

O ALGORITMO GENÉTICO DE PARÂMETROS CONTÍNUOS

IV.1 PARÂMETROS DISCRETOS X PARÂMETROS CONTÍNUOS

IV.2 COMPONENTES DE UM ALGORITMO GENÉTICO DE PARÂMETROS CONTÍNUOS

IV.2.1 SELEÇÃO DE PARÂMETROS E FUNÇÃO DE CUSTO

IV.2.2 CODIFICAÇÃO DE PARÂMETROS, PRECISÃO E LIMITES

IV.2.3 POPULAÇÃO INICIAL

IV.2.4 SELEÇÃO NATURAL

IV.2.5 SELEÇÃO DE PARES

IV.2.6 CRUZAMENTO

IV.2.7 MUTAÇÃO

IV.2.8 CONVERGÊNCIA DO ALGORITMO

IV.1 PARÂMETROS DISCRETOS X PARÂMETROS CONTÍNUOS

PARÂMETROS DISCRETOS: * OS PARÂMETROS SÃO CODIFICADOS EM STRINGS BINÁRIAS (CAP. III).

ESPAÇO DE PARÂMETROS CONTÍNUO

QUANTIZAÇÃO (LIMITAÇÃO)

ESPAÇO DE PARÂMETROS DISCRETO

- ↓ INTERVALO DE AMOSTRAGEM
- ↑ PRECISÃO DA REPRESENTAÇÃO DO ESP. DE PARAS. CONTÍNUO ATRAVÉS DE UM ESP. DE PARAS. DISCRETO
- ↑ N^o DE PARÂMETROS OBTIDOS POR DISCRETIZAÇÃO
- ↑ N^o DE NÍVEIS DE QUANTIZAÇÃO NECESSÁRIOS
- ↑ N^o DE BITS NECESSÁRIOS P/ A REPRESENTAÇÃO (N_{bits})
- ↑ N_{bits}
- ↑ TAMANHO DO CROMOSSOMO

$2^3 = 8$ NÍVEIS DE QUANTIZAÇÃO
000, 001, 010, 100, 011, 101, 110, 111

$2^2 = 4$ NÍVEIS DE QUANTIZAÇÃO
00, 01, 10, 11

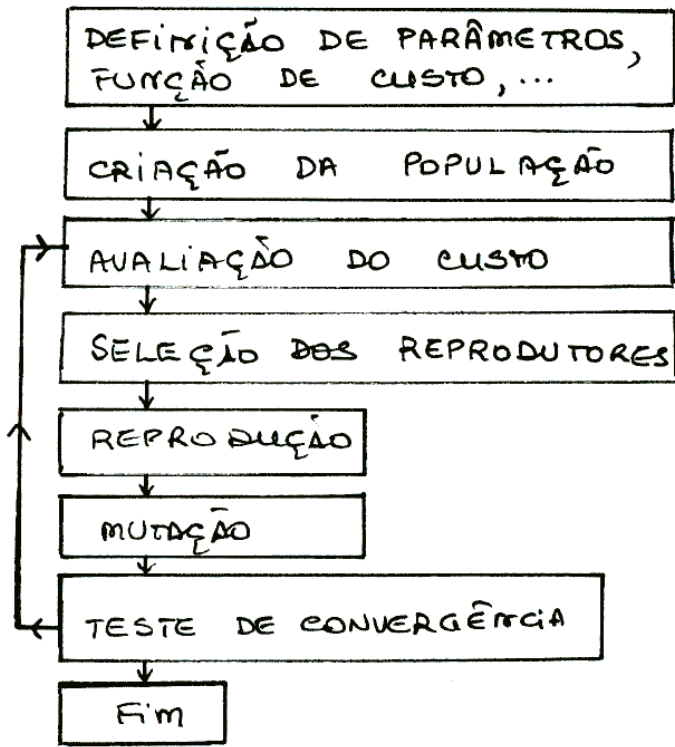
PARÂMETROS CONTÍNUOS: * REPRESENTAÇÃO + NATURAL DO ESPAÇO DE PARÂMETROS (+ LÓGICA).

* N^{os} REAIS

* N^{os} EM PONTO FLUTUANTE

- ↓ REQUERIMENTOS DE MEMÓRIA → PAR. CONT. → 1 N^o PTO FLUTUANTE / PAR.
- ↑ PRECISÃO DA REPRESENTAÇÃO PARAMÉTRICA (NÃO HA QUANT.).
- ↑ PRECISÃO NA REPRESENTAÇÃO DA FUNÇÃO DE CUSTO.

