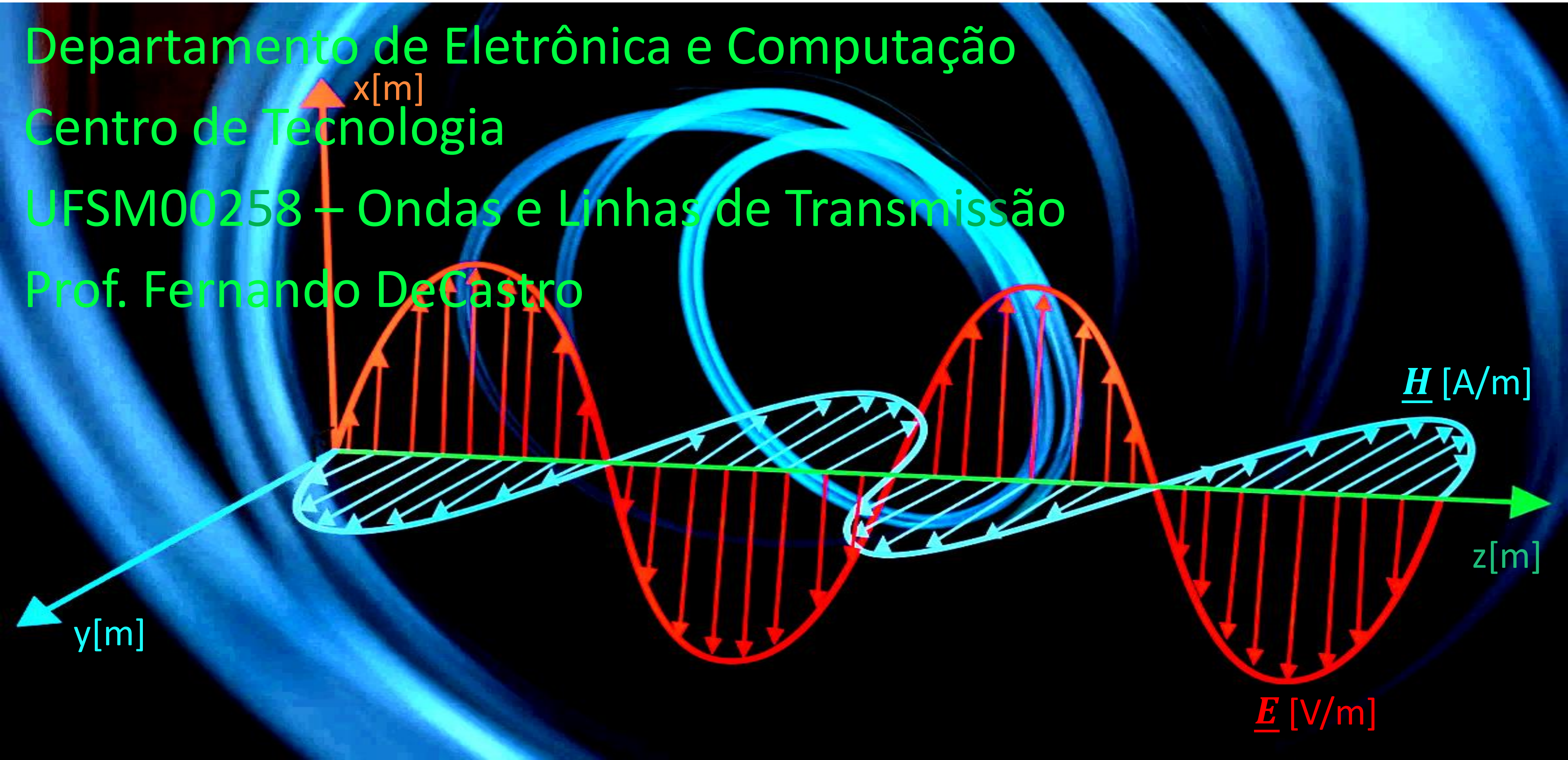
Vetor de Poynting, polarização da onda EM

Departamento de Eletrônica e Computação
Centro de Tecnologia
UFSM00258 – Ondas e Linhas de Transmissão
Prof. Fernando DeCastro



Vetor de Poynting

Conforme vimos nos capítulos anteriores, as frentes de onda de uma onda EM que se propaga no espaço $\mathbb{R}^3$ são investidas de energia distribuída ao longo da superfície da frente de onda. Um exemplo disto é o Exemplo 3 do slide 36 Cap II.5, em que a onda EM incide em um condutor e induz uma corrente elétrica I no mesmo. Se conectarmos um resistor R a este condutor, a corrente I entrega uma potência $P = RI^2$ a este resistor, potência que é fornecida pelas frentes de onda da onda EM incidente no fio.

O objetivo desta seção é, então, derivar uma relação entre a taxa no tempo de transferência de energia (=potência transferida) e as intensidades dos campos $\underline{E}$ e $\underline{H}$ de uma onda EM que se propaga no interior de um volume fechado v delimitado por uma superfície s.

No interior do volume v , o meio de propagação da onda EM apresenta permeabilidade magnética μ , permissividade elétrica ε e condutividade elétrica σ .

Vamos iniciar a análise da potência transferida pela onda EM a partir das equações de Maxwell em rotacional dos campos $\underline{E}$ e $\underline{H}$:

$$\underline{\nabla} \times \underline{E} = -\frac{\partial \underline{\underline{B}}}{\partial t} \qquad \underline{\underline{B}} = \mu \underline{\underline{H}} \tag{1}$$

$$\underline{\nabla} \times \underline{H} = \underline{J} + \frac{\partial \underline{\underline{D}}}{\partial t} \qquad \underline{\underline{D}} = \varepsilon \underline{\underline{E}} \tag{2}$$

Consideremos a seguinte identidade vetorial (ver "*Cross product rule*" em https://en.wikipedia.org/wiki/Vector_calculus_identities):

$$\underline{\nabla} \cdot (\underline{E} \times \underline{H}) = \underline{H} \cdot (\underline{\nabla} \times \underline{E}) - \underline{E} \cdot (\underline{\nabla} \times \underline{H}) \tag{3}$$

(1), (2) $\rightarrow$ (3) resulta:

$$\underline{\nabla} \cdot (\underline{E} \times \underline{H}) = -\underline{H} \cdot \frac{\partial \underline{B}}{\partial t} - \underline{E} \cdot \frac{\partial \underline{D}}{\partial t} - \underline{E} \cdot \underline{J} \tag{4}$$

Vetor de Poynting

Em um meio de propagação usual, em que a permeabilidade magnética μ, a permissividade elétrica ε e a condutividade elétrica σ são invariantes no tempo, os termos à direita em (4) podem ser re-escritos como **:**

$$\underline{H} \cdot \frac{\partial \underline{B}}{\partial t} = \underline{H} \cdot \frac{\partial\left(\mu \underline{H}\right)}{\partial t} = \frac{1}{2}\frac{\partial\left(\mu \underline{H} \cdot \underline{H}\right)}{\partial t} = \frac{\partial}{\partial t}\left(\frac{1}{2}\mu\left|\underline{H}\right|^2\right) \qquad (5)$$

$$\underline{E} \cdot \frac{\partial \underline{D}}{\partial t} = \underline{E} \cdot \frac{\partial\left(\varepsilon \underline{E}\right)}{\partial t} = \frac{1}{2}\frac{\partial\left(\varepsilon \underline{E} \cdot \underline{E}\right)}{\partial t} = \frac{\partial}{\partial t}\left(\frac{1}{2}\varepsilon\left|\underline{E}\right|^2\right) \qquad (6)$$

$$\underline{E} \cdot \underline{J} = \underline{E} \cdot \left(\sigma \underline{E}\right) = \sigma\left|\underline{E}\right|^2 \qquad (7)$$

notando que os resultados de (5) e (6) fazem uso da seguinte expressão do cálculo básico**:**

$$u\frac{\partial u}{\partial t} = \frac{1}{2}\frac{\partial(u \cdot u)}{\partial t} \qquad (8)$$

(5), (6), (7) $\rightarrow$ (4) resulta:

$$\underline{\nabla} \cdot \left(\underline{E} \times \underline{H}\right) = -\frac{\partial}{\partial t}\left(\frac{1}{2}\varepsilon\left|\underline{E}\right|^2 + \frac{1}{2}\mu\left|\underline{H}\right|^2\right) - \sigma\left|\underline{E}\right|^2 \qquad (9)$$

O teorema da divergência de Gauss (https://en.wikipedia.org/wiki/Divergence_theorem) estabelece que a soma (integral) da componente normal de um campo $\underline{F}$ sobre uma superfície fechada s é igual à soma da divergência de $\underline{F}$, dada por $\underline{\nabla}\cdot\underline{F}$, em toda região no interior de volume v delimitado pela superfície s:

$$\oiint_s \underline{F}\cdot d\underline{s} = \iiint_v \underline{\nabla}\cdot\underline{F}\, dv \qquad (10)$$

Fazendo $\underline{F} = \underline{E}\times\underline{H}$ em (10) e, a seguir, usando (9) no termo à direita de (10):

$$\oiint_s (\underline{E}\times\underline{H})\cdot d\underline{s} = -\frac{\partial}{\partial t}\iiint_v \left(\frac{1}{2}\varepsilon|\underline{E}|^2 + \frac{1}{2}\mu|\underline{H}|^2\right) dv - \iiint_v \sigma|\underline{E}|^2\, dv \qquad (11)$$

Note que a primeira integral à direita de (11) representa a taxa de variação no tempo da energia (=potência) armazenada respectivamente no campo elétrico $\underline{E}$ e no campo magnético $\underline{H}$ no interior do volume fechado v delimitado pela superfície s.

A segunda integral à direita de (11) representa a potência ôhmica (perdas Joule) dissipada no volume v como resultado da densidade de corrente de condução $\underline{J} = \sigma\underline{E}$ fluindo no interior do volume v em consequência do campo elétrico $\underline{E}$.

Portanto, o lado direito de (11) pode ser interpretado como a taxa de redução no tempo da energia elétrica e da energia magnética (potência elétrica e potência magnética) armazenadas no interior do volume v, acrescida da perda de potência causada pela potência ôhmica dissipada como calor no interior do volume v (perdas Joule).

Vetor de Poynting

$$\oiint_s (\underline{E} \times \underline{H}) \cdot d\underline{s} = -\frac{\partial}{\partial t} \iiint_v \left(\frac{1}{2}\varepsilon|\underline{E}|^2 + \frac{1}{2}\mu|\underline{H}|^2\right) dv - \iiint_v \sigma|\underline{E}|^2 \, dv \qquad (11)$$

Para ser consistente com a lei de conservação de energia, o lado direito de (11) deve igualar a potência (taxa de variação no tempo da energia) que sai do volume v atravessando a superfície s, quantidade que é representada pelo lado esquerdo de (11).

Assim, $\underline{E} \times \underline{H}$ no lado esquerdo de (11) é um vetor perpendicular ao plano que contém os vetores $\underline{E}$ e $\underline{H}$ e que representa a potência por unidade de área que sai do volume v atravessando a superfície s. Este vetor é denominado de **vetor de Poynting $\underline{\mathcal{S}}$**, definido por:

$$\underline{\mathcal{S}} = \underline{E} \times \underline{H} \ \text{[VA/m}^2\text{]} \qquad (12)$$

Se os vetores $\underline{E}$ e $\underline{H}$ forem variantes senoidalmente no tempo, então ambos são representados por seus respectivos fasores, e o vetor de Poynting $\underline{\mathcal{S}}$ é dado por:

$$\underline{\mathcal{S}} = \tfrac{1}{2}\left(\underline{E} \times \underline{H}^*\right) \ \text{[VA/m}^2\text{]} \qquad (13)$$

onde $\{\cdot\}^*$ é o operador que retorna o valor conjugado de seu argumento. O multiplicador $1/2$ resulta da multiplicação por $1/\sqrt{2}$ dos valores instantâneos máximos de $\underline{E}$ e $\underline{H}$ para efeito de conversão das magnitudes de $\underline{E}$ e $\underline{H}$ para seu valores rms. A parte real de $\underline{\mathcal{S}}$ dado por (13) representa o **fluxo direcional de potência útil** em [W/m^2] transportado pela onda EM. A parte imaginária de $\underline{\mathcal{S}}$ dado por (13) representa o **fluxo direcional de potência reativa** em [VAr/m^2] transportado pela onda EM.

