Propagação Radioelétrica

2017/II

Profa. Cristina

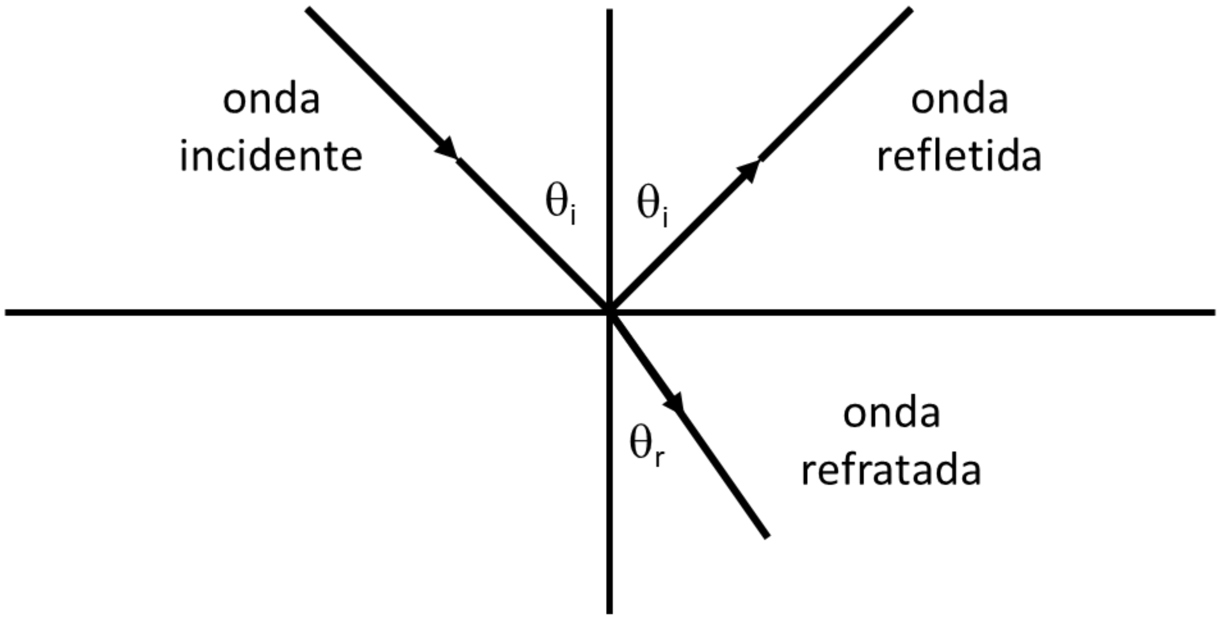
Módulo II

Fenômenos de Propagação

Efeitos da Reflexão na Propagação

Reflexão

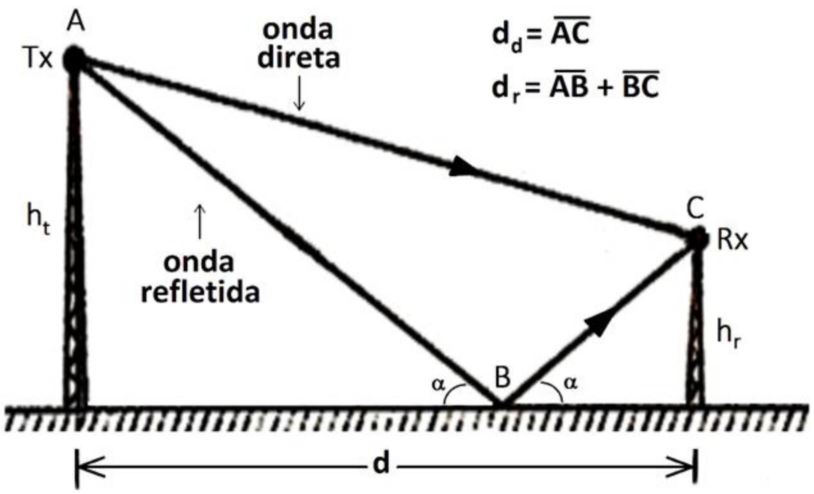
- Ocorre quando uma onda EM incide em uma superfície refletora.
- Parte da energia da onda é refletida, com ângulo de reflexão igual ao ângulo de incidência (θ_i).
- Parte da energia é refratada, com ângulo de refração (θ_r).



Reflexão Sobre Terra Plana

- Para obter uma descrição adequada das condições reais de propagação é necessário considerar o efeito da presença do terreno na região de propagação das ondas eletromagnéticas, o que resulta em atenuação do sinal.
- Esta consideração aumenta grandemente a complexidade do problema.
- Uma primeira aproximação, válida nos casos em que a distância entre as antenas transmissora e receptora é pequena, e a curvatura da superfície da terra é considerada uniforme, consiste em assumir a superfície da terra como plana e perfeitamente lisa.
- Há dois percursos possíveis para a propagação das ondas de rádio, neste contexto: o percurso direto e o refletido.

Reflexão Sobre Terra Plana



A condição de terra plana é ilustrada na figura acima, onde:

d: distância entre as antenas TX e RX;

$h_{t:}$: altura da antena transmissora;

$h_{r:}$: altura da antena receptora;

d_d: $\overline{AC}$ (percurso TX-RX da onda direta);

d_r: $\overline{AB}$ + $\overline{BC}$ (percurso TX-RX da onda refletida).

Reflexão Sobre Terra Plana

A partir da análise da figura, podemos escrever que $\tan\alpha = \dfrac{h_t}{d_1} = \dfrac{h_r}{d_2}$,

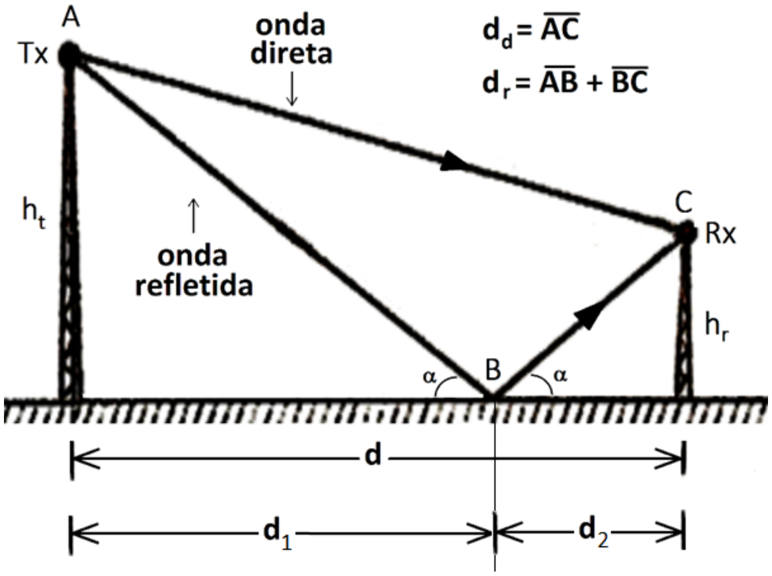
de onde $d_1 = \dfrac{h_t}{\tan\alpha}$ e $d_2 = \dfrac{h_r}{\tan\alpha}$

Podemos escrever também que $d_1 + d_2 = d$,

de onde $\tan\alpha = \dfrac{h_t + h_r}{d}$

Dado que $d \gg h_t$ e $d \gg h_r$, $\tan\alpha \cong \alpha$.

