Técnicas de múltiplo acesso. *Spread Spectrum*.

Centro de Tecnologia – Departamento de Eletrônica e Computação

UFSM00265 – SISTEMAS DE COMUNICAÇÃO DIGITAL II

Prof. Fernando DeCastro

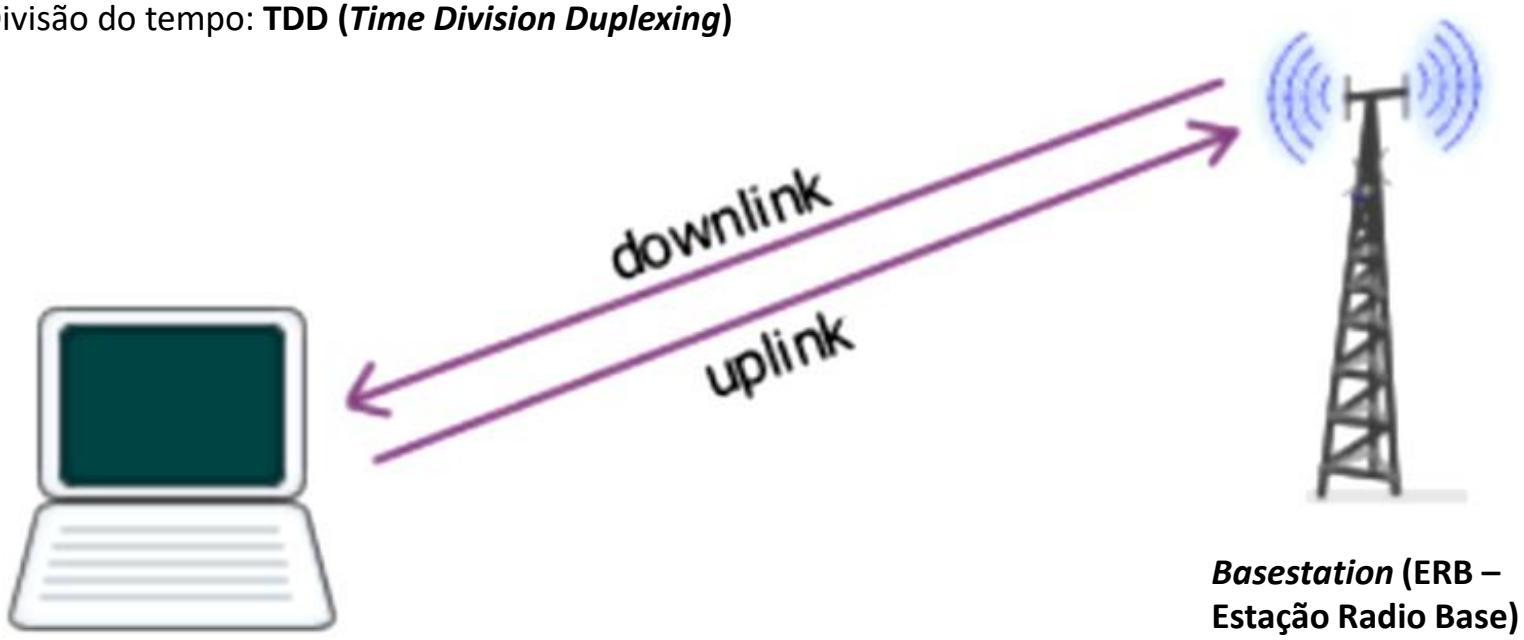
Duplexing – comunicação bidirecional

Sistemas de comunicação usualmente implementam comunicação bidirecional (*duplexing*), onde cada usuário envia e recebe dados de maneira simultânea, conforme exemplificado na figura abaixo para um sistema *wireless* de comunicação de dados.

Dois exemplos de *duplexing* em fonia é o sistema de telefonia fixa e o sistema de telefonia celular, em que é possível falar e ouvir simultaneamente.

O *duplexing* pode ser implementado basicamente através de:

- Divisão em frequência: **FDD *(Frequency Division Duplexing*)**
- Divisão do tempo: **TDD (*Time Division Duplexing*)**

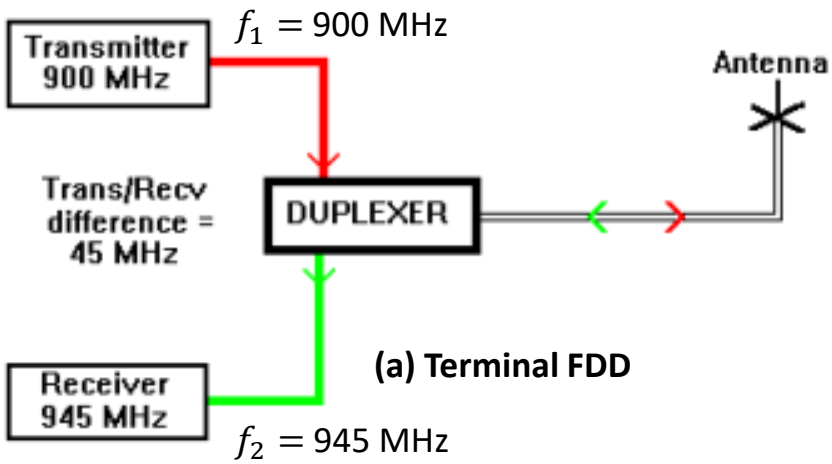


FDD – *Frequency Division Duplexing*

Em um sistema FDD, o TX do enlace transmite em uma frequência f_1 e o RX do enlace recebe em uma frequência f_2, conforme mostrado em (a) abaixo.

