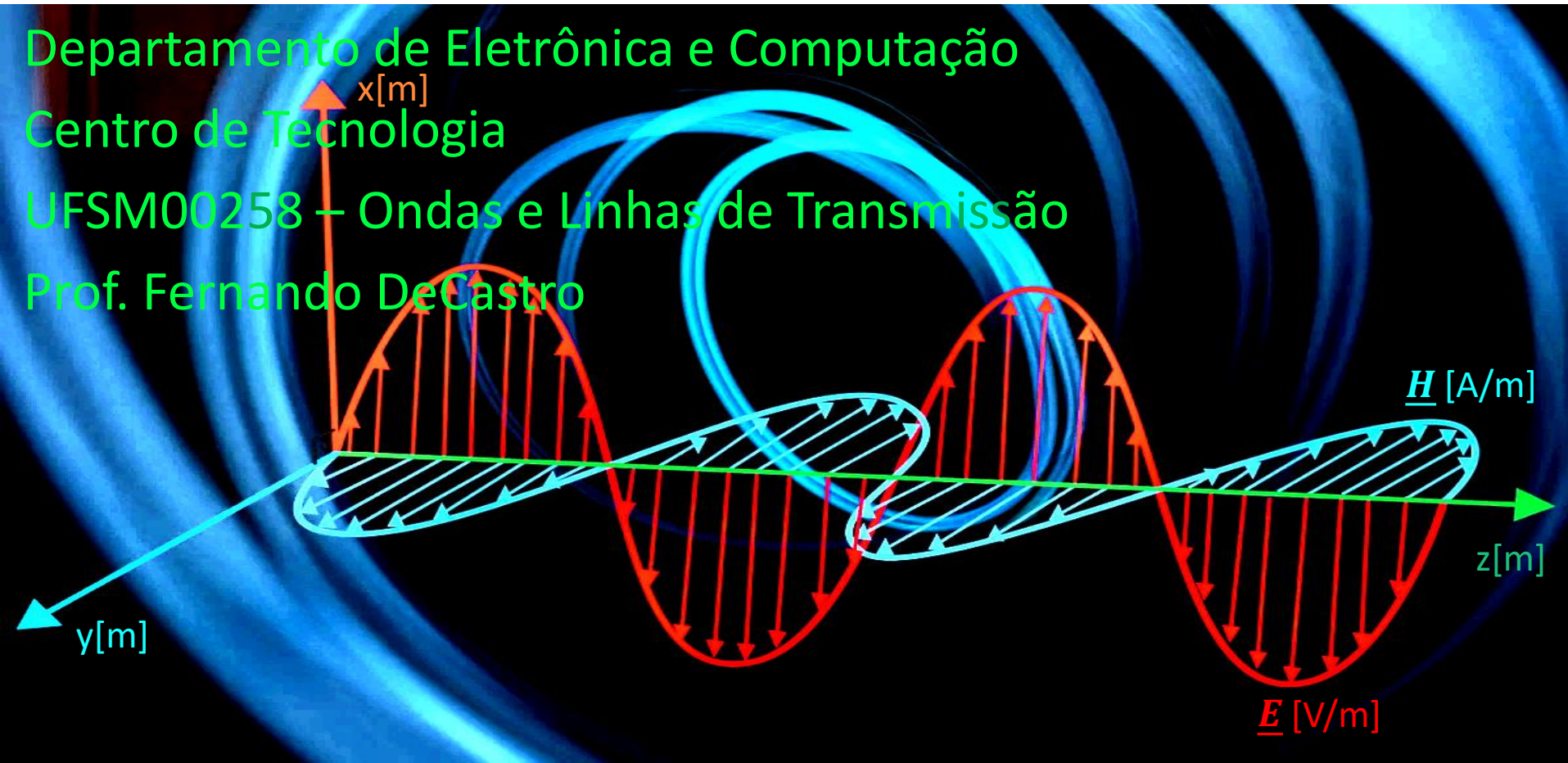


Introdução. Campos eletromagnéticos variantes no tempo e equações de Maxwell.



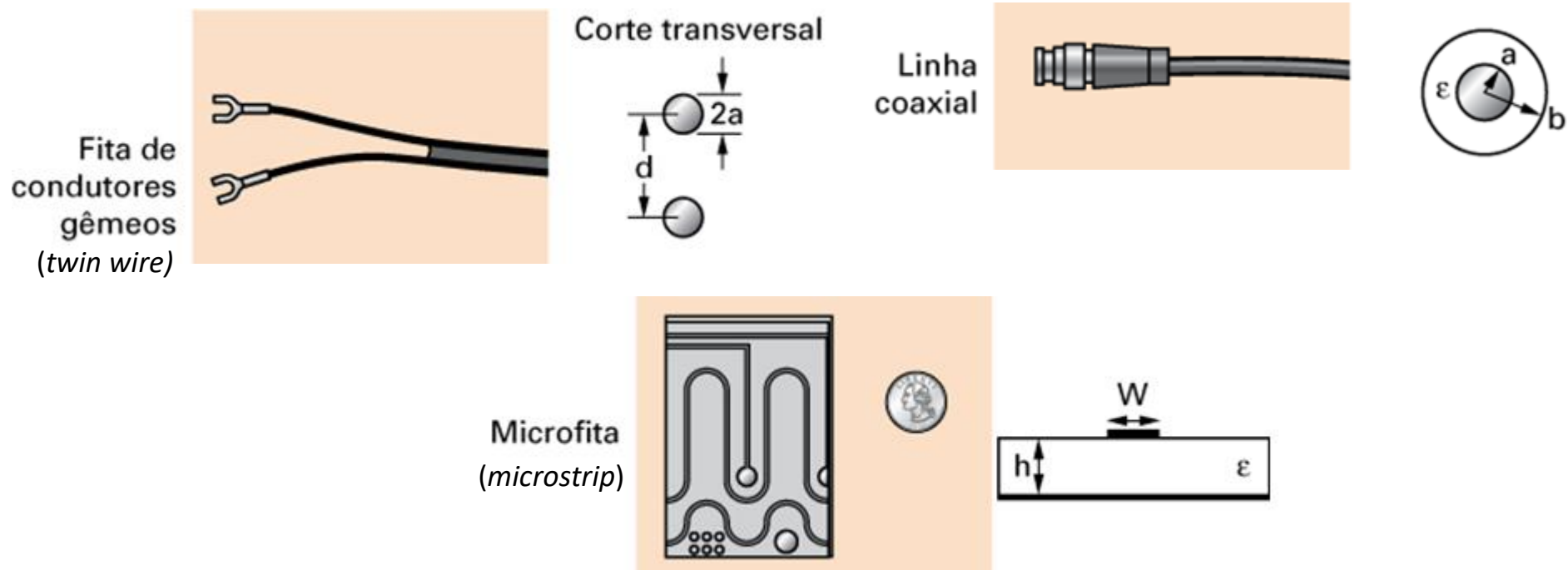
Introdução

Um problema usual em engenharia de telecomunicações é o transporte de sinal (informação) entre dois pontos em um sistema – o ponto de origem do sinal e o ponto de destino do sinal.

Idealmente, o meio de transporte do sinal deve ser tal que o sinal sofra a mínima atenuação e deve ser tal que as curvas do módulo e fase do espectro do sinal sejam minimamente alteradas quando o sinal se propaga do ponto de origem até o ponto de destino. Há duas abordagens básicas para a solução deste problema: (1) A abordagem através de linhas de transmissão e (2) a abordagem através de guias de ondas.

Em ambas as abordagens o sinal se propaga ao longo da linha de transmissão (LT) e/ou ao longo da guia de onda (GO) através da variação no tempo e no espaço do campo elétrico E e do campo magnético H de uma onda eletromagnética (onda EM).

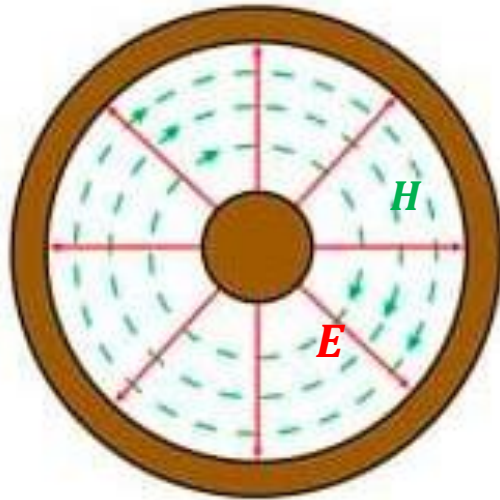
Neste contexto, linhas de transmissão podem ser usadas até frequências de algumas dezenas de GHz. Abaixo são mostradas LTs típicas:



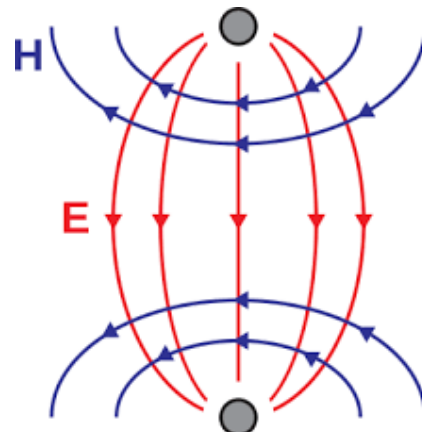
Introdução

Em LTs, o campo elétrico E e o campo magnético H , ambos variantes no tempo, se propagam ao longo da LT transportando o sinal. As linhas do campo E se estabelecem entre os dois condutores da LT, e, para qualquer instante de tempo e para qualquer ponto do caminho de propagação, as linhas de E são sempre perpendiculares à direção de propagação. As linhas do campo H se estabelecem de forma concêntrica em torno dos condutores e, para qualquer instante de tempo e para qualquer ponto do caminho de propagação, as linhas de H estão sempre contidas em um plano que é perpendicular à direção de propagação. Abaixo é mostrado em um determinado instante no tempo a distribuição espacial das linhas dos campos E e H em uma seção transversal (A) de uma linha (cabo) coaxial, (B) de um cabo *twin wire* e (C) de uma LT *microstrip* construída com uma placa de circuito impresso de dupla face:

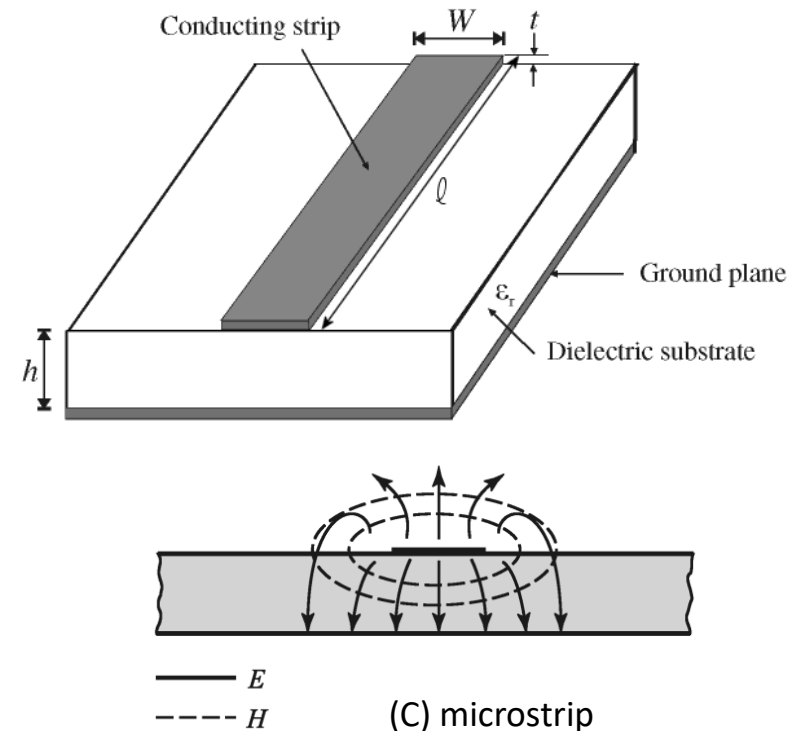
--- Magnetic Field Lines H
— Electric Field Lines E



(A) linha (cabo) coaxial



(B) cabo *twin wire*



(C) microstrip

Dado que a distribuição espacial das linhas dos campos E e H é tal que elas são sempre perpendiculares (= transversais) à direção de propagação da onda EM se diz que o **modo de propagação da onda EM** ao longo da LT é o denominado **modo TEM** (*Transverse Electric and Magnetic mode*).

Introdução

Guias de ondas são usadas para transporte de sinal em frequências de algumas centenas de MHz até frequências ópticas (3 THz e acima). Basicamente, guias de onda são tubos metálicos ocos no interior dos quais a onda EM é propagada. Em GOs não há um par de condutores, como é o caso de LTs. A seção transversal dos tubos pode ser retangular, circular ou elíptica. Abaixo são mostradas GOs típicas:



(A) GO retangular



(B) GO circular



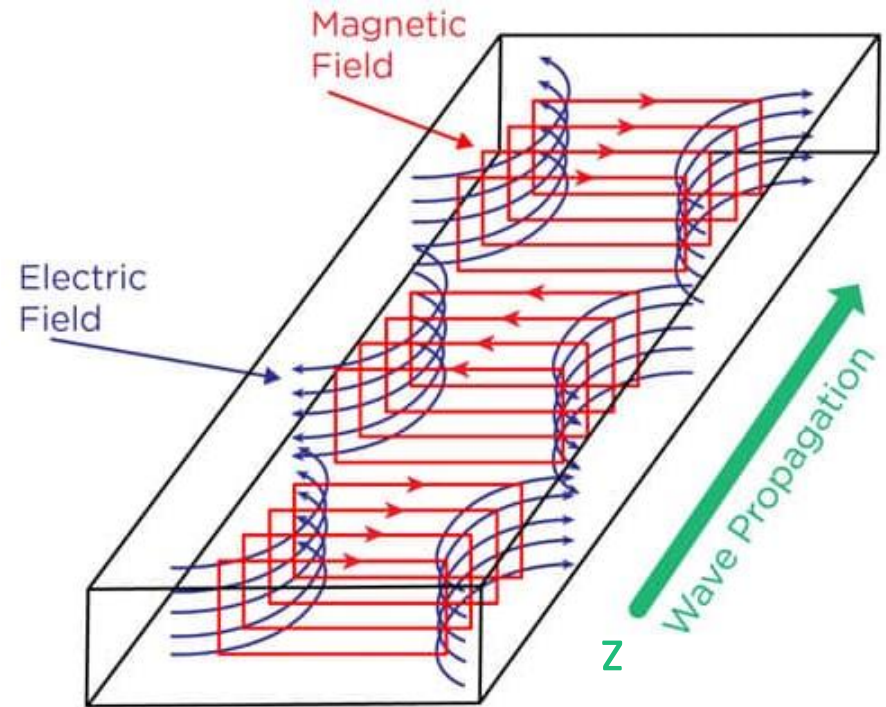
(C) GO retangular flexível

Introdução

A onda EM se propaga no interior do tubo metálico que constitui a GO. Há dois modos básicos de propagação da onda EM ao longo da GO: (I) O modo **TM** (*Transverse Magnetic mode*), em que, para qualquer instante de tempo e para qualquer ponto do caminho de propagação, as linhas do campo magnético H estão sempre contidas em um plano que é perpendicular à direção de propagação. (II) O modo **TE** (*Transverse Electric mode*), em que, para qualquer instante de tempo e para qualquer ponto do caminho de propagação, as linhas do campo elétrico E estão sempre contidas em um plano que é perpendicular à direção de propagação.