Então $\alpha \cong \dfrac{h_t + h_r}{d}$



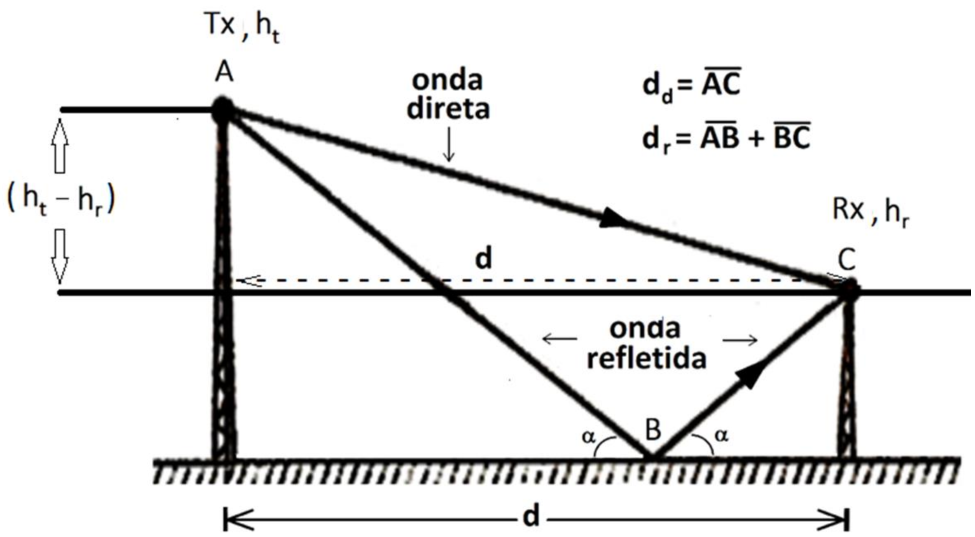
Reflexão Sobre Terra Plana

Para o percurso direto (onda direta), temos que $d_d = \overline{AC}$.

Para o percurso devido à reflexão (onda refletida), temos que $d_r = \overline{AB} + \overline{BC}$.

A partir da figura que segue, podemos deduzir que

$$d_d^2 = (h_t - h_r)^2 + d^2 \quad \text{, de onde} \quad d_d = \sqrt{(h_t - h_r)^2 + d^2}$$



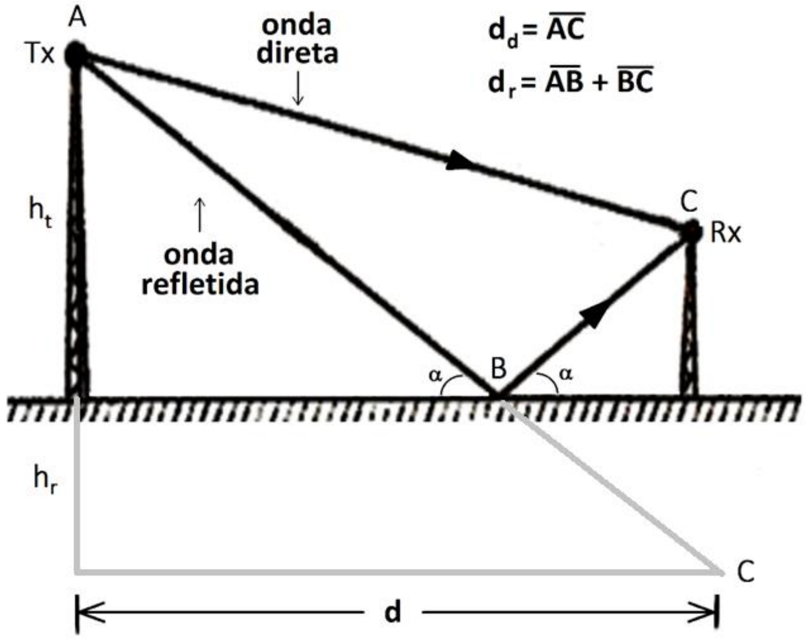
Reflexão Sobre Terra Plana

Conforme já observamos, para o percurso direto (onda direta), temos que $d_d = \overline{AC}$.

Para o percurso devido à reflexão (onda refletida), temos que $d_r = \overline{AB} + \overline{BC}$.

A partir da figura que segue, podemos deduzir que

$d_r^2 = (h_t + h_r)^2 + d^2$, de onde $d_r = \sqrt{(h_t + h_r)^2 + d^2}$



Reflexão Sobre Terra Plana

Vimos que

$$d_d = \overline{AC} = \sqrt{(h_t - h_r)^2 + d^2} \quad \text{ou} \quad d_d^2 = (h_t - h_r)^2 + d^2$$

$$d_r = \overline{AB} + \overline{BC} = \sqrt{(h_t + h_r)^2 + d^2} \quad \text{ou} \quad d_r^2 = (h_t + h_r)^2 + d^2$$

Assim, para determinar a diferença entre os percursos de propagação direto e refletido $(d_r - d_d)$, partimos de

$$d_r^2 - d_d^2 = (h_t + h_r)^2 + d^2 - [(h_t - h_r)^2 + d^2] = 4h_r h_t$$

Reflexão Sobre Terra Plana

Lembrando que $d_r^2 - d_d^2 = (d_r - d_d)(d_r + d_d)$,

podemos escrever que

$$(d_r - d_d)(d_r + d_d) = 4h_r h_t.$$

Mas, considerando que $(d_r - d_d) = \Delta d$

Δd sendo a diferença entre os percursos de propagação direto e refletido

e, visto que o ângulo α é raso, temos que $d \cong d_r \cong d_d$

Reflexão Sobre Terra Plana

Na equação $(d_r - d_d)(d_r + d_d) = 4h_r h_t$,

podemos considerar que $(d_r - d_d) = \Delta d$

e que $d \cong d_r \cong d_d$, assim,

$\Delta d(2d) \cong 4h_r h_t$ e, portanto, $\Delta d \cong \dfrac{2h_r h_t}{d}$

Δd sendo a diferença entre os percursos de propagação direto e refletido

Reflexão Sobre Terra Plana

Na equação para Δd (diferença entre os percursos de propagação direto e refletido), expressa por $\Delta d \cong \frac{2h_r h_t}{d}$:

- Se $\Delta d = \frac{1}{2}\lambda$, as duas ondas se interferem destrutivamente, tendendo a se cancelar, porque estão defasadas de 180º entre si.

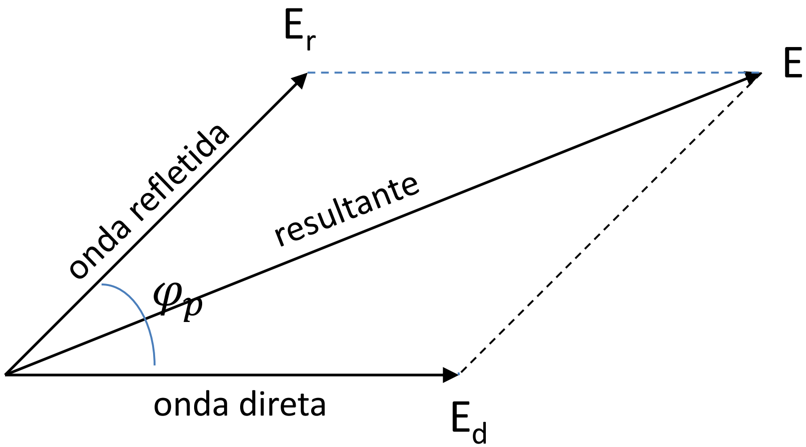
- Se $\Delta d = \lambda$, as duas ondas se interferem construtivamente, tendendo a se somar, porque estão em fase entre si.