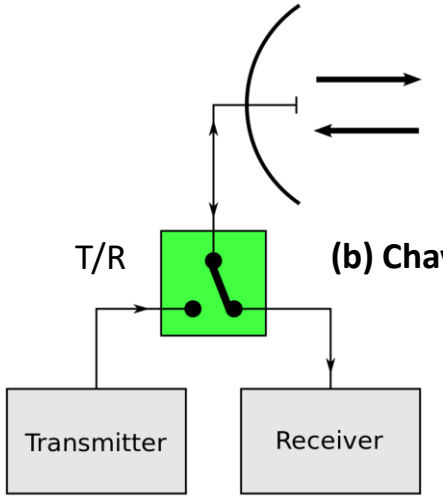
Note em (a) que o ***duplexer*** permite o uso de uma mesma antena para o TX e o RX do terminal (ver https://en.wikipedia.org/wiki/Duplexer), isolando o sinal do TX, que, por sua alta amplitude, destruiria o *front-end* analógico do RX. O *duplexer* mais simples é uma chave T/R, conforme mostrado em (b). Em geral o *duplexer* é um dispositivo direcional, como, por exemplo, o circulador mostrado em (c) (ver https://en.wikipedia.org/wiki/Circulator).

Em geral FDD é mais eficiente do que TDD (ver slide 5) na situação de tráfego simétrico. Nesta situação, FDD evita o desperdício de largura de banda que ocorre devido aos intervalos de guarda (TTG – *transmit/receive transition gap* e RTG – *receive/ transmit transition gap*) durante a transição entre os blocos (*bursts*) de transmissão e recepção do sistema TDD. Além disto FDD tem menor latência inerente do que o TDD, devido ao muitíssimo menor tamanho dos *buffers* de dados necessários ao sistema FDD.

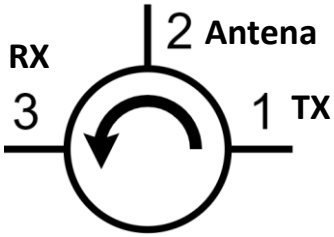


(a) Terminal FDD

SIMULTANEOUS SIGNAL FLOW THROUGH A DUPLEXER



(b) Chave T/R



(c) Circulador: O sinal aplicado na porta 1 sai apenas pela porta 2, o sinal aplicado na porta 2 sai apenas pela porta 3 e o sinal aplicado na porta 3 sai apenas pela porta 1.

FDD – *Frequency Division Duplexing*

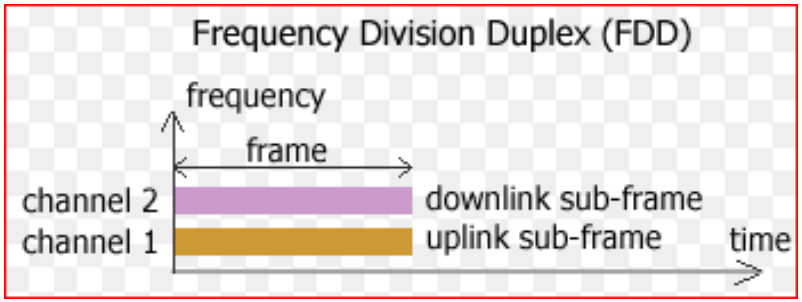
Um exemplo clássico de *duplexing* FDD é o sistema de telefonia celular GSM (*Global System for Mobile Communications* – ver https://en.wikipedia.org/wiki/GSM), conforme mostra a figura abaixo.