Quando dizemos “modos de propagação”, estamos nos referindo às diferentes soluções para as equações do campo eletromagnético para cada estrutura específica, seja a estrutura uma LT ou uma GO. O ponto de partida para a solução das equações do campo eletromagnético são as Equações de Maxwell, e, mais especificamente, as Equações de Onda de Helmholtz, ambas a serem estudadas adiante.

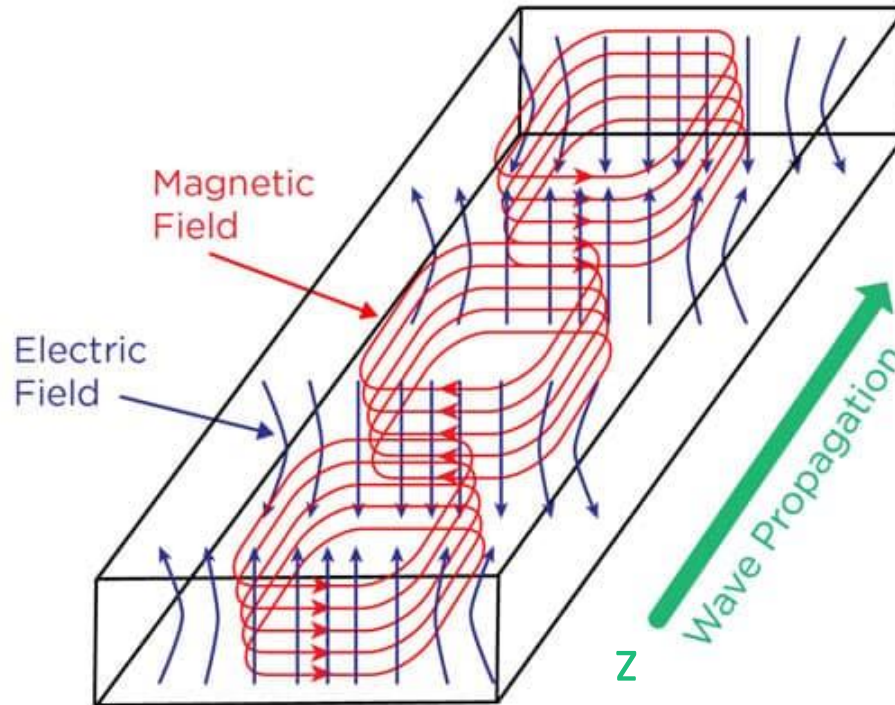
Assumindo que o caminho de propagação seja o eixo z do sistema cartesiano, uma solução do modo TM contempla o campo elétrico E com componente na direção z , mas, no entanto, as componentes do campo magnético H são sempre transversais à direção z em qualquer instante e em qualquer posição do eixo z , conforme mostrado ao lado para uma GO retangular.



TM Mode

Introdução

Por outro lado, uma solução do modo TE contempla o campo magnético H com componente na direção z , mas, no entanto, as componentes do campo elétrico E são sempre transversais à direção z em qualquer instante e em qualquer posição do eixo z , conforme mostrado abaixo para uma GO retangular:



TE Mode

Introdução

Uma aplicação típica de GOs é efetuar a transição entre cabo coaxial e antenas de abertura (por exemplo, antenas *horn* – ver https://en.wikipedia.org/wiki/Horn_antenna) ou antenas refletoras (por exemplo, refletor parabólico – ver <https://www.rfwireless-world.com/Articles/Antenna-Reflector-basics-and-types.html>). A título de exemplo, abaixo é mostrado uma antena *horn* (corneta). Um conector N fêmea é conectado a um cabo coaxial (não mostrado). O acoplamento do cabo à antena *horn* é feito através de uma GO retangular operando no modo TE. A GO é excitada por um monopolo de tamanho $\lambda/4$ ($\lambda=c/f$ é o comprimento de onda na frequência de operação f) distante $\lambda/4$ da extremidade esquerda da GO.

A extremidade esquerda da GO é fechada com uma tampa metálica.

$\lambda/4$

Tracejado azul representando uma antena monopolo de tamanho $\lambda/4$, que é soldada ao conector N. Ver <https://www.antenna-theory.com/antennas/monopole.php>.

GO retangular operando no modo TE₁₀ (estudaremos modos adiante).

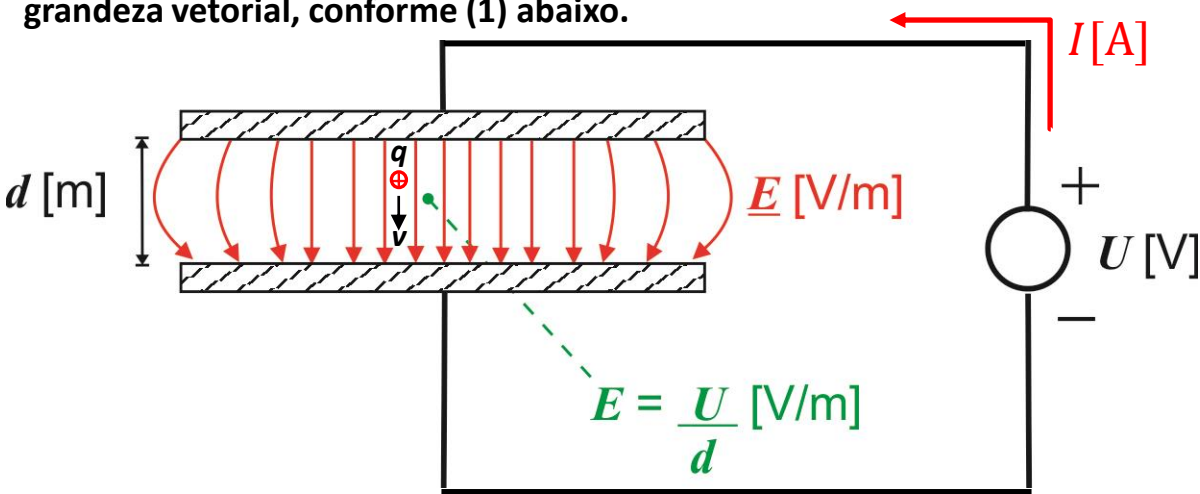
Conector N fêmea cujo pino central é soldado ao monopolo (tracejado azul). O cabo coaxial é soldado a um conector N macho, e o conector N macho é rosqueado no conector N fêmea.

antena *horn*

O campo elétrico \underline{E}

Conforme discutido nos slides anteriores, no âmbito do transporte de sinal (informação) em um sistema, o sinal se propaga entre o ponto de origem e o ponto de destino ao longo de uma linha de transmissão (LT) e/ou ao longo de uma guia de onda (GO), através da variação no tempo e no espaço do campo elétrico \underline{E} e do campo magnético \underline{H} de uma onda EM. É necessário, portanto, caracterizar a representação analítica do campo elétrico \underline{E} e do campo magnético \underline{H} .

A maneira mais simples de caracterizar o campo elétrico \underline{E} [V/m] é através do efeito do campo \underline{E} sobre uma carga elétrica positiva q [Coulomb] situada entre as placas de um capacitor separadas de uma distância d [m], em que uma tensão U [V] variante no tempo é aplicada entre as placas. Uma carga elétrica q ao ser imersa no campo elétrico \underline{E} gerado pela tensão U passa a mover-se aceleradamente com velocidade v [m/s] em uma trajetória que segue as linhas do campo elétrico \underline{E} , estabelecendo a corrente elétrica I [A] no fio condutor conforme mostrado abaixo. Lembre que corrente elétrica I [A] é gerada por cargas elétricas em movimento porque a unidade [A] equivale à unidade [Coulomb/s], ou seja, representa a quantidade de cargas elétricas que atravessam por segundo uma superfície perpendicular à direção de movimento das cargas. **Note também que o sublinhado na letra E que representa o campo elétrico denota que o campo elétrico \underline{E} é uma grandeza vetorial, conforme (1) abaixo.**



$$\hat{i} = \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}, \hat{j} = \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \\ 0 \end{bmatrix} \text{ e } \hat{k} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \end{bmatrix}$$

são os vetores unitários dos eixos cartesianos do espaço \mathbb{R}^3 .

Note que a componente E_x de \underline{E} na direção x depende da coordenada (x, y, z) e do instante t em que ela é medida. Mesmo vale para as componente E_y e E_z .

$$\underline{E} = \underline{E}(x, y, z, t) = E_x(x, y, z, t) \hat{i} + E_y(x, y, z, t) \hat{j} + E_z(x, y, z, t) \hat{k} = \begin{bmatrix} E_x(x, y, z, t) \\ E_y(x, y, z, t) \\ E_z(x, y, z, t) \end{bmatrix} \text{ [V/m]} \quad (1)$$

↑
↑
↑

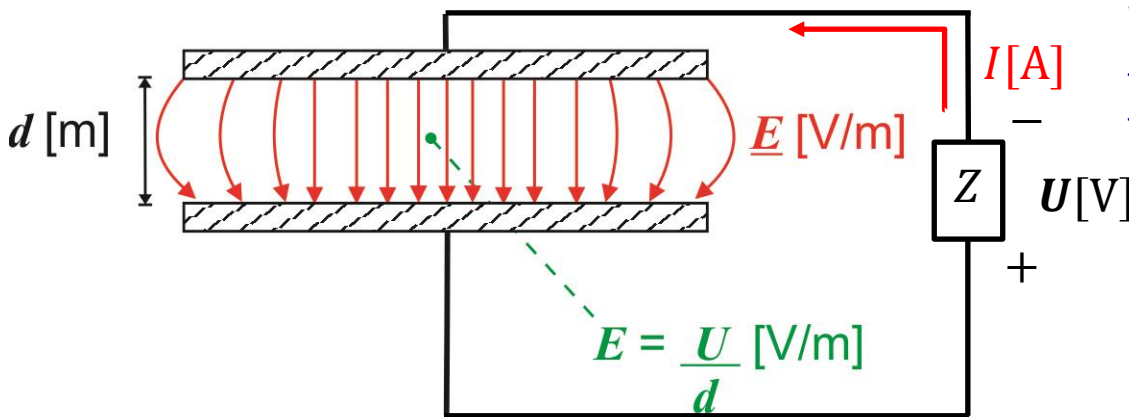
componente de \underline{E} na direção x
componente de \underline{E} na direção y
componente de \underline{E} na direção z

O campo elétrico \underline{E}

De mesma forma, se um campo elétrico externo \underline{E} variante no tempo associado a uma onda EM incidir nas placas do capacitor, a componente do campo \underline{E} que incide perpendicularmente entre as placas coloca em movimento as cargas elétricas livres no fio condutor, gerando uma corrente elétrica I , conforme mostrado abaixo. Esta corrente I , entrega uma potência útil $P = I^2 \text{Re}\{Z\}$ a uma impedância de carga Z conectada ao fio condutor. Colocar cargas elétricas em movimento a partir do campo \underline{E} de uma onda EM variante no tempo é um dos efeitos práticos de maior aplicabilidade do campo elétrico na área de telecomunicações. $\text{Re}\{\cdot\}$ é o operador que retorna a parte real de seu argumento de valor complexo.

A potência $P = I^2 \text{Re}\{Z\}$ entregue à impedância de carga Z é extraída da densidade de potência (vetor de Poynting – conforme será discutido adiante) das frentes de onda da onda EM cujo campo \underline{E} apresenta uma componente que incide perpendicularmente entre as placas do capacitor. Este é o processo mais elementar para extração de energia de uma onda EM através do campo \underline{E} .

Alternativamente, gerar uma onda EM a partir de cargas elétricas em movimento variante no tempo (=corrente elétrica variante no tempo) é também um dos efeitos práticos de maior aplicabilidade do campo elétrico na área de telecomunicações. Na realidade, isso é o que faz toda antena do tipo dipolo conectada a um transmissor.

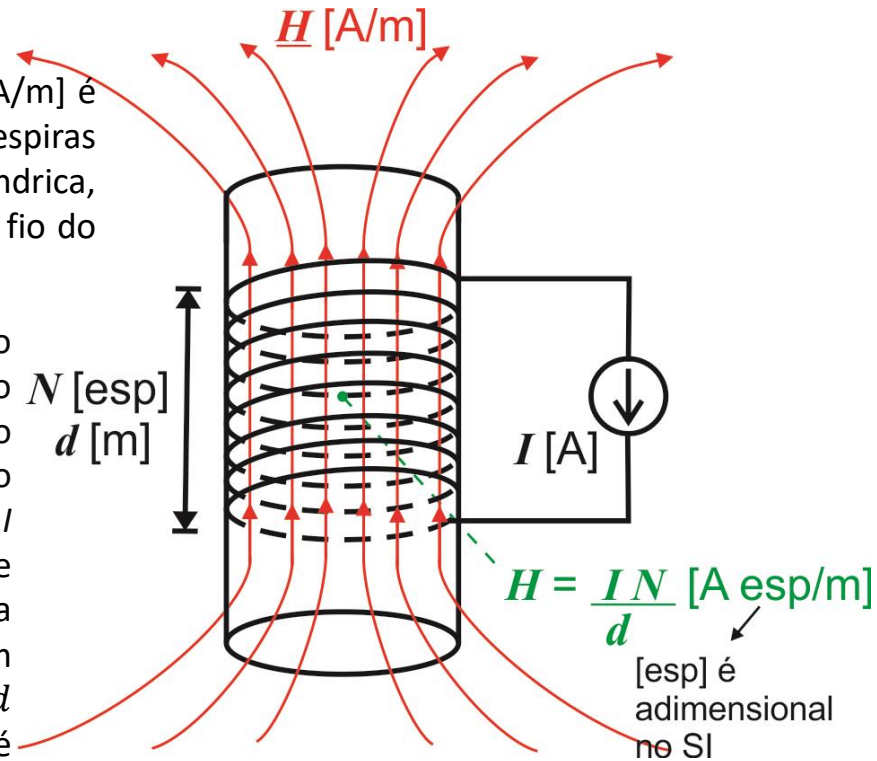


ver <https://www.electronic-notes.com/articles/antennas-propagation/dipole-antenna/dipole-antenna-aerial.php>

$$\underline{E} = \underline{E}(x, y, z, t) = \underbrace{E_x(x, y, z, t)}_{\substack{\uparrow \\ \text{componente de } \underline{E} \\ \text{na direção } x}} \hat{i} + \underbrace{E_y(x, y, z, t)}_{\substack{\uparrow \\ \text{componente de } \underline{E} \\ \text{na direção } y}} \hat{j} + \underbrace{E_z(x, y, z, t)}_{\substack{\uparrow \\ \text{componente de } \underline{E} \\ \text{na direção } z}} \hat{k} = \begin{bmatrix} E_x(x, y, z, t) \\ E_y(x, y, z, t) \\ E_z(x, y, z, t) \end{bmatrix} \text{ [V/m]} \quad (1)$$

O campo magnético \underline{H}

A maneira mais simples de caracterizar o campo magnético H [A/m] é através do campo H gerado no interior de um solenoide com N espiras enroladas ao longo de uma distância d [m] sobre uma forma cilíndrica, sendo aplicado uma corrente elétrica I [A] variante no tempo no fio do enrolamento do solenoide conforme mostrado ao lado.