- A diferença de percurso Δd implica, portanto, em uma variação de fase na onda, que pode ser expressa por:

$$\varphi_p = \frac{2\pi}{\lambda}\Delta d = \frac{4\pi h_r h_t}{\lambda d} \quad \text{(radianos)}$$

Reflexão Sobre Terra Plana

O sinal recebido, resultante da composição entre os percursos direto e refletido pode ser representado conforme figura ao lado



Aplicando a regra do cosseno para o diagrama vetorial acima, para obter a resultante de dois vetores, e considerando que a intensidade da onda direta é também dada por $E_d = \left(\frac{E_0}{d/\rho}\right)$, onde E_d é o campo elétrico no espaço livre, localizado a uma distância d do TX, dado em V/m e $\rho = 1.0m$ é uma constante para compatibilização dimensional da equação, podemos escrever que

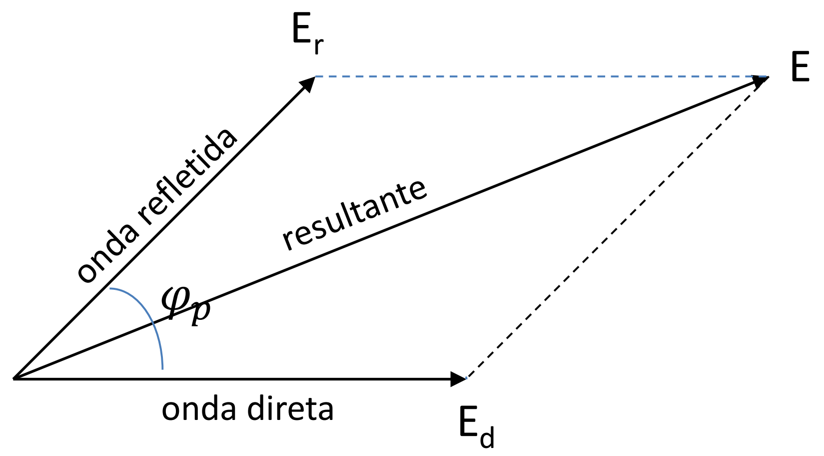
$$E_r = \frac{2E_0}{d/\rho}\sin\left(\frac{2\pi h_r h_t}{\lambda d}\right),$$ de onde podemos definir

$$F = 2\sin\left(\frac{2\pi h_r h_t}{\lambda d}\right)$$ como sendo o fator de atenuação.

Reflexão Sobre Terra Plana

Assim, o Campo Elétrico recebido, resultante da composição entre as ondas nos percursos direto e refletido, em condições de terra plana pode expresso por

$$E_r = \frac{2E_0}{d/\rho}\sin\left(\frac{2\pi h_r h_t}{\lambda d}\right),$$



e, para pequenos ângulos, pode ser reescrito conforme

$$E_r \cong \frac{2E_0}{d/\rho}\left(\frac{2\pi h_r h_t}{\lambda d}\right) = E_0\frac{4\pi\rho h_r h_t}{\lambda d^2}$$

Reflexão Sobre Terra Plana

O Campo Elétrico recebido, havendo reflexão em terra plana, também pode ser assim expresso

$$E_r = \frac{2E_0}{d/\rho} \sin\left(\frac{2\pi h_r h_t}{\lambda d}\right)$$

10^{-3} V/m

$$E_r = \frac{2E_0}{d/\rho} \sin\left(\frac{0.36 h_r h_t}{\lambda d}\right)$$

Assim como o fator de atenuação

$$F = 2\sin\left(\frac{2\pi h_r h_t}{\lambda d}\right) \qquad F = 2\sin\left(\frac{0.36 h_r h_t}{\lambda d}\right)$$

Note que, nas expressões acima, h_r, h_t e λ são dados em m, d é dado em km, e o ângulo é dado em graus.

$$\frac{2 \times 180^o \times h_r[m] \times h_r[m]}{\lambda[m] d[km]} = \frac{2 \times 180^o \times h_r[m] \times h_r[m]}{\lambda[m] \times d[km] \times 1000\left[{}^{m}/_{km}\right]} = \frac{0.36 \times h_r[m] \times h_r[m]}{\lambda[m] \times d[m]}$$

Reflexão Sobre Terra Plana

O módulo do campo elétrico também pode ser obtido considerando a altura H, conforme mostra a figura abaixo, de onde H será expresso por

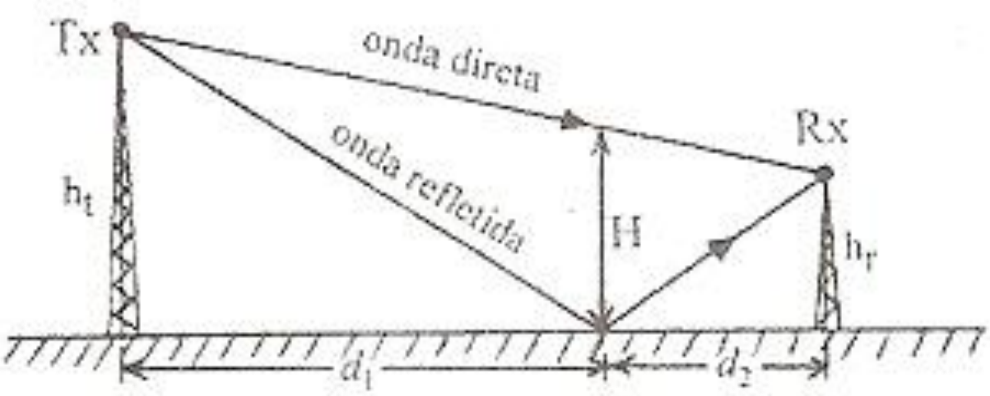
$$\mathrm{H}^2 = \frac{4h_t h_r d_1 d_2}{d^2}$$

Dividindo H^2 pelo quadrado do raio da primeira zona de Fresnel (r_1^2), obtemos a folga de percurso H/r_1 para propagação com reflexo em terra plana.

$$\left(\frac{H}{r_1}\right)^2 = \frac{4h_t h_r d_1 d_2}{d^2}\left(\frac{d_1 + d_2}{\lambda d_1 d_2}\right)$$

de onde

$$\left(\frac{H}{r_1}\right)^2 = \frac{4h_t h_r}{\lambda d}$$



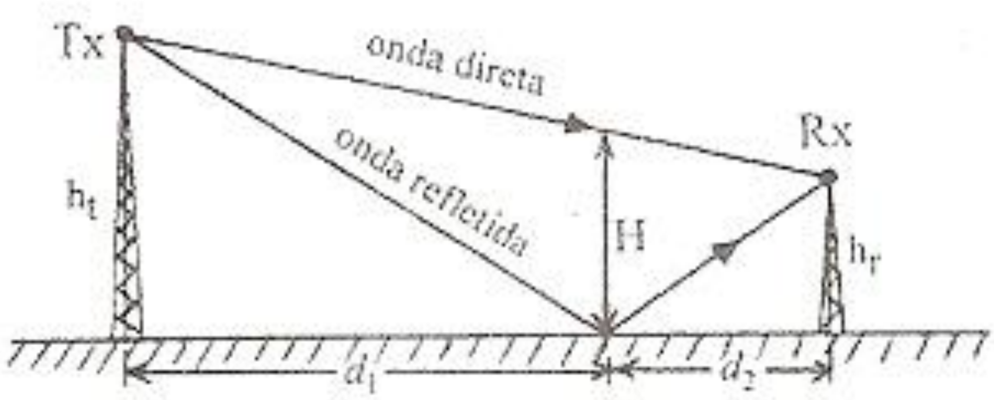
Reflexão Sobre Terra Plana

Considerando, então, que $\left(\frac{H}{r_1}\right)^2 = \frac{4h_t h_r}{\lambda d}$,

podemos relacionar o fator de atenuação F, bem como o campo elétrico E em função da folga de percurso $\left(\frac{H}{r_1}\right)$, conforme

$$F = 2\sin\left(\frac{2\pi h_r h_t}{\lambda d}\right) = 2\sin\left[\left(\frac{\pi}{2}\right)\left(\frac{H}{r_1}\right)^2\right]$$