O vetor de Poynting $\underline{\mathcal{S}}$ representa , portanto, o fluxo direcional de potência de uma onda EM. Para uma onda EM plana , o vetor de Poynting $\underline{\mathcal{S}}$ é alinhado com a direção e sentido de propagação da onda EM e expressa a densidade superficial de potência distribuída na superfície das frentes de onda da onda EM.

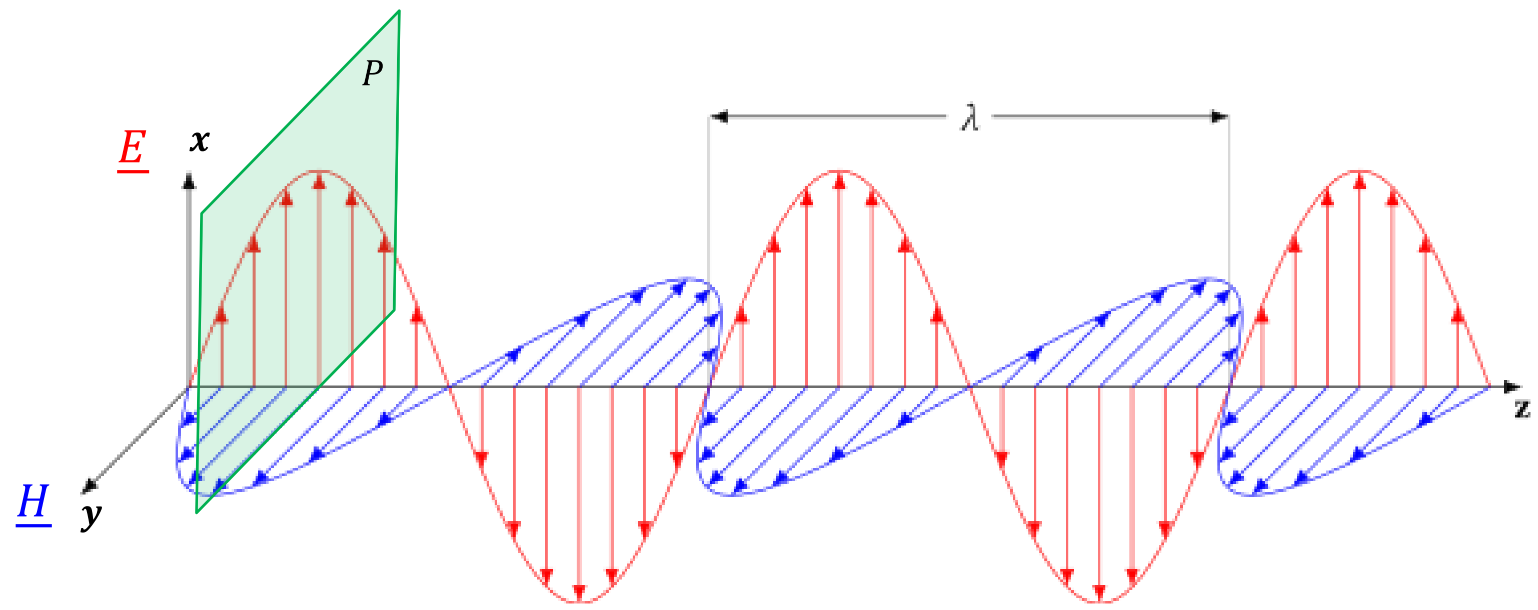
Polarização da onda EM

Vimos nos capítulos anteriores que uma onda EM plana é caracterizada pela direção de propagação (por exemplo, direção z – vetor unitário $\underline{\hat{k}}$), pela amplitude e fase dos campos $\underline{E}$ e $\underline{H}$ e pela frequência f da onda.

Vimos também que os parâmetros constitutivos σ, ε e μ do meio determinam a constante de atenuação da onda α e a constante de fase β.

Para completar a descrição de uma onda plana uniforme, precisamos conhecer a orientação descrita por sua **polarização**, i.e., como o como o vetor unitário de $\underline{E}$ se orienta no espaço $\mathbb{R}^3$ (e, consequentemente, como se orienta o vetor unitário de $\underline{H}$, que é ortogonal ao vetor unitário de $\underline{E}$).

Formalmente, a polarização da onda EM indica o caminho descrito pela ponta do vetor $\underline{E}$ em um plano no espaço $\mathbb{R}^3$ que é ortogonal à direção de propagação. Por exemplo, a figura abaixo mostra a **polarização vertical**, em que a ponta do vetor $\underline{E}$ ora aponta para cima, ora aponta para baixo, descrevendo uma linha vertical no plano P perpendicular à direção z de propagação.

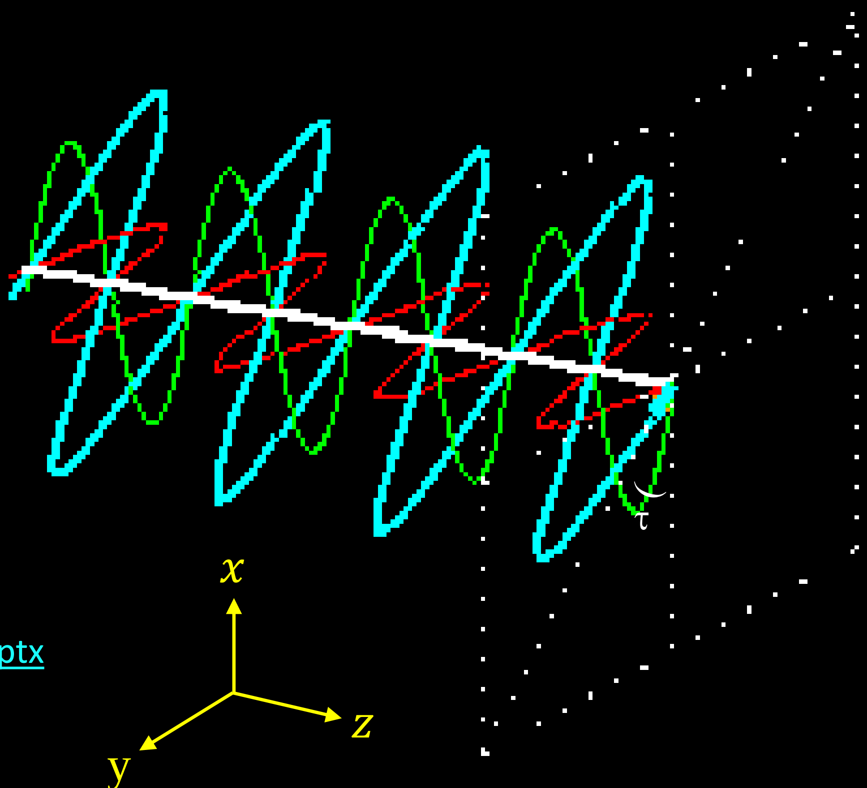


Consideremos a onda EM plana uniforme se propagando na direção z caracterizada pela equação (14) abaixo e mostrada em azul na figura:

$$\underline{E}(\mathrm{z,t}) = \mathrm{E}_x\hat{\underline{\boldsymbol{i}}} + \mathrm{E}_y\hat{\underline{\boldsymbol{j}}} = \mathrm{E}_{0x}\cos(\omega t - \beta z)\hat{\underline{\boldsymbol{i}}} + \mathrm{E}_{0y}\cos(\omega t - \beta z)\hat{\underline{\boldsymbol{j}}} \quad \text{[V/m]} \qquad (14)$$

Note na equação (14) que o campo $\underline{\boldsymbol{E}}(\mathrm{z,t})$ tem uma componente de amplitude E_{0x} na direção x (em verde na figura) e tem uma componente de amplitude E_{0y} na direção y (em vermelho na figura).

A ponta do vetor $\underline{E}(\mathrm{z,t})$ resultante das componentes E_{0x} e E_{0y} traça um segmento de linha inclinado de um ângulo $\tau = \mathrm{tg}^{-1}(\mathrm{E}_{y0}/\mathrm{E}_{x0})$, representando uma onda **polarizada linearmente** (em azul na figura).



Ver animação em

https://www.fccdecastro.com.br/PPT/OLT_C3_A1S7.pptx

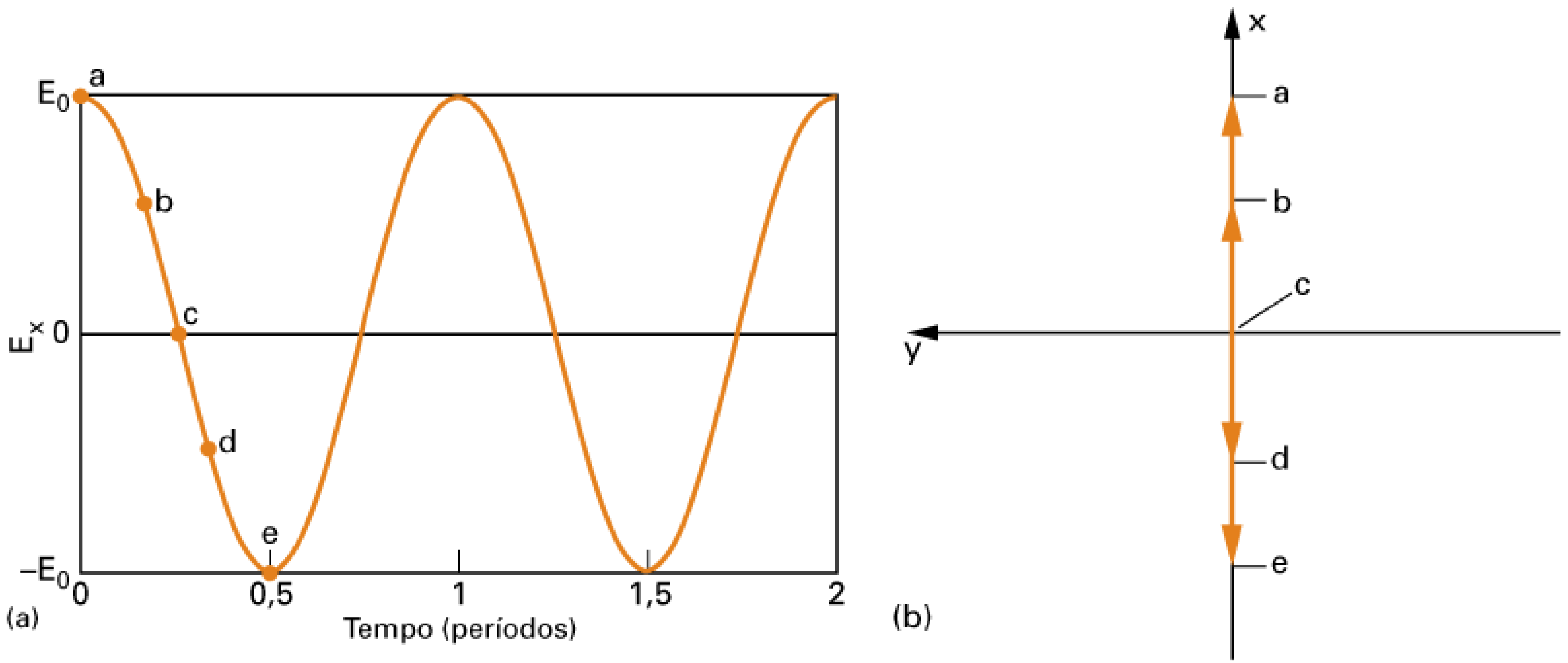
Polarização da onda EM

Consideremos agora uma onda EM plana uniforme se propagando na direção z caracterizada pela equação (15) e mostrada na figura abaixo.