No enrolamento do solenoide, as cargas elétricas em movimento circular (i.e., corrente elétrica I [A] ao longo das N espiras do enrolamento de comprimento d [m]) fazem surgir linhas do campo \underline{H} em direção perpendicular ao plano em que está contido o movimento circular das cargas, sendo as linhas da corrente I concêntricas às linhas de \underline{H} . A unidade [A esp /m]= [A/m] sugere que qualquer campo \underline{H} deve ser interpretado como o valor de uma corrente elétrica I [A] movendo-se circularmente ao redor de um tubo cilíndrico virtual (i.e., um tubo imaginário) de comprimento d [m]. No caso particular do solenoide da figura ao lado este tubo é real e físico e é formado pelo enrolamento de fio do solenoide.

Note que o sublinhado na letra H que representa o campo magnético denota que o campo magnético \underline{H} é uma grandeza vetorial conforme (2) abaixo.

$$\underline{H} = \underline{H}(x, y, z, t) = H_x(x, y, z, t) \hat{i} + H_y(x, y, z, t) \hat{j} + H_z(x, y, z, t) \hat{k} = \begin{bmatrix} H_x(x, y, z, t) \\ H_y(x, y, z, t) \\ H_z(x, y, z, t) \end{bmatrix} \text{ [A/m]} \quad (2)$$

↑
componente de \underline{H}
na direção x
↑
componente de \underline{H}
na direção y
↑
componente de \underline{H}
na direção z

$$\hat{i} = \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}, \hat{j} = \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \\ 0 \end{bmatrix} \text{ e } \hat{k} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \end{bmatrix} \text{ são os vetores unitários dos eixos cartesianos do espaço } \mathbb{R}^3.$$

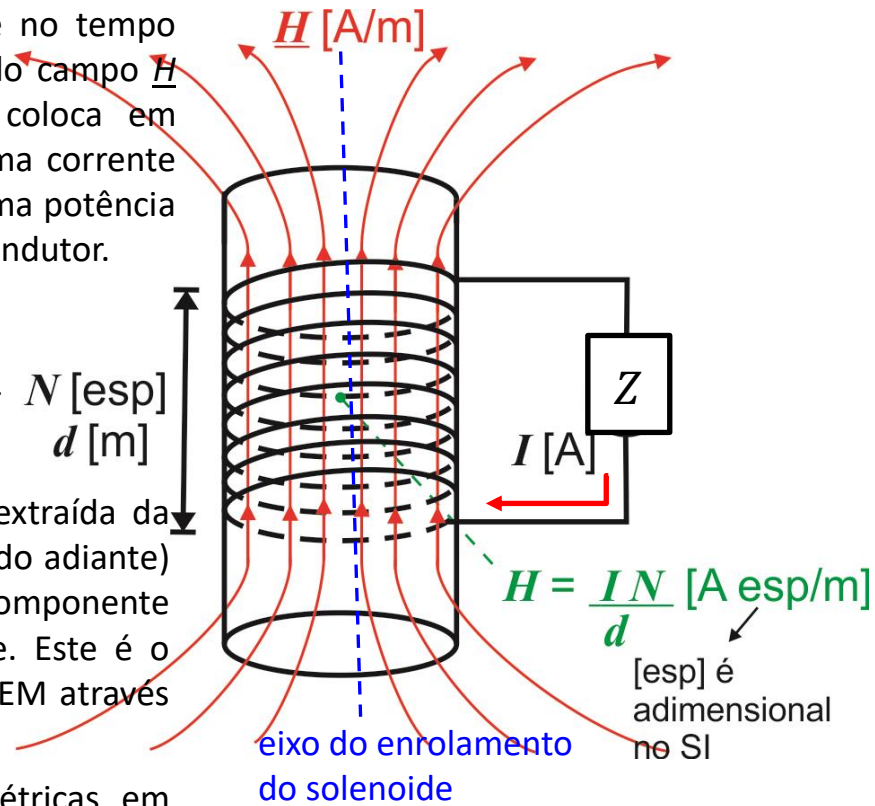
O campo magnético \underline{H}

De mesma forma, se um campo magnético externo \underline{H} variante no tempo associado a uma onda EM incidir no solenoide, a componente do campo \underline{H} que incide paralela ao eixo do enrolamento do solenoide coloca em movimento as cargas elétricas livres no fio condutor, gerando uma corrente elétrica I , conforme mostrado ao lado. Esta corrente I , entrega uma potência útil $P = I^2 \text{Re}\{Z\}$ a uma impedância de carga Z conectada ao fio condutor.

Conforme já discutido no slide 9 para o campo \underline{E} , colocar cargas elétricas em movimento a partir do campo \underline{H} de uma onda EM variante no tempo é também um dos efeitos práticos de maior aplicabilidade do campo magnético na área de telecomunicações.

A potência $P = I^2 \text{Re}\{Z\}$ entregue à impedância de carga Z é extraída da densidade de potência (vetor de Poynting – conforme será discutido adiante) das frentes de onda da onda EM cujo campo \underline{H} apresenta uma componente que incide paralelamente ao eixo do enrolamento do solenoide. Este é o processo mais elementar para extração de energia de uma onda EM através do campo \underline{H} .

Alternativamente, gerar uma onda EM a partir de cargas elétricas em movimento circular variante no tempo (=corrente elétrica variante no tempo nas espiras do solenoide) é também um dos efeitos práticos de maior aplicabilidade do campo elétrico na área de telecomunicações. Na realidade, isso é o que faz toda antena do tipo *loop* conectada a um transmissor.



Ver *loop* em

https://www.tutorialspoint.com/antenna_theory/antenna_theory_loop.htm

$$\underline{H} = \underline{H}(x, y, z, t) = \underset{\substack{\uparrow \\ \text{componente de } \underline{H} \\ \text{na direção } x}}{H_x(x, y, z, t)} \hat{i} + \underset{\substack{\uparrow \\ \text{componente de } \underline{H} \\ \text{na direção } y}}{H_y(x, y, z, t)} \hat{j} + \underset{\substack{\uparrow \\ \text{componente de } \underline{H} \\ \text{na direção } z}}{H_z(x, y, z, t)} \hat{k} = \begin{bmatrix} H_x(x, y, z, t) \\ H_y(x, y, z, t) \\ H_z(x, y, z, t) \end{bmatrix} \text{ [A/m]} \quad (2)$$

Equações de Maxwell

James Clerk Maxwell é um dos cientistas mais influentes de todos os tempos. Na foto, com a esposa Katherine Maxwell e o doguinho Toby, em 1869.

Albert Einstein reconheceu que as origens da teoria da relatividade especial estavam nas teorias de Clerk Maxwell, dizendo: "O trabalho de James Clerk Maxwell mudou o mundo para sempre".

A pesquisa de Maxwell sobre a radiação EM levou ao desenvolvimento da televisão, telefones celulares, rádio, rádio- telescópios, computadores e todas as demais tecnologias que adotam ondas EM para o transporte de informação e/ou energia.

Em 1873 Maxwell publicou o Tratado sobre Eletricidade e Magnetismo, livro que contém todas as suas ideias sobre este tema, e que condensa todo o trabalho desenvolvido ao longo dos anos.

Conforme discutimos no Cap I.1, o sinal de informação se propaga ao longo de uma LT ou ao longo de uma GO através da variação no tempo e no espaço do campo elétrico E e do campo magnético H de uma EM.

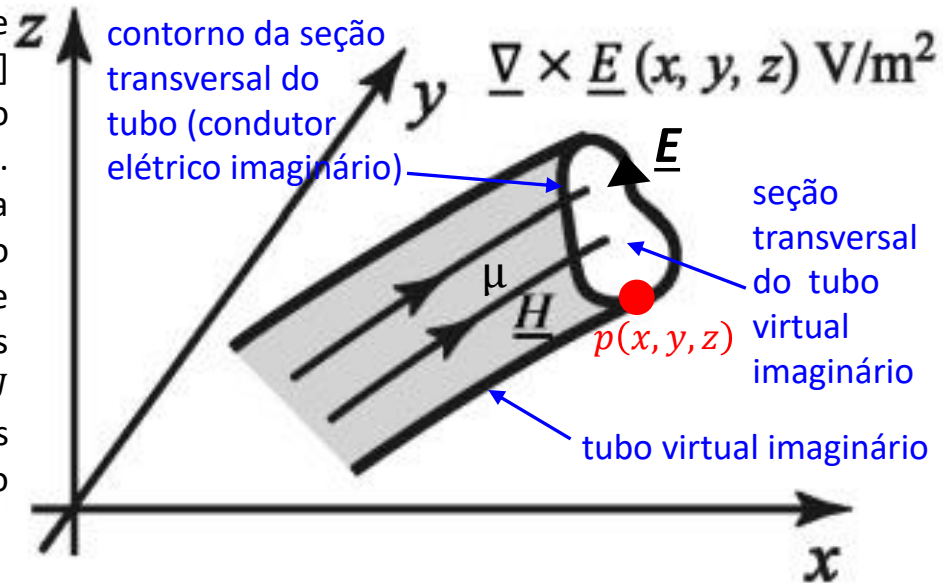
Para um campo elétrico \underline{E} e \underline{p} / um campo magnético \underline{H} , ambos variantes no tempo t , a solução \underline{p} / a distribuição espacial de $\underline{E}(x, y, z, t)$ e $\underline{H}(x, y, z, t)$ em uma dada estrutura específica no espaço \mathbb{R}^3 tem como ponto de partida as Equações de Maxwell, que é o objeto de nosso estudo deste capítulo.





1ª Equação de Maxwell – rotacional do campo elétrico \underline{E} (\rightarrow lei de Faraday)

Consideremos uma região do espaço \mathbb{R}^3 em que observa-se ocorrer as linhas de um campo magnético $\underline{H}(x, y, z, t)$ [A/m] variante no tempo t [s]. A **permeabilidade magnética** do meio em que ocorrem as linhas de \underline{H} é μ [H/m] (Henry/metro). Queremos determinar a tensão U [V] que pode ser extraída deste campo \underline{H} em um determinado ponto $p(x, y, z)$ do espaço \mathbb{R}^3 . Para tal fim, vamos imaginar um tubo virtual que englobe em seu interior as linhas do campo \underline{H} nas vizinhanças do ponto $p(x, y, z)$ onde se deseja determinar a tensão U resultante destas linhas de \underline{H} , conforme mostrado ao lado. As paredes do tubo devem ser paralelas às linhas de \underline{H} na região onde se deseja determinar a tensão U .



A seção transversal do tubo pode ter qualquer formato desde que a linha fechada que define o seu contorno englobe as linhas de \underline{H} que atravessam a seção transversal. Vamos imaginar que a linha fechada que define o contorno da seção transversal do tubo é um condutor elétrico e vamos abrir este condutor no ponto $p(x, y, z)$ e conectar um medidor de tensão, e daí vamos observar que este medidor de tensão mede uma tensão U [V] (ver figura no próximo slide). Qual o valor de tensão U e qual a sua relação com o campo \underline{H} ? A resposta é dada pela 1ª Equação de Maxwell definida por (3):

$$\underline{\nabla} \times \underline{E} = -\mu \frac{\partial \underline{H}}{\partial t} \quad [\text{V/m}^2] \quad (3)$$

$$\underline{\nabla} = \frac{\partial}{\partial x} \hat{i} + \frac{\partial}{\partial y} \hat{j} + \frac{\partial}{\partial z} \hat{k} = \begin{bmatrix} \frac{\partial}{\partial x} \\ \frac{\partial}{\partial y} \\ \frac{\partial}{\partial z} \end{bmatrix} \quad [\text{m}^{-1}]$$

$\underline{\nabla}$ é denominado operador Nabla.

De (3) infere-se que para um meio de permeabilidade μ :

- (I) Uma variação temporal de \underline{H} gera uma variação espacial de \underline{E} de magnitude proporcional a μ (a variação espacial resulta do operador $\underline{\nabla}$ em (3)).
- (II) A variação espacial $\underline{\nabla} \times \underline{E}$ dada pelo produto vetorial entre $\underline{\nabla}$ e \underline{E} é denominada de **rotacional de \underline{E}** . O $\underline{\nabla} \times \underline{E}$ em (3) estabelece que em cada ponto do espaço \mathbb{R}^3 as linhas de \underline{E} sejam concêntricas às linhas de \underline{H} e contidas em um plano perpendicular às linhas de \underline{H} .
- (III) A variação espacial de \underline{E} também varia no tempo quando a variação temporal de \underline{H} resultar variante no tempo (como é o caso de operação em regime permanente senoidal).

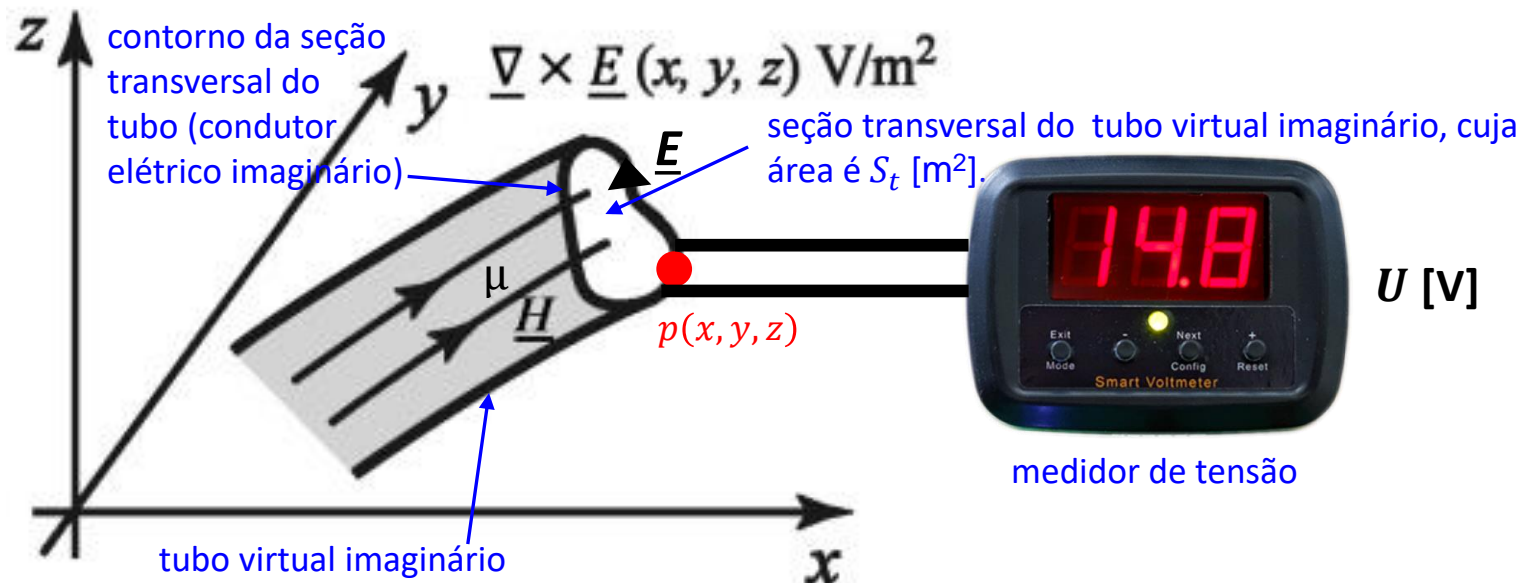
1ª Equação de Maxwell – rotacional do campo elétrico \underline{E} (\rightarrow lei de Faraday)

