

# Módulo III – Guias de Ondas

Guias de Ondas Rectangulares  
Guias de Ondas Circulares



# Guias de Ondas

- **Linhas de transmissão paralelas** não são blindadas e, portanto, o campo elétrico entre os dois fios acaba irradiando no espaço, de modo que as LTs começam a irradiar, ao invés de apenas transportar a onda eletromagnética do gerador ou transmissor, até a antena ou destino, resultando em **perdas por irradiação**.
- Os **cabos coaxiais** apresentam **perdas dielétricas** em altas frequências mas, ao contrário das linhas de transmissão paralelas, eles conseguem blindar, ou seja, o campo fica confinado no cabo, **não havendo perda por irradiação**. As linhas do campo elétrico ficam confinadas dentro do cabos coaxiais.
- Recentemente foram introduzidos cabos coaxiais de 60GHz mas acima desta frequência a perda é muito grande, de tal forma que passam a ser utilizadas, na faixa de micro-ondas, as **guias de onda**.

# Guias de Ondas



Guias de onda são tubos metálicos ocos nos quais a onda eletromagnética é conduzida.

A seção dos tubos pode ser retangular, circular ou elíptica.

# Guias de Ondas

- Em guias de onda, as ondas eletromagnéticas propagam-se no interior das guias atendendo às **condições de fronteira, ou seja, o campo elétrico tangencial e o campo magnético normal são nulos nas paredes metálicas da guia.**
- A Figura 1 mostra dois planos horizontais, em que temos uma onda plana uniforme se propagando na direção do eixo  $z$ , com o campo elétrico polarizado verticalmente (eixo  $y$ ) e o campo magnético polarizado horizontalmente (eixo  $x$ ).
- Dado que as laterais são abertas, não há condições nas laterais a serem atendidas. São dois planos condutores infinitos.

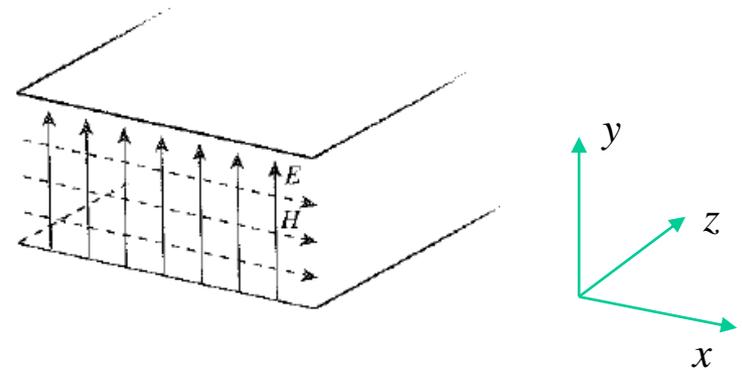


Figura 1

# Guias de Ondas

- Já quando colocamos **dois planos verticais** fechando as laterais, conforme mostra a Figura 2, a condição de fronteira precisa ser obedecida, e o campo elétrico tangencial é nulo.
- Então, se o campo elétrico é máximo no centro, a  $\lambda/4$  o campo elétrico cairá a zero.
- Para que o Campo Elétrico seja máximo no centro, o Campo Elétrico tem que ser zero a  $\lambda/4$  (tudo se inverte a cada  $\lambda/4$ ).
- Para que a onda eletromagnética saia do zero, atinja um máximo e retorne ao zero, é preciso que a dimensão “a” na guia de onda seja pelo menos 2 vezes  $\lambda/4$ , o que define uma dimensão para a guia de onda, para que se estabeleça esta configuração de campo elétrico.

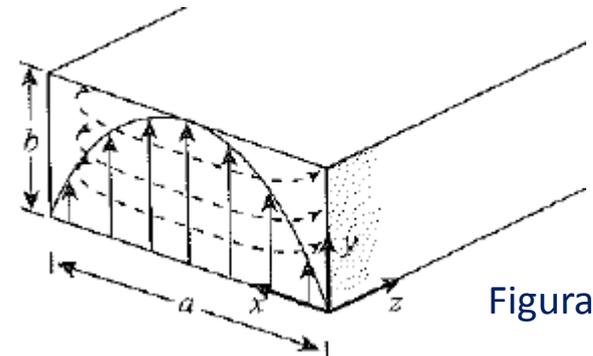
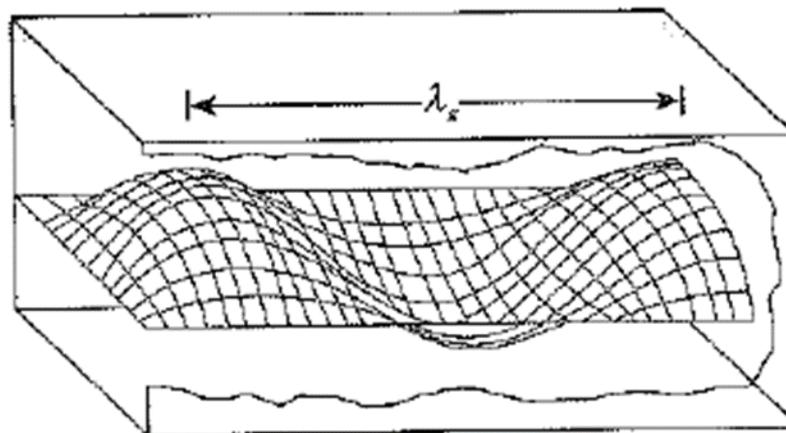


Figura 2

# Guias de Ondas

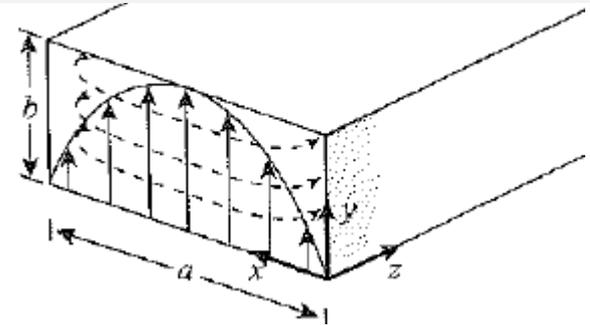
- Assim se estabelece uma onda estacionária, pois o campo elétrico do centro bate nas paredes e se reflete. Quando se reflete, se cancela nas extremidades.
- As interferências construtivas e destrutivas das ondas formam um padrão de onda estacionária no interior da guia, de modo a atender as condições de fronteira.
- Este comportamento descreve o modo de propagação da onda eletromagnética na guia de onda.



# Guias de Ondas

- O modo de propagação da onda eletromagnética na guia de onda é tal que a onda se propaga no sentido de  $z$ , tem um máximo no centro e um zero nas duas extremidades (se invertendo a cada  $\lambda/4$ ).

- Dado que este comportamento depende de  $\lambda$ , fica implícito que existem determinados tamanhos mínimos de largura da guia de onda que permitem a propagação.



- Se a frequência for muito baixa, e se a largura “a” não for pelo menos  $\lambda/2$ , a onda estacionária não consegue se estabelecer no interior da guia de onda.
- Portanto, as guias de onda conseguem operar até uma frequência tão baixa quanto aquela que resulte em  $\lambda/2$ , estabelecendo com isso o conceito de frequência de corte.
- Abaixo da frequência de corte, o comprimento de onda de operação se torna incompatível com as dimensões da guia de onda, a largura da guia é menor do que  $\lambda/2$ , e a onda não se propaga.

# Guias de Ondas

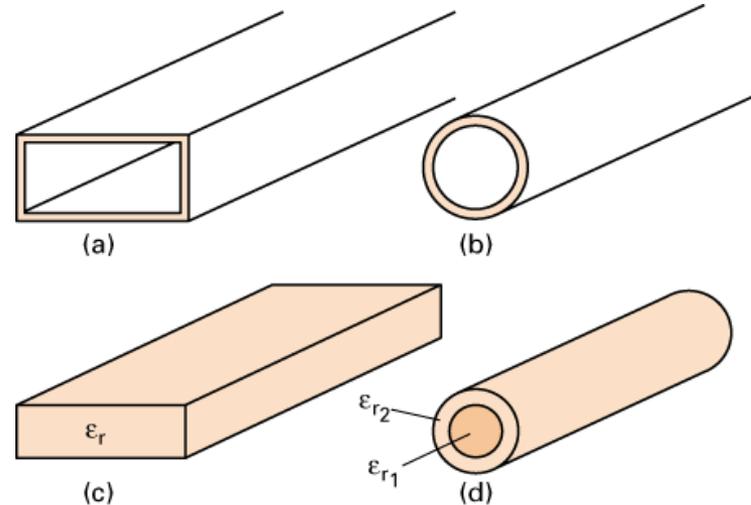
**Modos de Propagação:** As interferências construtivas e destrutivas formam um padrão de onda estacionária no interior da guia. A onda é estacionária no sentido lateral e se propaga no sentido longitudinal.

As Guias de Ondas suportam os **modos de propagação** TE (Transversal Elétrico) e TM (Transversal Magnético).

- **Modo TE:** Campo elétrico é transversal à direção de propagação.
- **Modo TM:** Campo magnético é transversal à direção de propagação.

Estruturas de guias de ondas →

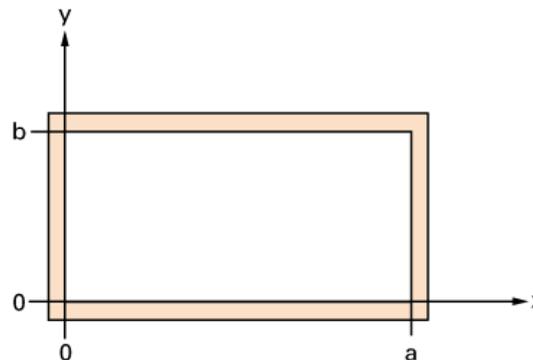
- (a) guia de onda retangular,
- (b) guia de onda circular,
- (c) guia de onda por placa dielétrica e
- (d) guia de onda por fibra óptica.



# Guias de Ondas Retangulares

- Propagação no eixo  $+z$ .
- Paredes condutoras geralmente de latão, cobre ou alumínio.
- Suficientemente espessas para oferecer rigidez mecânica (1 a 3 mm), além de sua espessura ser várias profundidades peliculares acima da faixa de frequência de interesse.
- Parte interior suavemente polida para reduzir perdas.
- Interior pode ser galvanizado com prata ou ouro para melhorar a condutividade e reduzir as perdas.

Seção transversal  
de uma guia de  
onda retangular



# Guias de Ondas Retangulares

A escolha da dimensão do lado maior 'a' determina a faixa de frequência do modo de propagação dominante, ou de modo de menor ordem.