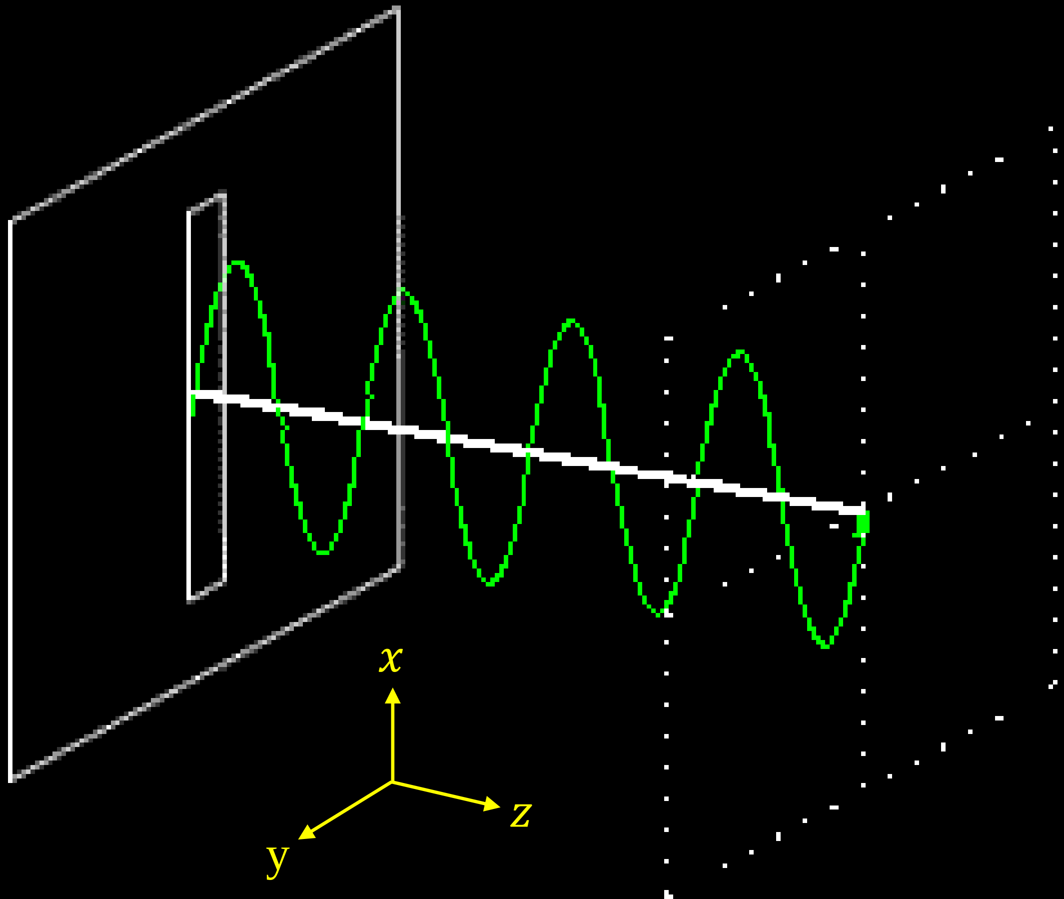
$$\underline{E}(\mathrm{z,t}) = \mathrm{E}_x \underline{\hat{\boldsymbol{\imath}}} = \mathrm{E}_{0x}\cos(\omega\mathrm{t} - \beta\mathrm{z})\underline{\hat{\boldsymbol{\imath}}} \quad \text{[V/m]} \qquad (15)$$

Note na equação (15) que o campo $\underline{E}(\mathrm{z,t})$ tem uma única componente de amplitude E_{0x} na direção x, mostrada no tempo em (a) na figura abaixo para $z = 0$. A figura (b) mostra a representação no espaço $\mathbb{R}^3$ do vetor $\underline{E}$ para os pontos correspondentes no tempo (de "a" até "e").

O próximo slide mostra a animação da onda $\underline{E}(\mathrm{z,t})$ definida por (15) , denominada onda EM **verticalmente polarizada**.



Polarização da onda EM



Polarização linear vertical

Ver animação em

https://www.fccdecastro.com.br/PPT/OLT_C3_A2S9.pptx

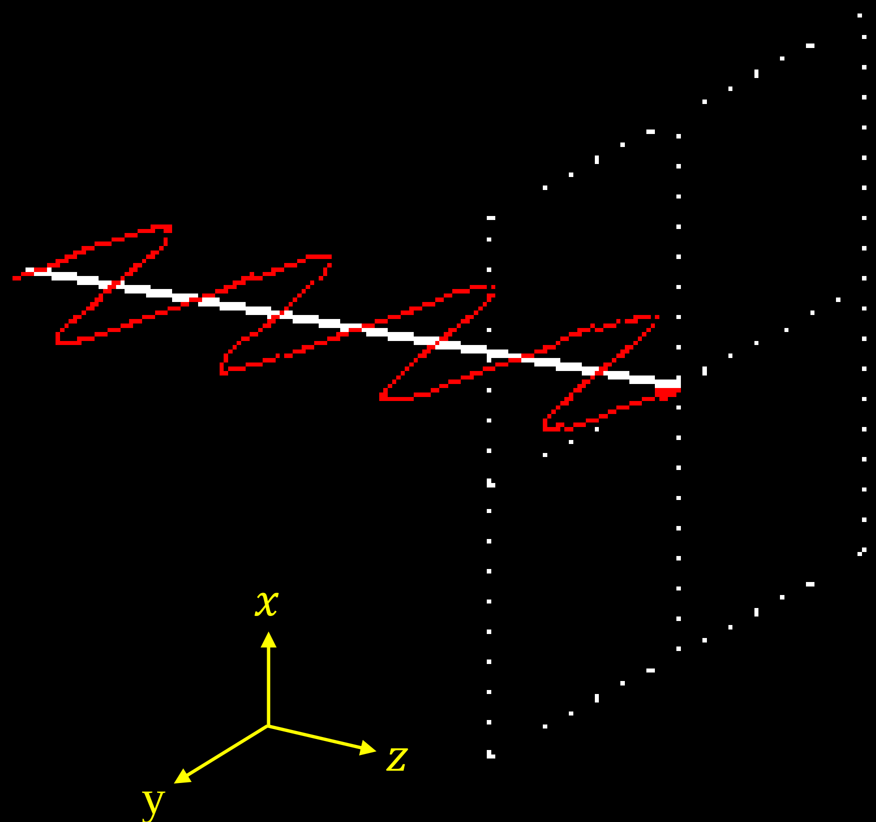
Polarização da onda EM

Uma onda EM plana uniforme se propagando na direção z caracterizada pela equação (16) é denominada de onda EM **horizontalmente polarizada**.

O próximo slide mostra a animação da onda $\underline{E}(\mathrm{z},\mathrm{t})$ horizontalmente polarizada definida por (16);

$$\underline{E}(\mathrm{z},\mathrm{t}) = \mathrm{E}_y\underline{\boldsymbol{\hat{j}}} = \mathrm{E}_{0y}\cos(\omega\mathrm{t}-\beta\mathrm{z})\underline{\boldsymbol{\hat{j}}} \qquad [\mathrm{V/m}] \qquad (16)$$

Polarização da onda EM



Polarização
linear horizontal

Ver animação em

https://www.fccdecastro.com.br/PPT/OLT_C3_A3S11.pptx

Polarização da onda EM

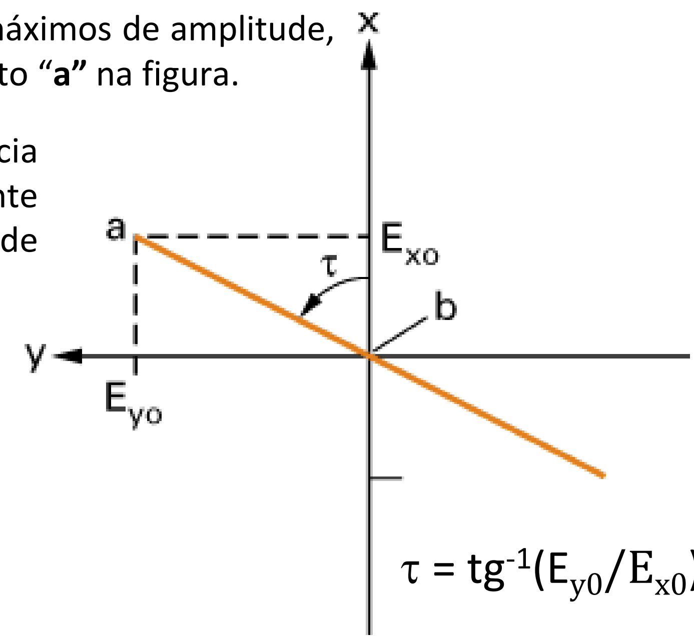
Até o momento analisamos a onda EM plana $\underline{E}(\mathrm{z},\mathrm{t})$ uniforme se propagando na direção z com uma componente de amplitude E_{0x} na direção x e/ou com uma componente de amplitude E_{0y} na direção y, mas não incluímos na análise a possibilidade de as componentes estarem defasadas entre si, seja no tempo t, seja na distância percorrida na direção z de propagação. Para contemplar esta defasagem, vamos incluir na definição de $\underline{E}(\mathrm{z},\mathrm{t})$ os ângulos de fase ϕ_x e ϕ_y respectivos a cada componente, conforme mostra (17). Veremos que os ângulos ϕ_x e ϕ_y são fundamentais para definir outros dois modos de polarização da onda EM – a **polarização elíptica** e a **polarização circular**, conforme veremos adiante.

$$\underline{E}(\mathrm{z},t) = \mathrm{E}_x\underline{\hat{\boldsymbol{\imath}}} + \mathrm{E}_y\underline{\hat{\boldsymbol{\jmath}}} = \mathrm{E}_{0x}\cos(\omega t - \beta z + \phi_x)\underline{\hat{\boldsymbol{\imath}}} + \mathrm{E}_{0y}\cos(\omega t - \beta z + \phi_y)\underline{\hat{\boldsymbol{\jmath}}} \quad [\mathrm{V/m}] \qquad (17)$$

Para $\phi_x = \phi_y = 0°$ (17) se torna idêntica a (14) e este é, então, o caso já analisado no slide 7. Se, para este caso, quisermos por exemplo traçar o caminho que a ponta do vetor $\underline{E}$ descreve no plano P perpendicular à direção z de propagação (ver slide 6), estando P localizado em $z = 0$, a equação (17) simplifica para

$$\underline{E}(0,t) = \mathrm{E}_x\underline{\hat{\boldsymbol{\imath}}} + \mathrm{E}_y\underline{\hat{\boldsymbol{\jmath}}} = \mathrm{E}_{0x}\cos(\omega t)\underline{\hat{\boldsymbol{\imath}}} + \mathrm{E}_{0y}\cos(\omega t)\underline{\hat{\boldsymbol{\jmath}}} \qquad [\mathrm{V/m}] \qquad (18)$$

Em $t = 0$, ambas as ondas polarizadas linearmente assumem seus valores máximos de amplitude, de modo que, de (18) temos $\underline{E}(0{,}0) = \mathrm{E}_{0x}\underline{\hat{\boldsymbol{\imath}}} + \mathrm{E}_{0y}\underline{\hat{\boldsymbol{\jmath}}}$, correspondendo ao ponto “**a**” na figura.



Em $t = T/4$, sendo $T = 1/f$ o período no tempo da onda EM de frequência $f = \omega/(2\pi)$, resulta que $\omega t = \pi/2$ e ambas as ondas polarizadas linearmente assumem seus valores mínimos de amplitude (zero, no caso), de modo que, de (18) temos $\underline{E}\left(0,\frac{T}{4}\right) = 0\underline{\hat{\boldsymbol{\imath}}} + 0\underline{\hat{\boldsymbol{\jmath}}}$, correspondendo ao ponto “**b**” na figura.

Se traçarmos o caminho que a ponta do vetor $\underline{E}$ descreve no plano P após transcorrer um ciclo completo de duração T, obtemos o segmento de linha em **laranja** na figura, indicando que a onda é **polarizada linearmente**. O ângulo de inclinação τ é o ângulo que essa linha faz com eixo x, dado por $\tau = \mathrm{tg}^{-1}(\mathrm{E_{y0}}/\mathrm{E_{x0}})$.

Polarização da onda EM

A polarização linear ocorre quando as componentes E_x e E_y estão em fase:

$$\phi_y - \phi_x = 0° \tag{19}$$

ou quando as componentes E_x e E_y estão defasadas de 180°:

$$\phi_y - \phi_x = \mp 180°. \tag{20}$$

Quando a diferença de fase $\phi_y - \phi_x$ entre as componentes E_y e E_x não é $0°$ ou $\mp 180°$ a polarização que ocorre é a denominada **polarização elíptica** , em que a ponta do vetor $\underline{E}$ descreve uma elipse no plano P após transcorrer um ciclo completo de duração T do período da onda EM.