IV.2 COMPONENTES DE UM ALGORITMO GENÉTICO DE PARÂMETROS CONTÍNUOS



* OS PARÂMETROS NÃO SÃO REPRESENTADOS POR BITS ZEROS E UNS.

(NÃO HA' O BLOCO: REPRESENTAÇÃO PARAMÉTRICA)

* SÃO REPRESENTADOS POR NÚMOS REAIS, SOBRE QUALQUER INTERVALO QUE SEJA APROPRIADO.

IV.2.1 SELEÇÃO DE PARÂMETROS E FUNÇÃO DE CUSTO

O OBJETIVO É RESOLVER ALGUM PROBLEMA DE OTIMIZAÇÃO POR MEIO DA BUSCA POR UMA SOLUÇÃO ÓTIMA (MÍNIMO), EM TERMOS DOS PARÂMETROS DO PROBLEMA.

→ OS VETORES DE PARÂMETROS (OU CROMOSSOMOS) SÃO VETORES n_{par} -DIMENSIONAIS, DA FORMA:

$$\text{CROMOSSOMO} = [p_1, p_2, \dots, p_{n_{par}}] \quad (IV.1)$$

→ OS PARÂMETROS SÃO REPRESENTADOS POR NÚMEROS EM PONTO FLUTUANTE.

→ CADA CROMOSSOMO TEM O CUSTO DETERMINADO ATRAVÉS DA AVALIAÇÃO DA FUNÇÃO DE CUSTO f EM $p_1, p_2, \dots, p_{n_{par}}$:

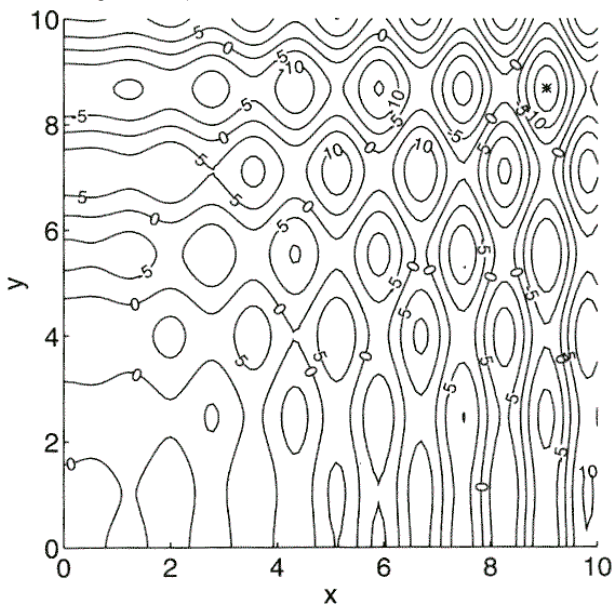
$$\text{CUSTO} = f(\text{CROMOSSOMO}) = f(p_1, p_2, \dots, p_{n_{par}}) \quad (IV.2)$$

A FIGURA IV.1 APRESENTA O GRÁFICO DE CONTORNOS DA FUNÇÃO DE CUSTO:

$$c = f(x, y) = x \sin(4x) + 1.1 y \sin(2y), \quad (\text{IV.3})$$

com $0 \leq x \leq 10$ E $0 \leq y \leq 10$.

- A FUNÇÃO POSSUI MUITOS PICOS E VALES.
- O OBJETIVO DO GA PROPOSTO É DETERMINAR O MÍNIMO GLOBAL DE $f(x, y)$.
- MÉTODOS DE BUSCA CONVENCIONAIS TERÃO DIFICULDADES PARA DETERMINAR O MÍNIMO GLOBAL ENTRE TANTOS MÍNIMOS LOCAIS.



DESDE QUE f É FUNÇÃO APENAS DE x E y , A ESCOLHA DOS PARÂMETROS É IMEDIATA, OU SEJA:

$$\text{CROMOSSOMO} = [y, x],$$

com $n_{\text{par}} = 2$.

IV.2.2 CODIFICAÇÃO DE PARÂMETROS, PRECISÃO E LIMITES

→ OS VALORES PARA x E y SÃO CODIFICADOS EM NÚMEROS REAIS, SITUADOS ENTRE OS LIMITES DEFINIDOS NA EQ. (IV.3), $0 \leq x \leq 10$ E $0 \leq y \leq 10$.