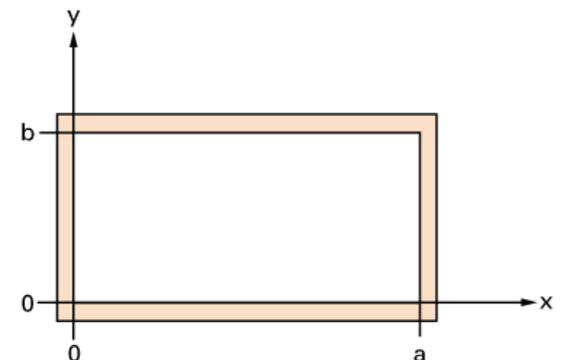
Modos de maior ordem possuem maior atenuação. Isto ocorre porque em modos de maior ordem há mais máximos de campo elétrico, e onde o campo elétrico é maior, as perdas dielétricas são maiores.

A dimensão menor 'b' afeta a atenuação. Quanto menor b, maior a atenuação.

A dimensão 'b' também define a capacidade de potência máxima na guia, determinando em qual nível ocorre a tensão de ruptura (os planos horizontais se comportam como capacitores, podendo ocorrer faísca dentro da guia).

No entanto, se b for aumentada além de  $a/2$  o próximo modo, após o mais baixo de ordem um, será excitado a uma frequência menor, reduzindo assim, a faixa de frequência útil.

Na prática, diversas guias comerciais adotam  $b=a/2$ .



Seção transversal de uma guia de onda retangular

# Guias de Ondas Retangulares

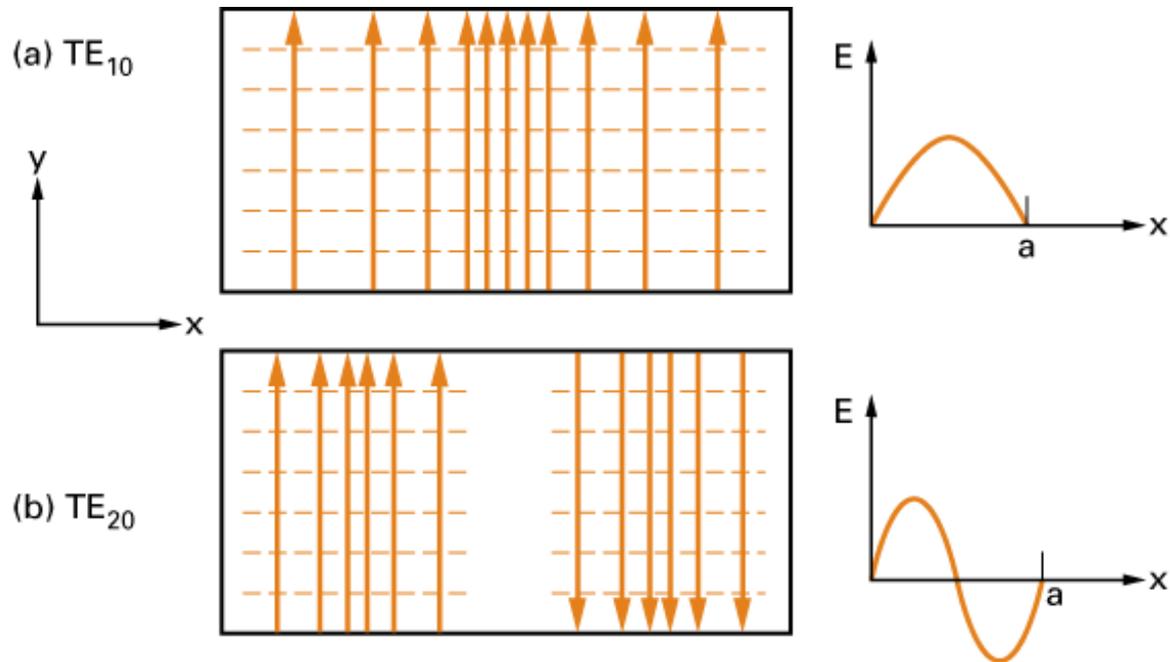
- A ordem do modo se refere à configuração do campo na guia, sendo dada pelos subscritos  $m$  e  $n$ , com  $TE_{mn}$  e  $TM_{mn}$ .
- O subscrito  $m$  corresponde ao número de variações de meia-onda do campo na direção  $x$  e o subscrito  $n$  corresponde ao número de variações de meia-onda na direção  $y$ .
- $m$  e  $n$  determinam a frequência de corte para um modo particular.
- Não existem modos onde ambos  $m$  e  $n$  são zero.
- Não existem modos TM quando  $m$  ou  $n$  são zero.

# Guias de Ondas Retangulares

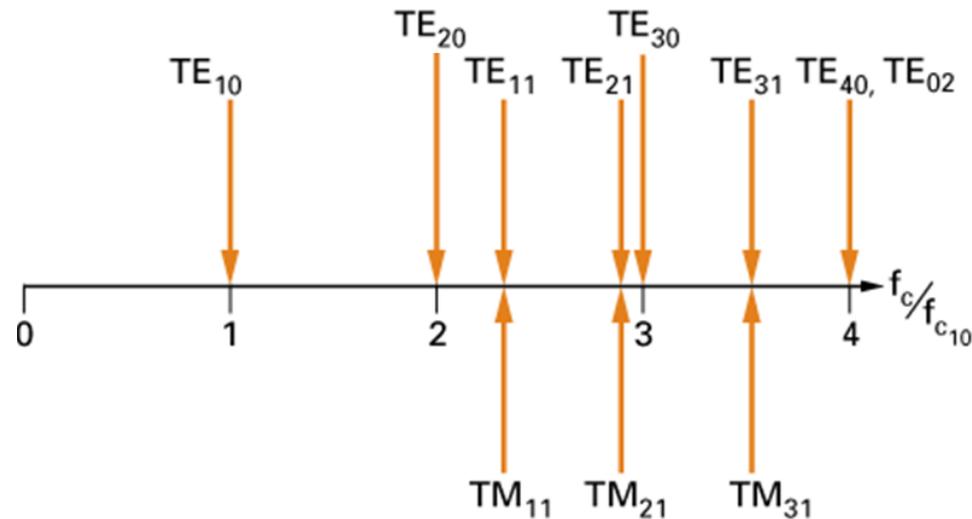
- No interior da guia, para os modos  $TE_{10}$  e  $TE_{20}$ , o campo elétrico  $E$  varia apenas na direção  $x$ .
- Para  $TE_{10}$ ,  $E$  apresenta um padrão de  $\lambda/2$ , enquanto que para  $TE_{20}$ , observa-se um padrão de comprimento de onda completo.
- Para condutor perfeito, o campo elétrico tangencial é igual a zero (nas paredes da guia).

Padrões de campo e intensidades de campo associados a uma seção transversal de uma guia de onda retangular para (a)  $TE_{10}$  e (b)  $TE_{20}$ .

Linhas sólidas indicam o campo elétrico; linhas tracejadas estão associadas ao campo magnético.



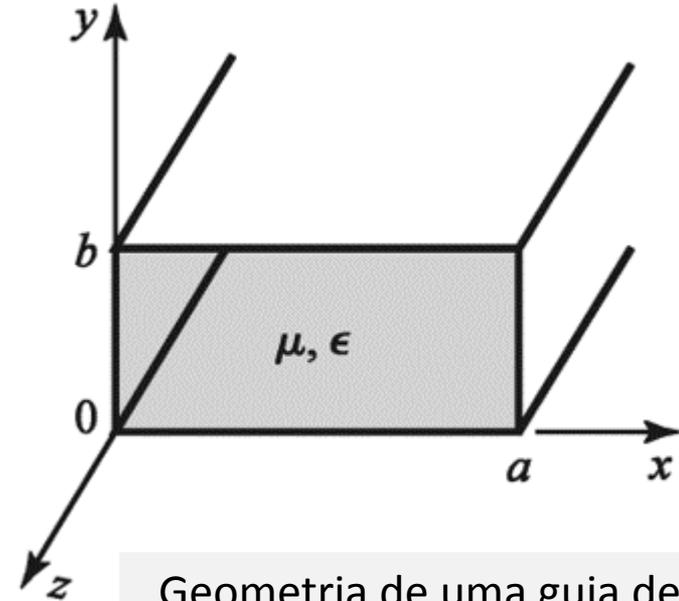
# Guias de Ondas Retangulares



Localização dos modos relativos ao modo dominante TE<sub>10</sub> para a guia de onda retangular padrão, onde  $a=2b$ .

A frequência de operação é escolhida dentro da faixa em que haja propagação apenas do modo dominante. Há interesse em um único modo para evitar a dispersão de uma onda modulada, pois cada modo tem sua própria velocidade, e os sinais chegariam ao fim do guia em instantes diferentes, distorcendo a informação (multi-percurso).

# Guias de Ondas Retangulares



Geometria de uma guia de onda retangular

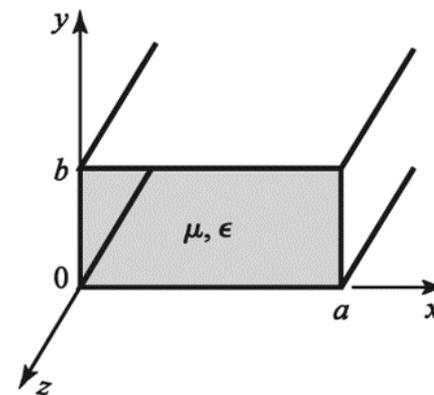


$$\eta = \sqrt{\frac{\mu}{\epsilon}}$$

$\eta$  é a impedancia intrínseca do meio no qual a onda se propaga – o mesmo que para a propagação de ondas planas em um meio sem perdas.