Quando a diferença de fase $\phi_y - \phi_x$ entre as componentes E_y e E_x é $\mp 90°$ a polarização que ocorre é a denominada **polarização circular,** que é um caso particular da polarização elíptica, conforme veremos a seguir no Exemplo 1.

Polarização elíptica da onda EM

Exemplo 1: Uma onda EM plana $\underline{E}(\mathrm{z},\mathrm{t})$ uniforme de frequência $f = 2.4$ [GHz] se propaga no espaço livre na direção $+z$. O campo $\underline{E}$ da onda EM apresenta uma componente de amplitude E_{0x} na direção x e uma componente de amplitude E_{0y} na direção y. ϕ_x e ϕ_y são os ângulos de fase respectivos de cada componente. Dependendo dos valores de E_{0x}, E_{0y}, ϕ_x e ϕ_y a ponta do vetor $\underline{E}$ descreve vários tipos de linhas e curvas fechadas no plano P perpendicular à direção $+z$ de propagação, após transcorrer um ciclo completo de duração T do período da onda EM. O tipo de linha e/ou curva fechada descrita no plano P definem o tipo de polarização: Linha (polarização linear), elipse (polarização elíptica) ou circulo (polarização circular).

Pede-se: Plote a linha ou curva que a ponta do vetor $\underline{E}$ descreve no plano P perpendicular à direção $+z$ de propagação para as seguintes situações:

(a) $\mathrm{E}_{0x} = 1.0$ [V/m] , $\phi_x = 0°$, $\mathrm{E}_{0y} = 1.0$ [V/m] , $\phi_y = 0°$.

(b) $\mathrm{E}_{0x} = 1.0$ [V/m] , $\phi_x = 0°$, $\mathrm{E}_{0y} = 1.0$ [V/m] , $\phi_y = 180°$.

(c) $\mathrm{E}_{0x} = 1.0$ [V/m] , $\phi_x = 30°$, $\mathrm{E}_{0y} = 1.0$ [V/m] , $\phi_y = 0°$.

(d) $\mathrm{E}_{0x} = 1.0$ [V/m] , $\phi_x = 60°$, $\mathrm{E}_{0y} = 1.0$ [V/m] , $\phi_y = 0°$.

(e) $\mathrm{E}_{0x} = 1.0$ [V/m] , $\phi_x = 90°$, $\mathrm{E}_{0y} = 1.0$ [V/m] , $\phi_y = 0°$.

(f) $\mathrm{E}_{0x} = 1.0$ [V/m] , $\phi_x = 30°$, $\mathrm{E}_{0y} = 2.0$ [V/m] , $\phi_y = 0°$.

(g) $\mathrm{E}_{0x} = 1.0$ [V/m] , $\phi_x = 30°$, $\mathrm{E}_{0y} = 4.0$ [V/m] , $\phi_y = 0°$.

(h) $\mathrm{E}_{0x} = 1.0$ [V/m] , $\phi_x = 180°$, $\mathrm{E}_{0y} = 4.0$ [V/m] , $\phi_y = 30°$.

Polarização elíptica da onda EM

Solução:

Para a solução deste exemplo vamos usar o *script* Mathcad Exemplo1.xmcd disponível em https://www.fccdecastro.com.br/ZIP/OLT_C3_E1S14.zip .

$f := 2.4\text{GHz}$

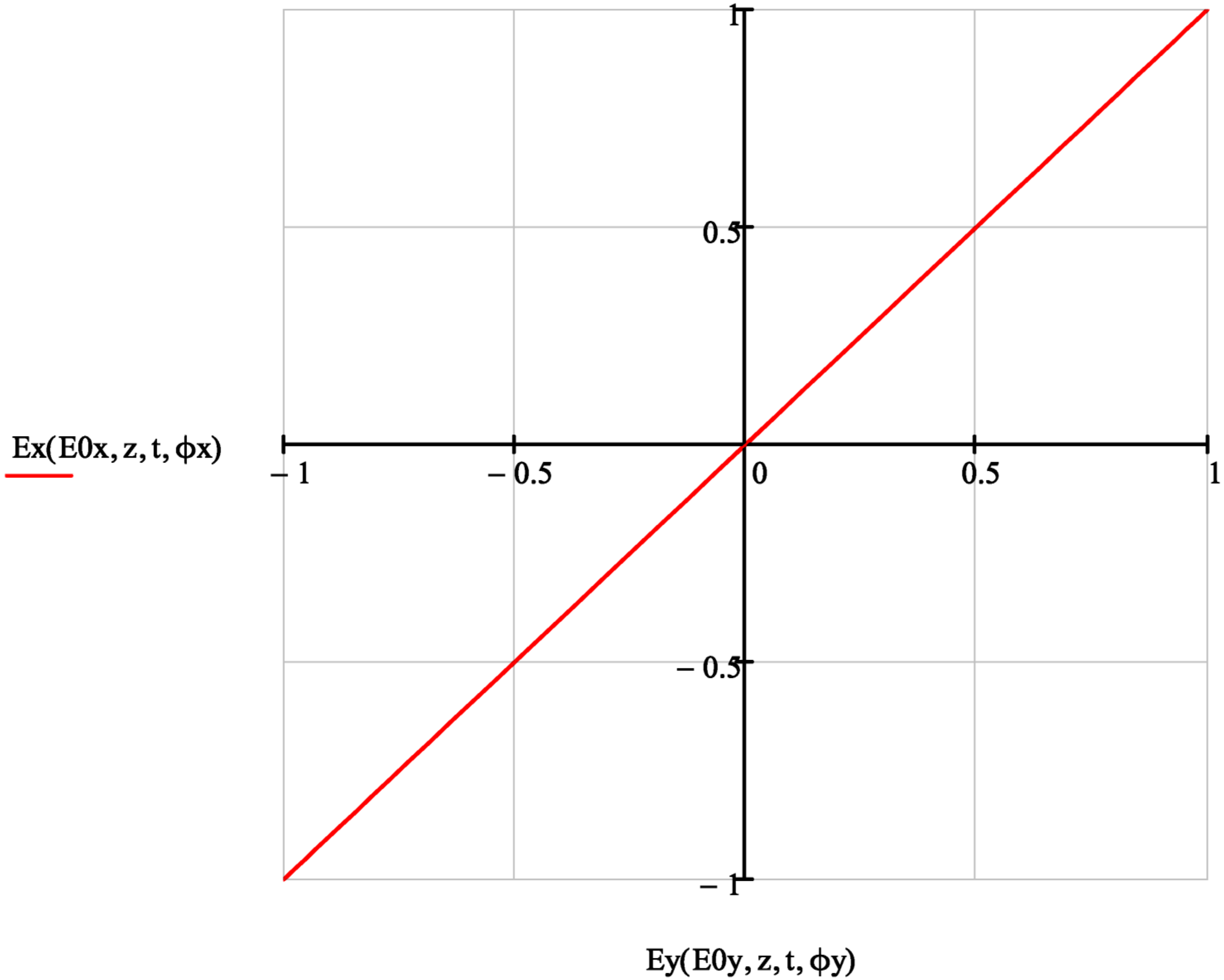
$\omega := 2\cdot\pi\cdot f = 15.08\cdot\frac{\text{rad}}{\text{ns}}$ $\quad \lambda := \frac{c}{f} = 12.491\cdot\text{cm}$ $\quad \beta := \frac{2\cdot\pi}{\lambda} = 50.3\cdot\frac{\text{rad}}{\text{m}}$ $\quad T := \frac{1}{f} = 0.417\cdot\text{ns}$

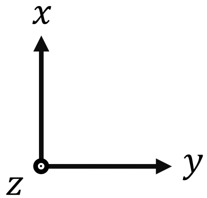
$Ex(E0x, z, t, \phi x) := E0x\cdot\cos(\omega\cdot t - \beta\cdot z + \phi x)$ $\quad Ey(E0y, z, t, \phi y) := E0y\cdot\cos(\omega\cdot t - \beta\cdot z + \phi y)$

$t := 0, 0.01\cdot T .. T$ $\quad z := 0\cdot\lambda$

Polarização elíptica da onda EM

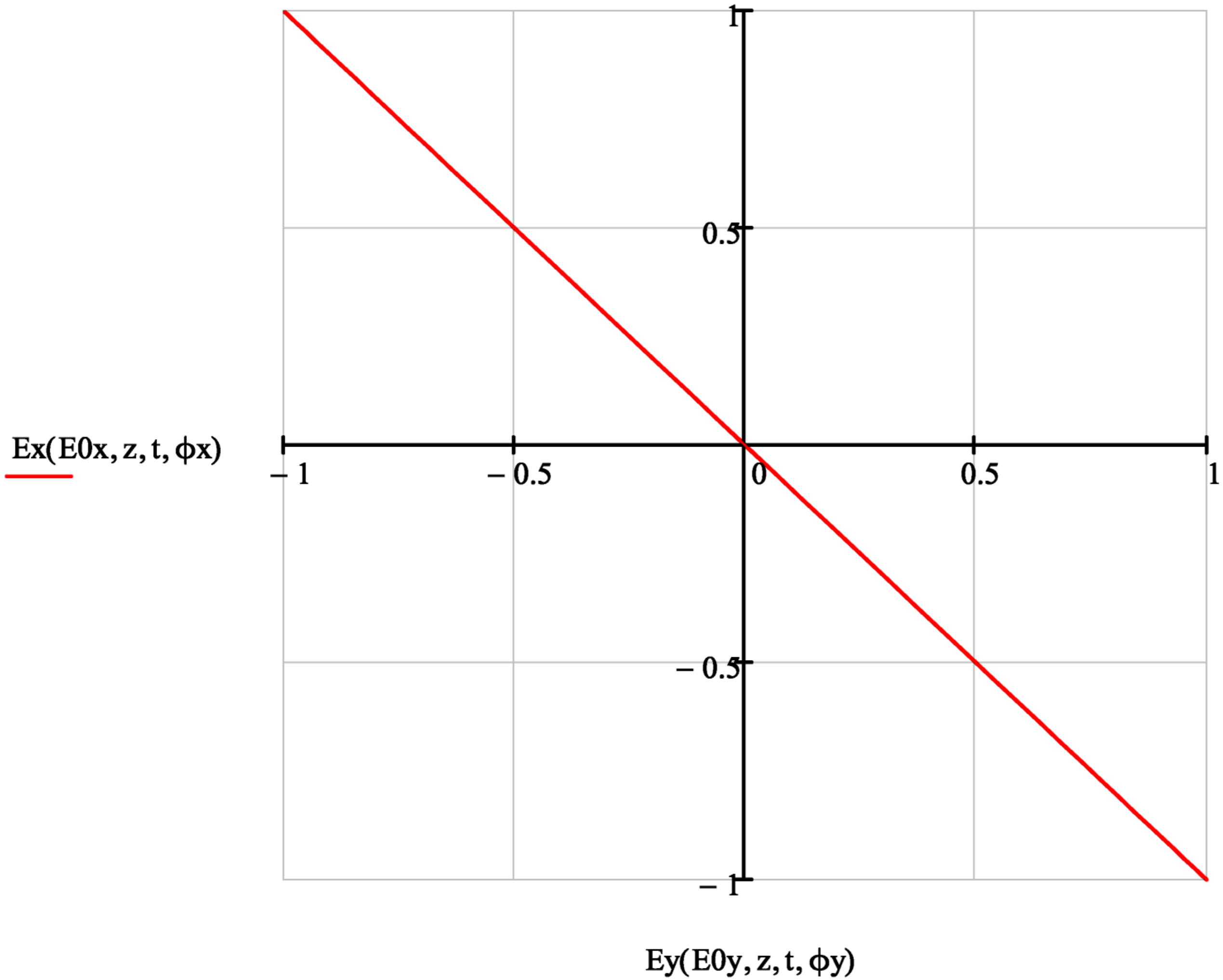
(a) $E0x := 1.0\frac{V}{m}$ $\phi x := 0°$ $E0y := 1.0\cdot\frac{V}{m}$ $\phi y := 0°$