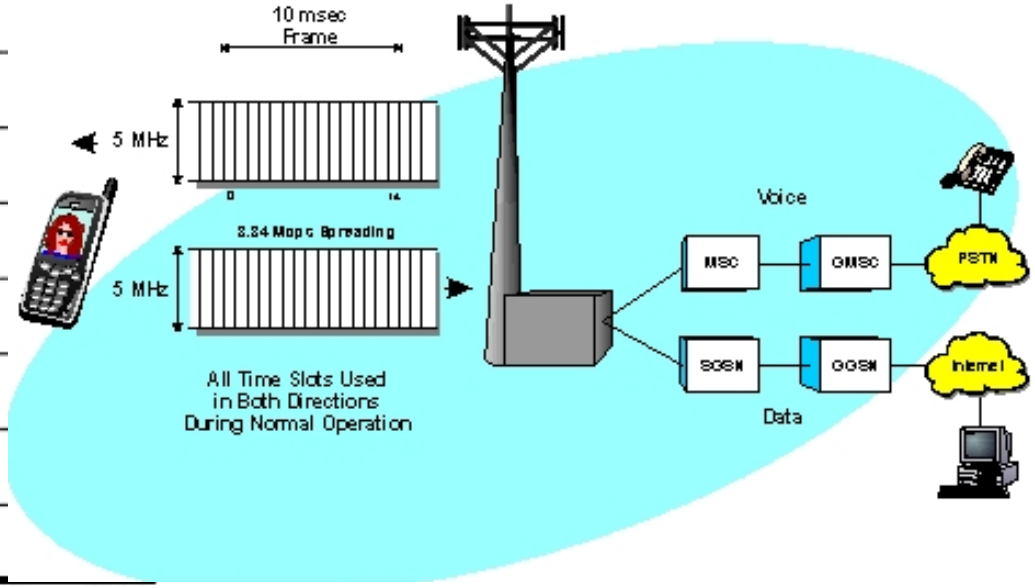
GSM Air Interface Specifications Summary

Parameter	Specifications
Reverse Channel Frequency	890–915 MHz
Forward Channel Frequency	935–960 MHz
ARFCN Number	0 to 124 and 975 to 1023
Tx/Rx Frequency Spacing Tx/Rx Time Slot Spacing	45 MHz 3 Time slots
Modulation Data Rate	270.833333 kbps
Frame Period	4.615 ms
Users per Frame (Full Rate)	8
Time Slot Period	576.9 µs
Bit Period	3.692 µs
Modulation	0.3 GMSK
ARFCN Channel Spacing	200 kHz
Interleaving (max. delay)	40 ms
Voice Coder Bit Rate	13.4 kbps