**TABLE 3.2 Summary of Results for Rectangular Waveguide**

Quantity	TE <sub>mn</sub> Mode	TM <sub>mn</sub> Mode
$k$	$\omega\sqrt{\mu\epsilon}$	$\omega\sqrt{\mu\epsilon}$
$k_c$	$\sqrt{(m\pi/a)^2 + (n\pi/b)^2}$	$\sqrt{(m\pi/a)^2 + (n\pi/b)^2}$
$\beta$	$\sqrt{k^2 - k_c^2}$	$\sqrt{k^2 - k_c^2}$
$\lambda_c$	$\frac{2\pi}{k_c}$	$\frac{2\pi}{k_c}$
$\lambda_g$	$\frac{2\pi}{\beta}$	$\frac{2\pi}{\beta}$
$v_p$	$\frac{\omega}{\beta}$	$\frac{\omega}{\beta}$
$\alpha_d$	$\frac{k^2 \tan \delta}{2\beta}$	$\frac{k^2 \tan \delta}{2\beta}$
$E_z$	0	$B \sin \frac{m\pi x}{a} \sin \frac{n\pi y}{b} e^{-j\beta z}$
$H_z$	$A \cos \frac{m\pi x}{a} \cos \frac{n\pi y}{b} e^{-j\beta z}$	0
$E_x$	$\frac{j\omega\mu n\pi}{k_c^2 b} A \cos \frac{m\pi x}{a} \sin \frac{n\pi y}{b} e^{-j\beta z}$	$\frac{-j\beta m\pi}{k_c^2 a} B \cos \frac{m\pi x}{a} \sin \frac{n\pi y}{b} e^{-j\beta z}$
$E_y$	$\frac{-j\omega\mu m\pi}{k_c^2 a} A \sin \frac{m\pi x}{a} \cos \frac{n\pi y}{b} e^{-j\beta z}$	$\frac{-j\beta n\pi}{k_c^2 b} B \sin \frac{m\pi x}{a} \cos \frac{n\pi y}{b} e^{-j\beta z}$
$H_x$	$\frac{j\beta m\pi}{k_c^2 a} A \sin \frac{m\pi x}{a} \cos \frac{n\pi y}{b} e^{-j\beta z}$	$\frac{j\omega\epsilon n\pi}{k_c^2 b} B \sin \frac{m\pi x}{a} \cos \frac{n\pi y}{b} e^{-j\beta z}$
$H_y$	$\frac{j\beta n\pi}{k_c^2 b} A \cos \frac{m\pi x}{a} \sin \frac{n\pi y}{b} e^{-j\beta z}$	$\frac{-j\omega\epsilon m\pi}{k_c^2 a} B \cos \frac{m\pi x}{a} \sin \frac{n\pi y}{b} e^{-j\beta z}$
$Z$	$Z_{TE} = \frac{k\eta}{\beta}$	$Z_{TM} = \frac{\beta\eta}{k}$



$$a > b$$

$$\eta = \sqrt{\frac{\mu}{\epsilon}}$$

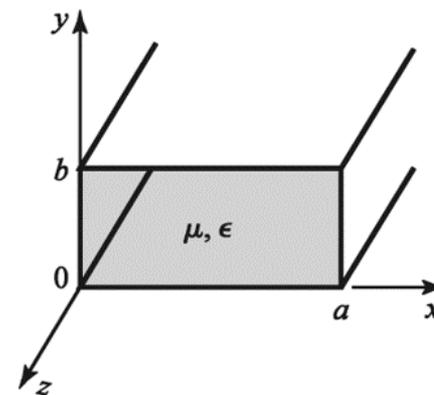
$k$  - Constante de propagação se a guia não tivesse paredes (rad/m)

$k_c$  - Constante de propagação de corte (rad/m da onda a partir do qual a onda não se propaga)

$\beta$  - Constante de propagação para uma frequência acima da frequência de corte

**TABLE 3.2 Summary of Results for Rectangular Waveguide**

Quantity	TE <sub>mn</sub> Mode	TM <sub>mn</sub> Mode
$k$	$\omega\sqrt{\mu\epsilon}$	$\omega\sqrt{\mu\epsilon}$
$k_c$	$\sqrt{(m\pi/a)^2 + (n\pi/b)^2}$	$\sqrt{(m\pi/a)^2 + (n\pi/b)^2}$
$\beta$	$\sqrt{k^2 - k_c^2}$	$\sqrt{k^2 - k_c^2}$
$\lambda_c$	$\frac{2\pi}{k_c}$	$\frac{2\pi}{k_c}$
$\lambda_g$	$\frac{2\pi}{\beta}$	$\frac{2\pi}{\beta}$
$v_p$	$\frac{\omega}{\beta}$	$\frac{\omega}{\beta}$
$\alpha_d$	$\frac{k^2 \tan \delta}{2\beta}$	$\frac{k^2 \tan \delta}{2\beta}$
$E_z$	0	$B \sin \frac{m\pi x}{a} \sin \frac{n\pi y}{b} e^{-j\beta z}$
$H_z$	$A \cos \frac{m\pi x}{a} \cos \frac{n\pi y}{b} e^{-j\beta z}$	0
$E_x$	$\frac{j\omega\mu n\pi}{k_c^2 b} A \cos \frac{m\pi x}{a} \sin \frac{n\pi y}{b} e^{-j\beta z}$	$-\frac{j\beta m\pi}{k_c^2 a} B \cos \frac{m\pi x}{a} \sin \frac{n\pi y}{b} e^{-j\beta z}$
$E_y$	$-\frac{j\omega\mu m\pi}{k_c^2 a} A \sin \frac{m\pi x}{a} \cos \frac{n\pi y}{b} e^{-j\beta z}$	$-\frac{j\beta n\pi}{k_c^2 b} B \sin \frac{m\pi x}{a} \cos \frac{n\pi y}{b} e^{-j\beta z}$
$H_x$	$\frac{j\beta m\pi}{k_c^2 a} A \sin \frac{m\pi x}{a} \cos \frac{n\pi y}{b} e^{-j\beta z}$	$\frac{j\omega\epsilon n\pi}{k_c^2 b} B \sin \frac{m\pi x}{a} \cos \frac{n\pi y}{b} e^{-j\beta z}$
$H_y$	$\frac{j\beta n\pi}{k_c^2 b} A \cos \frac{m\pi x}{a} \sin \frac{n\pi y}{b} e^{-j\beta z}$	$-\frac{j\omega\epsilon m\pi}{k_c^2 a} B \cos \frac{m\pi x}{a} \sin \frac{n\pi y}{b} e^{-j\beta z}$
$Z$	$Z_{TE} = \frac{k\eta}{\beta}$	$Z_{TM} = \frac{\beta\eta}{k}$



$$a > b$$

$$\eta = \sqrt{\frac{\mu}{\epsilon}}$$

$\lambda_c$  - Comprimento de onda de corte  
(comprimento de onda que corresponde à  $k_c$ )

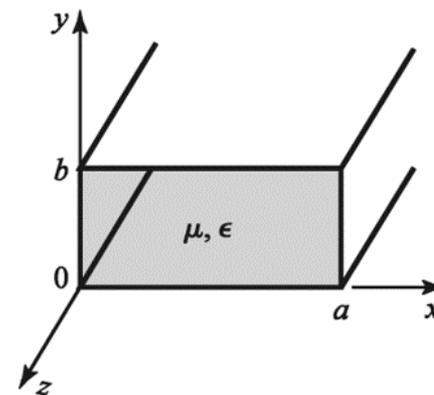
$\lambda_g$  - Comprimento de onda guiado

$v_p$  - Velocidade de fase

$\alpha_d$  - Constante de atenuação do dielétrico (tan  $\delta$  é a tangente de perdas se a guia de onda for preenchida por dielétrico. Se for ar, é 1).

**TABLE 3.2 Summary of Results for Rectangular Waveguide**

Quantity	TE <sub>mn</sub> Mode	TM <sub>mn</sub> Mode
$k$	$\omega\sqrt{\mu\epsilon}$	$\omega\sqrt{\mu\epsilon}$
$k_c$	$\sqrt{(m\pi/a)^2 + (n\pi/b)^2}$	$\sqrt{(m\pi/a)^2 + (n\pi/b)^2}$
$\beta$	$\sqrt{k^2 - k_c^2}$	$\sqrt{k^2 - k_c^2}$
$\lambda_c$	$\frac{2\pi}{k_c}$	$\frac{2\pi}{k_c}$
$\lambda_g$	$\frac{2\pi}{\beta}$	$\frac{2\pi}{\beta}$
$v_p$	$\frac{\omega}{\beta}$	$\frac{\omega}{\beta}$
$\alpha_d$	$\frac{k^2 \tan \delta}{2\beta}$	$\frac{k^2 \tan \delta}{2\beta}$
$E_z$	0	$B \sin \frac{m\pi x}{a} \sin \frac{n\pi y}{b} e^{-j\beta z}$
$H_z$	$A \cos \frac{m\pi x}{a} \cos \frac{n\pi y}{b} e^{-j\beta z}$	0
$E_x$	$\frac{j\omega\mu n\pi}{k_c^2 b} A \cos \frac{m\pi x}{a} \sin \frac{n\pi y}{b} e^{-j\beta z}$	$-\frac{j\beta m\pi}{k_c^2 a} B \cos \frac{m\pi x}{a} \sin \frac{n\pi y}{b} e^{-j\beta z}$
$E_y$	$-\frac{j\omega\mu m\pi}{k_c^2 a} A \sin \frac{m\pi x}{a} \cos \frac{n\pi y}{b} e^{-j\beta z}$	$-\frac{j\beta n\pi}{k_c^2 b} B \sin \frac{m\pi x}{a} \cos \frac{n\pi y}{b} e^{-j\beta z}$
$H_x$	$\frac{j\beta m\pi}{k_c^2 a} A \sin \frac{m\pi x}{a} \cos \frac{n\pi y}{b} e^{-j\beta z}$	$\frac{j\omega\epsilon n\pi}{k_c^2 b} B \sin \frac{m\pi x}{a} \cos \frac{n\pi y}{b} e^{-j\beta z}$
$H_y$	$\frac{j\beta n\pi}{k_c^2 b} A \cos \frac{m\pi x}{a} \sin \frac{n\pi y}{b} e^{-j\beta z}$	$-\frac{j\omega\epsilon m\pi}{k_c^2 a} B \cos \frac{m\pi x}{a} \sin \frac{n\pi y}{b} e^{-j\beta z}$
$Z$	$Z_{TE} = \frac{k\eta}{\beta}$	$Z_{TM} = \frac{\beta\eta}{k}$



$$a > b$$

$$\eta = \sqrt{\frac{\mu}{\epsilon}}$$

$$H_z = 0$$

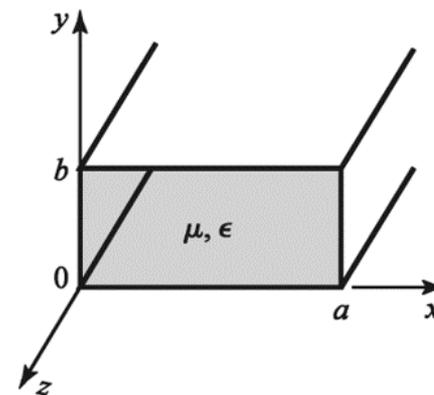
A direção de propagação da onda é z, se o campo magnético é transversal (TM), não pode haver componente de H na direção z.

$$E_z = 0$$

A direção de propagação da onda é z, se o campo elétrico é transversal (TE), não pode haver componente de E na direção z.