→ PARÂMETROS CONTÍNUOS PODEM ASSUMIR QUALISQUER VALORES, QUE SÃO REPRESENTADOS (EM COMPUTADORES) POR UM NÚMERO FINITO DE BITS.

A PRECISÃO DA REPRESENTAÇÃO DEPENDE DA PRECISÃO INTERNA DO COMPUTADOR, E É DEFINIDA PELO ERRO DE ARREDONDAMENTO (PCS: 16 OU 32 BITS; SUPERCOMPUTADORES: 64 BITS).

→ O GA inicia com uma população inicial de N_{IPOP} cromossomos.

OBSERVAÇÃO:

SE O ESPAÇO DE BUSCA INICIAL NÃO É CONHECIDO, É PRECISO CONTAR COM UMA POPULAÇÃO INICIAL COM DIVERSIDADE SUFICIENTE PARA EXPLORAR UM ESPAÇO DE PARÂMETROS DE TAMANHO RAZOÁVEL, ANTES DE TENTAR FOCAR EM REGIÕES + PROMISSORAS.

- UMA MATRIZ REPRESENTA A POPULAÇÃO.
- CADA LINHA É UM CROMOSSOMO, OU UM VETOR $[1 \times N_{par} - \text{DIMENSIONAL}]$, DE PARÂMETROS CONTÍNUOS.

→ DADA UMA POPULAÇÃO INICIAL DE N_{IPOP} CROMOSSOMOS, A MATRIZ DE $[N_{IPOP} \times N_{par}]$ VALORES ALEATÓRIOS É GERADA POR:

$$IPOP = (hi - lo) \times \text{RANDOM} \{ N_{IPOP}, N_{par} \} + lo$$

ONDE:

- $\text{RANDOM} \{ N_{IPOP}, N_{par} \}$ = UMA FUNÇÃO QUE GERA UMA MATRIZ DE $[N_{IPOP} \times N_{par}]$ N.ºS ALEATÓRIOS UNIFORMEMENTE DISTRIBUÍDOS ENTRE ZERO E UM.
- hi = MAIOR N.º PRESENTE NO UNIVERSO DE EXCURSÃO DO PAR.
- lo = MENOR N.º PRESENTE NO UNIVERSO DE EXCURSÃO DO PARÂMETRO.

→ TENDO SIDO GERADOS OS CROMOSSOMOS, OS PARÂMETROS SÃO PASSADOS PARA A FUNÇÃO DE CUSTO, PARA A DETERMINAÇÃO DO CUSTO DE CADA CROMOSSOMO E IPOP.

EM NOSSO EXEMPLO,

- $C = f(x, y) = x \sin(4x) + 1.1 \sin(2y)$; $0 \leq x \leq 10$; $0 \leq y \leq 10$
- CROMOSSOMO = $[x, y]$; $n_{par} = 2$ ←

OS VALORES DOS PARÂMETROS x E y SÃO RESTRITOS ENTRE $l_0 = 0$ E $h_i = 10$.

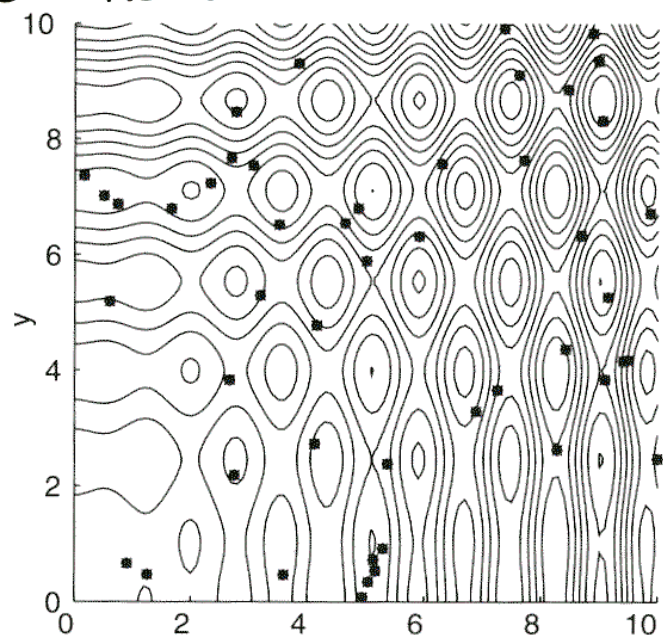
COMO A FUNÇÃO DE CUSTO É UMA FUNÇÃO "COMPLEXA", A POPULAÇÃO INICIAL SERÁ MAIOR DO QUE A QUE CONSIDERAMOS NO CAPÍTULO ANTERIOR, PARA O GA BINÁRIO.