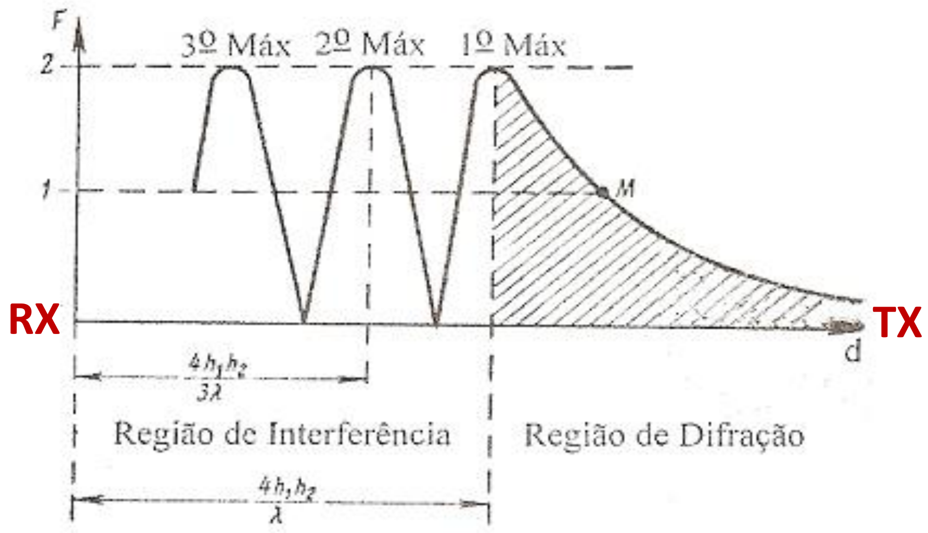
$$E_r = \frac{2E_0}{d/\rho}\sin\left[\left(\frac{\pi}{2}\right)\left(\frac{H}{r_1}\right)^2\right]$$



Zona de Interferência e Zona de Difração

Como vimos, o campo elétrico E_r é descrito por uma variação senoidal em função da distância, apresentando, portanto, uma variação de amplitude oscilatória com a distância.

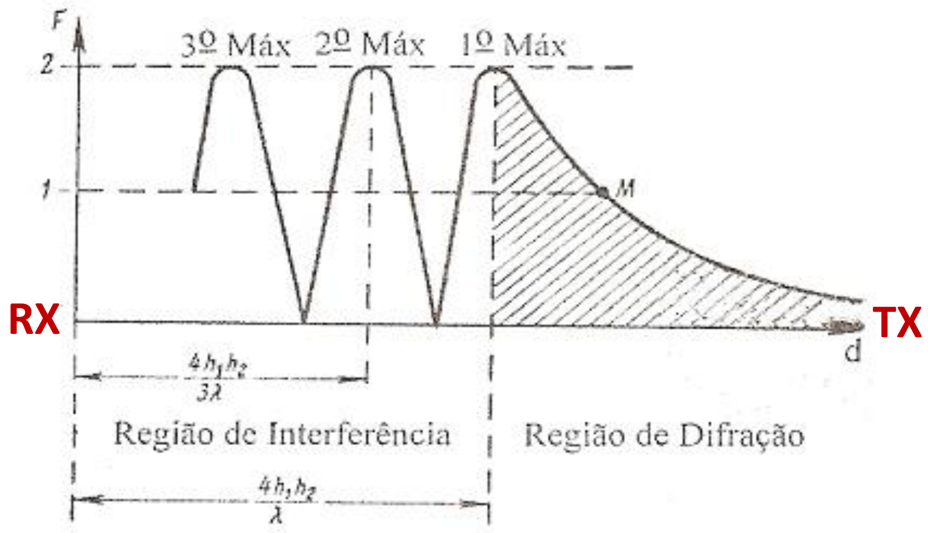
Especificamente, na equação para E_r, considerando as alturas das antenas h_r e h_t e a frequência constante, o campo elétrico irá variar oscilatoriamente com a distância, conforme abaixo.



$$E_r = \frac{2E_0}{d/\rho}\sin\left(\frac{2\pi h_r h_t}{\lambda d}\right)$$

Zona de Interferência e Zona de Difração

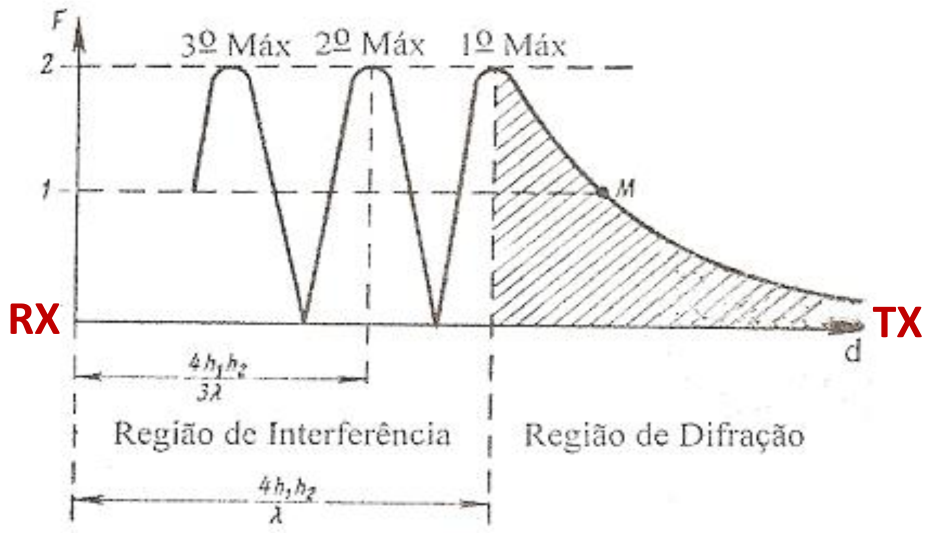
Zona de interferência é a região distante do transmissor, onde o campo elétrico apresenta comportamento oscilatório, devido às ondas incidente e refletida terem aproximadamente a mesma amplitude.