**TABLE 3.2 Summary of Results for Rectangular Waveguide**

Quantity	TE <sub>mn</sub> Mode	TM <sub>mn</sub> Mode
$k$	$\omega\sqrt{\mu\epsilon}$	$\omega\sqrt{\mu\epsilon}$
$k_c$	$\sqrt{(m\pi/a)^2 + (n\pi/b)^2}$	$\sqrt{(m\pi/a)^2 + (n\pi/b)^2}$
$\beta$	$\sqrt{k^2 - k_c^2}$	$\sqrt{k^2 - k_c^2}$
$\lambda_c$	$\frac{2\pi}{k_c}$	$\frac{2\pi}{k_c}$
$\lambda_g$	$\frac{2\pi}{\beta}$	$\frac{2\pi}{\beta}$
$v_p$	$\frac{\omega}{\beta}$	$\frac{\omega}{\beta}$
$\alpha_d$	$\frac{k^2 \tan \delta}{2\beta}$	$\frac{k^2 \tan \delta}{2\beta}$
$E_z$	0	$B \sin \frac{m\pi x}{a} \sin \frac{n\pi y}{b} e^{-j\beta z}$
$H_z$	$A \cos \frac{m\pi x}{a} \cos \frac{n\pi y}{b} e^{-j\beta z}$	0
$E_x$	$\frac{j\omega\mu n\pi}{k_c^2 b} A \cos \frac{m\pi x}{a} \sin \frac{n\pi y}{b} e^{-j\beta z}$	$-\frac{j\beta m\pi}{k_c^2 a} B \cos \frac{m\pi x}{a} \sin \frac{n\pi y}{b} e^{-j\beta z}$
$E_y$	$-\frac{j\omega\mu m\pi}{k_c^2 a} A \sin \frac{m\pi x}{a} \cos \frac{n\pi y}{b} e^{-j\beta z}$	$-\frac{j\beta n\pi}{k_c^2 b} B \sin \frac{m\pi x}{a} \cos \frac{n\pi y}{b} e^{-j\beta z}$
$H_x$	$\frac{j\beta m\pi}{k_c^2 a} A \sin \frac{m\pi x}{a} \cos \frac{n\pi y}{b} e^{-j\beta z}$	$\frac{j\omega\epsilon n\pi}{k_c^2 b} B \sin \frac{m\pi x}{a} \cos \frac{n\pi y}{b} e^{-j\beta z}$
$H_y$	$\frac{j\beta n\pi}{k_c^2 b} A \cos \frac{m\pi x}{a} \sin \frac{n\pi y}{b} e^{-j\beta z}$	$-\frac{j\omega\epsilon m\pi}{k_c^2 a} B \cos \frac{m\pi x}{a} \sin \frac{n\pi y}{b} e^{-j\beta z}$
$Z$	$Z_{TE} = \frac{k\eta}{\beta}$	$Z_{TM} = \frac{\beta\eta}{k}$



$$a > b$$

$$\eta = \sqrt{\frac{\mu}{\epsilon}}$$

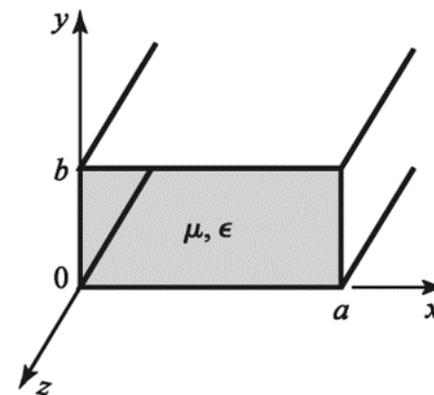
$E_z, E_x, E_y$ - Funções que descrevem a distribuição especial do campo elétrico nas direções z, x e y.

$H_z, H_x, H_y$ - Funções que descrevem a distribuição especial do campo magnético nas direções z, x e y.

Equações de Helmholtz aplicando as condições de fronteira nas paredes, considerando interferências construtivas e destrutivas nas 4 paredes (solução tri-dimensional).

**TABLE 3.2 Summary of Results for Rectangular Waveguide**

Quantity	TE <sub>mn</sub> Mode	TM <sub>mn</sub> Mode
$k$	$\omega\sqrt{\mu\epsilon}$	$\omega\sqrt{\mu\epsilon}$
$k_c$	$\sqrt{(m\pi/a)^2 + (n\pi/b)^2}$	$\sqrt{(m\pi/a)^2 + (n\pi/b)^2}$
$\beta$	$\sqrt{k^2 - k_c^2}$	$\sqrt{k^2 - k_c^2}$
$\lambda_c$	$\frac{2\pi}{k_c}$	$\frac{2\pi}{k_c}$
$\lambda_g$	$\frac{2\pi}{\beta}$	$\frac{2\pi}{\beta}$
$v_p$	$\frac{\omega}{\beta}$	$\frac{\omega}{\beta}$
$\alpha_d$	$\frac{k^2 \tan \delta}{2\beta}$	$\frac{k^2 \tan \delta}{2\beta}$
$E_z$	0	$B \sin \frac{m\pi x}{a} \sin \frac{n\pi y}{b} e^{-j\beta z}$
$H_z$	$A \cos \frac{m\pi x}{a} \cos \frac{n\pi y}{b} e^{-j\beta z}$	0
$E_x$	$\frac{j\omega\mu n\pi}{k_c^2 b} A \cos \frac{m\pi x}{a} \sin \frac{n\pi y}{b} e^{-j\beta z}$	$\frac{-j\beta m\pi}{k_c^2 a} B \cos \frac{m\pi x}{a} \sin \frac{n\pi y}{b} e^{-j\beta z}$
$E_y$	$\frac{-j\omega\mu m\pi}{k_c^2 a} A \sin \frac{m\pi x}{a} \cos \frac{n\pi y}{b} e^{-j\beta z}$	$\frac{-j\beta n\pi}{k_c^2 b} B \sin \frac{m\pi x}{a} \cos \frac{n\pi y}{b} e^{-j\beta z}$
$H_x$	$\frac{j\beta m\pi}{k_c^2 a} A \sin \frac{m\pi x}{a} \cos \frac{n\pi y}{b} e^{-j\beta z}$	$\frac{j\omega\epsilon n\pi}{k_c^2 b} B \sin \frac{m\pi x}{a} \cos \frac{n\pi y}{b} e^{-j\beta z}$
$H_y$	$\frac{j\beta n\pi}{k_c^2 b} A \cos \frac{m\pi x}{a} \sin \frac{n\pi y}{b} e^{-j\beta z}$	$\frac{-j\omega\epsilon m\pi}{k_c^2 a} B \cos \frac{m\pi x}{a} \sin \frac{n\pi y}{b} e^{-j\beta z}$
$Z$	$Z_{TE} = \frac{k\eta}{\beta}$	$Z_{TM} = \frac{\beta\eta}{k}$



$$a > b$$

$$\eta = \sqrt{\frac{\mu}{\epsilon}}$$

$Z_{TE}$  - Impedância da onda transversal para o modo TE

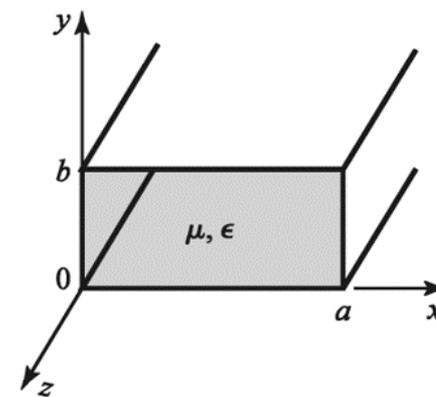
$Z_{TM}$  - Impedância da onda transversal para o modo TM

$$(\eta = \eta_0)$$

Razão entre E e H dentro da guia depende da posição, em cada componente, x, y e z.

**TABLE 3.2 Summary of Results for Rectangular Waveguide**

Quantity	TE <sub>mn</sub> Mode	TM <sub>mn</sub> Mode
$k$	$\omega\sqrt{\mu\epsilon}$	$\omega\sqrt{\mu\epsilon}$
$k_c$	$\sqrt{(m\pi/a)^2 + (n\pi/b)^2}$	$\sqrt{(m\pi/a)^2 + (n\pi/b)^2}$
$\beta$	$\sqrt{k^2 - k_c^2}$	$\sqrt{k^2 - k_c^2}$
$\lambda_c$	$\frac{2\pi}{k_c}$	$\frac{2\pi}{k_c}$
$\lambda_g$	$\frac{2\pi}{\beta}$	$\frac{2\pi}{\beta}$
$v_p$	$\frac{\omega}{\beta}$	$\frac{\omega}{\beta}$
$\alpha_d$	$\frac{k^2 \tan \delta}{2\beta}$	$\frac{k^2 \tan \delta}{2\beta}$
$E_z$	0	$B \sin \frac{m\pi x}{a} \sin \frac{n\pi y}{b} e^{-j\beta z}$
$H_z$	$A \cos \frac{m\pi x}{a} \cos \frac{n\pi y}{b} e^{-j\beta z}$	0
$E_x$	$\frac{j\omega\mu n\pi}{k_c^2 b} A \cos \frac{m\pi x}{a} \sin \frac{n\pi y}{b} e^{-j\beta z}$	$-\frac{j\beta m\pi}{k_c^2 a} B \cos \frac{m\pi x}{a} \sin \frac{n\pi y}{b} e^{-j\beta z}$
$E_y$	$-\frac{j\omega\mu m\pi}{k_c^2 a} A \sin \frac{m\pi x}{a} \cos \frac{n\pi y}{b} e^{-j\beta z}$	$-\frac{j\beta n\pi}{k_c^2 b} B \sin \frac{m\pi x}{a} \cos \frac{n\pi y}{b} e^{-j\beta z}$
$H_x$	$\frac{j\beta m\pi}{k_c^2 a} A \sin \frac{m\pi x}{a} \cos \frac{n\pi y}{b} e^{-j\beta z}$	$\frac{j\omega\epsilon n\pi}{k_c^2 b} B \sin \frac{m\pi x}{a} \cos \frac{n\pi y}{b} e^{-j\beta z}$
$H_y$	$\frac{j\beta n\pi}{k_c^2 b} A \cos \frac{m\pi x}{a} \sin \frac{n\pi y}{b} e^{-j\beta z}$	$-\frac{j\omega\epsilon m\pi}{k_c^2 a} B \cos \frac{m\pi x}{a} \sin \frac{n\pi y}{b} e^{-j\beta z}$
$Z$	$Z_{TE} = \frac{k\eta}{\beta}$	$Z_{TM} = \frac{\beta\eta}{k}$



$$a > b$$

$$\eta = \sqrt{\frac{\mu}{\epsilon}}$$

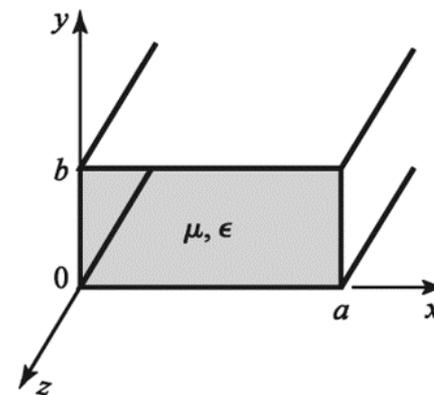
$$f_{c_{mn}} = \frac{c}{2\pi\sqrt{\epsilon_r}} \sqrt{\left(\frac{m\pi}{a}\right)^2 + \left(\frac{n\pi}{b}\right)^2}$$

O modo com a menor frequência de corte é chamado de modo dominante.