UMA POPULAÇÃO MAIOR PERMITE AO ALGORITMO AMOSTRAR A SUPERFÍCIE DE CUSTO EM MAIS DETALHES. ASSIM:

- $n_{IPOP} = 48$ E
- A DIMENSÃO DA MATRIZ $[n_{IPOP} \times n_{par}] = [48 \times 2]$

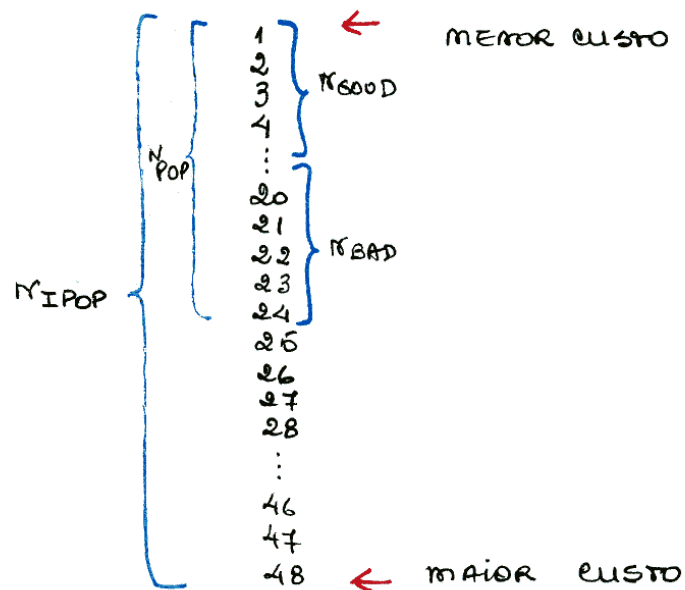
A FIGURA IV.2 ILUSTRA A POPULAÇÃO INICIAL COMPOSTA PELOS $n_{IPOP} = 48$ CROMOSSOMOS ALEATÓRIOS.

PODE-SE NOTAR NA FIGURA IV.2 QUE OS MEMBROS DA POPULAÇÃO ENCONTRAM-SE ESPAÇADOS, AMOSTRANDO ADEQUADAMENTE OS VALORES DA FUNÇÃO DE CUSTO.



IV. 2.4 SELEÇÃO NATURAL

- BUSCA DECIDIR QUAIS CROMOSSOMOS DE IPOP SÃO SUFICIENTEMENTE ADEQUADOS PARA SOBREVIVER E POSSIVELMENTE REPRODUZIR, FORMANDO A PRÓXIMA GERAÇÃO.
- OS CROMOSSOMOS SÃO ORDEADOS EM ORDEM CRESCENTE DE CUSTO (DO MENOR PARA O MAIOR CUSTO).
- APENAS OS N_{POP} E N_{IPOP} MELHORES MEMBROS DA POPULAÇÃO SÃO MANTIDOS PARA A PRÓXIMA ITERAÇÃO DO ALGORITMO.
- ESTE PROCESSO (SELEÇÃO NATURAL) DEVE OCORRER A CADA ITERAÇÃO DO ALGORITMO PARA PERMITIR QUE A POPULAÇÃO DE CROMOSSOMOS EVOLVA AO LONGO DAS GERAÇÕES PARA UMA POPULAÇÃO COMPOSTA DOS MEMBROS MAIS ADEQUADOS, CONFORME DEFINIDOS PELA FUNÇÃO DE CUSTO.
- DOS N_{POP} CROMOSSOMOS EM UMA GERAÇÃO, APENAS OS N_{GOOD} SUPERIORES IRÃO SOBREVIVER PARA SEREM COMBINADOS. ($N_{GOOD} + N_{BAD} = N_{POP}$)



EM ROSSO EXEMPLO,

- * MÉDIA DA FUNÇÃO DE CUSTO P/ POP. INICIAL = 0.9039 (48 CROM.)
- * MELHOR CUSTO = -16.26
- * MÉDIA DA POPULAÇÃO, APÓS HAVEREM SIDO DESCARTADOS OS 24 CROMOSSOMOS DE CUSTO MAIS ELEVADO = -4.27