$$E_r = \frac{2E_0}{d/\rho} \sin\left(\frac{2\pi h_r h_t}{\lambda d}\right)$$

Zona de Interferência e Zona de Difração

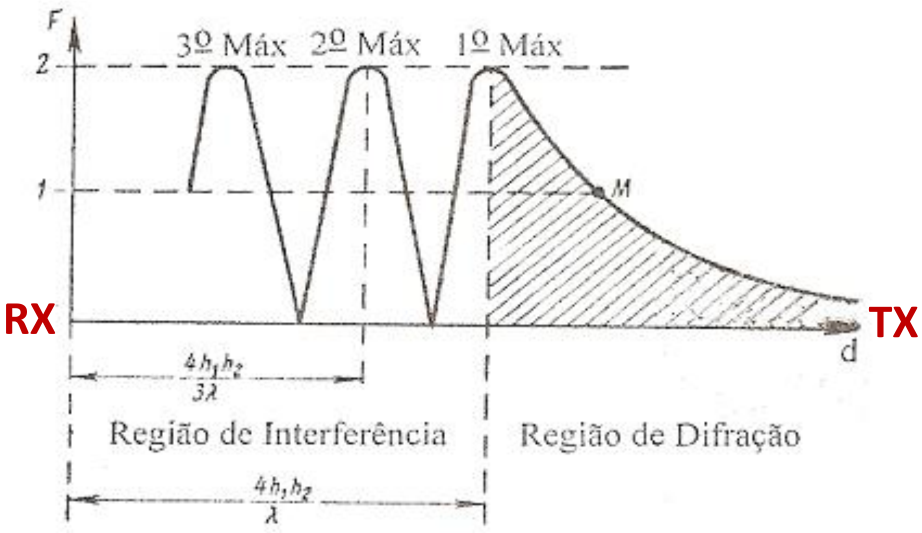
Zona de difração é a região próxima ao transmissor onde o campo elétrico decresce monotonicamente (i.é, a função de atenuação cresce monotonicamente), devido à amplitude da onda incidente ser muito maior do que a amplitude da onda refletida e, portanto, não sendo interferida significativamente pela onda refletida.



$$E_r = \frac{2E_0}{d/\rho}\sin\left(\frac{2\pi h_r h_t}{\lambda d}\right)$$

Zona de Interferência e Zona de Difração

A separação entre zona de interferência e zona de difração ocorre a uma distância *d* que corresponde ao primeiro máximo da função de atenuação F.



$$E_r = \frac{2E_0}{d/\rho} \sin\left(\frac{2\pi h_r h_t}{\lambda d}\right)$$

Reflexão Sobre Terra Esférica

No contexto de propagação de ondas eletromagnéticas, a Terra deixa de ser considerada plana quando a distância d a ser percorrida pela onda é tal que

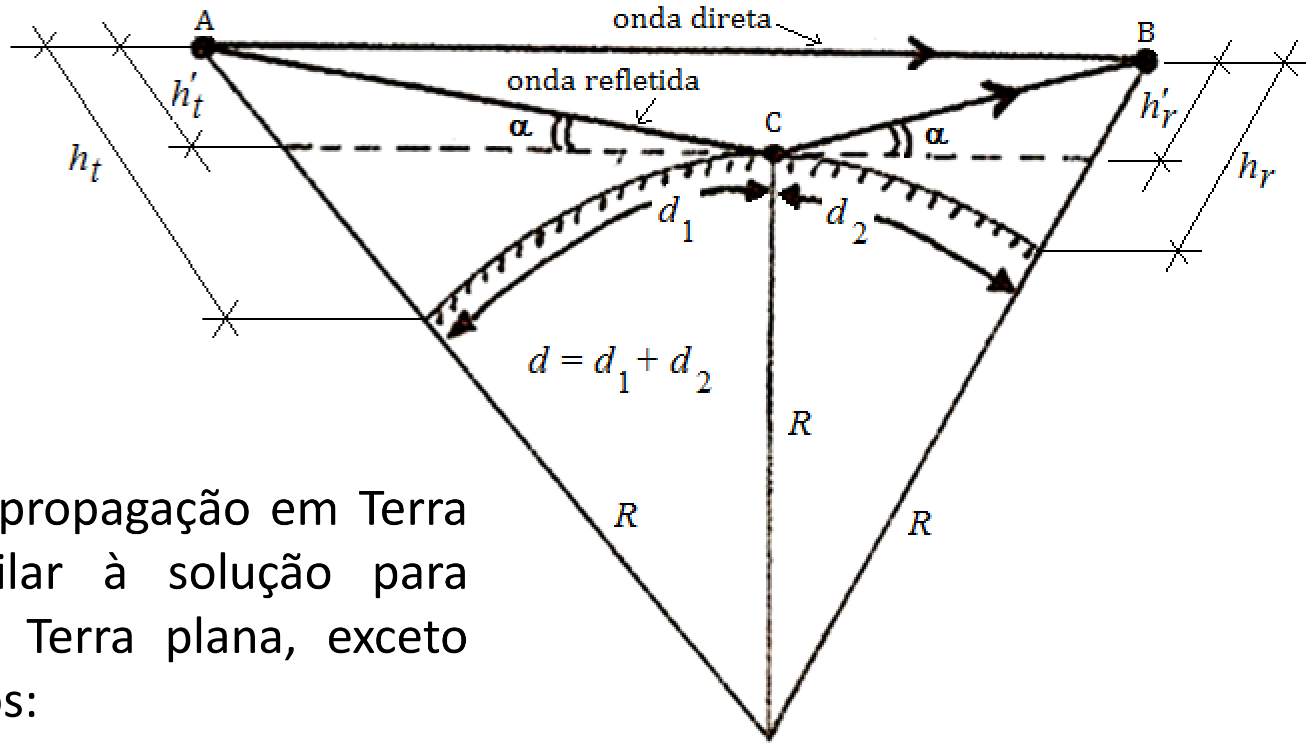
$$d_{km} > 10\sqrt[3]{\lambda},$$

onde d é a distância entre transmissor e receptor, dada em km, e λ é o comprimento de onda, dado em m.

O problema da propagação considerando condições de Terra esférica é abordado conforme a ótica geométrica. Para tanto, algumas restrições se aplicam:

- O receptor deve estar na zona de interferência do transmissor.
- O ponto de reflexão da onda no solo deve ocorrer em uma área onde a superfície da Terra é perfeitamente lisa.