Assumindo que  $a > b$ , a menor frequência de corte ocorre para o modo TE<sub>10</sub> (m=1, n=0), o qual é o modo dominante para uma guia de onda retangular.

**TABLE 3.2 Summary of Results for Rectangular Waveguide**

Quantity	TE <sub>mn</sub> Mode	TM <sub>mn</sub> Mode
$k$	$\omega\sqrt{\mu\epsilon}$	$\omega\sqrt{\mu\epsilon}$
$k_c$	$\sqrt{(m\pi/a)^2 + (n\pi/b)^2}$	$\sqrt{(m\pi/a)^2 + (n\pi/b)^2}$
$\beta$	$\sqrt{k^2 - k_c^2}$	$\sqrt{k^2 - k_c^2}$
$\lambda_c$	$\frac{2\pi}{k_c}$	$\frac{2\pi}{k_c}$
$\lambda_g$	$\frac{2\pi}{\beta}$	$\frac{2\pi}{\beta}$
$v_p$	$\frac{\omega}{\beta}$	$\frac{\omega}{\beta}$
$\alpha_d$	$\frac{k^2 \tan \delta}{2\beta}$	$\frac{k^2 \tan \delta}{2\beta}$
$E_z$	0	$B \sin \frac{m\pi x}{a} \sin \frac{n\pi y}{b} e^{-j\beta z}$
$H_z$	$A \cos \frac{m\pi x}{a} \cos \frac{n\pi y}{b} e^{-j\beta z}$	0
$E_x$	$\frac{j\omega\mu n\pi}{k_c^2 b} A \cos \frac{m\pi x}{a} \sin \frac{n\pi y}{b} e^{-j\beta z}$	$-\frac{j\beta m\pi}{k_c^2 a} B \cos \frac{m\pi x}{a} \sin \frac{n\pi y}{b} e^{-j\beta z}$
$E_y$	$-\frac{j\omega\mu m\pi}{k_c^2 a} A \sin \frac{m\pi x}{a} \cos \frac{n\pi y}{b} e^{-j\beta z}$	$-\frac{j\beta n\pi}{k_c^2 b} B \sin \frac{m\pi x}{a} \cos \frac{n\pi y}{b} e^{-j\beta z}$
$H_x$	$\frac{j\beta m\pi}{k_c^2 a} A \sin \frac{m\pi x}{a} \cos \frac{n\pi y}{b} e^{-j\beta z}$	$\frac{j\omega\epsilon n\pi}{k_c^2 b} B \sin \frac{m\pi x}{a} \cos \frac{n\pi y}{b} e^{-j\beta z}$
$H_y$	$\frac{j\beta n\pi}{k_c^2 b} A \cos \frac{m\pi x}{a} \sin \frac{n\pi y}{b} e^{-j\beta z}$	$-\frac{j\omega\epsilon m\pi}{k_c^2 a} B \cos \frac{m\pi x}{a} \sin \frac{n\pi y}{b} e^{-j\beta z}$
$Z$	$Z_{TE} = \frac{k\eta}{\beta}$	$Z_{TM} = \frac{\beta\eta}{k}$



$a > b$

$\eta = \sqrt{\frac{\mu}{\epsilon}}$

$$f_{c_{mn}} = \frac{c}{2\pi\sqrt{\epsilon_r}} \sqrt{\left(\frac{m\pi}{a}\right)^2 + \left(\frac{n\pi}{b}\right)^2}$$

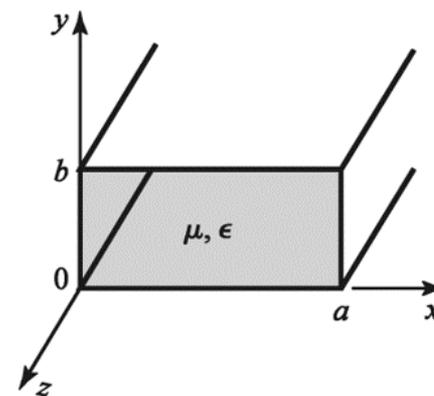
Observe que as expressões de campo transverso para  $E$  e  $H$  nos modos TE são zero se ambos,  $m$  e  $n$  forem iguais a zero.

Ou seja, não existe modo TE<sub>00</sub> (não há propagação).

$A$  e  $B$  são valores arbitrários de amplitude, que dependem da excitação.

**TABLE 3.2 Summary of Results for Rectangular Waveguide**

Quantity	TE <sub>mn</sub> Mode	TM <sub>mn</sub> Mode
$k$	$\omega\sqrt{\mu\epsilon}$	$\omega\sqrt{\mu\epsilon}$
$k_c$	$\sqrt{(m\pi/a)^2 + (n\pi/b)^2}$	$\sqrt{(m\pi/a)^2 + (n\pi/b)^2}$
$\beta$	$\sqrt{k^2 - k_c^2}$	$\sqrt{k^2 - k_c^2}$
$\lambda_c$	$\frac{2\pi}{k_c}$	$\frac{2\pi}{k_c}$
$\lambda_g$	$\frac{2\pi}{\beta}$	$\frac{2\pi}{\beta}$
$v_p$	$\frac{\omega}{\beta}$	$\frac{\omega}{\beta}$
$\alpha_d$	$\frac{k^2 \tan \delta}{2\beta}$	$\frac{k^2 \tan \delta}{2\beta}$
$E_z$	0	$B \sin \frac{m\pi x}{a} \sin \frac{n\pi y}{b} e^{-j\beta z}$
$H_z$	$A \cos \frac{m\pi x}{a} \cos \frac{n\pi y}{b} e^{-j\beta z}$	0
$E_x$	$\frac{j\omega\mu n\pi}{k_c^2 b} A \cos \frac{m\pi x}{a} \sin \frac{n\pi y}{b} e^{-j\beta z}$	$\frac{-j\beta m\pi}{k_c^2 a} B \cos \frac{m\pi x}{a} \sin \frac{n\pi y}{b} e^{-j\beta z}$
$E_y$	$\frac{-j\omega\mu m\pi}{k_c^2 a} A \sin \frac{m\pi x}{a} \cos \frac{n\pi y}{b} e^{-j\beta z}$	$\frac{-j\beta n\pi}{k_c^2 b} B \sin \frac{m\pi x}{a} \cos \frac{n\pi y}{b} e^{-j\beta z}$
$H_x$	$\frac{j\beta m\pi}{k_c^2 a} A \sin \frac{m\pi x}{a} \cos \frac{n\pi y}{b} e^{-j\beta z}$	$\frac{j\omega\epsilon n\pi}{k_c^2 b} B \sin \frac{m\pi x}{a} \cos \frac{n\pi y}{b} e^{-j\beta z}$
$H_y$	$\frac{j\beta n\pi}{k_c^2 b} A \cos \frac{m\pi x}{a} \sin \frac{n\pi y}{b} e^{-j\beta z}$	$\frac{-j\omega\epsilon m\pi}{k_c^2 a} B \cos \frac{m\pi x}{a} \sin \frac{n\pi y}{b} e^{-j\beta z}$
$Z$	$Z_{TE} = \frac{k\eta}{\beta}$	$Z_{TM} = \frac{\beta\eta}{k}$



$a > b$

$\eta = \sqrt{\frac{\mu}{\epsilon}}$

$$f_{c_{mn}} = \frac{c}{2\pi\sqrt{\epsilon_r}} \sqrt{\left(\frac{m\pi}{a}\right)^2 + \left(\frac{n\pi}{b}\right)^2}$$

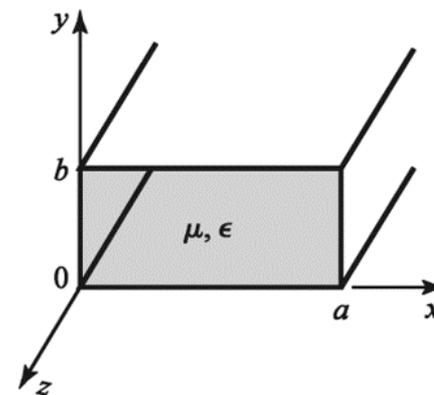
$Z_{T^*} = E_x/H_y = -E_y/H_x$  é real quando  $\beta$  é real (um modo de propagação), mas é imaginário quando  $\beta$  é imaginário (um modo de corte ou modo evanescente).

$$\beta = \sqrt{k^2 - k_c^2}$$

Para uma dada frequência de corte, sempre que usarmos uma frequência acima da frequência de corte,  $\beta$  será real e, sempre que usarmos uma excitação abaixo da frequência de corte,  $\beta$  será imaginário.

**TABLE 3.2 Summary of Results for Rectangular Waveguide**

Quantity	TE <sub>mn</sub> Mode	TM <sub>mn</sub> Mode
$k$	$\omega\sqrt{\mu\epsilon}$	$\omega\sqrt{\mu\epsilon}$
$k_c$	$\sqrt{(m\pi/a)^2 + (n\pi/b)^2}$	$\sqrt{(m\pi/a)^2 + (n\pi/b)^2}$
$\beta$	$\sqrt{k^2 - k_c^2}$	$\sqrt{k^2 - k_c^2}$
$\lambda_c$	$\frac{2\pi}{k_c}$	$\frac{2\pi}{k_c}$
$\lambda_g$	$\frac{2\pi}{\beta}$	$\frac{2\pi}{\beta}$
$v_p$	$\frac{\omega}{\beta}$	$\frac{\omega}{\beta}$
$\alpha_d$	$\frac{k^2 \tan \delta}{2\beta}$	$\frac{k^2 \tan \delta}{2\beta}$
$E_z$	0	$B \sin \frac{m\pi x}{a} \sin \frac{n\pi y}{b} e^{-j\beta z}$
$H_z$	$A \cos \frac{m\pi x}{a} \cos \frac{n\pi y}{b} e^{-j\beta z}$	0
$E_x$	$\frac{j\omega\mu n\pi}{k_c^2 b} A \cos \frac{m\pi x}{a} \sin \frac{n\pi y}{b} e^{-j\beta z}$	$-\frac{j\beta m\pi}{k_c^2 a} B \cos \frac{m\pi x}{a} \sin \frac{n\pi y}{b} e^{-j\beta z}$
$E_y$	$-\frac{j\omega\mu m\pi}{k_c^2 a} A \sin \frac{m\pi x}{a} \cos \frac{n\pi y}{b} e^{-j\beta z}$	$-\frac{j\beta n\pi}{k_c^2 b} B \sin \frac{m\pi x}{a} \cos \frac{n\pi y}{b} e^{-j\beta z}$
$H_x$	$\frac{j\beta m\pi}{k_c^2 a} A \sin \frac{m\pi x}{a} \cos \frac{n\pi y}{b} e^{-j\beta z}$	$\frac{j\omega\epsilon n\pi}{k_c^2 b} B \sin \frac{m\pi x}{a} \cos \frac{n\pi y}{b} e^{-j\beta z}$
$H_y$	$\frac{j\beta n\pi}{k_c^2 b} A \cos \frac{m\pi x}{a} \sin \frac{n\pi y}{b} e^{-j\beta z}$	$-\frac{j\omega\epsilon m\pi}{k_c^2 a} B \cos \frac{m\pi x}{a} \sin \frac{n\pi y}{b} e^{-j\beta z}$
$Z$	$Z_{TE} = \frac{k\eta}{\beta}$	$Z_{TM} = \frac{\beta\eta}{k}$



$a > b$

$\eta = \sqrt{\frac{\mu}{\epsilon}}$

$$f_{c_{mn}} = \frac{c}{2\pi\sqrt{\epsilon_r}} \sqrt{\left(\frac{m\pi}{a}\right)^2 + \left(\frac{n\pi}{b}\right)^2}$$

Em uma frequência de operação  $f$  somente os modos nos quais  $f > f_c$  vão propagar.