PARA CADA ITERAÇÃO DO ALGORITMO

- $N_{POP} = 24$ CROMOSSOMOS
- $N_{GOOD} = 12$ (SOBREVIVERÃO)
- $N_{BAD} = 12$ (SERÃO DESCARTADOS)

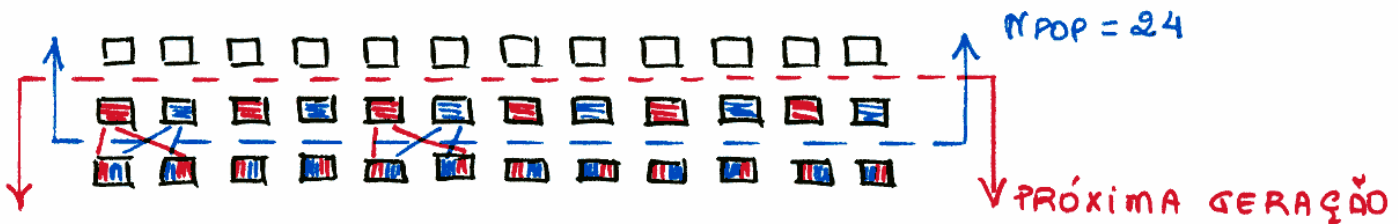
A TABELA IV.1 APRESENTA A POPULAÇÃO DE 24 CROMOSSOMOS (N_{POP}) OBTIDA APÓS TEREM SIDO DESCARTADOS OS 24 CROMOSSOMOS DE CUSTO MAIS ELEVADO.

Number	x	y	Cost
1	9.0465	8.3097	-16.2555
2	9.1382	5.2693	-13.5290
3	7.6151	9.1032	-12.2231
4	2.7708	8.4617	-11.4863
5	8.9766	9.3469	-10.3505
6	5.9111	6.3163	-5.4305
7	4.1208	2.7271	-5.0958
8	2.7491	2.1896	-5.0251
9	3.1903	5.2970	-4.7452
10	9.0921	3.8350	-4.6841
11	0.6056	5.1942	-4.2932
12	4.1539	4.7773	-3.9545
13	8.4598	8.8471	-3.3370
14	7.2541	3.6534	-1.4709
15	3.8414	9.3044	-1.1517
16	8.6825	6.3264	-0.8886
17	1.2537	0.4746	-0.7724
18	7.7020	7.6220	-0.6458
19	5.3730	2.3777	-0.0419
20	5.0071	5.8898	0.0394
21	0.9073	0.6684	0.2900
22	8.8857	9.8255	0.3581
23	2.6932	7.6649	0.4857
24	2.6614	3.8342	1.6448

IV.2.5 SELEÇÃO DE PARES

OS $N_{POP} = 24$ CROMOSSOMOS MAIS ADEQUADOS (NO SENTIDO DO FITNESS) FORMAM A POPULAÇÃO A PARTIR DA QUAL OS CROMOSSOMOS SERÃO SELECIONADOS AOS PARES, PARA REPRODUÇÃO.

AS HEURÍSTICAS APRESENTADAS NO CAPÍTULO ANTERIOR SÃO TAMBÉM ADEQUADAS PARA A SELEÇÃO DE PARES EM ALGORITMOS GENÉTICOS DE PARÂMETROS CONTÍNUOS ("FROM TOP TO BOTTOM"; ALEATÓRIA; ALEATÓRIA PONDERADA).



→ A TABELA IV.2 APRESENTA OS CROMOSSOMOS SELECIONADOS PARA REPRODUÇÃO ($N_{GOOD} = 12$) ATRAVÉS DA HEURÍSTICA PARA SELEÇÃO DE PARES DENOMINADA "PONDERAÇÃO POR CUSTO - ALEATÓRIA PONDERADA".