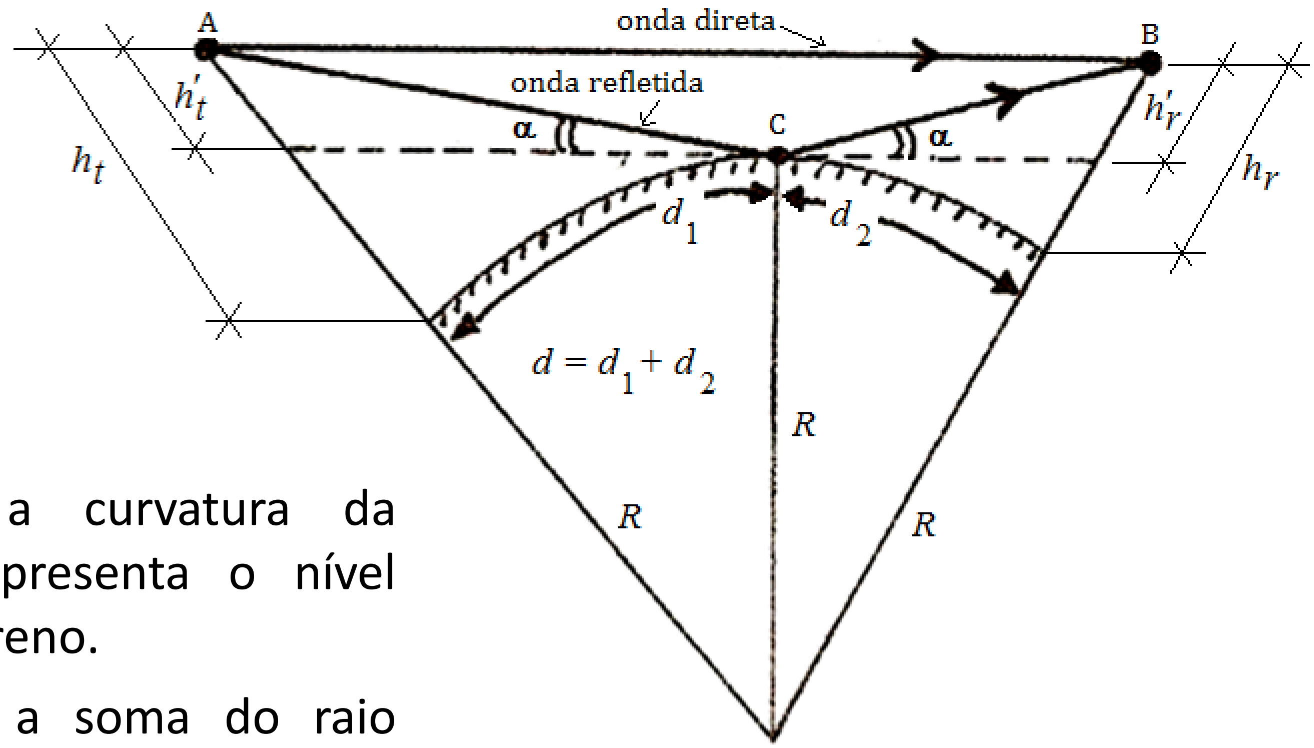
Reflexão Sobre Terra Esférica



A solução para propagação em Terra esférica é similar à solução para propagação em Terra plana, exceto por dois aspectos:

- É incluído um coeficiente de divergência da onda refletida.
- A altura das antenas é referenciada a um plano tangente à superfície da Terra, conforme ilustra a figura. O ponto A corresponde ao TX, o ponto B corresponde ao RX, e o ponto tangente C corresponde ao ponto de reflexão da onda no solo.

Reflexão Sobre Terra Esférica



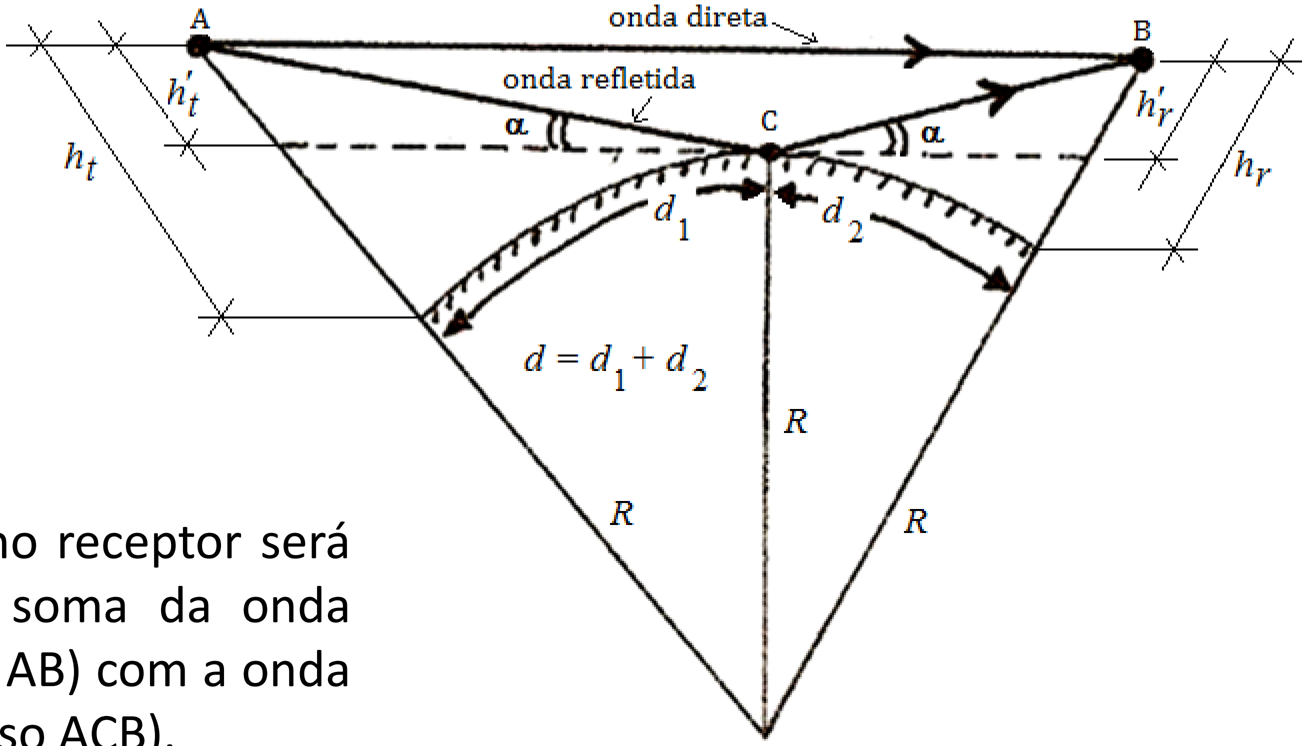
- Na figura, a curvatura da superfície representa o nível médio do terreno.
- O raio R é a soma do raio efetivo da Terra r_0 e do raio do nível médio do terreno.
- Dado que o valor do raio do nível médio do terreno é muito menor do que o raio efetivo da Terra r_0, o raio R será aproximado pelo raio efetivo da Terra, $\mathrm{R} = \mathrm{r}_0 = 8494.67\mathrm{km}$.