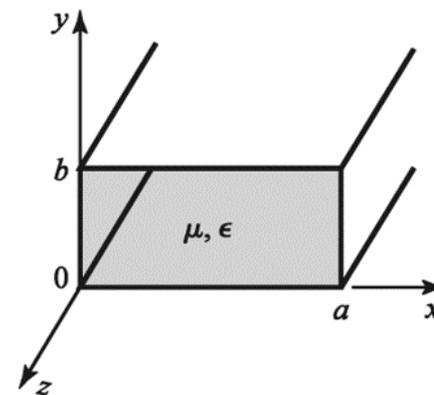
Modos com  $f < f_c$  resultam em  $\beta$  imaginário (ou  $\alpha$  real), o que significa que todas as componentes do campo decaem exponencialmente a partir da fonte de excitação.

Tais modos são referidos como modos de corte ou modos evanescentes (cutoff modes ou evanescent modes).

Se mais de um modo se propaga na guia, a guia de onda é dita overmoded.

**TABLE 3.2 Summary of Results for Rectangular Waveguide**

Quantity	TE <sub>mn</sub> Mode	TM <sub>mn</sub> Mode
$k$	$\omega\sqrt{\mu\epsilon}$	$\omega\sqrt{\mu\epsilon}$
$k_c$	$\sqrt{(m\pi/a)^2 + (n\pi/b)^2}$	$\sqrt{(m\pi/a)^2 + (n\pi/b)^2}$
$\beta$	$\sqrt{k^2 - k_c^2}$	$\sqrt{k^2 - k_c^2}$
$\lambda_c$	$\frac{2\pi}{k_c}$	$\frac{2\pi}{k_c}$
$\lambda_g$	$\frac{2\pi}{\beta}$	$\frac{2\pi}{\beta}$
$v_p$	$\frac{\omega}{\beta}$	$\frac{\omega}{\beta}$
$\alpha_d$	$\frac{k^2 \tan \delta}{2\beta}$	$\frac{k^2 \tan \delta}{2\beta}$
$E_z$	0	$B \sin \frac{m\pi x}{a} \sin \frac{n\pi y}{b} e^{-j\beta z}$
$H_z$	$A \cos \frac{m\pi x}{a} \cos \frac{n\pi y}{b} e^{-j\beta z}$	0
$E_x$	$\frac{j\omega\mu n\pi}{k_c^2 b} A \cos \frac{m\pi x}{a} \sin \frac{n\pi y}{b} e^{-j\beta z}$	$\frac{-j\beta m\pi}{k_c^2 a} B \cos \frac{m\pi x}{a} \sin \frac{n\pi y}{b} e^{-j\beta z}$
$E_y$	$\frac{-j\omega\mu m\pi}{k_c^2 a} A \sin \frac{m\pi x}{a} \cos \frac{n\pi y}{b} e^{-j\beta z}$	$\frac{-j\beta n\pi}{k_c^2 b} B \sin \frac{m\pi x}{a} \cos \frac{n\pi y}{b} e^{-j\beta z}$
$H_x$	$\frac{j\beta m\pi}{k_c^2 a} A \sin \frac{m\pi x}{a} \cos \frac{n\pi y}{b} e^{-j\beta z}$	$\frac{j\omega\epsilon n\pi}{k_c^2 b} B \sin \frac{m\pi x}{a} \cos \frac{n\pi y}{b} e^{-j\beta z}$
$H_y$	$\frac{j\beta n\pi}{k_c^2 b} A \cos \frac{m\pi x}{a} \sin \frac{n\pi y}{b} e^{-j\beta z}$	$\frac{-j\omega\epsilon m\pi}{k_c^2 a} B \cos \frac{m\pi x}{a} \sin \frac{n\pi y}{b} e^{-j\beta z}$
$Z$	$Z_{TE} = \frac{k\eta}{\beta}$	$Z_{TM} = \frac{\beta\eta}{k}$



$a > b$

$\eta = \sqrt{\frac{\mu}{\epsilon}}$

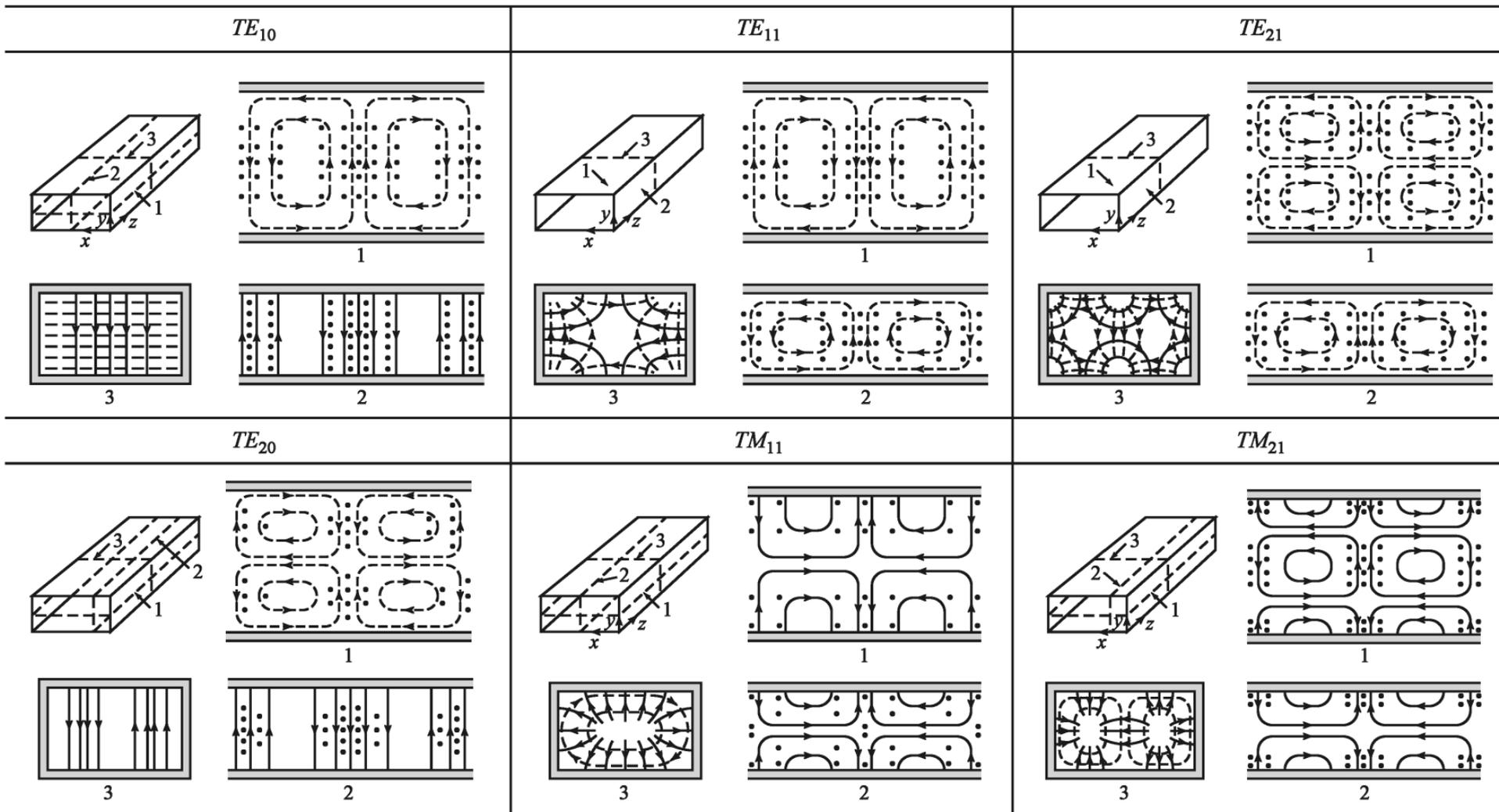
$$f_{c_{mn}} = \frac{c}{2\pi\sqrt{\epsilon_r}} \sqrt{\left(\frac{m\pi}{a}\right)^2 + \left(\frac{n\pi}{b}\right)^2}$$

Observe que a expressão do campo longitudinal  $E_z$  para o modo TM é zero se  $m$  ou  $n$  for igual a zero.

Logo, os modos  $TM_{00}$ ,  $TM_{01}$  and  $TM_{10}$  não se propagam na guia.