uplink

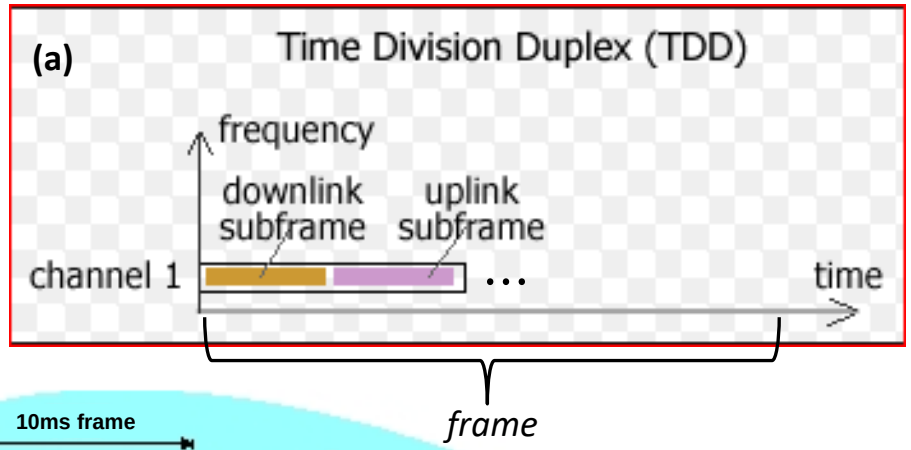
downlink





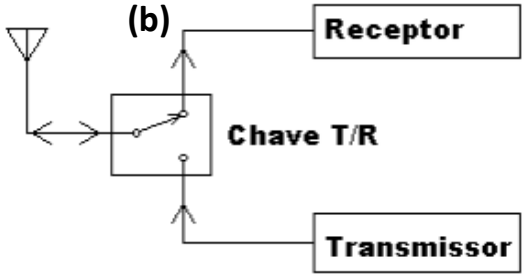
TDD – *Time Division Duplexing*

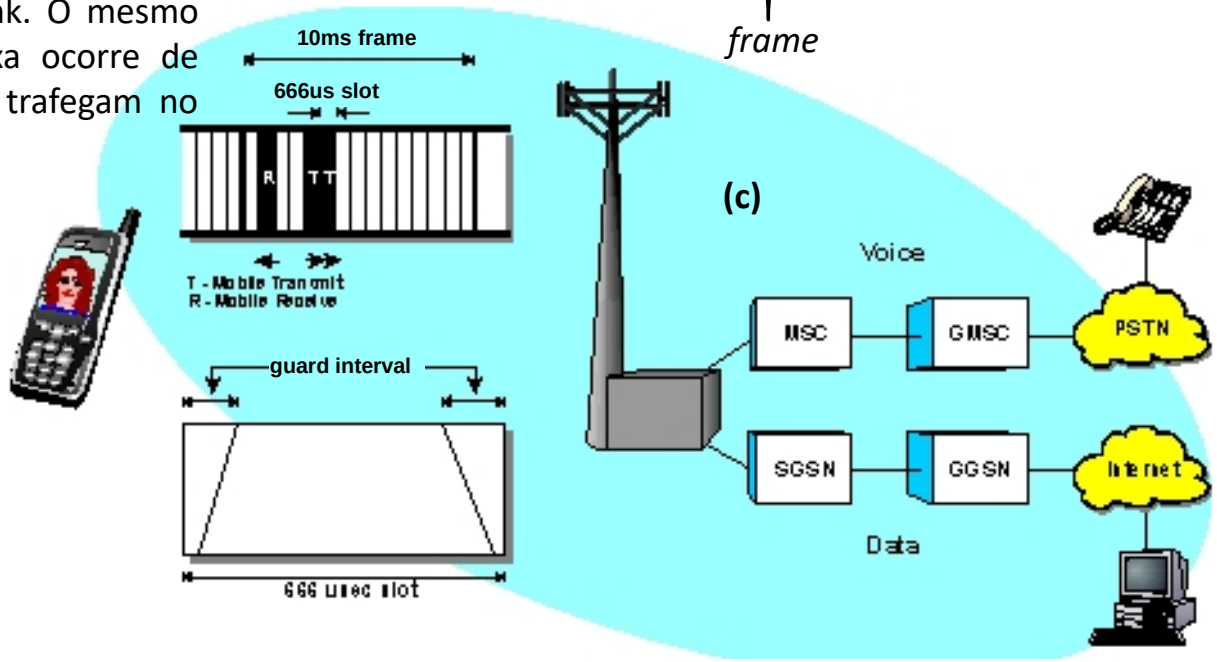
O TDD compartilha no tempo o uso de um único canal em uma única frequência, de tal forma que uma parcela do tempo de duração de *frame* é usada para transmitir, enquanto que a parcela de tempo remanescente no *frame* é usado para receber informação, conforme mostrado em (a) abaixo. A transmissão através do canal só ocorre em momentos permitidos e pré-determinados, atribuídos através de ***Time Slots***, conforme mostrado em (c). TDD é viável somente com formatos de transmissão digital e modulação digital, de modo que as palavras binárias que representam os dados possam ser roteados por uma chave lógica, conforme mostrado em (b).



TDD é flexível na situação em que há assimetria entre a taxa dos dados que trafegam no uplink e a taxa dos dados que trafegam no downlink. Quando a demanda dos usuários é no sentido de um aumento da taxa do uplink, a referida taxa é aumentada dinamicamente no sentido de corresponder ao aumento de demanda, e vice-versa no caso em que a demanda dos usuários é no sentido de uma redução da taxa do uplink. O mesmo mecanismo dinâmico de controle de taxa ocorre de forma complementar para os dados que trafegam no downlink.

A principal desvantagem do TDD é a extrema sensibilidade à sincronização e aos processos de temporização em geral.