→ O GERADOR DE N.ºS ALEATÓRIOS PRODUZIU OS SEGUINTE PARES

$(0.4679, 0.5344)$ $(0.2872, 0.4985)$ $(0.1783, 0.9554)$ } $[3, 2, 1, 1, 4, 5]$
3 3 2 3 1 10
 $(0.1537, 0.7483)$ $(0.5717, 0.5546)$ $(0.8024, 0.8907)$ } $[3, 3, 10, 5, 3, 7]$
1 5 4 3 5 7

n	P_n	$\sum_{i=1}^n P_i$
1	0.2265	0.2265
2	0.1787	0.4052
3	0.1558	0.5611
4	0.1429	0.7040
5	0.1230	0.8269
6	0.0367	0.8637
7	0.0308	0.8945
8	0.0296	0.9241
9	0.0247	0.9488
10	0.0236	0.9724
11	0.0168	0.9892
12	0.0108	1.000

- DA MESMA FORMA QUE NOS CASOS BINÁRIOS, 2 CROMOSSOMOS PAIS SÃO ESCOLHIDOS E A PROLE SERÁ ALGUMA COMBINAÇÃO DESTES PAIS.
- HÁ MUITAS HEURÍSTICAS PARA CRUZAMENTO EM CASOS DE PARÂMETROS CONTÍNUOS.
- A MAIS FREQUENTEMENTE UTILIZADA BUSCA MIMETIZAR A TÉCNICA ADOPTADA EM CASOS BINÁRIOS, DA FORMA + PRÓXIMA POSSÍVEL.

- * UM PARÂMETRO É ALEATORIAMENTE SELECIONADO NO 1º PAR DE CROMOSSOMOS PAIS PARA SER O PONTO DE CRUZAMENTO:

$$\alpha = \text{ROUNDUP} \{ \text{RANDOM} * N_{\text{par}} \}$$

- * SEJAM OS CROMOSSOMOS PAIS p_1 E p_2 :

$$p_1 = [p_{m1} \ p_{m2} \ \dots \ p_{m\alpha} \ \dots \ p_{mN_{\text{par}}}]$$

$$p_2 = [p_{p1} \ p_{p2} \ \dots \ p_{p\alpha} \ \dots \ p_{pN_{\text{par}}}]$$

EM QUE OS SUBESCRITOS m E p REFEREM-SE, RESPECTIVAMENTE A MÃE E PAI.

- * OS PARÂMETROS SELECIONADOS SÃO COMBINADOS PARA FORMAR NOVOS PARÂMETROS QUE IRÃO CONSTITUIR PARTE DOS CROMOSSOMOS FILHOS:

$$p_{\text{novo1}} = p_{m\alpha} - \beta [p_{m\alpha} - p_{p\alpha}]$$

$$p_{\text{novo2}} = p_{p\alpha} + \beta [p_{m\alpha} - p_{p\alpha}]$$

ONDE β TAMBÉM É UM VALOR ALEATÓRIO ENTRE 0 E 1.

- * O CRUZAMENTO É, ENTÃO, COMPLETADO COM O RESTO DO CROMOSSOMO.

$$\text{CROMOSSOMO FILHO 1} = [p_{m1} \ p_{m2} \ \dots \ p_{\text{novo1}} \ \dots \ p_{pN_{\text{par}}}]$$

$$\text{CROMOSSOMO FILHO 2} = [p_{p1} \ p_{p2} \ \dots \ p_{\text{novo2}} \ \dots \ p_{mN_{\text{par}}}]$$

→ EM NOSSO EXEMPLO, OS PARES DE CROMOSSOMOS SELECIONADOS PARA REPRODUÇÃO SÃO:

$(3,3); (2,3); (1,10); (1,5); (4,3); (5,7)$.

→ O PRIMEIRO PAR $(3,3)$ PRODUZIRÁ CLONES DELES PRÓPRIOS.

→ O SEGUNDO PAR $(2,3)$ É DADO POR:

$$\text{CROMOSSOMO}_2 = [5.2693, 9.1382]$$

$$\text{CROMOSSOMO}_3 = [9.1032, 7.6151]$$

- O GERADOR DE NÚMEROS ALEATÓRIOS SELECIONA p_1 COMO O PONTO DE CRUZAMENTO. ASSIM,

$$p_{m\alpha} = p_{m1} = 5.2693$$

$$p_{p\alpha} = p_{p1} = 9.1032$$

- O GERADOR DE NÚMEROS ALEATÓRIOS SELECIONA PARA β O VALOR 0.7147. ASSIM, OS NOVOS CROMOSSOMOS FILHOS SERÃO:

$$\text{CROMOSSOMO FILHO 1}_{(2,3)} = [5.2693 - 0.7147(5.2693 - 9.1032), 7.6151]$$

$$\text{CROMOSSOMO FILHO 2}_{(2,3)} = [9.1032 + 0.7147(5.2693 - 9.1032), 9.1382]$$