Abrindo no ponto $p(x, y, z)$ a linha fechada que define o contorno da seção transversal do tubo conforme mostrado abaixo, considerando esta linha um condutor elétrico e conectando a ela um medidor de tensão, observa-se que este medidor mede a tensão $U[V]$. Como a unidade da equação (3) é $[V/m^2]$, o valor da tensão $U[V]$ medida pode ser calculada pela multiplicação de (3) pela área da seção transversal $S_t [m^2]$ do tubo imaginário:

$$U = S_t (\nabla \times \underline{E}) = -\mu S_t \frac{\partial H}{\partial t} \quad [V] \quad (4)$$

Em algumas representações das Equações de Maxwell, como a mostrada no slide 13, o produto $\mu \underline{H}$ é substituído pela densidade de fluxo magnético \underline{B} medido em [Tesla]:

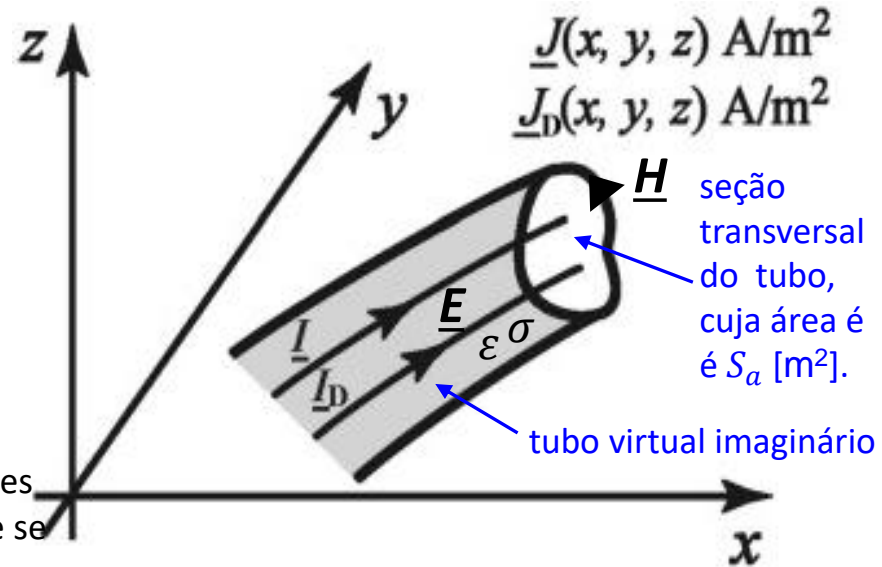
$$\underline{B} = \mu \underline{H} \quad [\text{Tesla}] \quad (5)$$



Importante notar que a equação (3) também descreve o processo dual: Se substituirmos o medidor de tensão por um gerador de tensão variante no tempo, a equação (3) determina o campo magnético \underline{H} resultante no tubo imaginário em consequência da tensão aplicada no ponto $p(x, y, z)$.

2ª Equação de Maxwell – rotacional do campo magnético \underline{H} (→ lei de Ampere)

Consideremos uma região do espaço \mathbb{R}^3 em que observa-se ocorrer as linhas de um campo elétrico $\underline{E}(x, y, z, t)$ [V/m] variante no tempo t [s]. A **permissividade elétrica** do meio em que ocorrem as linhas de \underline{E} é ε [F/m] (Farad/metro) e a **condutividade elétrica** deste meio é σ [S/m] (mho/metro = siemens/metro). Queremos determinar o campo magnético \underline{H} associado ao campo \underline{E} , conforme mostra a figura ao lado. Valem aqui as mesmas considerações geométricas que fizemos para o tubo virtual imaginário no caso da 1ª Equação de Maxwell (slide 14).



O campo elétrico \underline{E} no interior do tubo estabelece duas densidades de corrente superficiais no interior do tubo (“superficiais” porque se referem à área S_a [m²] da seção transversal do tubo virtual):

$$\underline{J} = \sigma \underline{E} \quad \left[\frac{\text{A}}{\text{m}^2} \right] \quad (6) \quad \rightarrow \text{densidade de corrente de condução (corrente gerada por cargas elétricas em movimento)}$$

$$\underline{J}_D = \varepsilon \frac{\partial \underline{E}}{\partial t} \quad \left[\frac{\text{A}}{\text{m}^2} \right] \quad (7) \quad \rightarrow \text{densidade de corrente de deslocamento (corrente gerada por cargas elétricas virtuais em movimento resultantes da variação no tempo do campo } \underline{E} \text{)}$$

Se multiplicarmos (6) e (7) pela área S_a [m²] da seção transversal do tubo obtemos o valor da corrente \underline{I} de condução e o valor da corrente \underline{I}_D de deslocamento no interior do tubo:

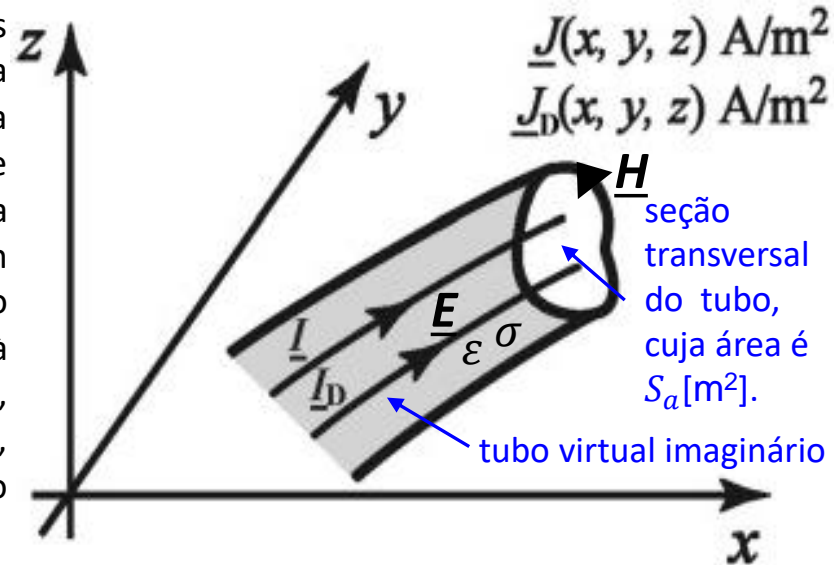
$$\underline{I} = S \underline{J} = \sigma S_a \underline{E} \quad [\text{A}] \quad (8) \quad \rightarrow \text{corrente de condução (corrente real gerada por cargas elétricas em movimento)}$$

$$\underline{I}_D = S \underline{J}_D = \varepsilon S_a \frac{\partial \underline{E}}{\partial t} \quad [\text{A}] \quad (9) \quad \rightarrow \text{corrente de deslocamento (corrente capacitiva gerada por cargas elétricas virtuais em movimento resultantes da variação no tempo do campo } \underline{E} \text{)}$$

Note que se a permissividade elétrica ε e se a condutividade elétrica σ são uma constante escalar em toda a região do espaço \mathbb{R}^3 onde ocorre o campo \underline{E} (que é a situação mais comum), então as linhas dos campos \underline{J} , \underline{J}_D , \underline{I} e \underline{I}_D seguem a distribuição espacial das linhas do campo \underline{E} .

2ª Equação de Maxwell – rotacional do campo magnético \underline{H} (→ lei de Ampere)

Note também que na região do espaço \mathbb{R}^3 onde ocorrem as linhas de um campo elétrico \underline{E} variante no tempo, quem controla a intensidade da corrente de deslocamento \underline{I}_D e a intensidade da corrente de condução \underline{I} são respectivamente a permissividade elétrica ϵ [F/m] do meio em que ocorrem as linhas de \underline{E} e a condutividade elétrica σ [Ω/m] deste meio. Por exemplo, se um campo elétrico \underline{E} variante no tempo incide na água do mar, como esta apresenta uma alta condutividade σ em relação à permissividade ϵ , resultará que \underline{I} será maior que \underline{I}_D . Por outro lado, se o campo \underline{E} incide em um bloco de plástico do tipo poliestireno, material que apresenta uma baixíssima condutividade σ em relação à permissividade ϵ , resultará que \underline{I} será muitíssimo menor que \underline{I}_D .



Mas a questão que queremos responder é: Qual o valor do campo magnético \underline{H} associado ao campo \underline{E} , conforme mostra a figura ao lado. A resposta é dada pela 2ª Equação de Maxwell definida por (10):

$$\underline{\nabla} \times \underline{H} = \underline{J} + \underline{J}_D = \sigma \underline{E} + \epsilon \frac{\partial \underline{E}}{\partial t} \quad [\text{A/m}^2] \quad (10)$$

onde

$$\underline{\nabla} = \frac{\partial}{\partial x} \hat{i} + \frac{\partial}{\partial y} \hat{j} + \frac{\partial}{\partial z} \hat{k} = \begin{bmatrix} \frac{\partial}{\partial x} \\ \frac{\partial}{\partial y} \\ \frac{\partial}{\partial z} \end{bmatrix} \quad [\text{m}^{-1}]$$

De (10) infere-se que para um meio com com permissividade ϵ e condutividade σ :

- (I) Uma variação temporal de \underline{E} (gerando \underline{J}_D no meio) e/ou a existência de cargas elétricas em movimento por ação de \underline{E} (gerando \underline{J} no meio) – ambas geram uma variação espacial de \underline{H} (a variação espacial resulta do operador $\underline{\nabla}$ em (10)).
- (II) A magnitude da variação espacial de \underline{H} é proporcional à σ e à ϵ .
- (III) A variação espacial $\underline{\nabla} \times \underline{H}$ dada pelo produto vetorial entre $\underline{\nabla}$ e \underline{H} é denominada de **rotacional de \underline{H}** . O $\underline{\nabla} \times \underline{H}$ em (10) estabelece que em cada ponto do espaço \mathbb{R}^3 as linhas de \underline{H} sejam concêntricas às linhas de \underline{E} e contidas em um plano perpendicular às linhas de \underline{E} .
- (IV) A variação espacial de \underline{H} também varia no tempo quando a variação temporal de \underline{E} resultar variante no tempo (como é o caso de operação em regime permanente senoidal).

2ª Equação de Maxwell – rotacional do campo magnético \underline{H} (→ lei de Ampere)

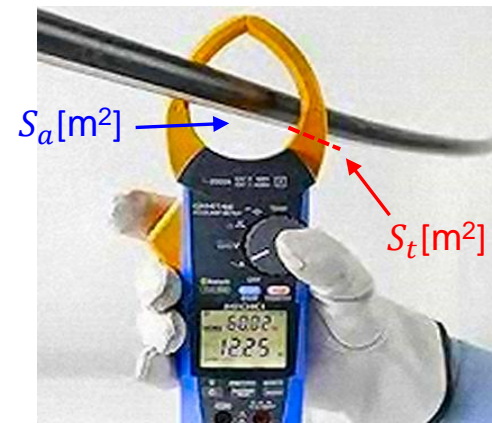
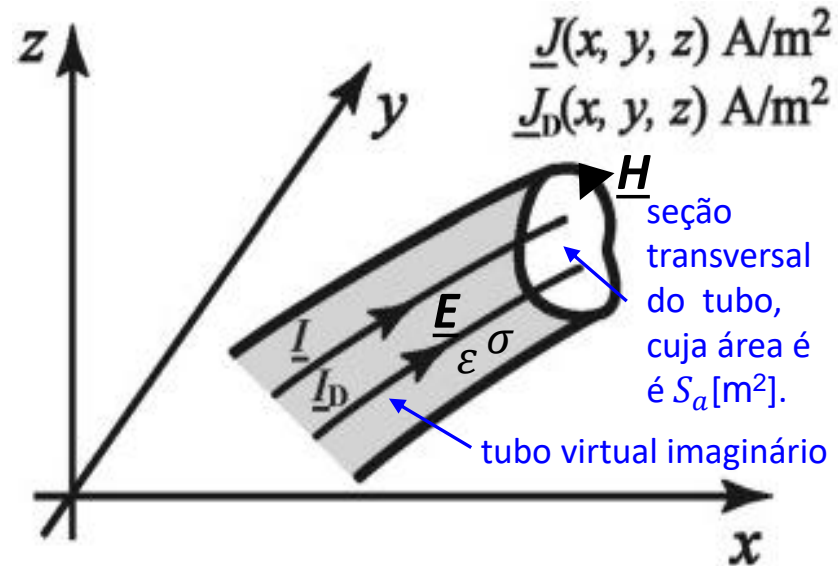
Observe que a unidade a equação (10) no slide anterior é $[A/m^2]$. Esta unidade indica que (10) resulta na quantidade de carga elétrica [Coulomb] que atravessa por segundo (=corrente [Coulomb/s]=[A]) a área da seção transversal $S_a[m^2]$ do tubo imaginário. Esta carga elétrica é real (elétrons, prótons, íons em um plasma, etc...) no caso da corrente de condução \underline{I} e é virtual no caso da corrente de deslocamento \underline{I}_D .

Em algumas representações das Equações de Maxwell, como a mostrada no slide 13, o produto $\epsilon \underline{E}$ em (10) é substituído pela densidade de fluxo elétrico \underline{D} medido em $[Coulomb/m^2]$:

$$\underline{D} = \epsilon \underline{E} \quad [Coulomb/m^2] \quad (11)$$

Uma aplicação da 2ª Equação de Maxwell é determinar a corrente de condução \underline{I} em um fio condutor medindo a intensidade das linhas do campo magnético \underline{H} que circundam o condutor com um anel de material ferromagnético de permeabilidade μ (anel em amarelo na figura ao lado, notando que a figura mostra um *clamp meter* medindo a corrente AC em um cabo condutor). Na base do anel amarelo e internamente ao *clamp meter* há um enrolamento cuja tensão medida e induzida por \underline{H} é dada pela 1ª Equação de Maxwell (equação (3) e equação coadjuvante (4)), e o valor desta tensão medida determina o valor do campo magnético \underline{H} no anel. Uma vez obtido o valor de \underline{H} pela 1ª Equação de Maxwell a corrente de condução \underline{I} é obtida usando a 2ª Equação de Maxwell, multiplicando a equação (10) pela área $S_a[m^2]$ do anel.

Importante notar que a equação (10) também descreve o processo dual: Se substituirmos o medidor de tensão conectado ao enrolamento na base do anel ferromagnético por um gerador de tensão variante no tempo, a equação (10) multiplicada por $S_a[m^2]$ determina a corrente \underline{I} resultante no condutor. Na realidade, este é o princípio de funcionamento de um transformador (ver [https://phys.libretexts.org/Bookshelves/University_Physics/Book%3A_Introductory_Physics_-_Building_Models_to_Describe_Our_World_\(Martin_Neary_Rinaldo_and_Woodman\)/23%3A_Electromagnetic_Induction/23.05%3A_Transformers](https://phys.libretexts.org/Bookshelves/University_Physics/Book%3A_Introductory_Physics_-_Building_Models_to_Describe_Our_World_(Martin_Neary_Rinaldo_and_Woodman)/23%3A_Electromagnetic_Induction/23.05%3A_Transformers)).