Reflexão Sobre Terra Esférica

Raio Efetivo da Terra

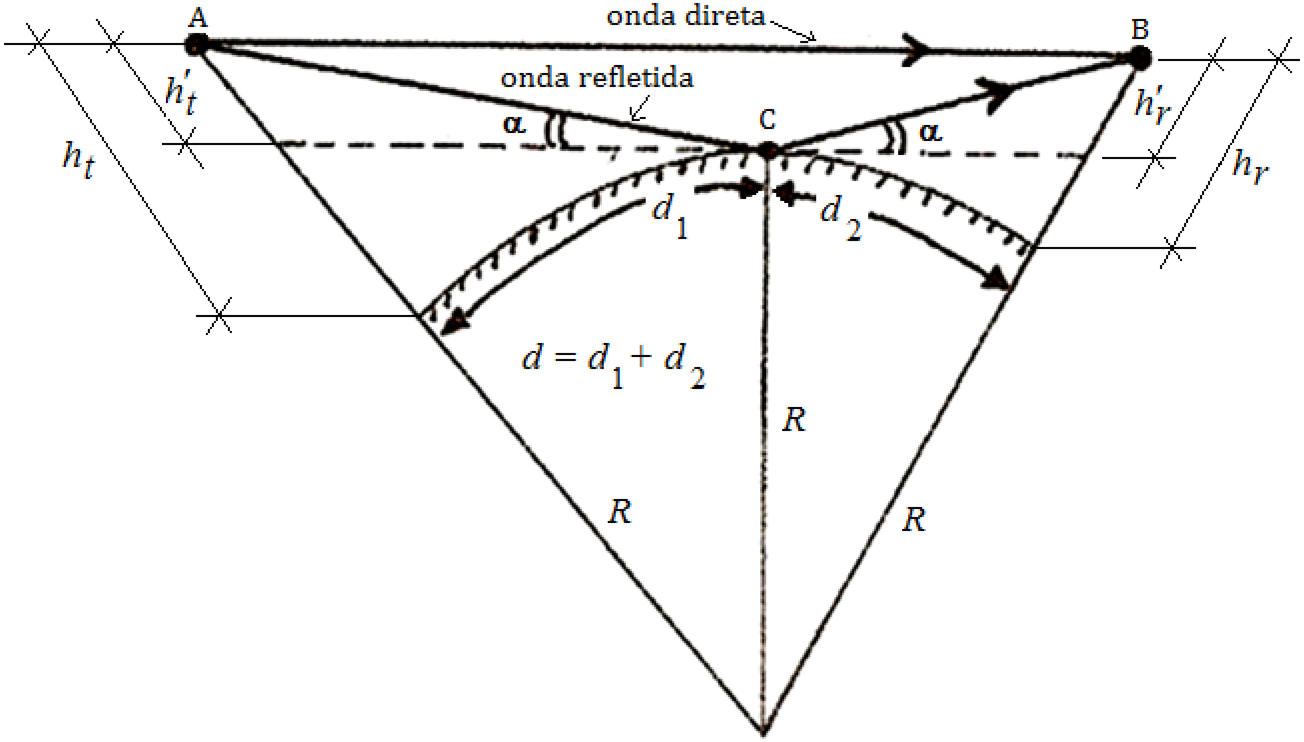
- A superfície da terra pode ser aproximada por um arco com um raio médio de 6371km.
- Uma onda se propagando entre TX e RX também apresentará um percurso em curva, em função do fenômeno de refração, conforme já vimos.
- Para lidar com o efeito da refração, uma das curvas é mapeada como uma linha reta, e a outra corrigida com uma curvatura extra como compensação.
- Na prática, o percurso da onda eletromagnética emitida pelo transmissor até o receptor é mapeado em uma linha reta relativa a um raio efetivo da terra, ajustado pelo gradiente de refratividade.
- O raio efetivo da terra (r_0) é, portanto, o raio real (6371Km) multiplicado pelo fator k (fator do raio efetivo), o qual é dependente do gradiente de refratividade.
- Desta forma, considerando $k=4/3$, teremos um raio efetivo da Terra de $r_0 = 8494.67\text{km} \cong 8500\text{km}$.

Reflexão Sobre Terra Esférica



- O campo total no receptor será composto pela soma da onda direta (percurso AB) com a onda refletida (percurso ACB).
- A diferença entre os percursos de propagação da onda direta e da onda refletida será diferente do valor encontrado em condição de Terra plana.
- A reflexão na superfície convexa da Terra faz com que o feixe de ondas divirja (se espalhe), diminuindo a potência do raio refletido na recepção.

Reflexão Sobre Terra Esférica



$$h'_t = h_t - \frac{d_1^2}{2R}$$

$$h'_r = h_r - \frac{d_2^2}{2R}$$

- As alturas h_t e h_r das antenas TX e RX são consideradas acima do nível médio da Terra (nível do mar).
- As alturas h'_t e h'_r são alturas reduzidas, consideradas a partir de uma linha tangente à superfície da Terra.
- Note, na figura, que d_1 representa a distância em linha de visada (distância de rádio).

Reflexão Sobre Terra Esférica

- Dado que o raio R é aqui aproximado pelo raio efetivo da Terra, $\mathrm{R} = \mathrm{r}_0 \cong 8500\mathrm{km}{=}8.5\times 10^6 m$, podemos escrever que

$$h_t' = h_t - \frac{d_1^2}{2R} = h_t - \frac{d_1^2}{17} \qquad h_r' = h_r - \frac{d_2^2}{2R} = h_r - \frac{d_2^2}{17}$$

- Dado que no ponto C os ângulos da onda incidente e da onda refletida são iguais, e que $d \gg h_t$ e $d \gg h_r$, assim

$$\alpha = \frac{h_t'}{d_1} = \frac{h_r'}{d_2}$$ de onde $$\frac{h_t'}{h_r'} = \frac{d_1}{d_2} \qquad \left(d = d_1 + d_2 \right)$$

Reflexão Sobre Terra Esférica

O campo elétrico, quando a propagação se dá em condição de terra esférica, é definido como o campo elétrico em condição de terra plana, considerando h'_r em lugar de h_r e h'_t em lugar de h_t, conforme

$$E_r = \frac{2E_0}{d/\rho} \sin\left(\frac{2\pi h'_r h'_t}{\lambda d}\right)$$

com h'_t e h'_r expressos por

$$h'_t = h_{t(m)} - \frac{d^2_{1(km)}}{17} \qquad \text{e} \qquad h'_r = h_{r(m)} - \frac{d^2_{2(km)}}{17}$$

Reflexão sobre Terra Plana - Exercício de Referência

Objetiva-se estabelecer um link em 150MHz entre duas estações distantes 5km uma da outra. A geografia do terreno entre TX e RX permite assumir condição de reflexão sobre Terra plana. A altura da antena na estação transmissora é 10m, e a altura da antena na estação receptora é 8m. O valor do campo elétrico E_0 é 3.5V/m.

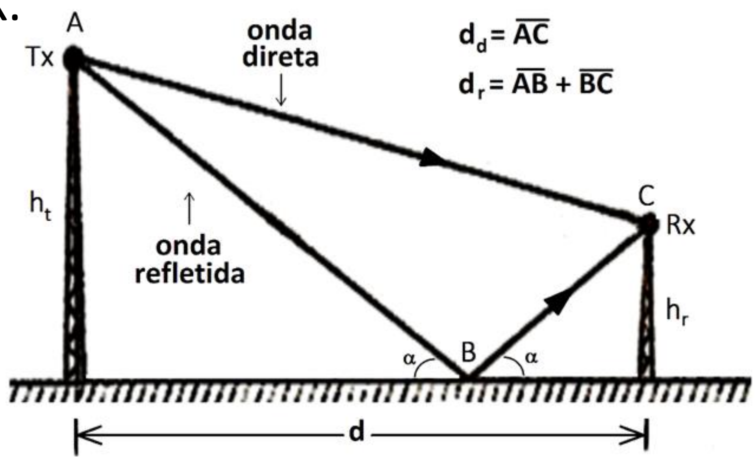
Determine:

(a) a diferença entre os percursos de propagação direto e refletido;

(b) O ângulo de incidência;

(c) O fator de atenuação devido à reflexão em Terra plana;

(d) O campo elétrico recebido pela estação RX.



