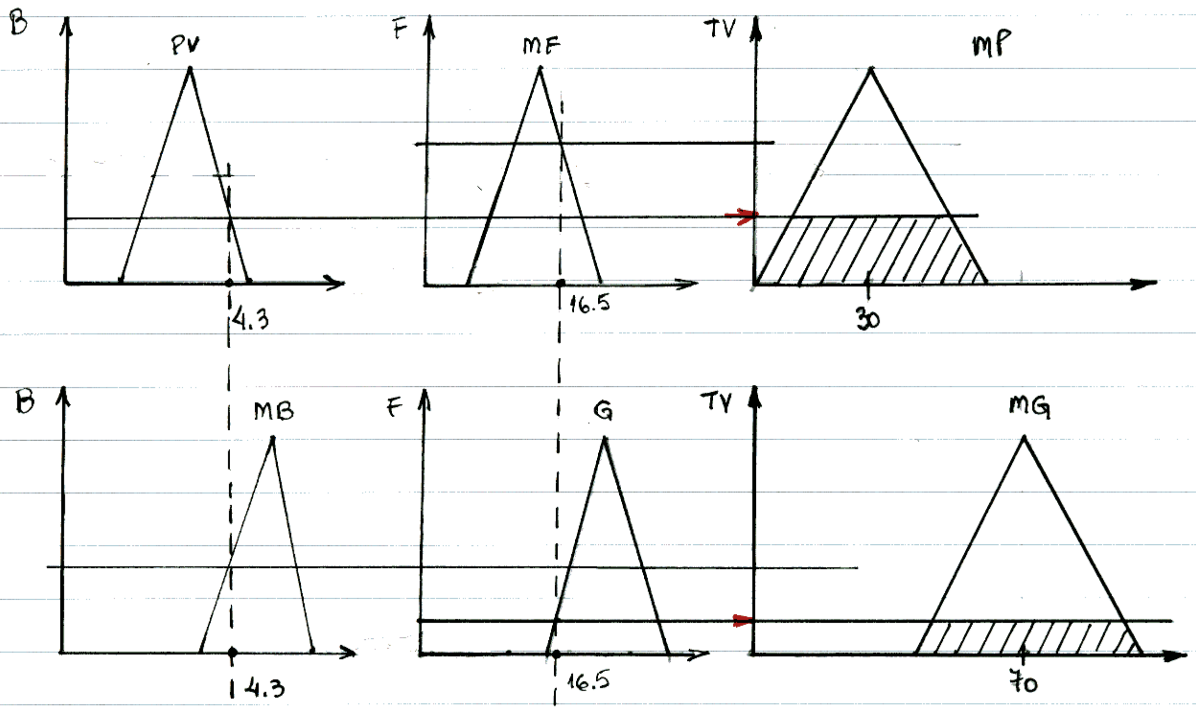
INFERÊNCIAS



REGRA FUZZY:

SE B É 4.3 E F É 16.5,
ENTÃO TV É ?

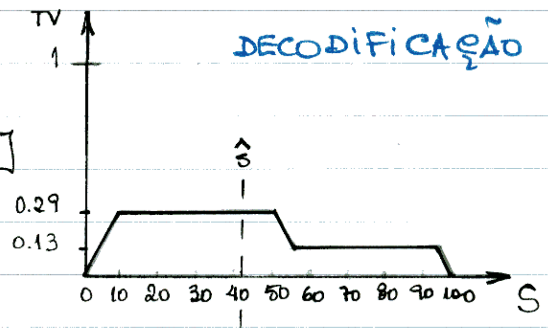
AGREGAÇÃO → OPERADOR MÁX
CONJUNÇÃO → SUP-MIN (MAMDANI)
DEFUZZYFICAÇÃO → CENTRO DE GRAVIDADE



DECODIFICAÇÃO

$$\hat{s} = \left[0.29\,(10+20+30+40+50) + 0.13\,(60+70+80+90)\right] / \left[5\times0.29 + 4\times0.13\right]$$

$\hat{s} = 41.88 \approx 42\,s$



SE B É 4.3 E F É 16.5, ENTÃO TV É 42.