3ª Equação de Maxwell – divergência do campo elétrico \underline{E} (→ lei de Gauss)

Consideremos uma região do espaço \mathbb{R}^3 cuja permissividade elétrica do meio é ε [F/m]. Esta região do espaço \mathbb{R}^3 é mostrada em azul claro na figura abaixo. O volume v da região é delimitado pela superfície fechada S , conforme mostra a figura. No interior da região encontram-se distribuídas cargas elétricas de tal forma que, em cada ponto (x, y, z) da região, há uma carga elétrica cuja intensidade é representada por uma **densidade volumétrica de carga** $\rho(x, y, z)$ [Coulomb/m³]. Estas cargas elétricas geram um campo elétrico \underline{E} definido em todos pontos da região. A relação entre o campo elétrico $\underline{E}(x, y, z)$ [V/m] e a densidade volumétrica de cargas $\rho(x, y, z)$ que dá origem à \underline{E} é definida pela 3ª Equação de Maxwell:

$$\underline{\nabla} \cdot \underline{E} = \frac{\rho}{\varepsilon} \quad [\text{V/m}^2] \quad (12)$$

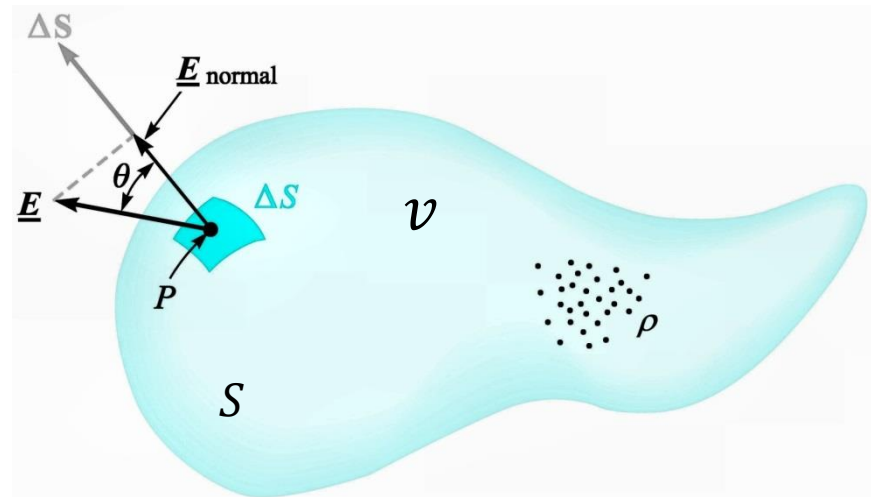
onde

$$\underline{\nabla} = \frac{\partial}{\partial x} \hat{i} + \frac{\partial}{\partial y} \hat{j} + \frac{\partial}{\partial z} \hat{k} = \begin{bmatrix} \frac{\partial}{\partial x} \\ \frac{\partial}{\partial y} \\ \frac{\partial}{\partial z} \end{bmatrix} \quad [\text{m}^{-1}]$$

Note que (12) determina a **divergência de \underline{E}** através do produto escalar $\underline{\nabla} \cdot \underline{E}$ entre o operador nãbla $\underline{\nabla}$ e o campo elétrico $\underline{E}(x, y, z)$, e iguala o resultado à densidade volumétrica de cargas $\rho(x, y, z)$ normalizado pela permissividade ε . Se medirmos $\underline{E}(x_1, y_1, z_1)$ no ponto (x_1, y_1, z_1) , o resultado de $\underline{\nabla} \cdot \underline{E}(x_1, y_1, z_1)$ dá a intensidade de cargas elétricas no ponto (x_1, y_1, z_1) .

Por exemplo, se medirmos $\underline{E}(x_1, y_1, z_1)$ e obtivermos $\underline{\nabla} \cdot \underline{E}(x_1, y_1, z_1) = -1000$ [V/m²], então no ponto (x_1, y_1, z_1) há uma forte concentração de cargas elétricas negativas, ou, equivalentemente, um intenso **sumidouro** das linhas do campo \underline{E} .

Por outro lado, se medirmos $\underline{E}(x_2, y_2, z_2)$ e obtivermos $\underline{\nabla} \cdot \underline{E}(x_2, y_2, z_2) = 0.001$ [V/m²], então no ponto (x_2, y_2, z_2) há uma fraca concentração de cargas elétricas positivas, ou, equivalentemente, uma fraca **fonte** das linhas do campo \underline{E} .



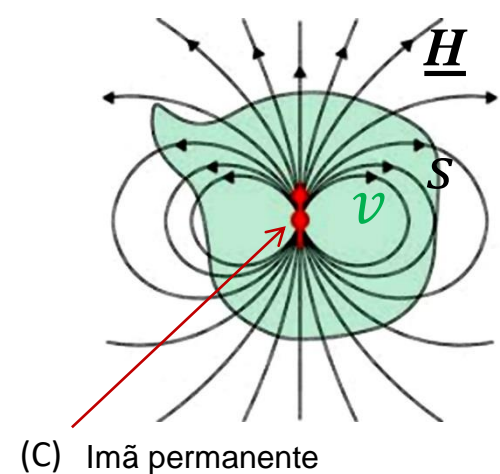
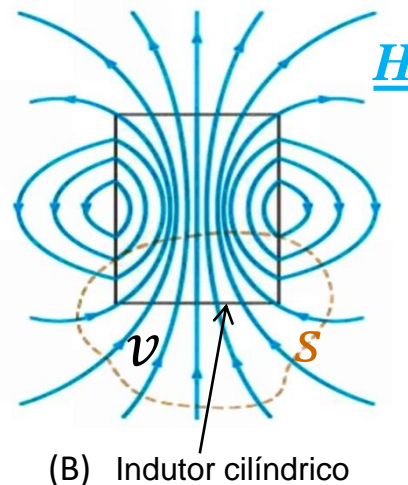
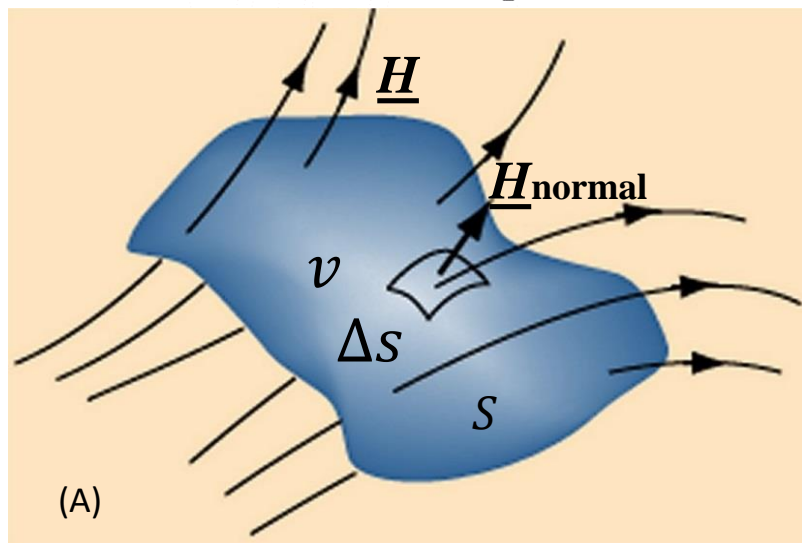
4ª Equação de Maxwell – divergência do campo magnético \underline{H}

Consideremos uma região do espaço \mathbb{R}^3 conforme mostrado em azul na figura em (A) abaixo. O volume v da região é delimitado pela superfície fechada S , conforme mostrado em (A). A região está imersa nas linhas de um campo $\underline{H}(x, y, z)$ [A/m]. Cada linha de \underline{H} que entra em um ponto (x_1, y_1, z_1) na superfície S **obrigatoriamente** sai da superfície S em um outro ponto (x_2, y_2, z_2) . Isto significa que as linhas de \underline{H} não apresentam fontes ou sumidouros, como é o caso do campo \underline{E} analisado no slide anterior. O fato de as linhas de \underline{H} não apresentarem fontes ou sumidouros caracteriza \underline{H} como um **campo solenoidal**. Um campo solenoidal caracteriza-se pelo fato de o número de linhas de campo que adentra uma superfície fechada S ser idêntico ao número de linhas de campo que saem de S . Em (B) abaixo é mostrado o caso do campo \underline{H} gerado pelo enrolamento de um indutor cilíndrico e em (C) é mostrado o campo \underline{H} gerado por um ímã permanente – ambos os campos sendo solenoidais conforme mostrado. Isto é expresso pela 4ª Equação de Maxwell, dada por (13):

$$\underline{\nabla} \cdot \underline{H} = 0 \quad [\text{A/m}^2] \quad (13)$$

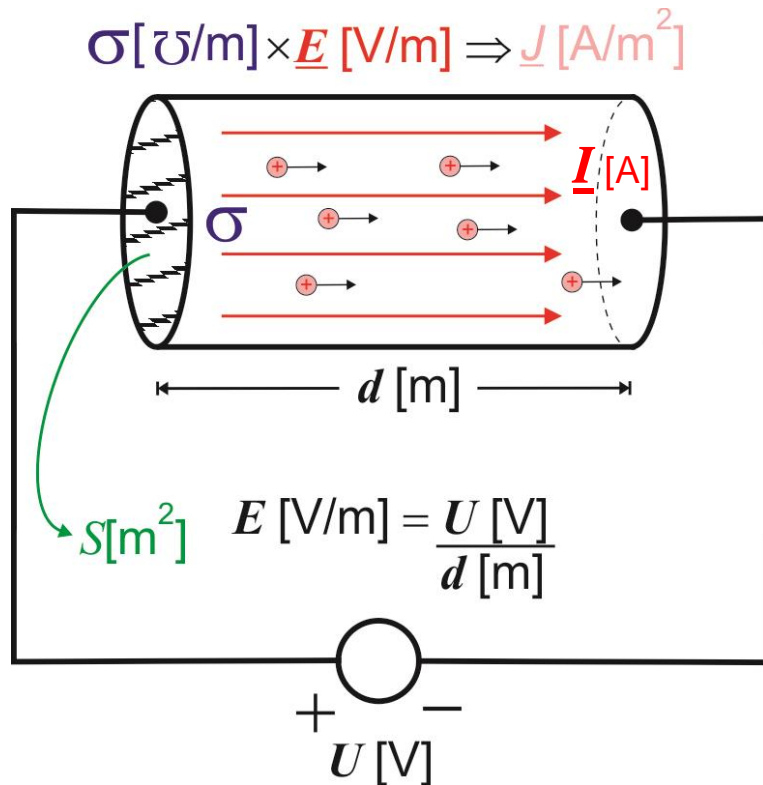
Note que (13) determina a **divergência de \underline{H}** através do produto escalar $\underline{\nabla} \cdot \underline{H}$ entre o operador nabla $\underline{\nabla}$ e o campo magnético $\underline{H}(x, y, z)$, cujo resultado é nulo para qualquer ponto (x, y, z) do volume v . Se medirmos $\underline{H}(x, y, z)$ em qualquer ponto (x, y, z) , o resultado de $\underline{\nabla} \cdot \underline{H}(x, y, z)$ será sempre nulo, indicando que as linhas de \underline{H} não apresentam fontes ou sumidouros, i.e., cada linha de \underline{H} é um caminho fechado sobre si mesma.

$$\underline{\nabla} = \frac{\partial}{\partial x} \hat{i} + \frac{\partial}{\partial y} \hat{j} + \frac{\partial}{\partial z} \hat{k} = \begin{bmatrix} \frac{\partial}{\partial x} \\ \frac{\partial}{\partial y} \\ \frac{\partial}{\partial z} \end{bmatrix} \quad [\text{m}^{-1}]$$



Uma interpretação qualitativa da irradiação eletromagnética à luz das Equações de Maxwell

Vamos supor que fazemos a conexão de um cabo condutor elétrico de comprimento d [m] a uma bateria de automóvel que gera uma tensão DC constante de valor U [V], conforme mostra a figura abaixo. O cabo é cilíndrico com uma seção transversal de área S [m²]. O material do condutor do cabo apresenta uma condutividade elétrica σ [Ω /m]. O campo elétrico no interior do condutor resultante da tensão U [V] é $\underline{E} = U$ [V]/ d [m] [$\frac{V}{m}$], o que faz surgir no interior do cabo uma densidade de corrente de condução $\underline{J} = \sigma \underline{E}$ [$\frac{A}{m^2}$] e, conseqüentemente, faz surgir uma corrente $\underline{I} = S \underline{J}$ [A].



Note que a intensidade da corrente de condução \underline{I} [A] é dada pela quantidade de carga elétrica [Coulomb] que atravessa por segundo (=corrente [Coulomb/s]=[A]) a área S [m²] da secção transversal do fio. Estas cargas elétricas são positivas, conforme o sentido convencional da corrente usualmente adotado a análise de circuitos elétricos.

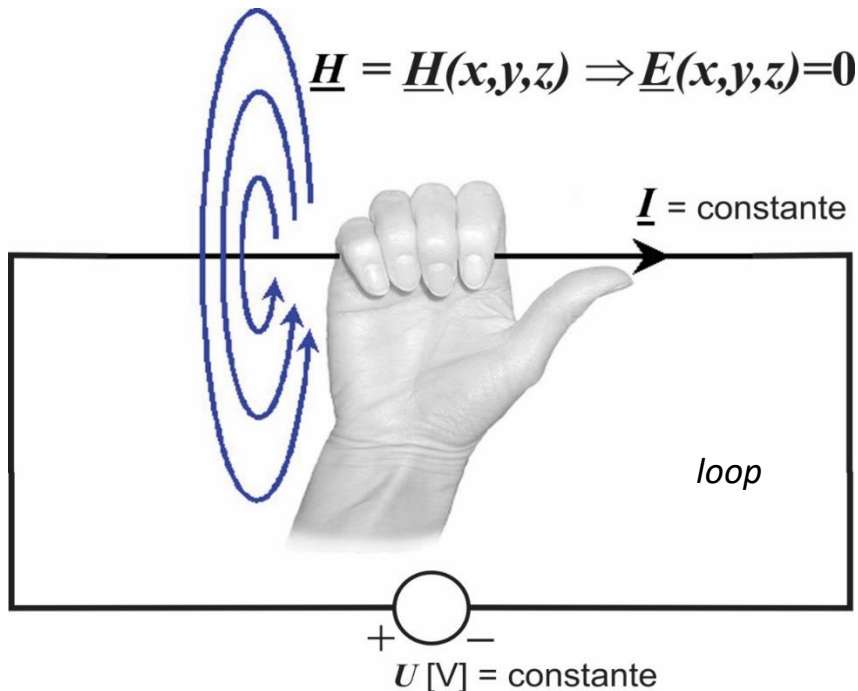
Uma interpretação qualitativa da irradiação eletromagnética à luz das Equações de Maxwell

O circuito mostrado no slide anterior pode ser interpretado como uma espira (um *loop*) percorrido por uma corrente \underline{I} constante no tempo, gerada pelo campo elétrico \underline{E} no interior do condutor, que também é constante no tempo porque a tensão U é DC (é a tensão de uma bateria automotiva), conforme mostra a figura abaixo. Como \underline{E} é invariante no tempo, os seguintes termos são nulos na equação (10):

$$\underline{\nabla} \times \underline{H} = \underline{J} + \cancel{\underline{J}_D}^0 = \sigma \underline{E} + \epsilon \cancel{\frac{\partial \underline{E}}{\partial t}}^0 \quad [\text{A/m}^2] \quad (10)$$

Isto implica que $\underline{\nabla} \times \underline{H}$ e portanto \underline{H} seja invariante no tempo em (10). E daí isto implica que $\frac{\partial \underline{H}}{\partial t}$ seja nulo em (3), e, conseqüentemente, $\underline{\nabla} \times \underline{E}$ e \underline{E} sejam nulos em (3):

$$\underline{\nabla} \times \underline{E} = -\mu \cancel{\frac{\partial \underline{H}}{\partial t}}^0 \quad [\text{V/m}^2] \quad (3)$$



A “moral da estória” deste experimento é que, se a corrente no fio condutor do *loop* (*loop* = caminho fechado de corrente através de um condutor elétrico) é invariante no tempo t , o único efeito eletromagnético observável é o surgimento de linhas do campo magnético \underline{H} concêntricas ao fio condutor e cuja intensidade é proporcional à intensidade da corrente \underline{I} , conforme mostra a figura ao lado. Não há geração de campo elétrico \underline{E} nesta situação em que a corrente \underline{I} é constante.