$ht := 10m \quad hr := 8m \quad d := 5000m \quad E0 := 3.5\frac{V}{m} \quad \rho := 1m$

$f := 150MHz \quad \lambda := \frac{c}{f} \quad \lambda = 1.999\,m$

Percurso direto:

$$dd := \sqrt{(ht - hr)^2 + d^2}$$

$$dd = 5 \times 10^3\,m$$

Percurso refletido:

$$dr := \sqrt{(ht + hr)^2 + d^2}$$

$$dr = 5 \times 10^3\,m$$

dr – dd = 0.032m

ângulo de incidência (=ângulo de reflexão):

$$\alpha := \frac{ht + hr}{d}$$

$$\alpha = 3.6 \times 10^{-3} \cdot \mathrm{rad} \qquad \alpha = 0.206 \cdot ^\circ$$

$$\tan(\alpha) = 3.6 \times 10^{-3}$$

diferença entre os percursos de propagação direto e refletido:

$$deltad := \frac{2 \cdot hr \cdot ht}{d} \qquad deltad = 0.032\,\mathrm{m}$$

variação de fase na onda:

$$\varphi p := \frac{2 \cdot \pi}{\lambda} deltad \qquad \varphi p = 0.101 \cdot rad \qquad \varphi p = 5.764 \cdot °$$

$$\varphi p1 := \frac{4 \cdot \pi \cdot hr \cdot ht}{\lambda \cdot d} \qquad \varphi p1 = 0.101 \cdot rad \qquad \varphi p1 = 5.764 \cdot °$$

Campo Elétrico Recebido no RX

$$Er := \frac{2 \cdot E0}{\frac{d}{\rho}} \cdot \sin\left(\frac{2 \cdot \pi \cdot hr \cdot ht}{\lambda \cdot d}\right) \qquad Eraprox := E0 \cdot \frac{4 \cdot \pi \cdot \rho \cdot hr \cdot ht}{\lambda \cdot d^2}$$

$$Er = 7.039 \times 10^{-5} \cdot \frac{V}{m} \qquad Eraprox = 7.042 \times 10^{-5} \cdot \frac{V}{m}$$

Fator de Atenuação

$$F := 2 \cdot \sin\left(\frac{2 \cdot \pi \cdot hr \cdot ht}{\lambda \cdot d}\right) \qquad F = 0.101$$

Folga de percurso:

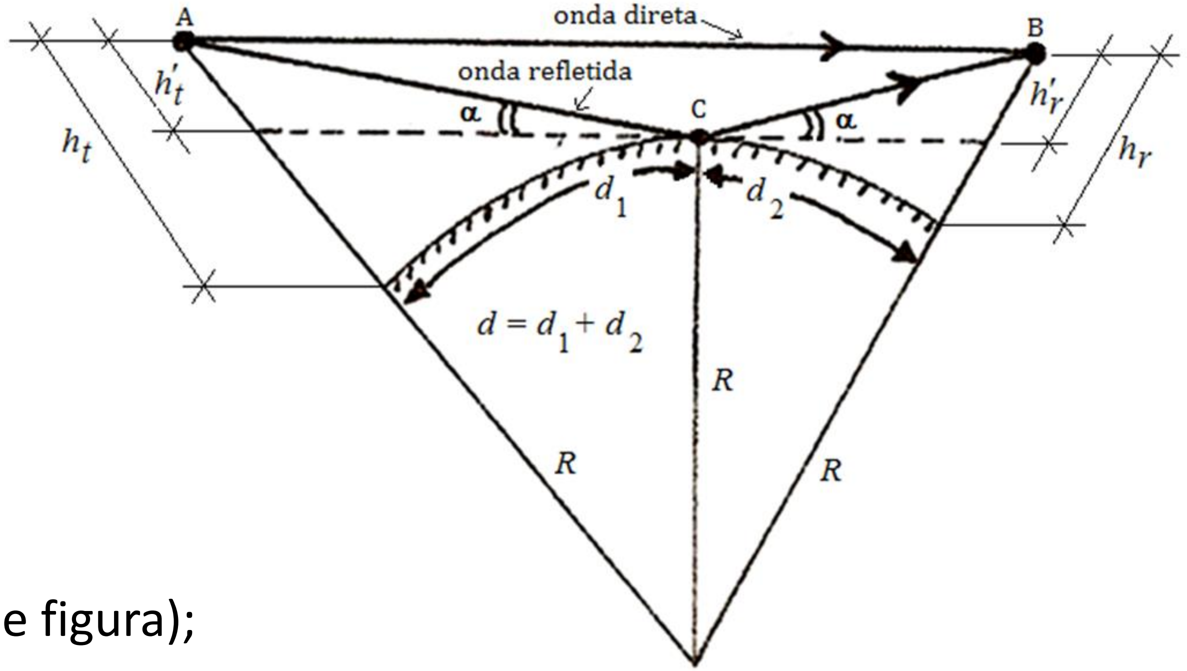
$$FP := \sqrt{\frac{4 \cdot ht \cdot hr}{\lambda \cdot d}} \qquad FP = 0.179$$

$$ErFP := \frac{2 \cdot E0}{\frac{d}{\rho}} \cdot \sin\left(\frac{\pi}{2} \cdot FP^2\right)$$

$$ErFP = 7.039 \times 10^{-5} \cdot \frac{V}{m}$$

Reflexão sobre Terra Esférica - Exercício de Referência

Objetiva-se estabelecer um link em 150MHz entre duas estações distantes 120km uma da outra. A geografia do terreno entre TX e RX não permite assumir condição de reflexão sobre Terra plana. A altura da antena na estação transmissora é 10m, e a altura da antena na estação receptora é 8m. O valor do campo elétrico E_0 é 3.5V/m.



Determine:

(a) O ângulo de incidência;

(b) As distâncias d_1 e d_2 (vide figura);

(c) O fator de atenuação devido à reflexão em Terra esférica;

(d) O campo elétrico recebido pela estação RX.

$$f := 150\,\mathrm{MHz} \qquad \lambda := \frac{c}{f} \qquad \lambda = 1.999\,\mathrm{m} \qquad E0 := 3.5\,\frac{V}{m}$$

$$ht := 10\,\mathrm{m} \qquad hr := 8\,\mathrm{m} \qquad d := 120\,\mathrm{km} \qquad \rho := 1\,\mathrm{m}$$

ângulo de incidência (=ângulo de reflexão):

$$\alpha := \frac{ht + hr}{d}$$

$$\alpha = 1.5 \times 10^{-4} \cdot \mathrm{rad} \qquad \alpha = 8.594 \times 10^{-3} \cdot {}^{\circ}$$

distâncias d1 e d2

$$d1 := \frac{ht}{\tan(\alpha)} \qquad d1 = 6.667 \times 10^{4}\,m \qquad d1 = 66.667 \cdot km$$

$$d2 := \frac{hr}{\tan(\alpha)} \qquad d2 = 5.333 \times 10^{4}\,m \qquad d2 = 53.333 \cdot km$$

Fator de atenuação

$$kapa := 17 \cdot km$$

$$htlinha := ht - \frac{\left(\frac{d1}{1000}\right)^2}{kapa} \qquad htlinha = 9.739m$$

$$hrlinha := hr - \frac{\left(\frac{d2}{1000}\right)^2}{kapa} \qquad hrlinha = 7.833m$$

$$F := 2 \cdot \sin\left(\frac{2 \cdot \pi \cdot hrlinha \cdot htlinha}{\lambda \cdot d}\right) \qquad F = 3.997 \times 10^{-3}$$

Campo Elétrico no RX:

$$Er := \frac{2\cdot E0}{\frac{d}{\rho}}\cdot \sin\left(\frac{2\cdot\pi\cdot hrlinha\cdot htlinha}{\lambda\cdot d}\right) \qquad Er = 1.166\times 10^{-7}\cdot\frac{V}{m}$$

Reflexão por Terra Esférica

$$Er := \frac{2\cdot E0}{\frac{d}{\rho}}\cdot \sin\left(\frac{2\cdot\pi\cdot hr\cdot ht}{\lambda\cdot d}\right) \qquad Er = 1.223\times 10^{-7}\cdot\frac{V}{m}$$

Reflexão por Terra Plana