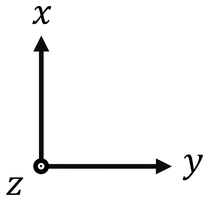




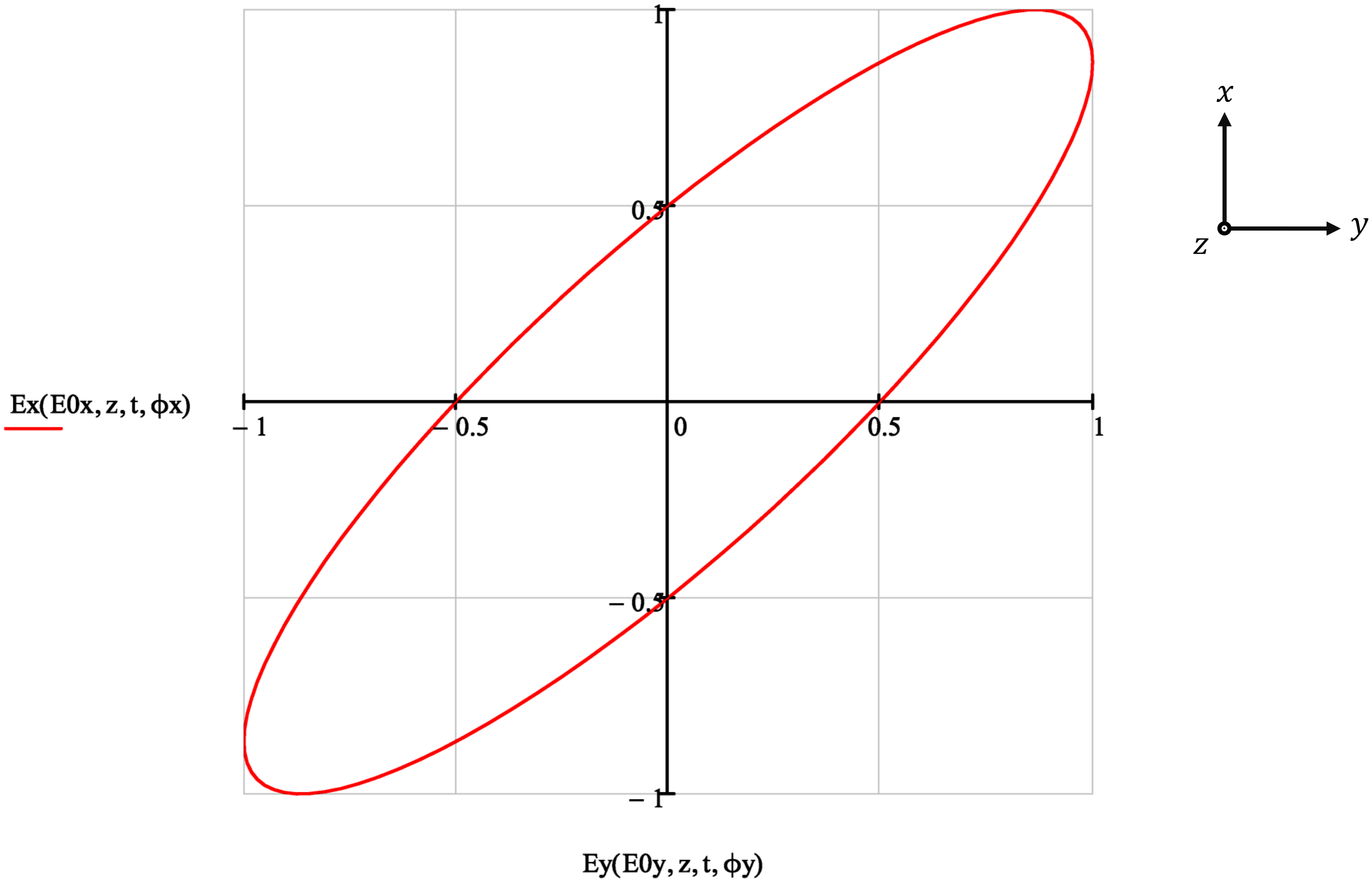
Polarização elíptica da onda EM

(b) $E0x := 1.0\frac{V}{m}$ $\phi x := 0°$ $E0y := 1.0\cdot\frac{V}{m}$ $\phi y := 180°$



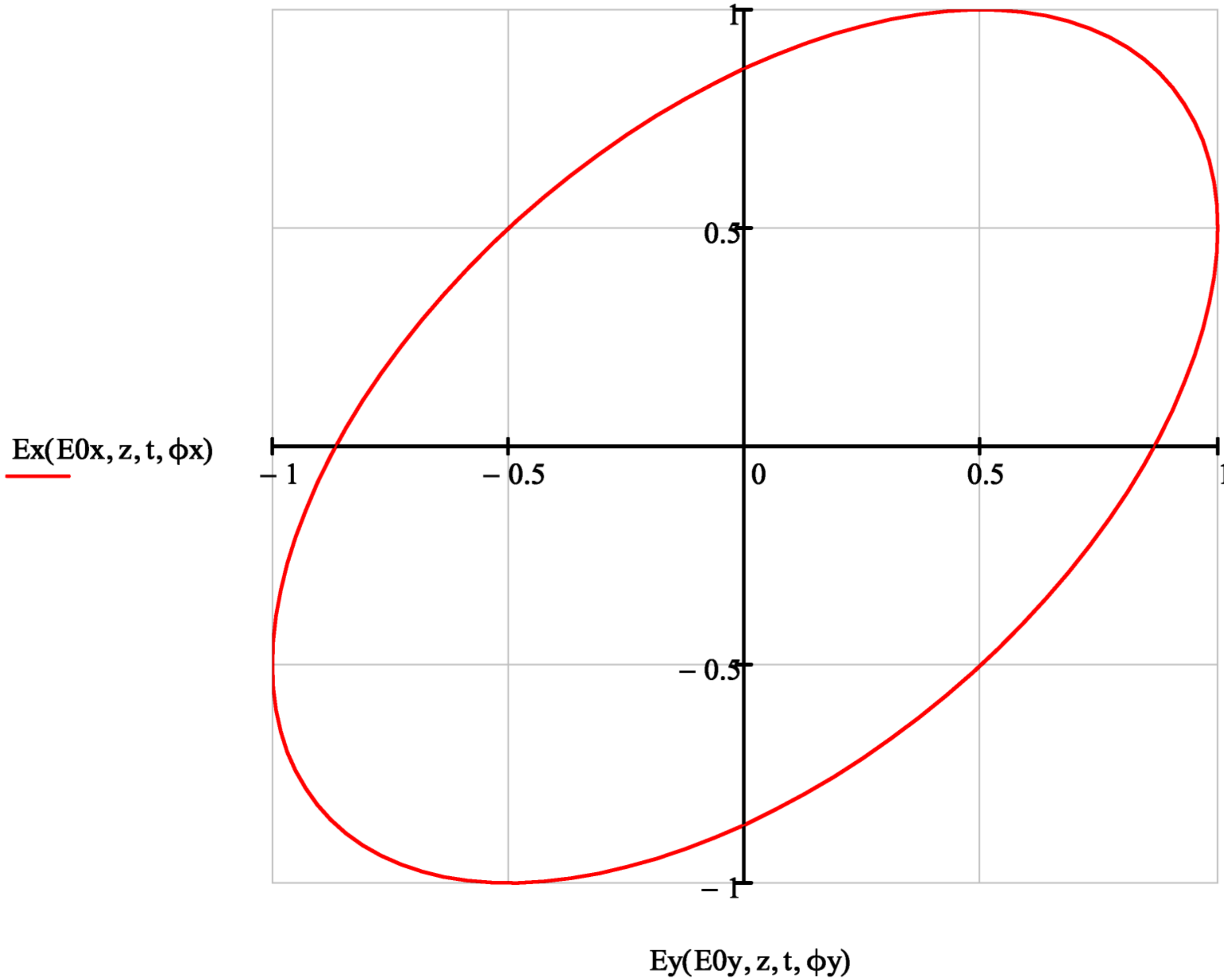


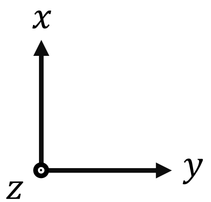
(c) $E0x := 1.0\frac{V}{m}$ $\phi x := 30°$ $E0y := 1.0\cdot\frac{V}{m}$ $\phi y := 0°$



Polarização elíptica da onda EM

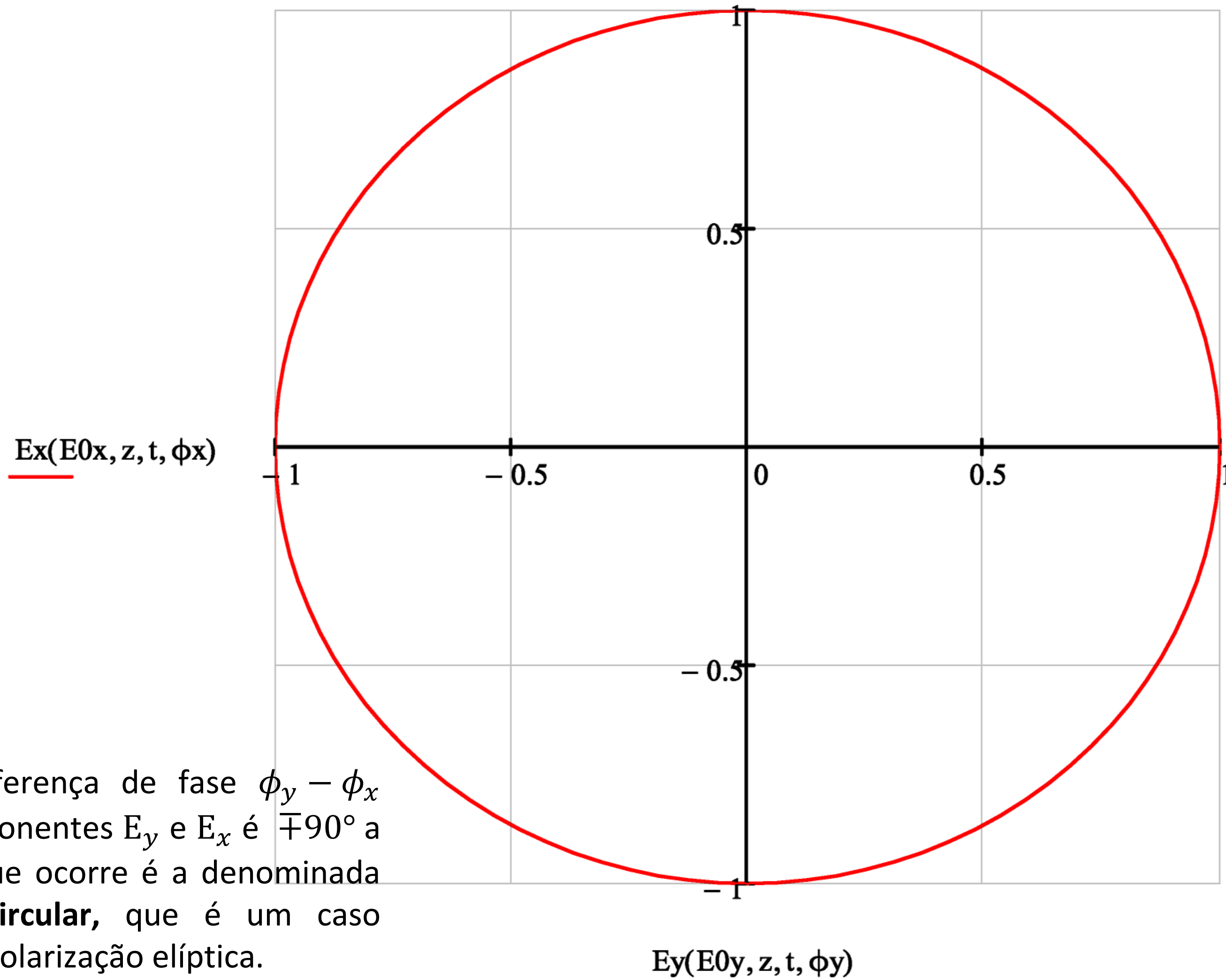
(d) $E0x := 1.0\frac{V}{m}$ $\phi x := 60°$ $E0y := 1.0\cdot\frac{V}{m}$ $\phi y := 0°$

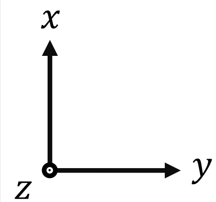




Polarização elíptica da onda EM

(e) $E0x := 1.0\dfrac{V}{m}$ $\quad \phi x := 90°$ $\quad E0y := 1.0\cdot\dfrac{V}{m}$ $\quad \phi y := 0°$