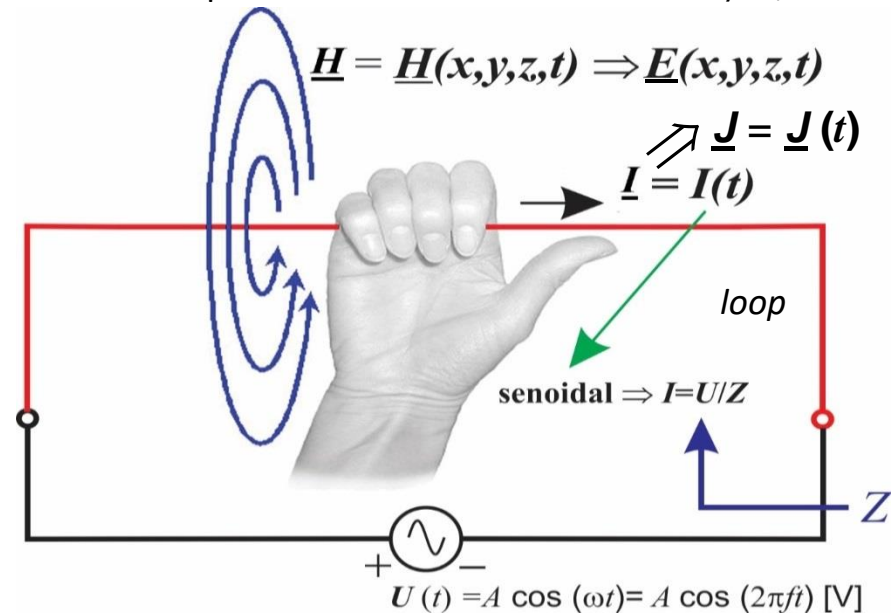
Uma interpretação qualitativa da irradiação eletromagnética à luz das Equações de Maxwell

Vamos supor agora que o campo elétrico $\underline{E}(t)$ no interior do condutor seja resultante de um gerador de tensão $U(t)$ variante senoidalmente no tempo com uma frequência f [Hz], conforme mostra a figura. Nesta situação, a corrente $I(t)$ resultante também irá variar senoidalmente no tempo, conforme visto na disciplina de Circuitos Elétricos: $\dot{I} = \dot{U}/Z$,

sendo \dot{I} [A] e \dot{U} [V] respectivamente os fasores de $I(t)$ e $U(t)$ e Z [Ω] a impedância que o *loop* apresenta ao gerador (ver https://en.wikipedia.org/wiki/Electrical_impedance e <https://en.wikipedia.org/wiki/Phasor>).

Nesta situação, o processo dinâmico descrito pela equação (10) e o processo dinâmico descrito pela equação (3) interagem entre si no tempo e no espaço \mathbb{R}^3 de modo a um realimentar o outro, conforme descrito no parágrafo que segue.

A equação (10) estabelece que uma corrente de condução \underline{J} variante senoidalmente no tempo dá origem à uma variação espacial do campo \underline{H} na vizinhança próxima (variação dada por $\underline{\nabla} \times \underline{H}$) e variante senoidalmente no tempo. Por sua vez, este campo \underline{H} variante no tempo originado em (10) faz com que a equação (3) dê origem à uma variação espacial do campo \underline{E} na vizinhança próxima (variação dada por $\underline{\nabla} \times \underline{E}$) e variante senoidalmente no tempo. Por sua vez, este campo \underline{E} variante no tempo originado em (3) faz com que (10) dê origem à uma variação espacial do campo \underline{H} na vizinhança próxima e variante senoidalmente no tempo. E assim sucessivamente, de modo que este processo $\underline{H} \rightarrow \underline{E} \rightarrow \underline{H} \rightarrow \underline{E} \dots$ continua no tempo e se propaga no espaço \mathbb{R}^3 na forma de uma onda EM.



$$\underline{\nabla} \times \underline{H} = \underline{J} + \underline{J}_D = \sigma \underline{E} + \epsilon \frac{\partial \underline{E}}{\partial t} \quad [\text{A/m}^2] \quad (10)$$

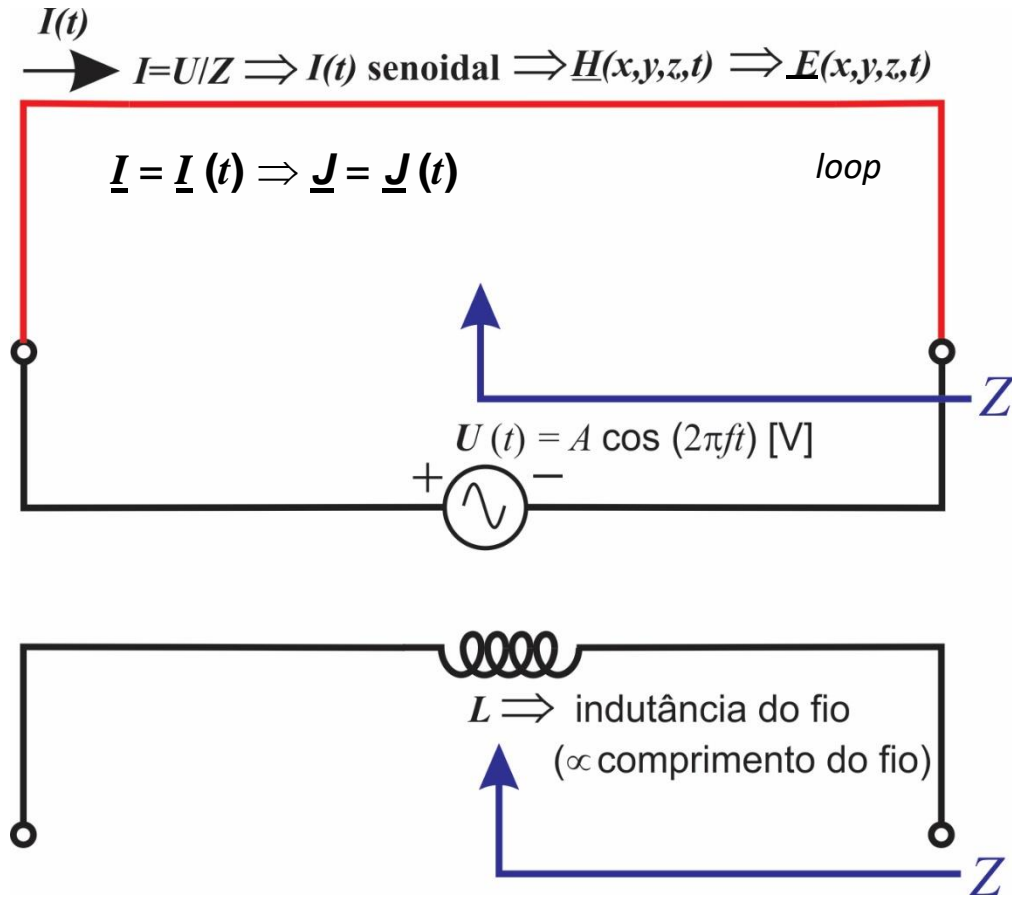
$$\underline{\nabla} \times \underline{E} = -\mu \frac{\partial \underline{H}}{\partial t} \quad [\text{V/m}^2] \quad (3)$$

Este processo $\underline{H} \rightarrow \underline{E} \rightarrow \underline{H} \rightarrow \underline{E} \dots$ de propagação no espaço \mathbb{R}^3 de uma onda EM, é o processo de propagação que ocorre no interior de uma LT, no interior de uma GO, como também é o processo de irradiação de uma antena, conforme veremos.

Uma interpretação qualitativa da irradiação eletromagnética à luz das Equações de Maxwell

Vamos agora passo a passo modificar geometricamente o *loop* de modo a chegarmos ao conceito de um **dipolo**. Assim como o *loop*, o dipolo é um irradiador eletromagnético que estabelece o processo $\underline{H} \rightarrow \underline{E} \rightarrow \underline{H} \rightarrow \underline{E} \dots$ de propagação no espaço \mathbb{R}^3 de uma onda EM, descrito pela interação entre as equações (10) e (3). O dipolo é uma das antenas mais utilizadas.

Para efeito de simplificar a nossa análise, vamos inicialmente considerar o *loop* como a espira de um indutor de uma única espira. A indutância L deste indutor é proporcional ao comprimento do fio de *loop*, conforme mostra a figura.



$$\underline{\nabla} \times \underline{H} = \underline{J} + \underline{J}_D = \sigma \underline{E} + \epsilon \frac{\partial \underline{E}}{\partial t} \quad [\text{A/m}^2] \quad (10)$$

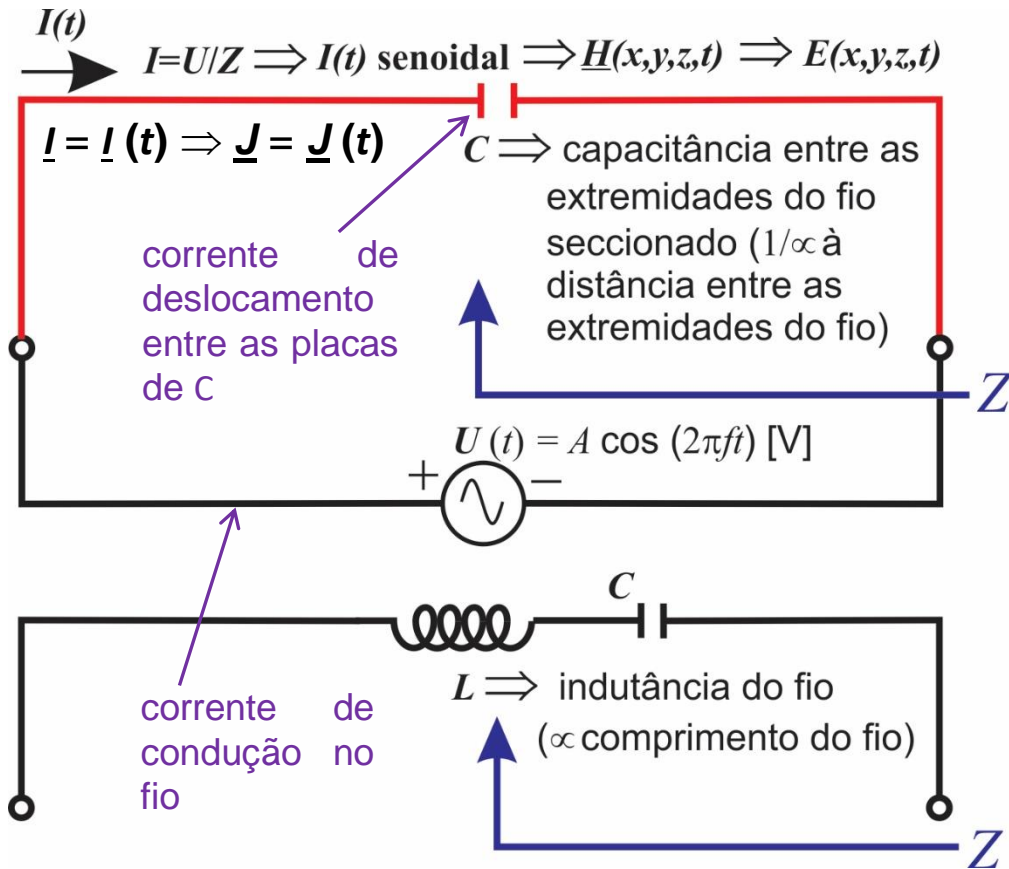
$$\underline{\nabla} \times \underline{E} = -\mu \frac{\partial \underline{H}}{\partial t} \quad [\text{V/m}^2] \quad (3)$$

$\underline{J} = \underline{J}(t)$

Uma interpretação qualitativa da irradiação eletromagnética à luz das Equações de Maxwell

Vamos agora seccionar o fio condutor mas mantendo as extremidades seccionadas próximas uma da outra de modo à proximidade entre elas formar as placas de um capacitor de capacitância C , conforme mostra a figura. A capacitância C é inversamente proporcional à distância entre as extremidades seccionadas do fio.

O seccionamento do fio não afeta o processo $\underline{H} \rightarrow \underline{E} \rightarrow \underline{H} \rightarrow \underline{E} \dots$ de propagação da onda EM no espaço \mathbb{R}^3 descrito pela interação entre as equações (10) e (3) desde que os valores de L e C façam o circuito LC ressonar na frequência f do gerador senoidal. Conforme visto na disciplina de Circuitos Elétricos, um circuito LC série tem impedância nula (i.e., é um curto circuito) na frequência de ressonância $f_r = 1/(2\pi\sqrt{LC})$, e, portanto, se $f_r = f$, então tudo se passa como se o fio não tivesse sido seccionado (ver https://en.wikipedia.org/wiki/LC_circuit).



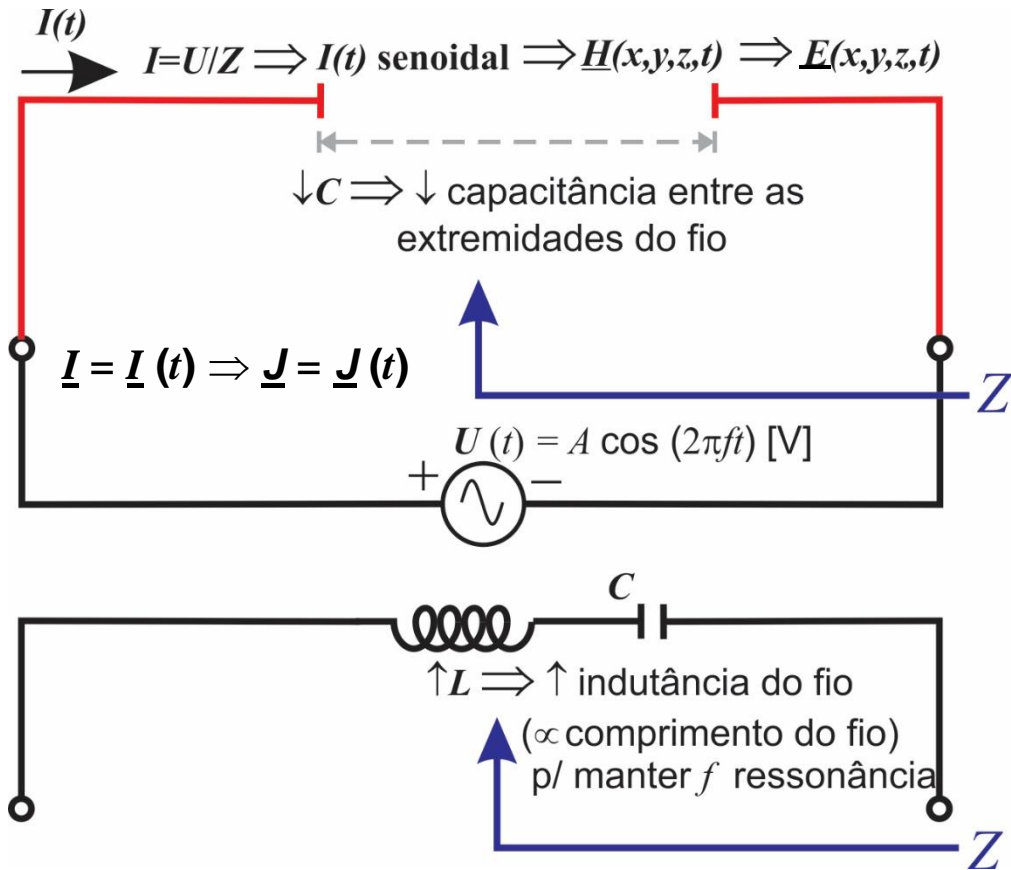
$$\underline{\nabla} \times \underline{H} = \underline{J} + \underline{J}_D = \sigma \underline{E} + \epsilon \frac{\partial \underline{E}}{\partial t} \quad [\text{A/m}^2] \quad (10)$$

$$\underline{\nabla} \times \underline{E} = -\mu \frac{\partial \underline{H}}{\partial t} \quad [\text{V/m}^2] \quad (3)$$

Uma interpretação qualitativa da irradiação eletromagnética à luz das Equações de Maxwell

Seguindo o passo a passo no sentido de modificar geometricamente o *loop* de modo a chegarmos ao conceito de um dipolo, vamos agora afastar as extremidades seccionadas do fio, o que vai resultar na redução da capacitância C , conforme mostra a figura.