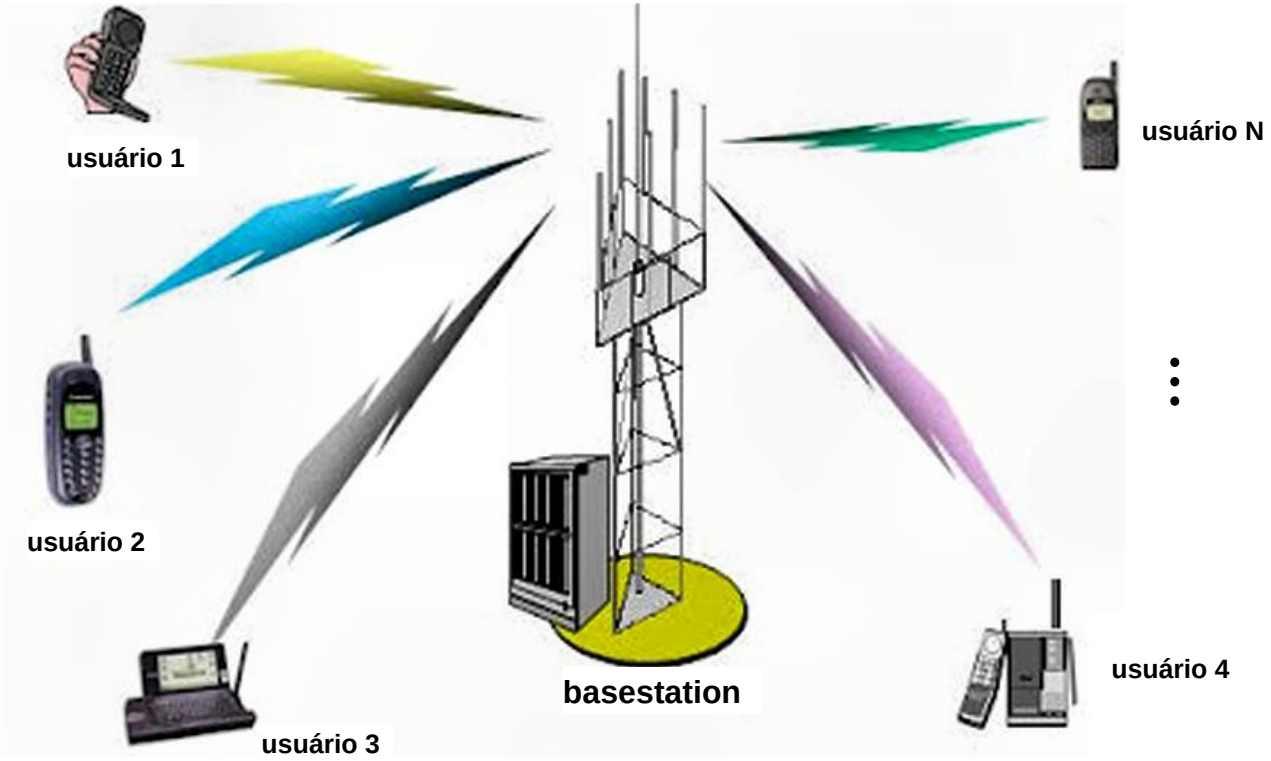


Múltiplo Acesso (MA – *Multiple Access*)

Multiple Access (MA) é uma técnica de multiplexação que permite que vários usuários compartilhem o espectro disponível no canal de transmissão da forma mais eficaz possível. O espectro eletromagnético é uma grandeza limitada, e, portanto, o compartilhamento do espectro é necessário para otimizar a capacidade global do sistema de comunicação em uma determinada área geográfica. Isto é realizado permitindo que a largura de banda do espectro disponível no canal de transmissão seja utilizada simultaneamente por diferentes usuários.

O MA permite que vários usuários se conectem ao mesmo meio de transmissão multiponto para transmitir e receber através dele e compartilhar sua capacidade, conforme mostrado abaixo para um canal de transmissão *wireless*.

MA também é aplicável a canais de transmissão à cabo (por exemplo, CSMA/CD – ver https://en.wikipedia.org/wiki/Carrier-sense_multiple_access_with_collision_detection) e a canais de transmissão ópticos (por exemplo, WDM – *wavelength-division multiplexing* , usado em redes PON – ver https://en.wikipedia.org/wiki/Passive_optical_network).



Múltiplo Acesso (MA – *Multiple Access*)

Há seis técnicas básicas de MA: *Frequency Division Multiple Access* (FDMA), *Time Division Multiple Access* (TDMA), *Spatial Division Multiple Access* (SDMA), *Code Division Multiple Access* (CDMA), *Frequency Hopping Multiple Access* (FHMA) e *Orthogonal Frequency Division Multiple Access* (OFDMA). FDMA, TDMA e SDMA serão discutidos nos próximos slides. CDMA e FHMA serão discutidos no Cap III.2. OFDM será discutido no Cap IV.

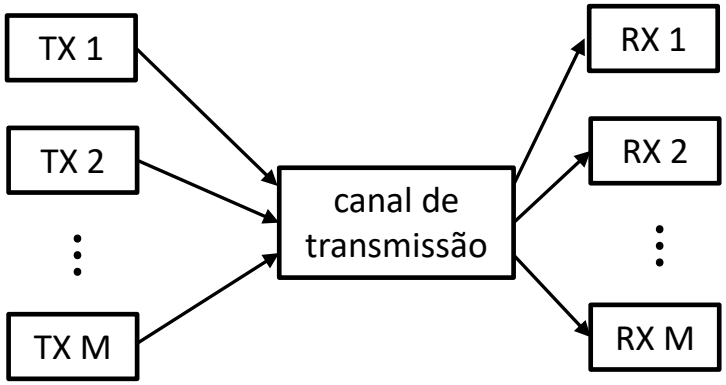
Cada diferente técnica de MA faz uso de métodos de multiplexação, dividindo a largura de banda do sinal em diferentes sub-bandas, que são então atribuídas a diferentes usuários para permitir que vários usuários compartilhem um único canal.

Multiplexação é uma técnica que multiplexa ou combina vários sinais em um único sinal. O processo inverso é chamado de demultiplexação. Por exemplo, os sinais de voz de um conjunto de usuários do serviço de telefonia celular podem ser multiplexados em um único enlace de dados usando multiplexação por divisão de tempo (TDM).

As técnicas de multiplexação FDMA, TDMA, CDMA, FHMA, OFDMA e SDMA são geralmente semelhantes quanto ao tratamento dos dados dos usuários. Em cada caso, N canais de comunicação são multiplexados em conjunto para formar um único canal de comunicação. Cada um dos N canais de comunicação são divididos em M sub-canais, cada um dos quais é atribuído a um respectivo usuário.

Não raro os sistemas de comunicação combinam mais de uma técnica de multiplexação. Por exemplo, sistemas de telefonia celular combinam simultaneamente TDMA, FDMA e SDMA.

Todas estas técnicas de MA estão presentes em redes de comunicações que operam em canais *wireless*, *wireline* ou ópticos. Independente da técnica de MA, o objetivo final é o mostrado na figura ao lado, i.e., a técnica de MA permite que M usuários dividam um canal de comunicações comum para transmitir e receber informação entre usuários distintos.