$$\text{CROMOSSOMO FILHO 1}_{(2,3)} = [8.0094, 7.6151]$$

$$\text{CROMOSSOMO FILHO 2}_{(2,3)} = [6.3631, 9.1382]$$



- EVITA A CONVERGÊNCIA MUITO RÁPIDA DO ALGORITMO.
- ATRAVÉS DE MUTAÇÕES O ALGORITMO É FORÇADO A EXPLORAR OUTRAS ÁREAS DA SUPERFÍCIE DE CUSTO.
- COMO NO ALGORITMO GENÉTICO BITÁRIO, UMA TAXA DE MUTAÇÃO ENTRE 1% E 20% É CONSIDERADA ADEQUADA.
- SE A TAXA FOR $> 20\%$ MUITAS BOAS SOLUÇÕES SERÃO INEVITAVELMENTE MUTADAS.

MULTIPLICANDO A TAXA DE MUTAÇÃO PELO NÚMERO TOTAL DE PARÂMETROS DETERMINA-SE O NÚMERO DE PARÂMETROS QUE SERÃO MUTADOS.

- NO GA DE PARÂMETROS CONTÍNUOS, UM PARÂMETRO MUTADO É SUBSTITUÍDO POR UM NOVO PARÂMETRO ALEATÓRIO.

* EM NOSSO EXEMPLO, $\mu = \text{TAXA DE MUTAÇÃO} = 4\% = 0.04$

• N.º DE CROMOSSOMOS ANTES DO CRUZAMENTO = 12

• N.º DE CROMOSSOMOS APÓS O CRUZAMENTO = 24

$$\text{N.º TOTAL DE MUTAÇÕES} = \underset{\substack{\uparrow \\ n_{\text{pop}}}}{24} \times \underset{\substack{\uparrow \\ n_{\text{par}}}}{2} \times \underset{\substack{\uparrow \\ \mu}}{0.04} \approx 2$$

OS PARÂMETROS MUTADOS SÃO:

p_1 DO CROMOSSOMO 7 E p_2 DO CROMOSSOMO 22.

CROMOSSOMO 7 = [~~2.7071~~, 4.1208]

CROMOSSOMO 7 MUTADO = [3.1754, 4.1208]

A TABELA IV.3 APRESENTA A SEGUNDA GERAÇÃO DO ALGORITMO GENÉTICO DE PARÂMETROS CONTÍNUOS ADOPTADO COMO EXEMPLO, NESTE CAPÍTULO. MÉDIA PARA ESTA POPULAÇÃO = -8.51

TABELA IV.3 : SEGUNDA GERAÇÃO DO ALGORITMO GENÉTICO DE PARÂMETROS CONTÍNUOS.

x	y	Cost
9.0465	8.3128	-16.2929
9.0465	8.3097	-16.2555
9.1382	5.2693	-13.5290
7.6151	9.1032	-12.2231
7.6151	9.1032	-12.2231
7.6151	9.1032	-12.2231
2.7708	8.4789	-11.6107
2.7708	8.4617	-11.4863
9.1382	8.0094	-11.0227
8.9766	9.3438	-10.4131
8.9766	9.3469	-10.3505
9.0465	7.9025	-9.8737
1.5034	9.0860	-6.6667
4.4224	9.3469	-5.6490
5.9111	6.3163	-5.4305
7.6151	6.3631	-5.1044
9.0921	4.2422	-5.0619
2.7491	2.1896	-5.0251
3.1903	5.2970	-4.7452
9.0921	3.8350	-4.6841
0.6056	5.1942	-4.2932
4.1539	4.7773	-3.9545
8.6750	2.7271	-3.4437
4.1208	3.1754	-2.6482

IV.2.8 CONVERGÊNCIA DO ALGORITMO

EM 7 GERAÇÕES DO ALGORITMO O CUSTO MÍNIMO (-18.5) FOI ATINGIDO.