Dado a redução da capacitância C , para efeito de manter a mesma frequência de ressonância $f_r = 1/(2\pi\sqrt{LC})$ de modo que $f_r = f$, evitando assim afetar o processo $\underline{H} \rightarrow \underline{E} \rightarrow \underline{H} \rightarrow \underline{E} \dots$ de propagação da onda EM no espaço \mathbb{R}^3 descrito, será necessário aumentar a indutância L , e, para isto, será necessário aumentar o comprimento do fio.



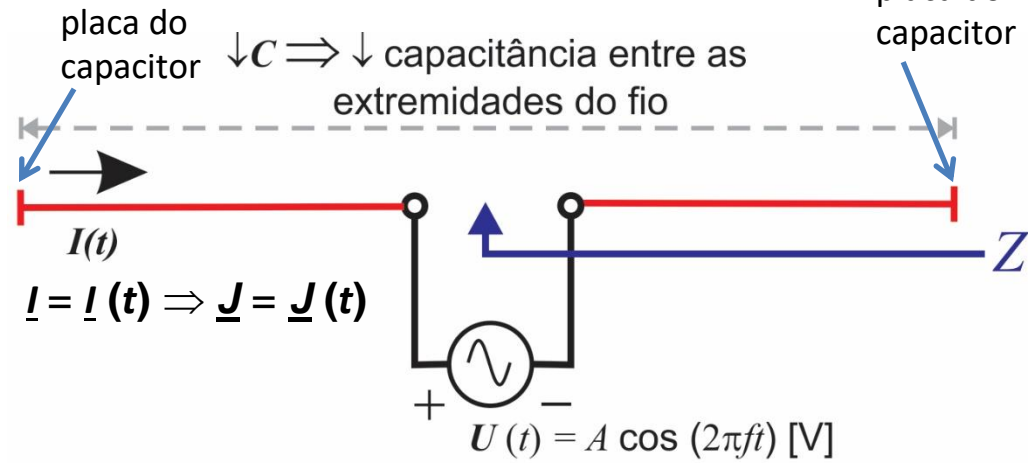
$$\underline{\nabla} \times \underline{H} = \underline{J} + \underline{J}_D = \sigma \underline{E} + \epsilon \frac{\partial \underline{E}}{\partial t} \quad [\text{A/m}^2] \quad (10)$$

$$\underline{\nabla} \times \underline{E} = -\mu \frac{\partial \underline{H}}{\partial t} \quad [\text{V/m}^2] \quad (3)$$

Uma interpretação qualitativa da irradiação eletromagnética à luz das Equações de Maxwell

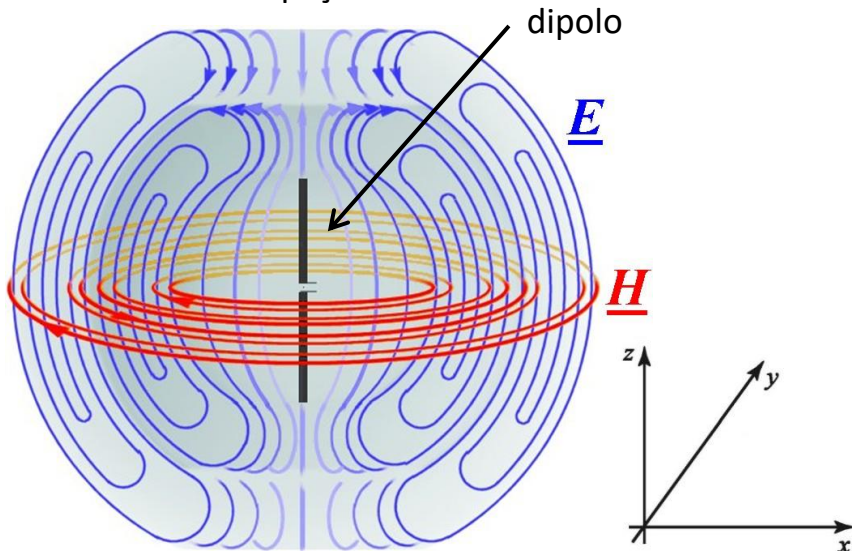
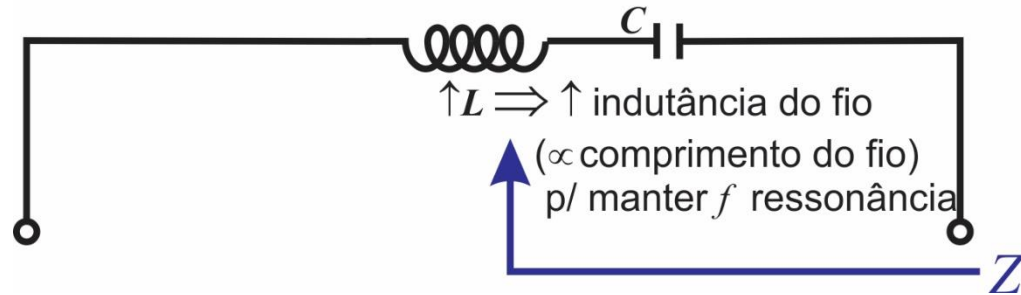
placa do capacitor

Afastando totalmente as placas do capacitor até onde o comprimento do fio permitir, conforme mostra a figura ao lado, ocorrerá uma significativa redução da capacitância C entre as placas do capacitor. Isto não é um problema desde que o comprimento do fio seja suficientemente aumentado de modo a aumentar a indutância L , e assim mantendo a mesma frequência de ressonância $f_r = 1/(2\pi\sqrt{LC})$ de modo que $f_r = f$, sendo f a frequência do gerador senoidal.



Através deste conjunto de modificações geométricas que efetuamos fizemos a transformação do *loop* em um dipolo. A figura abaixo mostra a configuração das linhas dos campos \underline{E} e \underline{H} irradiados por um dipolo resultante do processo $\underline{H} \rightarrow \underline{E} \rightarrow \underline{H} \rightarrow \underline{E} \dots$ de propagação da onda EM no espaço \mathbb{R}^3 :

$$I=U/Z \Rightarrow I(t) \text{ senoidal} \Rightarrow \underline{H}(x,y,z,t) \Rightarrow \underline{E}(x,y,z,t)$$



$$\underline{\nabla} \times \underline{H} = \underline{J} + \underline{J}_D = \sigma \underline{E} + \epsilon \frac{\partial \underline{E}}{\partial t} \quad [\text{A/m}^2] \quad (10)$$

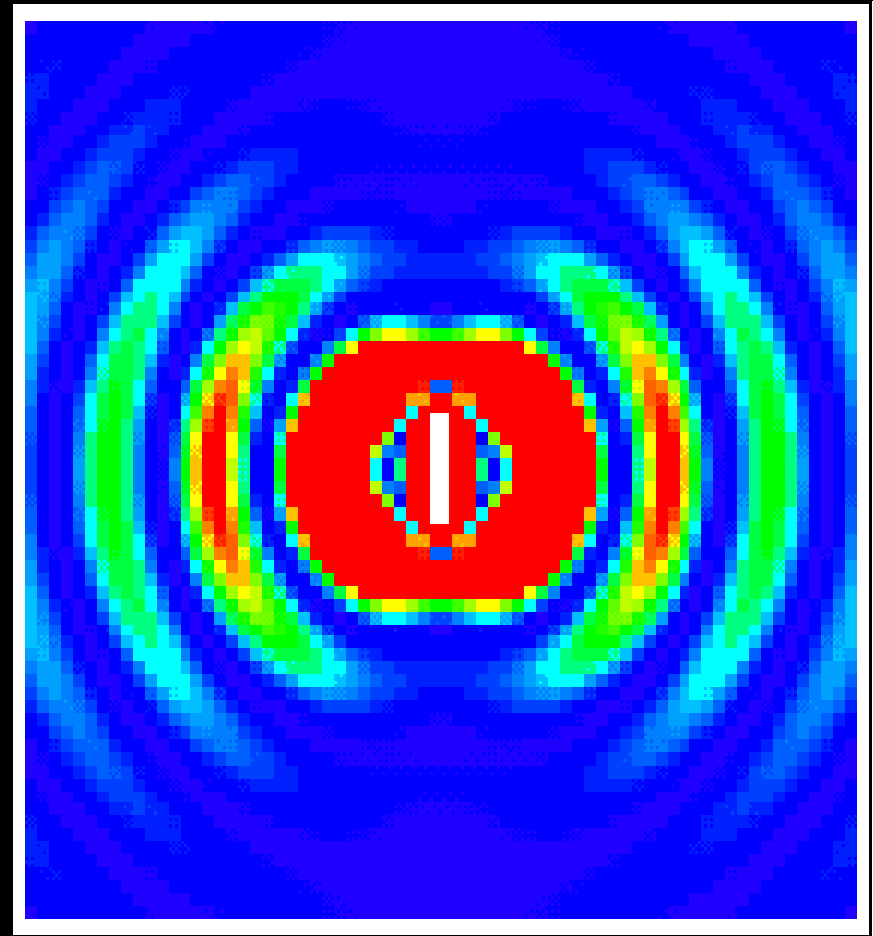
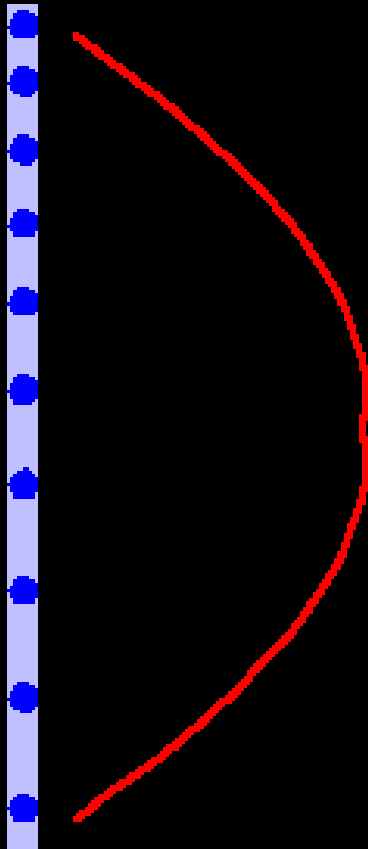
$$\underline{\nabla} \times \underline{E} = -\mu \frac{\partial \underline{H}}{\partial t} \quad [\text{V/m}^2] \quad (3)$$

Dipolo de tamanho 0.5λ sob excitação de um gerador de tensão senoidal de frequência $f = c/\lambda$, $c = 3 \times 10^8$ m/s e $\lambda = c/f$ é o comprimento de onda:

Ver animação referente aos slides 28, 29 e 30 em <https://www.fccdecastro.com.br/iprocess.html>

Densidade de potência [VA/m^2] (fluxo de energia por unidade de tempo e de área) das frentes de onda da onda EM irradiada (módulo do vetor de Poynting $\underline{S} = \underline{E} \times \underline{H}$ – a ser visto adiante):

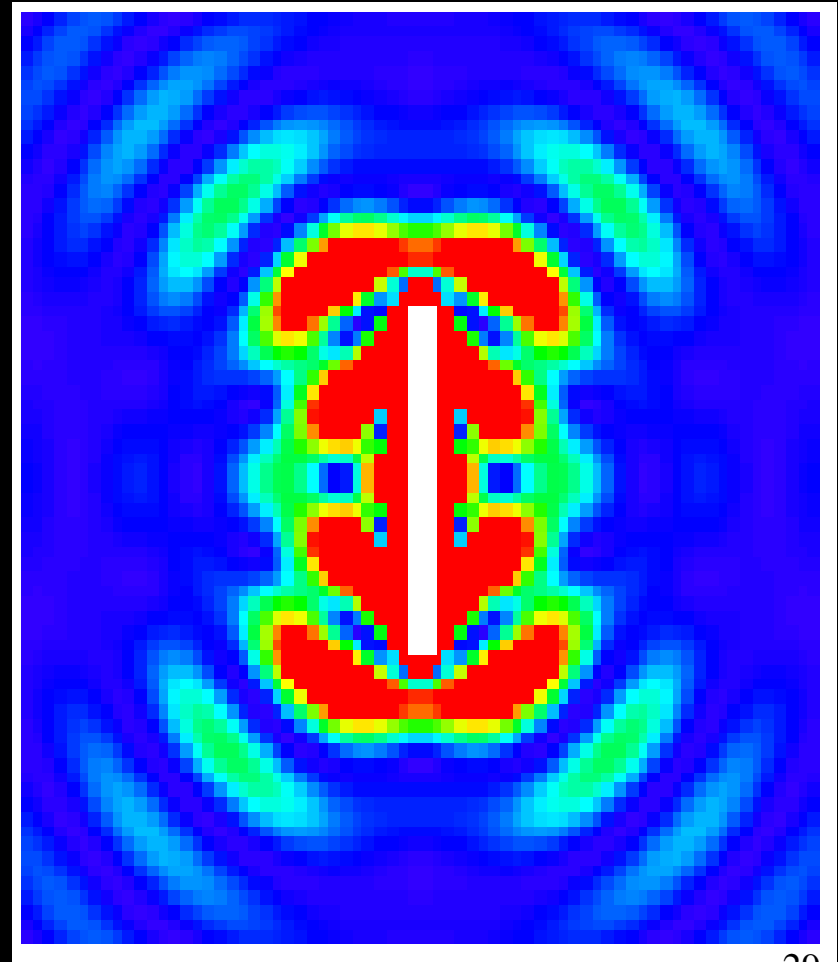
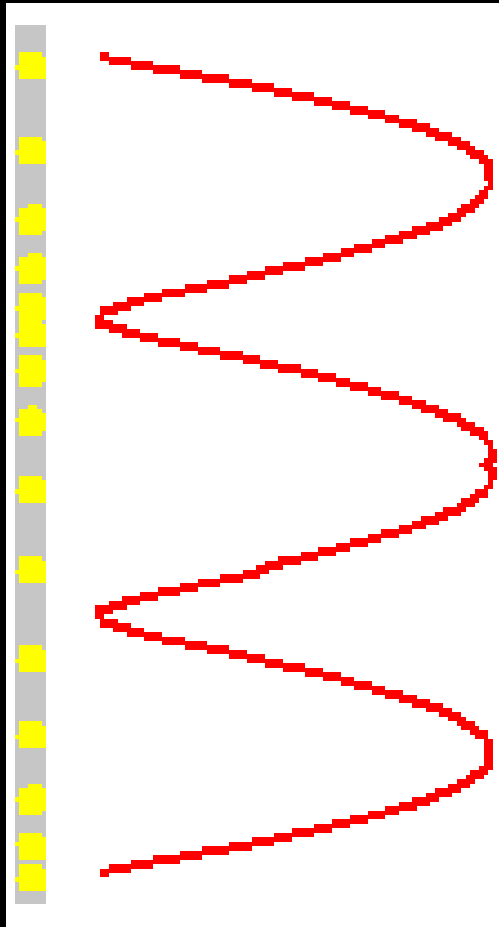
Movimento resultante das cargas elétricas livres (azul) e distribuição de corrente (vermelho) no dipolo:



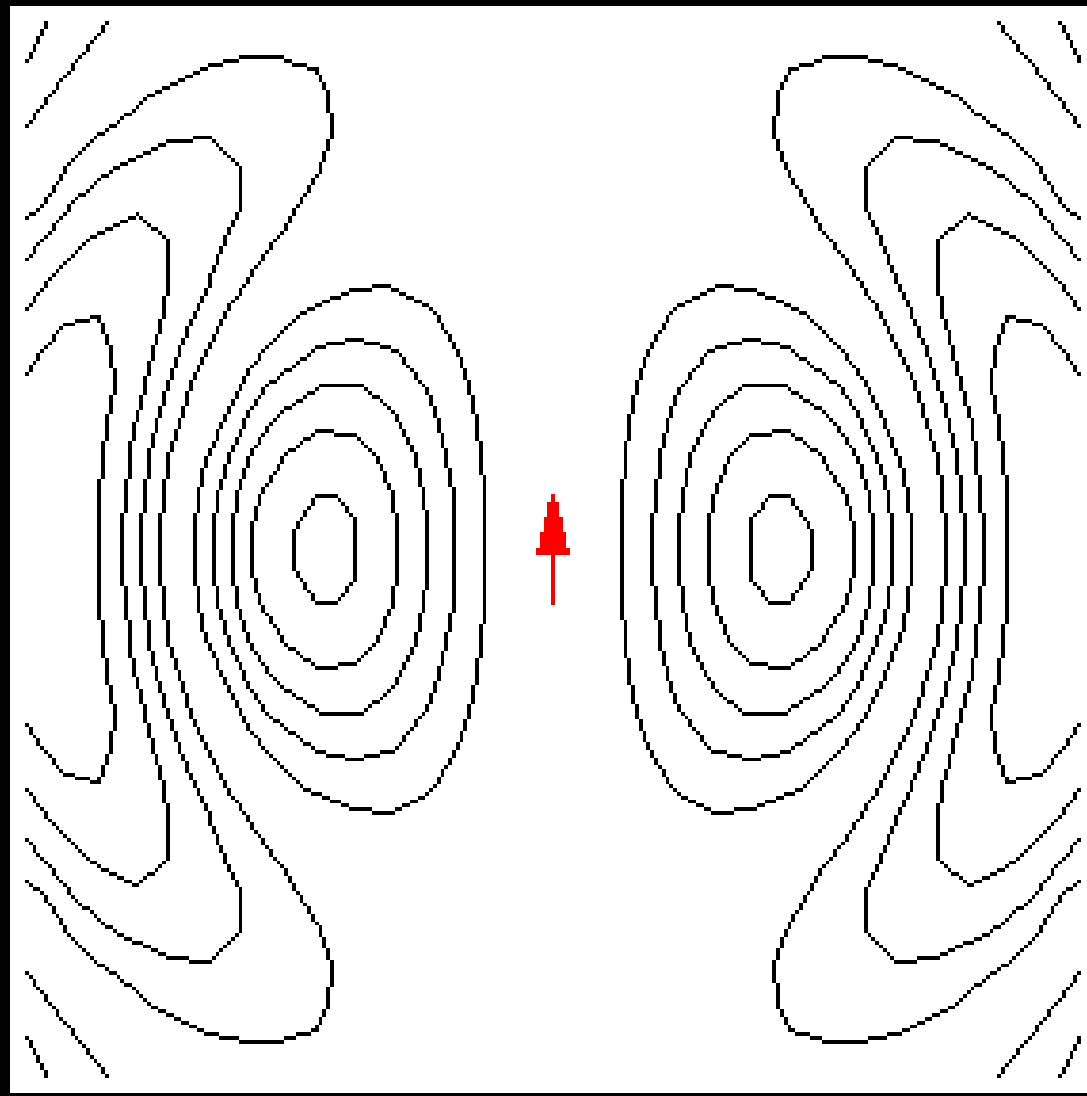
Dipolo de tamanho 1.5λ sob excitação de um gerador de tensão senoidal de frequência $f = c/\lambda$, $c = 3 \times 10^8$ m/s e $\lambda = c/f$ é o comprimento de onda:

Movimento resultante das cargas elétricas livres (amarelo) e distribuição de corrente (vermelho) no dipolo:

Densidade de potência [VA/m^2] (fluxo de energia por unidade de tempo e de área) das frentes de onda da onda EM irradiada (módulo do vetor de Poynting $\underline{S} = \underline{E} \times \underline{H}$ – a ser visto adiante):

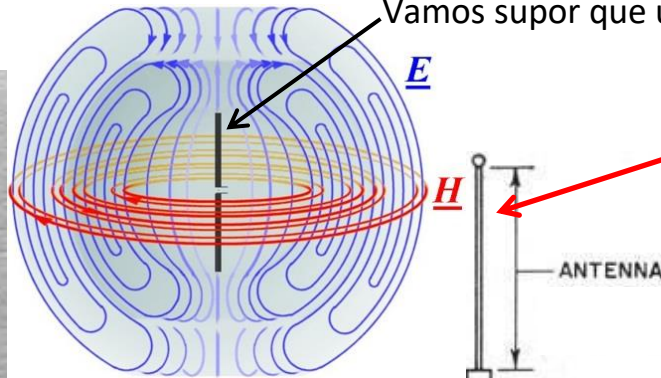


Linhas do campo elétrico \underline{E} da onda eletromagnética irradiada por um dipolo elementar de tamanho 0.1λ ou menor, sob excitação de um gerador de tensão senoidal de frequência $f = c/\lambda$, $c = 3 \times 10^8$ m/s e $\lambda = c/f$ é o comprimento de onda:



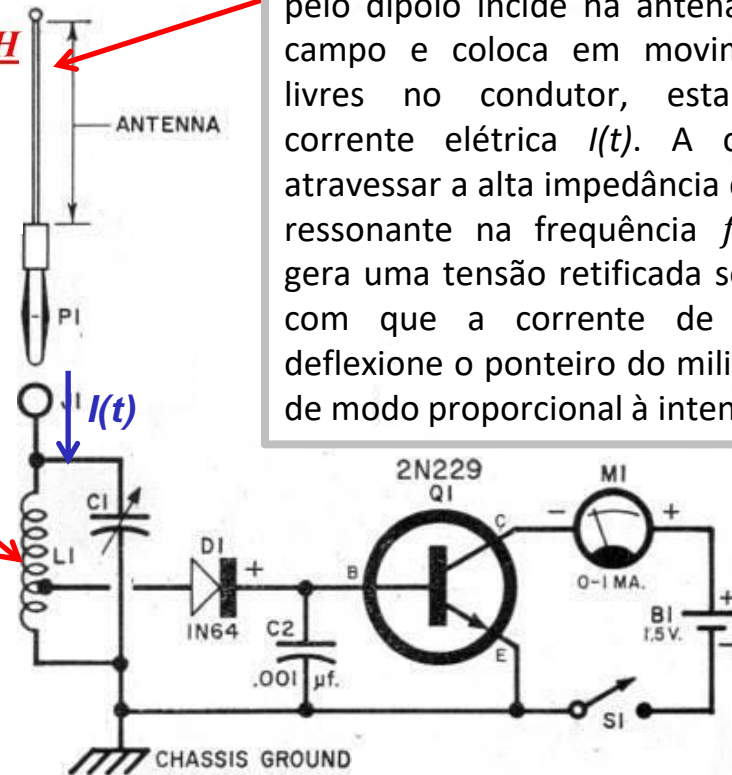
Medindo a intensidade do campo elétrico (*E-Field strength meter*)

Vamos supor que um dipolo irradie um campo elétrico \underline{E} a ser medido.

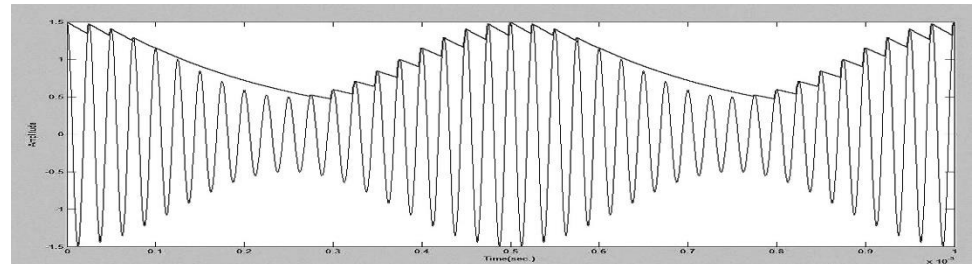


A componente vertical do campo \underline{E} irradiado pelo dipolo incide na antena do medidor de campo e coloca em movimento as cargas livres no condutor, estabelecendo uma corrente elétrica $I(t)$. A corrente $I(t)$ ao atravessar a alta impedância do circuito L1-C1, ressonante na frequência f_0 da onda EM, gera uma tensão retificada sobre C2, fazendo com que a corrente de coletor de Q1 deflexione o ponteiro do miliamperímetro M1 de modo proporcional à intensidade de \underline{E} .

$$f_0 = \frac{1}{2\pi\sqrt{L1C1}}$$

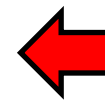


Por exemplo, abaixo é mostrada a tensão em C2 quando a antena do medidor capta o campo irradiado pela antena de um transmissor AM:



Medindo a intensidade do campo magnético (*H-Field strength meter*)

Em torno da linha de \underline{H} há uma linha concêntrica de \underline{E} que fará as cargas livres no fio condutor da espira (=loop) se movimentarem no sentido horário, gerando, portanto, uma corrente no sentido horário no loop, estabelecendo a corrente elétrica $I(t)$ no circuito ressonante L1-C1. Daí em diante o processo é o mesmo do medidor de intensidade de campo elétrico discutido no slide anterior.

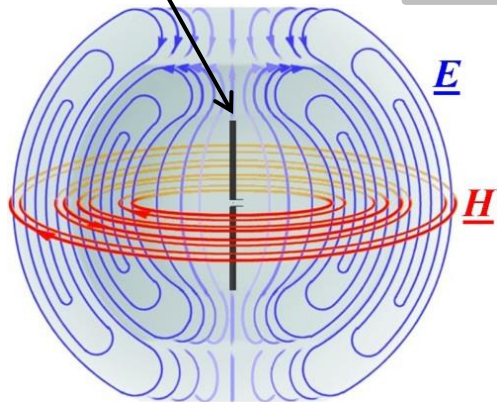


$$\underline{\nabla} \times \underline{E} = -\mu \frac{\partial \underline{H}}{\partial t} \quad [\text{V/m}^2]$$

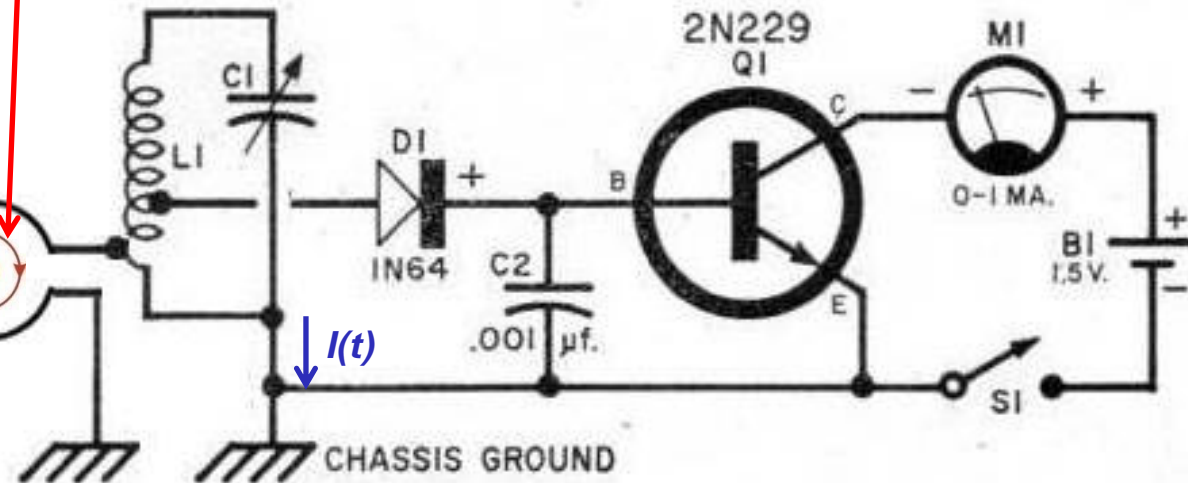
O dipolo irradia o campo magnético \underline{H} a ser medido.

linha de \underline{H} entrando na página (\underline{H} é irradiado pelo dipolo)

$$f_0 = \frac{1}{2\pi\sqrt{L1C1}}$$



Loop



Note, portanto, que o loop (espira) age como um “sensor de carga elétrica em movimento circular”, notando que o campo magnético \underline{H} [A/m] é intimamente associado ao movimento circular de cargas elétricas, sejam elas cargas reais (corrente de condução) ou cargas elétrica virtuals (corrente de deslocamento).

Considerações finais

Vimos no Cap I que as Equações de Maxwell descrevem o processo de geração e propagação no espaço \mathbb{R}^3 de uma onda EM, em que uma corrente $I(t)$ variante no tempo dá origem nas vizinhanças próximas a um campo $\underline{H}(t)$ variante no tempo, que, por sua vez dá origem nas vizinhanças próximas a um campo $\underline{E}(t)$ variante no tempo e assim sucessivamente em uma cadeia de geração e propagação de campos da forma $\underline{H} \rightarrow \underline{E} \rightarrow \underline{H} \rightarrow \underline{E} \dots$

Este processo $\underline{H} \rightarrow \underline{E} \rightarrow \underline{H} \rightarrow \underline{E} \dots$ é o processo de propagação da onda EM que ocorre no interior de uma LT e no interior de uma GO, conforme veremos em capítulos posteriores, como também é o processo de geração e irradiação da onda EM efetuado por uma antena. As frentes de onda da onda EM gerada por uma antena tem formato aproximadamente esférico nas proximidades da antena (ver slide 28). No entanto, para uma distância da antena maior do que 10λ , as frentes de onda podem ser consideradas planas e a onda se torna uma onda plana. A geração de ondas EM por uma antena é objeto de estudo na disciplina de Antenas.

No Cap II das notas de aula desta disciplina de Ondas e Linhas de Transmissão estudaremos a propagação de ondas planas no espaço livre \mathbb{R}^3 independentemente de quem as gerou, i.e., independentemente de a onda EM ter sido gerada por uma antena, por uma GO com abertura em sua terminação ou uma LT com uma terminação irradiante.