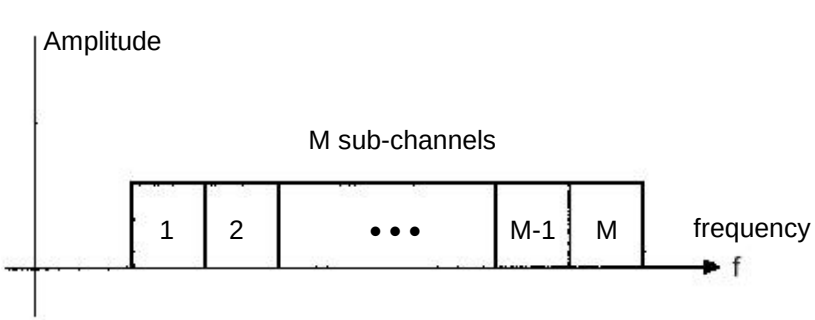


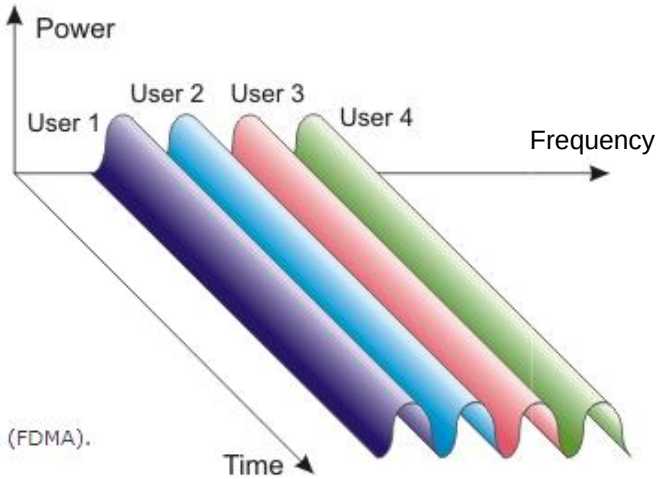
FDMA – *Frequency Division Multiple Access*

Na técnica FDMA, a largura de banda do espectro do sinal transportado através do canal de transmissão é subdivida em M sub-canais, cada sub-canal com sua frequência central conforme mostrado em (a) abaixo. O sub-canal permanece alocado ao usuário durante todo tempo da chamada.

Cada sub-canal é alocado sob demanda de um usuário e atribuído ao usuário que requisitou o sub-canal. Desta forma cada sub-canal transporta a informação transmitida (uplink) ou recebida (downlink) para um único usuário, e portanto atende a demanda do mesmo. Durante o período da chamada, nenhum outro usuário pode compartilhar o mesmo sub-canal. Os blocos **azuis** em (b) abaixo exemplificam os sub-canais do uplink e do downlink no espectro do sinal de um sistema de telefonia celular, cada bloco tendo a sua respectiva frequência e sendo atribuído ao respectivo usuário.

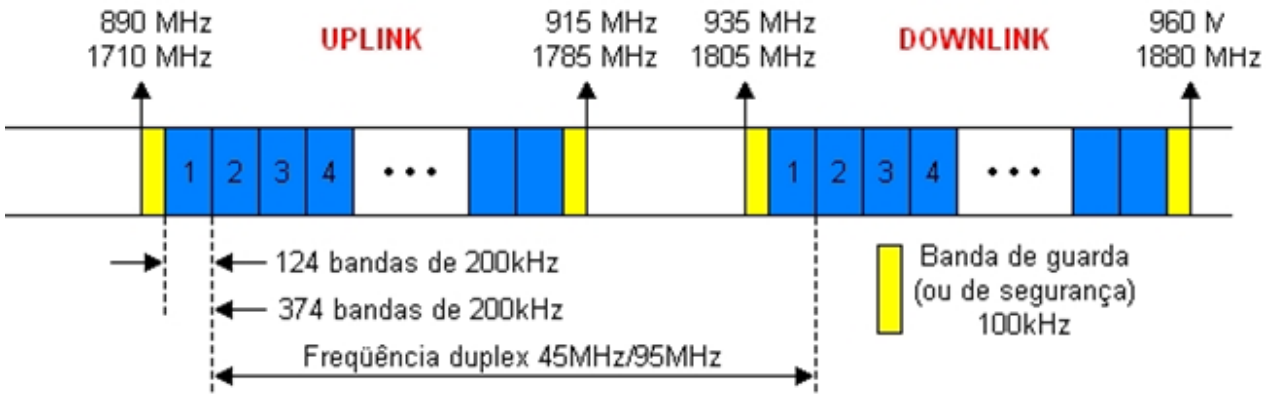
(a)





Frequency Division Multiple Access (FDMA).

(b)



TDMA – *Time Division Multiple Access*

A técnica TDMA cria múltiplos sub-canais para acesso múltiplo subdividindo a duração da informação a ser transmitida em módulos no tempo denominados *frames*, que são transmitidos em uma única frequência. A duração de cada *frame* é subdividida em M sub-intervalos não sobrepostos, denominados ***time slots***, cada um deles de duração TS, e cada *time slot* é atribuído ao respectivo usuário, conforme mostra a figura abaixo.