# Some $TE_{mn}$ and $TM_{mn}$ modes

continuous line – E field, dashed line – H field



**FIGURE 3.9** Field lines for some of the lower order modes of a rectangular waveguide.

# STANDARD RECTANGULAR WAVEGUIDE DATA

Band*	Recommended Frequency Range (GHz)	TE <sub>10</sub> Cutoff Frequency (GHz)	EIA Designation WR-XX	Inside Dimensions [Inches (cm)]	Outside Dimensions [Inches (cm)]
L	1.12–1.70	0.908	WR-650	6.500 × 3.250 (16.51 × 8.255)	6.660 × 3.410 (16.916 × 8.661)
R	1.70–2.60	1.372	WR-430	4.300 × 2.150 (10.922 × 5.461)	4.460 × 2.310 (11.328 × 5.867)
S	2.60–3.95	2.078	WR-284	2.840 × 1.340 (7.214 × 3.404)	3.000 × 1.500 (7.620 × 3.810)
H (G)	3.95–5.85	3.152	WR-187	1.872 × 0.872 (4.755 × 2.215)	2.000 × 1.000 (5.080 × 2.540)
C (J)	5.85–8.20	4.301	WR-137	1.372 × 0.622 (3.485 × 1.580)	1.500 × 0.750 (3.810 × 1.905)
W (H)	7.05–10.0	5.259	WR-112	1.122 × 0.497 (2.850 × 1.262)	1.250 × 0.625 (3.175 × 1.587)
X	8.20–12.4	6.557	WR-90	0.900 × 0.400 (2.286 × 1.016)	1.000 × 0.500 (2.540 × 1.270)
Ku (P)	12.4–18.0	9.486	WR-62	0.622 × 0.311 (1.580 × 0.790)	0.702 × 0.391 (1.783 × 0.993)
K	18.0–26.5	14.047	WR-42	0.420 × 0.170 (1.07 × 0.43)	0.500 × 0.250 (1.27 × 0.635)
Ka (R)	26.5–40.0	21.081	WR-28	0.280 × 0.140 (0.711 × 0.356)	0.360 × 0.220 (0.914 × 0.559)

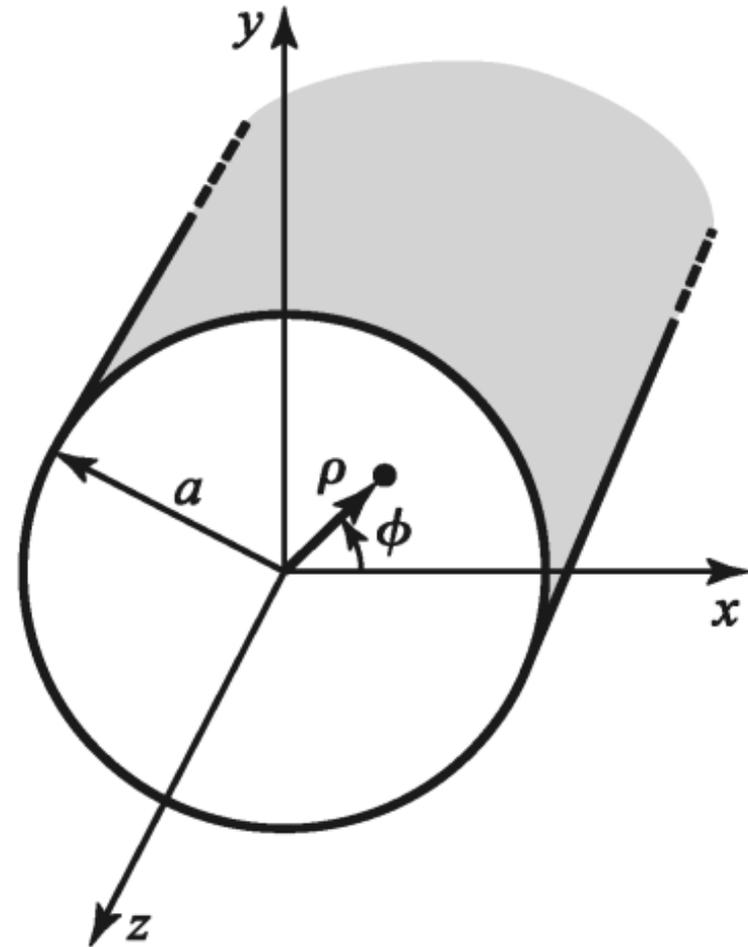
\* Letters in parentheses denote alternative designations.

# STANDARD RECTANGULAR WAVEGUIDE DATA

Band*	Recommended Frequency Range (GHz)	TE <sub>10</sub> Cutoff Frequency (GHz)	EIA Designation WR-XX	Inside Dimensions [Inches (cm)]	Outside Dimensions [Inches (cm)]
Q	33.0–50.5	26.342	WR-22	0.224 × 0.112 (0.57 × 0.28)	0.304 × 0.192 (0.772 × 0.488)
U	40.0–60.0	31.357	WR-19	0.188 × 0.094 (0.48 × 0.24)	0.268 × 0.174 (0.681 × 0.442)
V	50.0–75.0	39.863	WR-15	0.148 × 0.074 (0.38 × 0.19)	0.228 × 0.154 (0.579 × 0.391)
E	60.0–90.0	48.350	WR-12	0.122 × 0.061 (0.31 × 0.015)	0.202 × 0.141 (0.513 × 0.356)
W	75.0–110.0	59.010	WR-10	0.100 × 0.050 (0.254 × 0.127)	0.180 × 0.130 (0.458 × 0.330)
F	90.0–140.0	73.840	WR-8	0.080 × 0.040 (0.203 × 0.102)	0.160 × 0.120 (0.406 × 0.305)
D	110.0–170.0	90.854	WR-6	0.065 × 0.0325 (0.170 × 0.083)	0.145 × 0.1125 (0.368 × 0.2858)
G	140.0–220.0	115.750	WR-5	0.051 × 0.0255 (0.130 × 0.0648)	0.131 × 0.1055 (0.333 × .2680)
K	18.0–26.5	14.047	WR-42	0.420 × 0.170 (1.07 × 0.43)	0.500 × 0.250 (1.27 × 0.635)

\* Letters in parentheses denote alternative designations.

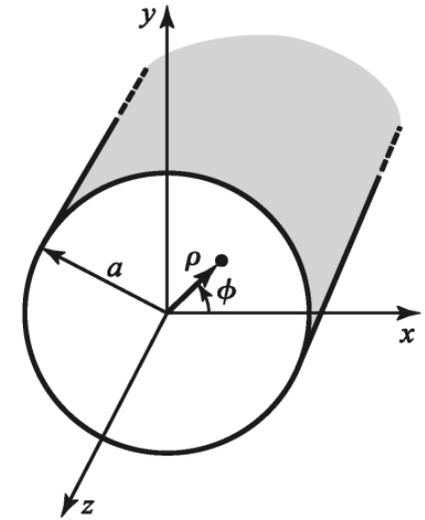
# Guias de Ondas Circulares



Geometry  
of a circular waveguide.

**TABLE 3.5 Summary of Results for Circular Waveguide**

Quantity	TE <sub>nm</sub> Mode	TM <sub>nm</sub> Mode
$k$	$\omega\sqrt{\mu\epsilon}$	$\omega\sqrt{\mu\epsilon}$
$k_c$	$\frac{p'_{nm}}{a}$	$\frac{p_{nm}}{a}$
$\beta$	$\sqrt{k^2 - k_c^2}$	$\sqrt{k^2 - k_c^2}$
$\lambda_c$	$\frac{2\pi}{k_c}$	$\frac{2\pi}{k_c}$
$\lambda_g$	$\frac{2\pi}{\beta}$	$\frac{2\pi}{\beta}$
$v_p$	$\frac{\omega}{\beta}$	$\frac{\omega}{\beta}$
$\alpha_d$	$\frac{k^2 \tan \delta}{2\beta}$	$\frac{k^2 \tan \delta}{2\beta}$
$E_z$	0	$(A \sin n\phi + B \cos n\phi) J_n(k_c \rho) e^{-j\beta z}$
$H_z$	$(A \sin n\phi + B \cos n\phi) J_n(k_c \rho) e^{-j\beta z}$	0
$E_\rho$	$\frac{-j\omega\mu n}{k_c^2 \rho} (A \cos n\phi - B \sin n\phi) J_n(k_c \rho) e^{-j\beta z}$	$\frac{-j\beta}{k_c} (A \sin n\phi + B \cos n\phi) J'_n(k_c \rho) e^{-j\beta z}$
$E_\phi$	$\frac{j\omega\mu}{k_c} (A \sin n\phi + B \cos n\phi) J'_n(k_c \rho) e^{-j\beta z}$	$\frac{-j\beta n}{k_c^2 \rho} (A \cos n\phi - B \sin n\phi) J_n(k_c \rho) e^{-j\beta z}$
$H_\rho$	$\frac{-j\beta}{k_c} (A \sin n\phi + B \cos n\phi) J'_n(k_c \rho) e^{-j\beta z}$	$\frac{j\omega\epsilon n}{k_c^2 \rho} (A \cos n\phi - B \sin n\phi) J_n(k_c \rho) e^{-j\beta z}$
$H_\phi$	$\frac{-j\beta n}{k_c^2 \rho} (A \cos n\phi - B \sin n\phi) J_n(k_c \rho) e^{-j\beta z}$	$\frac{-j\omega\epsilon}{k_c} (A \sin n\phi + B \cos n\phi) J'_n(k_c \rho) e^{-j\beta z}$
$Z$	$Z_{TE} = \frac{E_\rho}{H_\phi} = \frac{-E_\phi}{H_\rho} = \frac{\eta k}{\beta}$	$Z_{TM} = \frac{E_\rho}{H_\phi} = \frac{-E_\phi}{H_\rho} = \frac{\eta \beta}{k}$



Geometry of a circular waveguide.

# Guias de Ondas Circulares

Em guias de onda circulares, nos modos  $TE_{nm}$ :

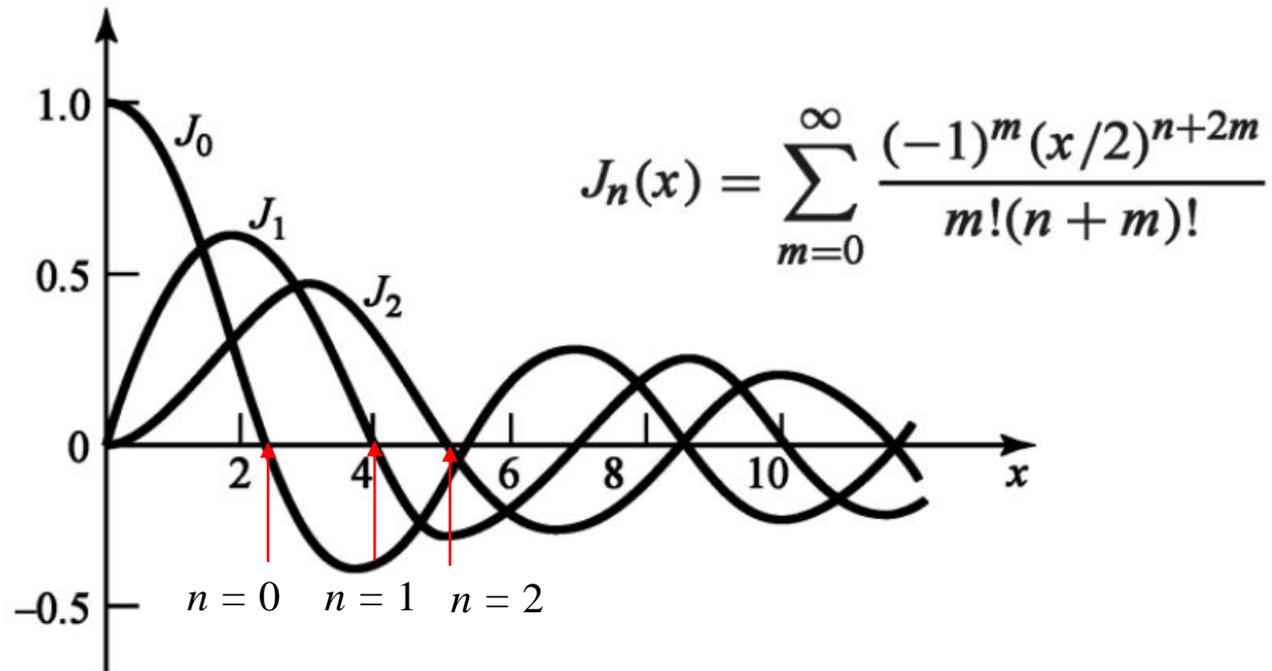
- $n$  se refere ao número de diferenciações circunferenciais ao longo do ângulo ( $\phi$ ).
- $m$  se refere ao número de diferenciações radiais ( $\rho$ ).