AS FIGURAS IV.3, IV.4 E IV.5 APRESENTAM, RESPECTIVAMENTE, OS GRÁFICOS DE CONTORNOS DA SUPERFÍCIE DE CUSTO PARA AS GERAÇÕES 3, 5 E 7

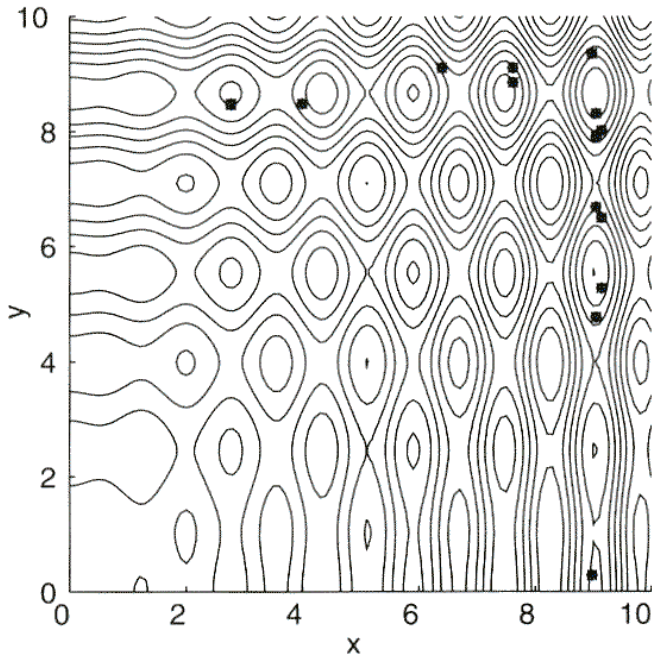
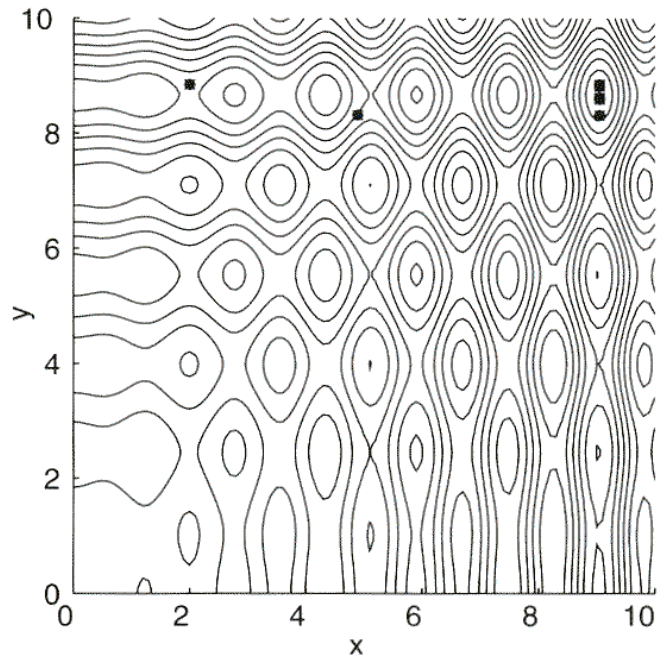


FIG. IV.3 : GERAÇÃO 3

FIG. IV.4 : GERAÇÃO 5



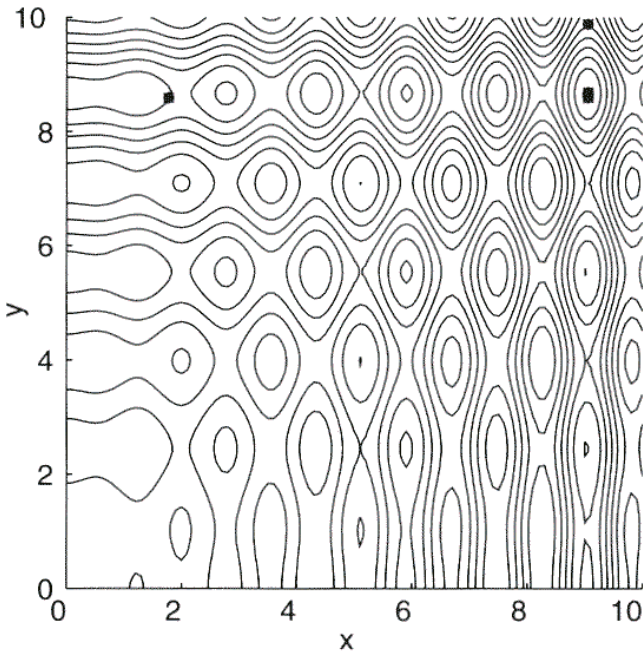


FIG. V. 5 : GERAÇÃO 7
CUSTO mÍnimo = -18,5
mÍnimo GLOBAL

A FIGURA VI.6 ILUSTRA A CONVERGÊNCIA DO ALGORITMO (CUSTOS mÍnimo E MÉDIO X GERAÇÕES) .