O TDMA compartilha o volume de informação a ser transmitido entre os terminais de usuários, distribuindo o volume de informação no conjunto de *time-slots* disponíveis ao longo de cada frame. Isto implica que a transmissão dos dados é descontínua, podendo gerar problemas de latência.

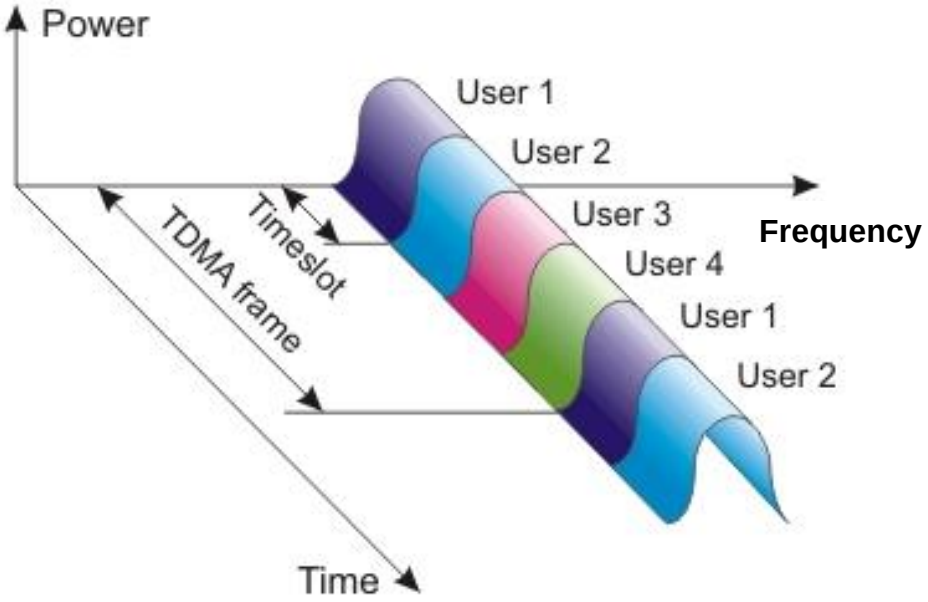
TDMA é frequentemente utilizado em transmissão de dados e voz digital, onde vários usuários se revezam no tempo, na transmissão/recepção através de um conjunto de *time slots*, sob uma mesma frequência compartilhada.

Durante o intervalo de um *time slot*, apenas um usuário pode transmitir e/ou receber.

A transmissão de vários usuários é entrelaçada na estrutura do *frame,* que se repete periodicamente.

Cada *frame* é constituído de um determinado número de *time slots* e é composto de um cabeçalho (*header*), uma mensagem (que constitui a informação) e bits de cauda (*tail bits*).

Os *time slots* se repetem a cada *frame*, de tal forma que um canal pode ser visto como um particular *time slot*.



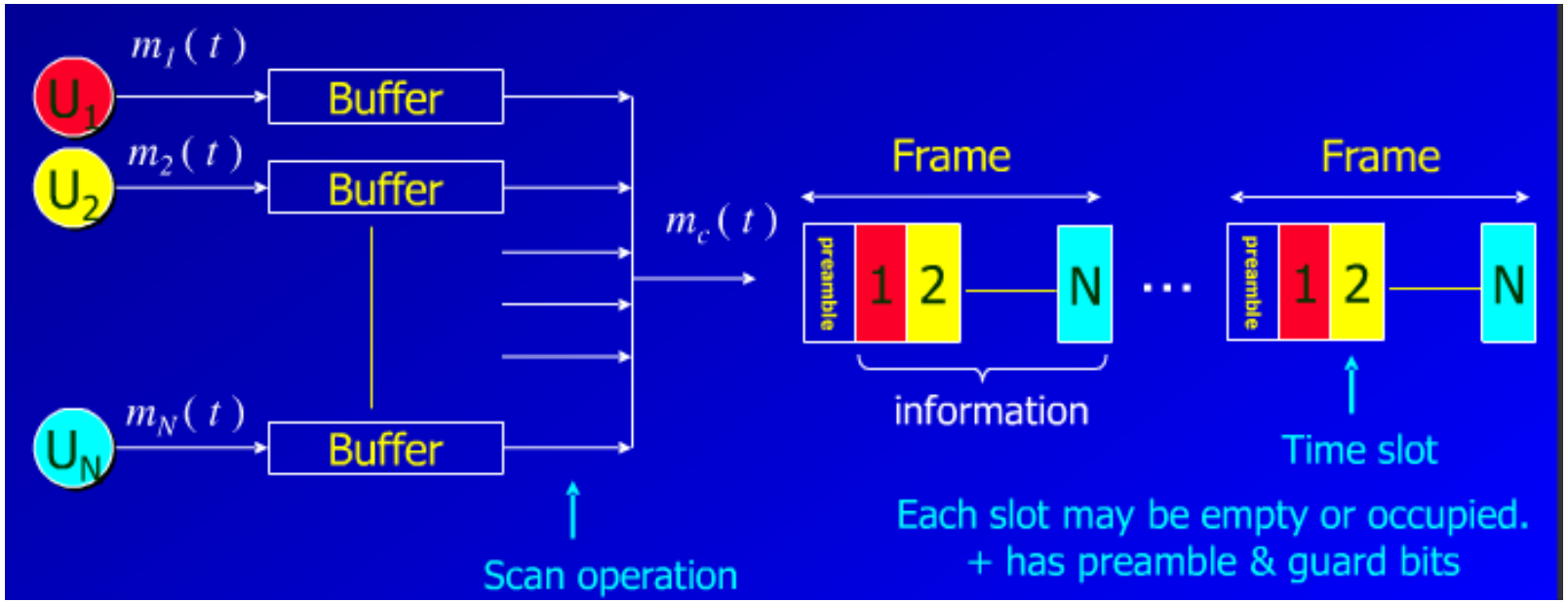
Time Division Multiple Access (TDMA).