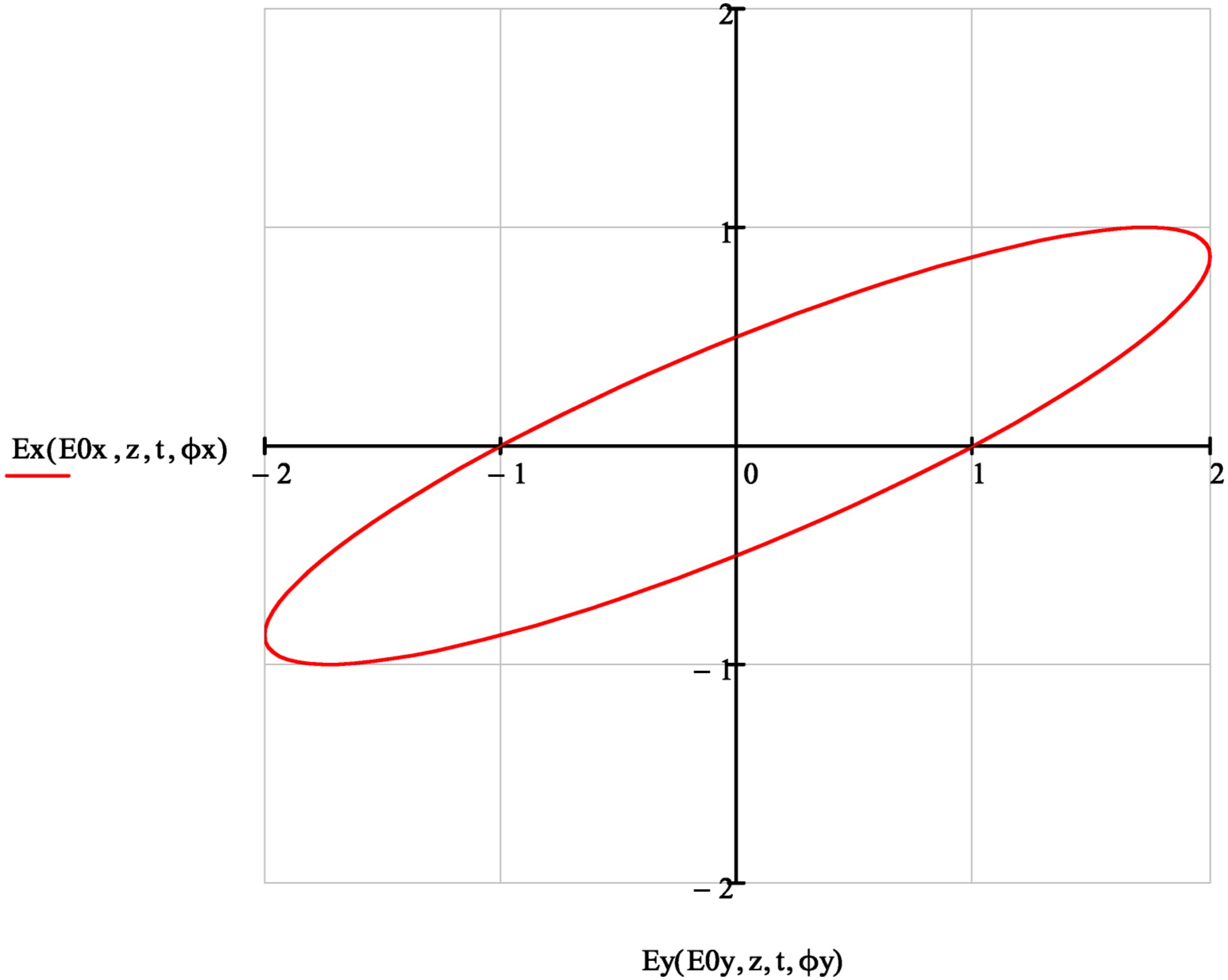


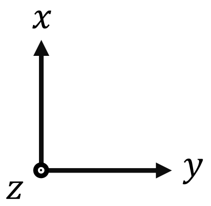


Quando a diferença de fase $\phi_y - \phi_x$ entre as componentes E_y e E_x é $\mp 90°$ a polarização que ocorre é a denominada **polarização circular,** que é um caso particular da polarização elíptica.

Polarização elíptica da onda EM

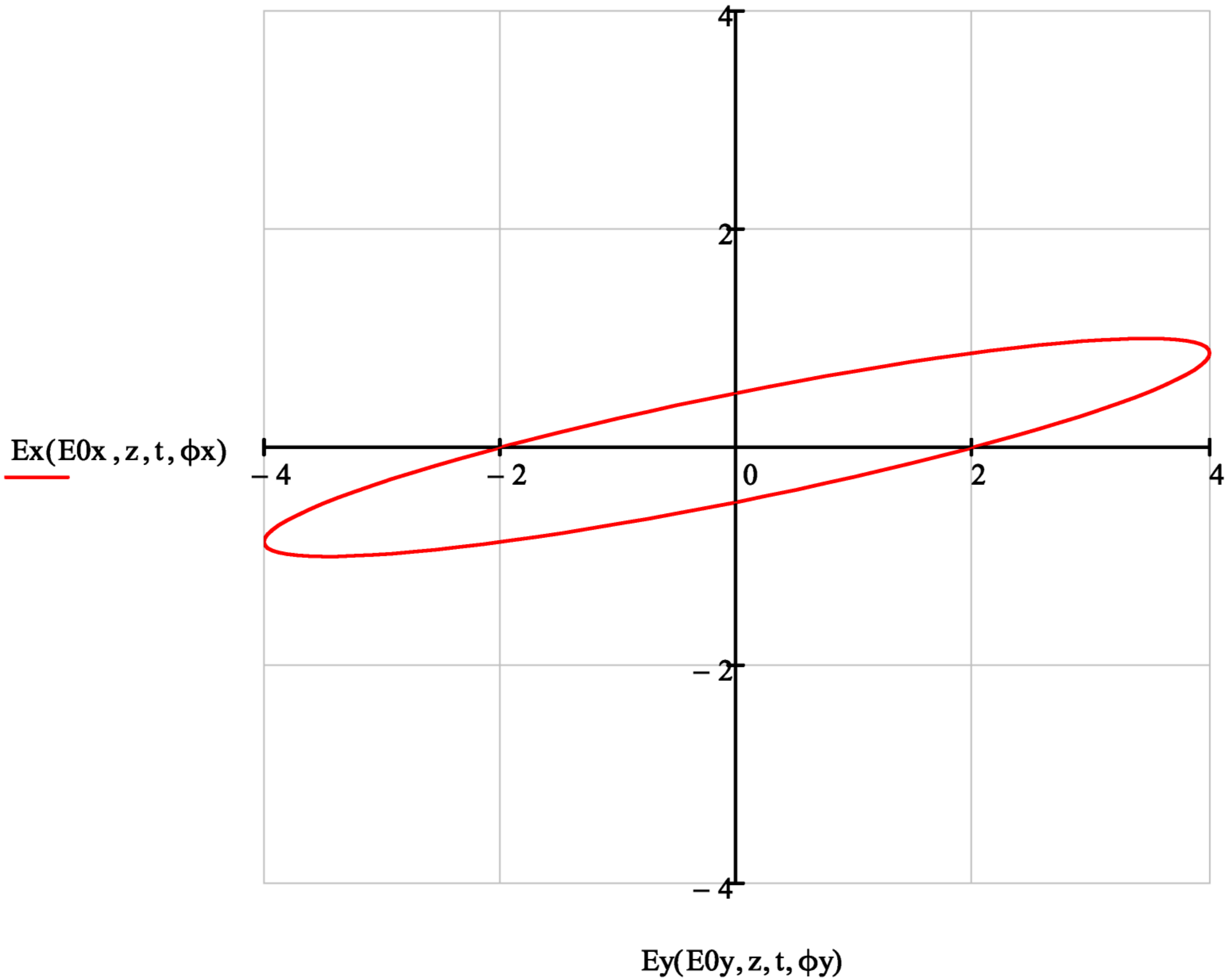
(f) $E0x := 1.0\frac{V}{m}$ $\phi x := 30°$ $E0y := 2.0\cdot\frac{V}{m}$ $\phi y := 0°$

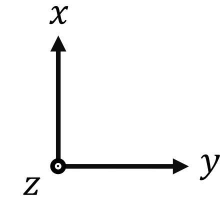




Polarização elíptica da onda EM

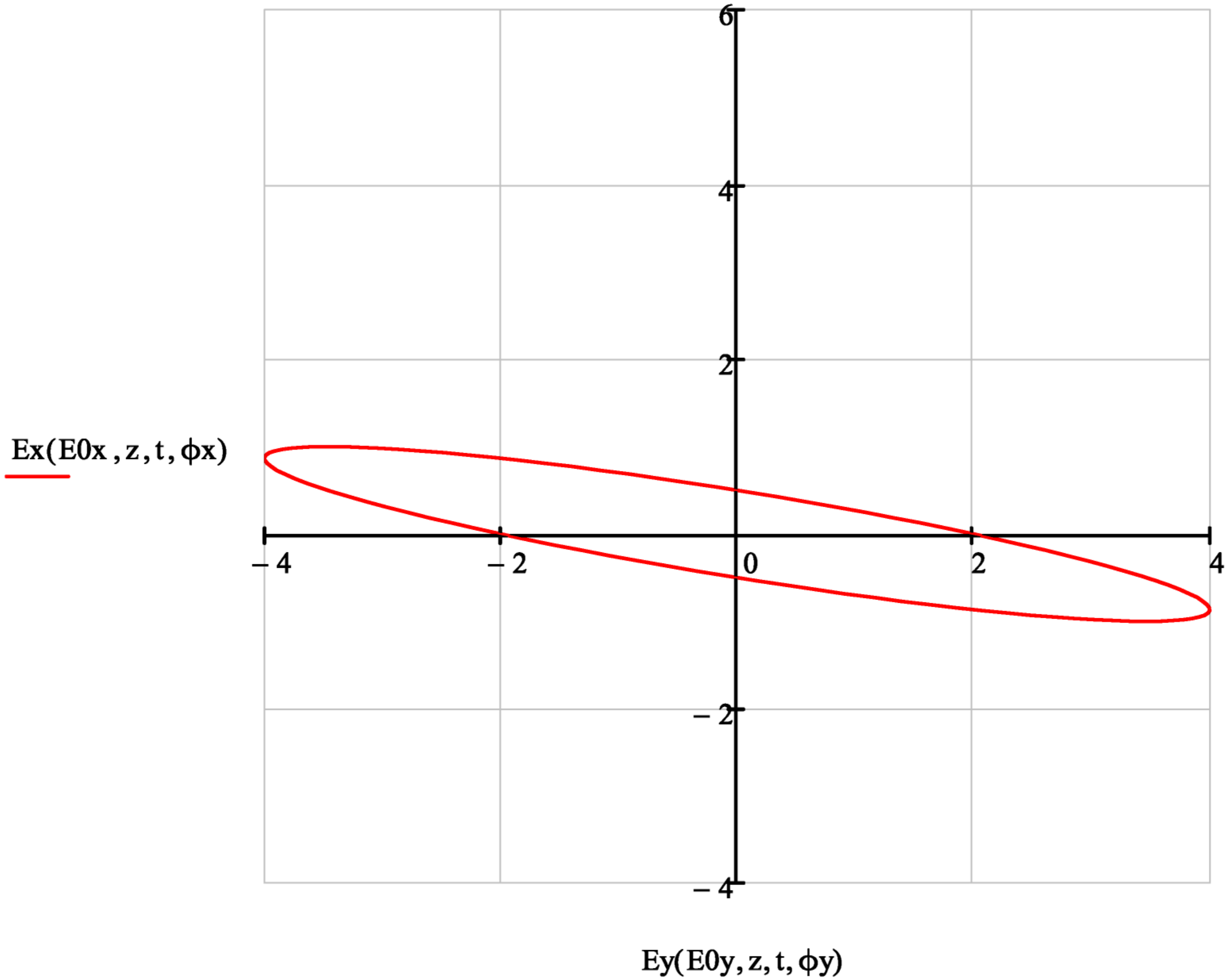
(g) $E0x := 1.0\frac{V}{m}$ $\phi x := 30°$ $E0y := 4.0\cdot\frac{V}{m}$ $\phi y := 0°$