Na análise de guias de onda circulares, as frequências de corte, o comprimento de onda de corte e a constante de fase são assim obtidas:

- Para  $n$  e  $m$  correspondente ao modo TM, a partir das raízes da função de Bessel ( $P$ ), por  $k_c = \frac{P_{nm}}{a}$ .
- Para  $n$  e  $m$  correspondente ao modo TE, a partir das raízes da derivada da função de Bessel ( $P'$ ), por  $k_c = \frac{P'_{nm}}{a}$ .
- $\lambda_c = 2\pi/k_c$
- $\beta = \sqrt{k^2 - k_c^2}$

# Guias de Ondas Circulares

$J_n(x)$  é a função de Bessel de primeira ordem, conforme



As raízes de  $J_n(x)$  são definidas como  $p_{nm}$ , de modo que  $J_n(p_{nm}) = 0$ , onde  $p_{nm}$  é a  $m$ -ésima raiz de  $J_n$ .

# Guias de Ondas Circulares

$J'_n(x)$  é a derivada de  $J_n$  com respeito ao argumento  $x$ .

As raízes de  $J'_n(x)$  são definidas como  $p'_{nm}$ , logo  $J'_n(p'_{nm}) = 0$ , onde  $p'_{nm}$  é a  $m$ -ésima raiz de  $J'_n$ .

Table 3.4 ( for TM modes)

$n$	$p_{n1}$	$p_{n2}$	$p_{n3}$
0	2.405	5.520	8.654
1	3.832	7.016	10.174
2	5.135	8.417	11.620

Table 3.3 (for TE modes)

$n$	$p'_{n1}$	$p'_{n2}$	$p'_{n3}$
0	3.832	7.016	10.174
1	1.841	5.331	8.536
2	3.054	6.706	9.970

# Guias de Ondas Circulares

- A constante de fase de operação nos modos  $TE_{nm}$  é dada por:

$$\beta_{nm} = \sqrt{k^2 - k_c^2} = \sqrt{k^2 - \left(\frac{p'_{nm}}{a}\right)^2},$$

- A frequência de corte é:

$$f_{c_{nm}} = \frac{k_c}{2\pi \sqrt{\mu\epsilon}} = \frac{p'_{nm}}{2\pi a \sqrt{\mu\epsilon}}.$$

- O primeiro modo TE a propagar é o modo com menor  $p'_{nm}$ , que da Tabela 3.3 observa-se é o modo  $TE_{11}$  ( $p'_{nm} = 1.841$ ).
- O modo  $TE_{11}$  é o modo dominante de uma guia de onda circular.
- Não existe modo  $TE_{10}$ , mas existe modo  $TE_{01}$ .

# Guias de Ondas Circulares

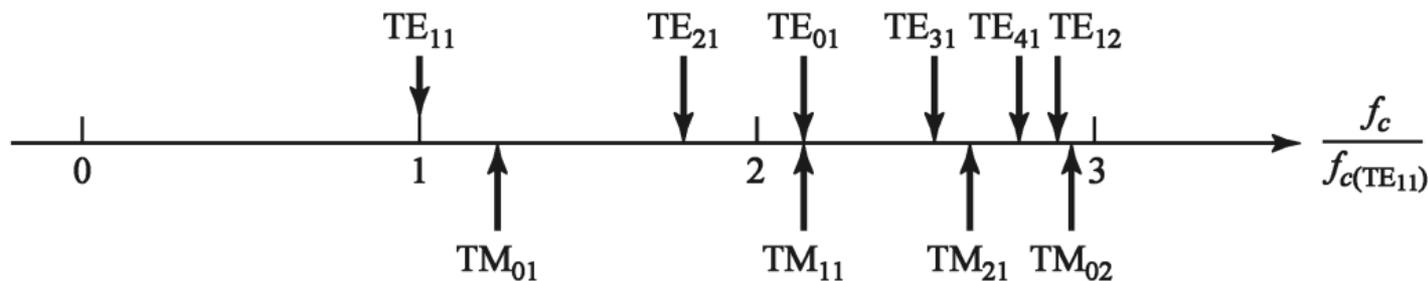
- A constante de fase no modo  $TM_{nm}$  é dada por:

$$\beta_{nm} = \sqrt{k^2 - k_c^2} = \sqrt{k^2 - (p_{nm}/a)^2},$$

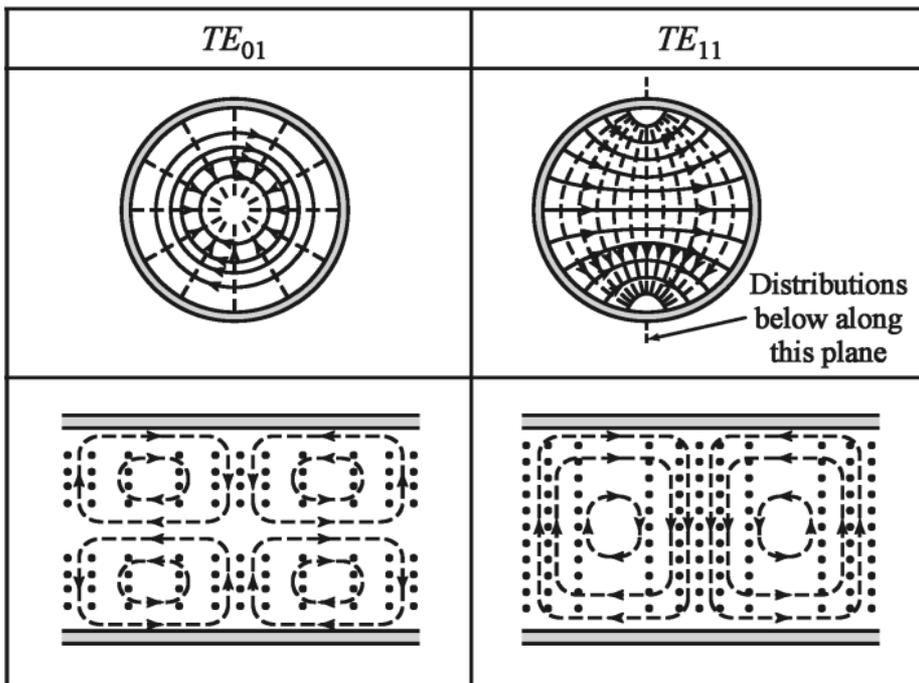
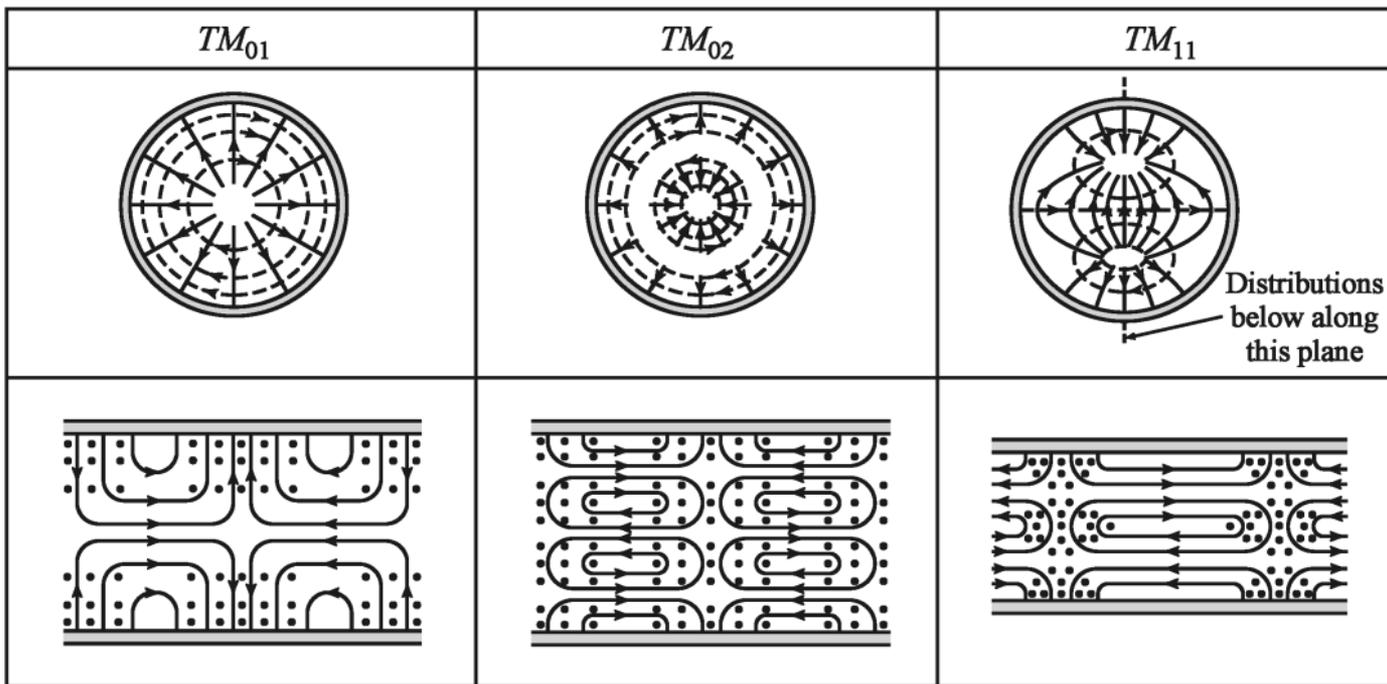
- E a frequência de corte é:

$$f_{c_{nm}} = \frac{k_c}{2\pi\sqrt{\mu\epsilon}} = \frac{p_{nm}}{2\pi a\sqrt{\mu\epsilon}}.$$

- O primeiro modo TM a se propagar é o modo com menor  $p_{nm}$ , que da Tabela 3.3 observa-se é o modo  $TM_{01}$  ( $p_{01} = 2.405$ ).
- Como nos modos TE, não existe modo  $TM_{10}$ .



**FIGURE 3.13** Cutoff frequencies of the first few TE and TM modes of a circular waveguide relative to the cutoff frequency of the dominant  $TE_{11}$  mode.



continuous line – E field  
dashed line – H field

**FIGURE 3.14** Field lines for some of the lower order modes of a circular waveguide.

Nos modos  $TE_{nm}$ :

- $n$  se refere ao número de variações circunferenciais ( $\phi$ ).
- $m$  se refere ao número de variações radiais ( $\rho$ ).