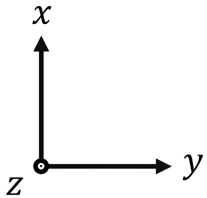




Polarização elíptica da onda EM

(h) $E0x := 1.0\frac{V}{m}$ $\phi x := 180°$ $E0y := 4.0\cdot\frac{V}{m}$ $\phi y := 30°$

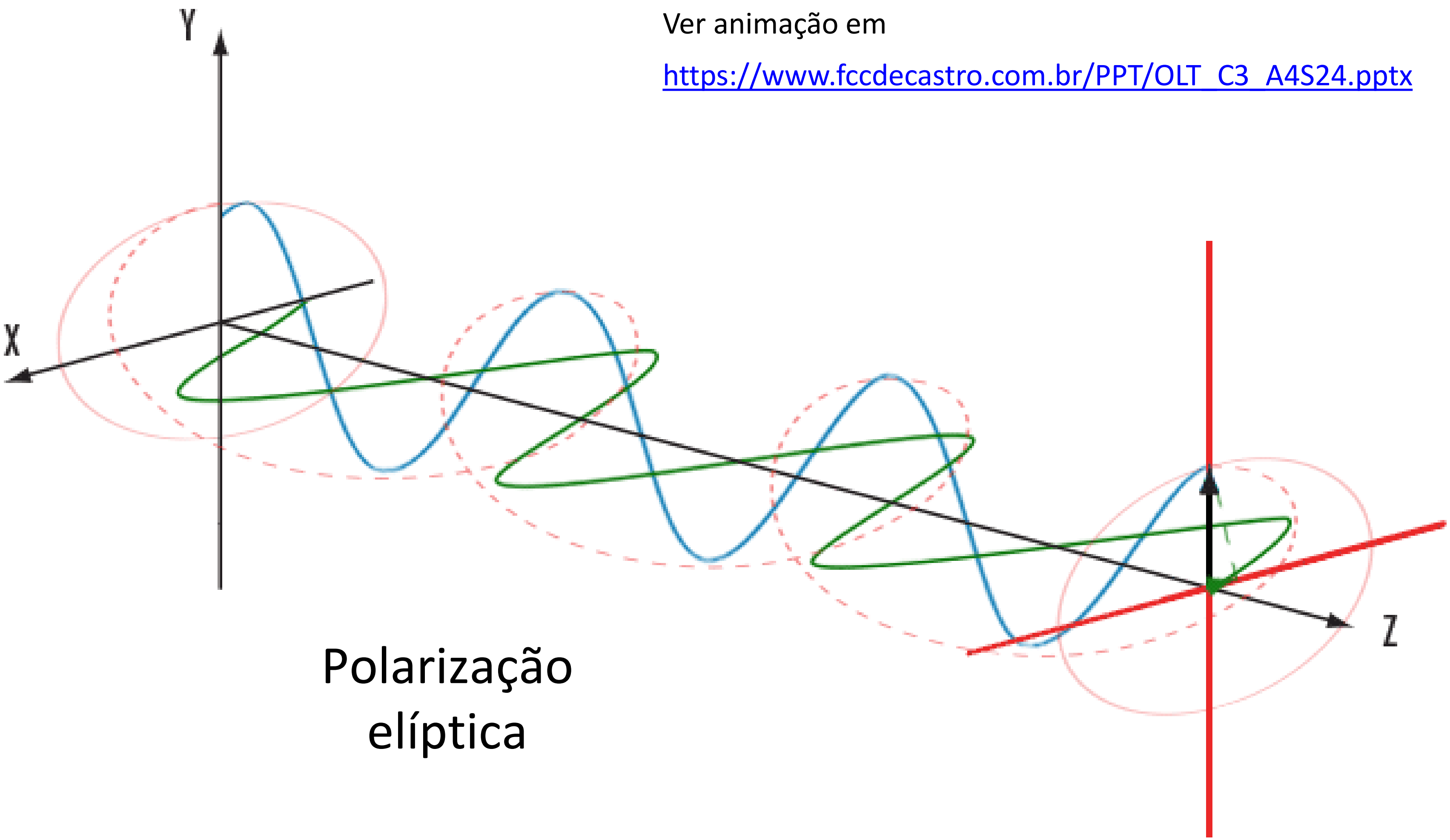




Polarização elíptica da onda EM

Ver animação em

https://www.fccdecastro.com.br/PPT/OLT_C3_A4S24.pptx

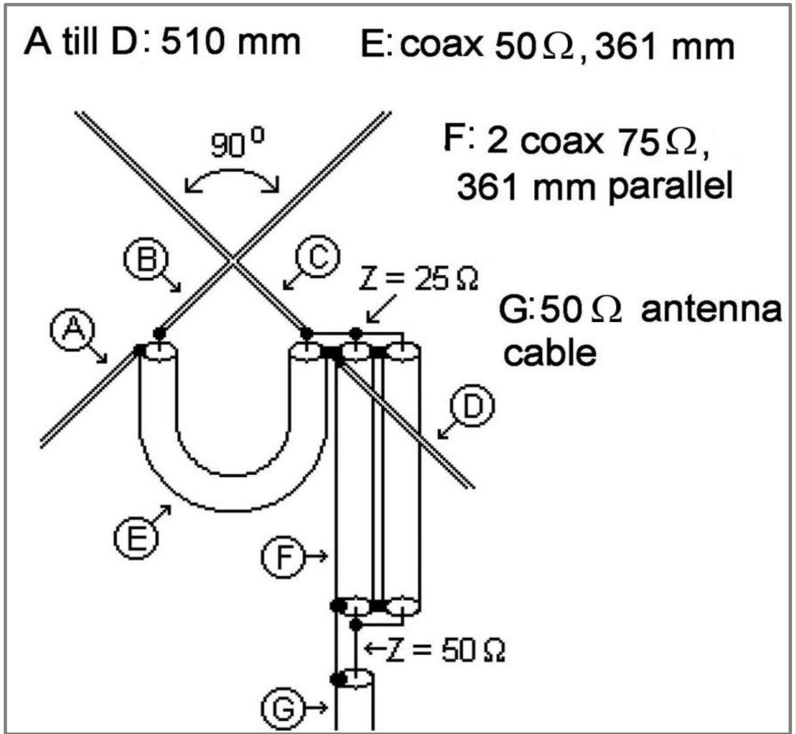


Polarização elíptica

Polarização circular da onda EM

Conforme vimos na solução do item (e) do Exemplo 1 (ver slide 20), quando a diferença de fase $\phi_y - \phi_x$ entre as componentes E_y e E_x é $\mp 90°$ a polarização é circular**,** que é um caso particular da polarização elíptica. A polarização circular é de importância significativa em diversas aplicações práticas. Por exemplo, abaixo e no próximo slide é mostrado uma antena para recepção de sinais de satélite, e que é projetada para receber uma onda EM circularmente polarizada na frequência $f = 137$ MHz. A polarização circular é mandatória para transmissão e recepção de sinais de satélite porque torna o enlace entre a antena do satélite e a antena da estação terrena minimamente dependente do posicionamento angular do satélite em relação à estação terrena.

Dipolo cruzado de 0.5λ @ $f = 137$ MHz - polarização RHCP - p/ satcom c/ satélite NOAA (*National Oceanic and Atmospheric Administration*) – ver http://hans.mayer.tv/html/crossdipole137.html



$f := 137\text{MHz}$ → frequencia de operação

$p := 0.66$ → fator de velocidade do cabo

$c = 2.998 \times 10^8 \frac{\text{m}}{\text{s}}$ → velocidade da luz

$\lambda := \frac{c}{f} = 2.188\,\text{m}$ → comprimento da onda no espaço livre

$\lambda g := p \cdot \lambda = 1.444\,\text{m}$ → comprimento da onda no cabo

$\frac{\lambda g}{4} = 361.064 \cdot \text{mm}$ → 1/4 do comprimento da onda no cabo

$Zo := 75\Omega$ → impedância característica de cada cabo em paralelo no trafo de λg/4

$Zop := \frac{Zo}{2} = 37.5\,\Omega$ → impedância característica resultante do paralelo dos dois cabos de impedância Zo no trafo de λg/4

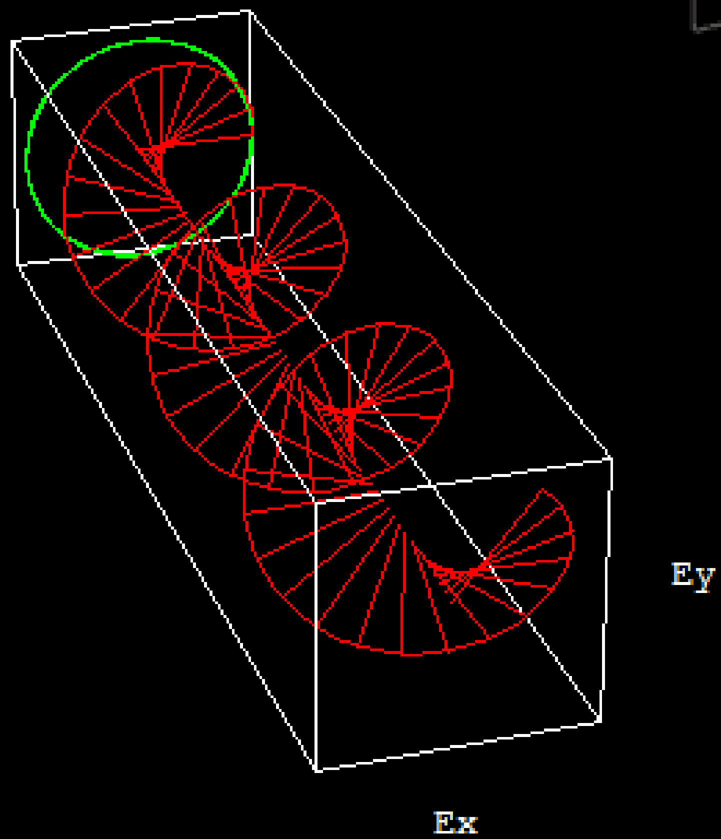
$Zin := 50\Omega$ → impedância de entrada no trafo de λg/4

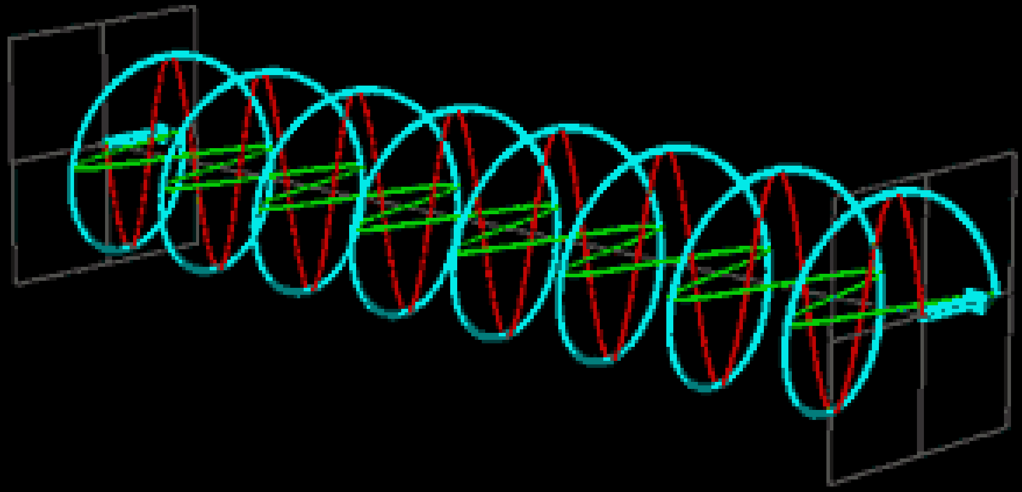
$ZL := \frac{Zop^2}{Zin} = 28.125\,\Omega \quad \sim 25\,\Omega$ → impedância na saída do trafo de λg/4

Polarização circular da onda EM

Dipolo cruzado de 0.5λ @ $f = 137$ MHz - polarização RHCP - p/ satcom c/ satélite NOAA

Polarização circular da onda EM





Ver animação em

https://www.fccdecastro.com.br/PPT/OLT_C3_A5S27.pptx

Polarização circular da onda EM

Para uma onda circularmente/elipticamente polarizada, é necessário especificar o seu sentido de rotação, que depende da diferença de fase $\phi_y - \phi_x$ entre as componentes E_y e E_x:

$\phi_y - \phi_x = -90°$ para uma onda circularmente polarizada à direita (**RHCP – *Right-Hand Circular Polarization***). (21)

$\phi_y - \phi_x = +90°$ para uma onda circularmente polarizada à esquerda (**LHCP – *Left-Hand Circular Polarization***). (22)

Ver animação no próximo slide.

O sentido de rotação também se aplica à polarização elíptica. Pode-se ter polarização elíptica à esquerda (**LHEP – *Left-Hand Elliptical Polarization***) e polarização elíptica à direita (**RHEP – *Right-Hand Elliptical Polarization***):

$\phi_y - \phi_x < 0°$ para uma onda **RHEP**. (23)

$\phi_y - \phi_x > 0°$ para uma onda **LHEP**. (24)

Importante notar que para (21), (22), (23) e (24) serem válidas é necessário que a amplitude das componentes E_{0x} e E_{0y} sejam positivas, conforme abaixo:

$$\underline{E}(\mathrm{z},t) = \mathrm{E}_x\underline{\hat{\boldsymbol{\imath}}} + \mathrm{E}_y\underline{\hat{\boldsymbol{\jmath}}} = \mathrm{E}_{0x}\cos(\omega t - \beta z + \phi_x)\underline{\hat{\boldsymbol{\imath}}} + \mathrm{E}_{0y}\cos\left(\omega t - \beta z + \phi_y\right)\underline{\hat{\boldsymbol{\jmath}}} \quad \text{[V/m]}$$

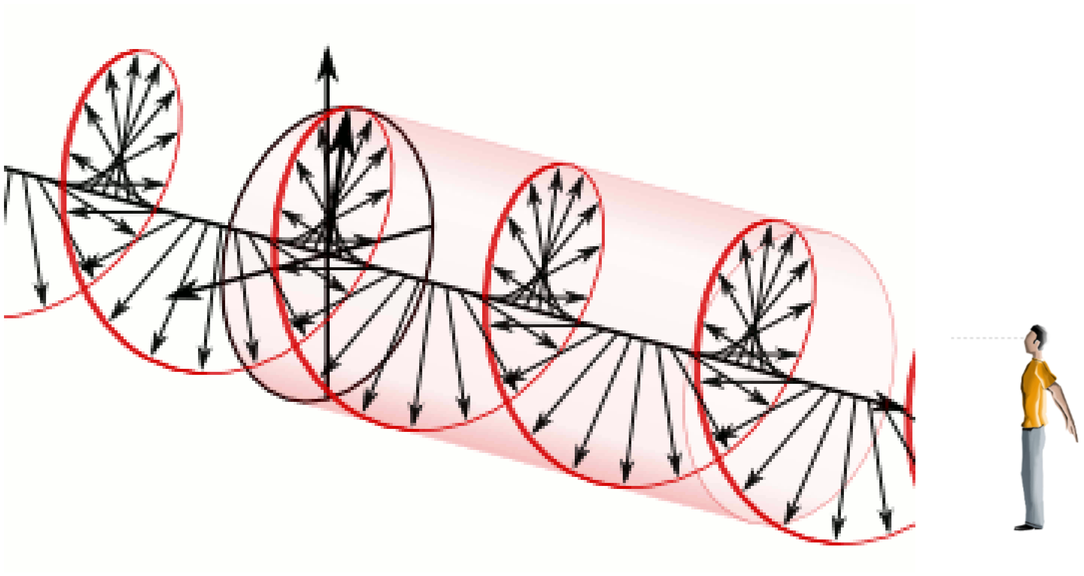
Caso a amplitude de uma das componentes for negativa, soma-se 180° à fase da componente. Por exemplo, a componente E_{0y} é negativa em (25) abaixo:

$$\underline{E}(\mathrm{z},t) = \mathrm{E}_x\underline{\hat{\boldsymbol{\imath}}} + \mathrm{E}_y\underline{\hat{\boldsymbol{\jmath}}} = \mathrm{E}_{0x}\cos(\omega t - \beta z + \phi_x)\underline{\hat{\boldsymbol{\imath}}} - \mathrm{E}_{0y}\cos\left(\omega t - \beta z + \phi_y\right)\underline{\hat{\boldsymbol{\jmath}}} \quad \text{[V/m]} \qquad (25)$$

Nesta situação, para que (21), (22), (23) e (24) sejam válidas, é necessário somar 180° à fase da componente E_{0y}, colocando (25) na forma de (26) abaixo:

$$\underline{E}(\mathrm{z},t) = \mathrm{E}_x\underline{\hat{\boldsymbol{\imath}}} + \mathrm{E}_y\underline{\hat{\boldsymbol{\jmath}}} = \mathrm{E}_{0x}\cos(\omega t - \beta z + \phi_x)\underline{\hat{\boldsymbol{\imath}}} + \mathrm{E}_{0y}\cos\left(\omega t - \beta z + \phi_y + 180°\right)\underline{\hat{\boldsymbol{\jmath}}} \quad \text{[V/m]} \qquad (26)$$

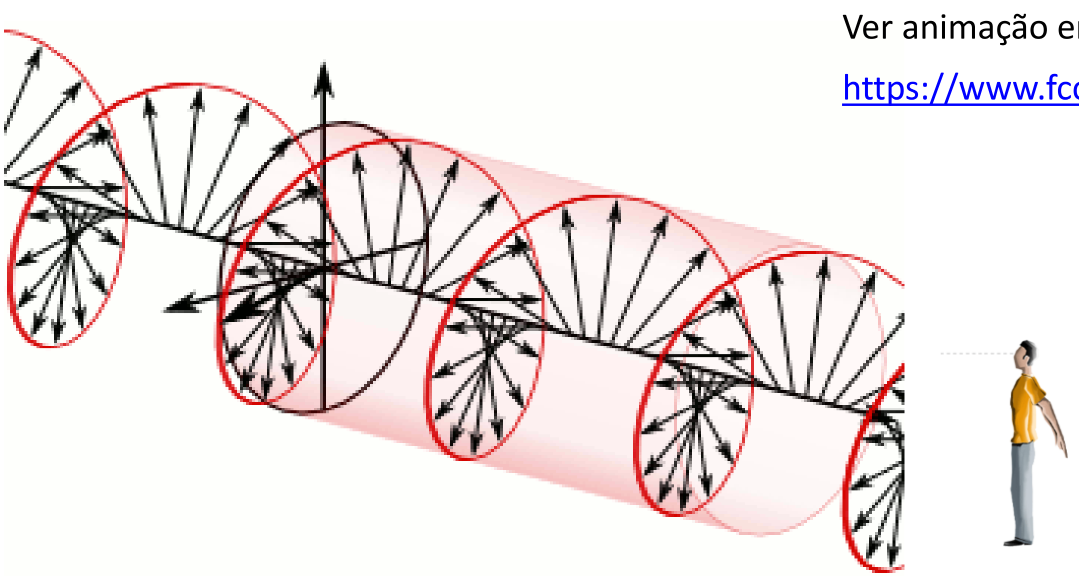
Polarização circular da onda EM



Polarização circular direita (RHCP) – vetor do campo $\underline{E}$ gira no sentido horário aos olhos do observador posicionado no eixo $+z$ olhando para a origem do sistema cartesiano.

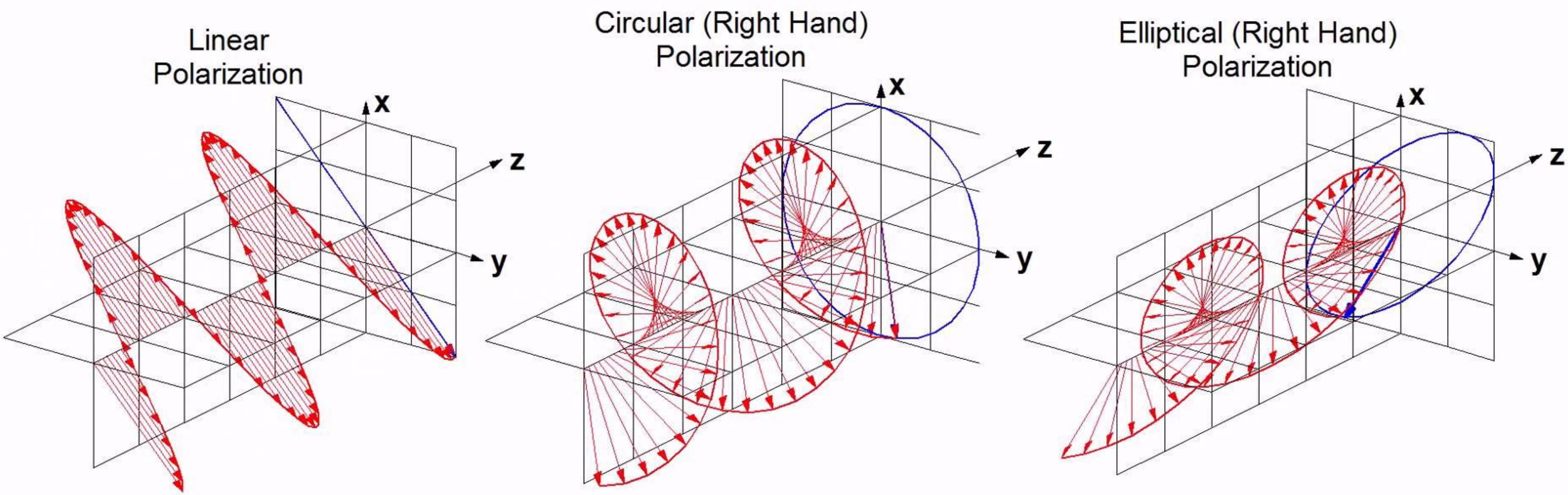
Ver animação em

https://www.fccdecastro.com.br/PPT/OLT_C3_A6S29.pptx



Polarização circular esquerda (LHCP) – vetor do campo $\underline{E}$ gira no sentido anti-horário aos olhos do observador posicionado no eixo $+z$ olhando para a origem do sistema cartesiano.

Polarização circular da onda EM



Representação fasorial da polarização da onda EM

Alternativamente, a polarização da onda EM pode ser representada de forma fasorial. Consideremos a equação para $\underline{E}(\mathrm{z}, t)$ abaixo.

$$\underline{E}(\mathrm{z}, t) = \mathrm{E}_x\underline{\hat{\boldsymbol{\imath}}} + \mathrm{E}_y\underline{\hat{\boldsymbol{\jmath}}} = \mathrm{E}_{0x}\cos(\omega t - \beta z + \phi_x)\underline{\hat{\boldsymbol{\imath}}} + \mathrm{E}_{0y}\cos\left(\omega t - \beta z + \phi_y\right)\underline{\hat{\boldsymbol{\jmath}}} \quad \text{[V/m]}$$

A equação acima pode ser colocada na forma fasorial de (27) abaixo:

$$\underline{E} = E_{0x}e^{j\phi_x}e^{-j\beta z}\underline{\hat{\boldsymbol{\imath}}} + E_{0y}\, e^{j\phi_y}e^{-j\beta z}\underline{\hat{\boldsymbol{\jmath}}} \quad \text{[V/m]} \qquad (27)$$

Para uma onda LHCP, $\phi_x = 0°$, $\phi_y = +90°$ e $E_{x0} = E_{y0}$. Daí, para $z = 0$ temos de (27) que:

$$\underline{E} = E_{0x}\underline{\hat{\boldsymbol{\imath}}} + E_{0x}\, e^{j\pi/2}\underline{\hat{\boldsymbol{\jmath}}} = E_{0x}\left(\underline{\hat{\boldsymbol{\imath}}} + j\underline{\hat{\boldsymbol{\jmath}}}\right) \quad \text{[V/m]} \qquad (28)$$

Para uma onda RHCP, $\phi_x = 0°$, $\phi_y = -90°$ e $E_{x0} = E_{y0}$. Daí, para $z = 0$ temos de (27) que:

$$\underline{E} = E_{0x}\underline{\hat{\boldsymbol{\imath}}} + E_{0x}\, e^{-j\pi/2}\underline{\hat{\boldsymbol{\jmath}}} = E_{0x}\left(\underline{\hat{\boldsymbol{\imath}}} - j\underline{\hat{\boldsymbol{\jmath}}}\right) \quad \text{[V/m]} \qquad (29)$$