TDMA – *Time Division Multiple Access*

Os dados de cada usuário são previamente armazenados em um *Buffer* (uma fila FIFO). A cada *frame*, parte dos bits presentes no respectivo *Buffer* são transmitidos de modo a preencher a totalidade de um *time-slot* no frame que está sendo transmitido, conforme mostrado na figura abaixo. Como o *frame* se repete ciclicamente no tempo, o efeito do conjunto de *buffers* é equalizar a taxa de bits de cada usuário.

Em sistemas TDMA/TDD metade dos *time slots* são usados para os sub-canais do *link* direto e a outra metade dos *time slots* são usados para os sub-canais do *link* reverso (TDD – ver slide 5) .

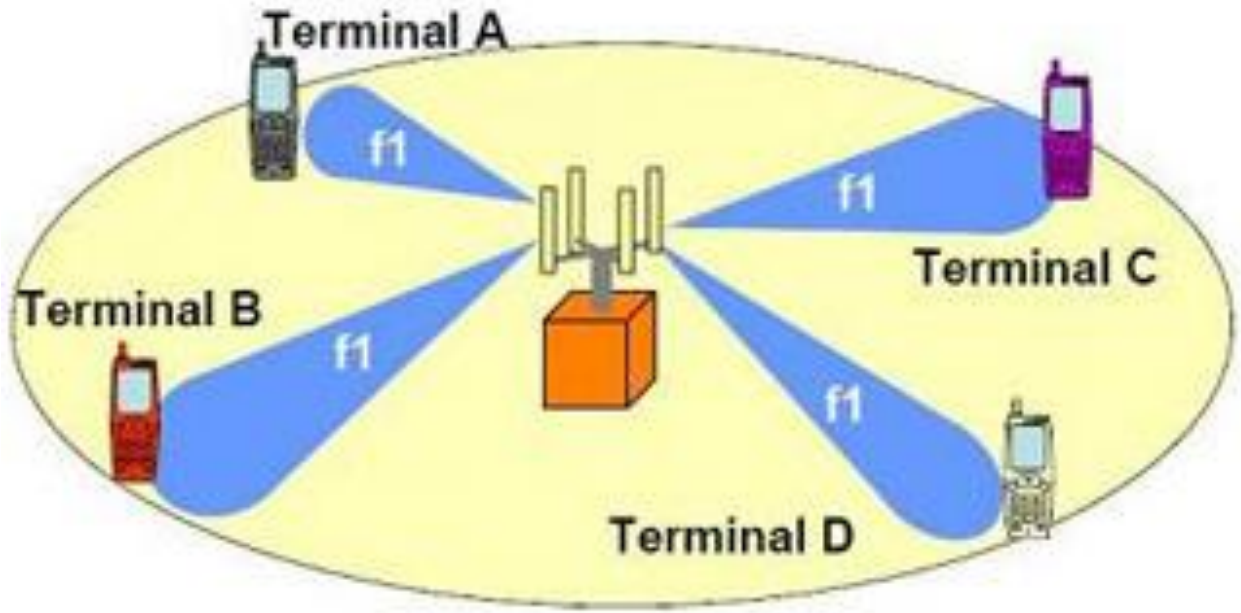
Em sistemas TDMA/FDD as estruturas de *frame* são similares às do TDMA/TDD, e são usadas tanto no *link* direto como no *link* reverso (FDD – ver slides 3 e 4). No entanto, as frequências da portadora são distintas para o *link* direto e para o *link* reverso.



SDMA – *Spatial Division Multiple Access*

SDMA é adotado em redes móveis com grande número de usuários, como em redes 5G e 6G (ver https://en.wikipedia.org/wiki/Space-division_multiple_access). Utilizando técnicas de *array processing* (ver https://www.fccdecastro.com.br/pdf/CE_Aula16a18_15122020.pdf), o SDMA efetua a filtragem espacial dos usuários através de *beamforming* (ver https://en.wikipedia.org/wiki/Beamforming), cujo efeito é modelar o diagrama de irradiação de um *array* de antenas, focalizando o feixe (*beam*) do *array* em cada usuário.

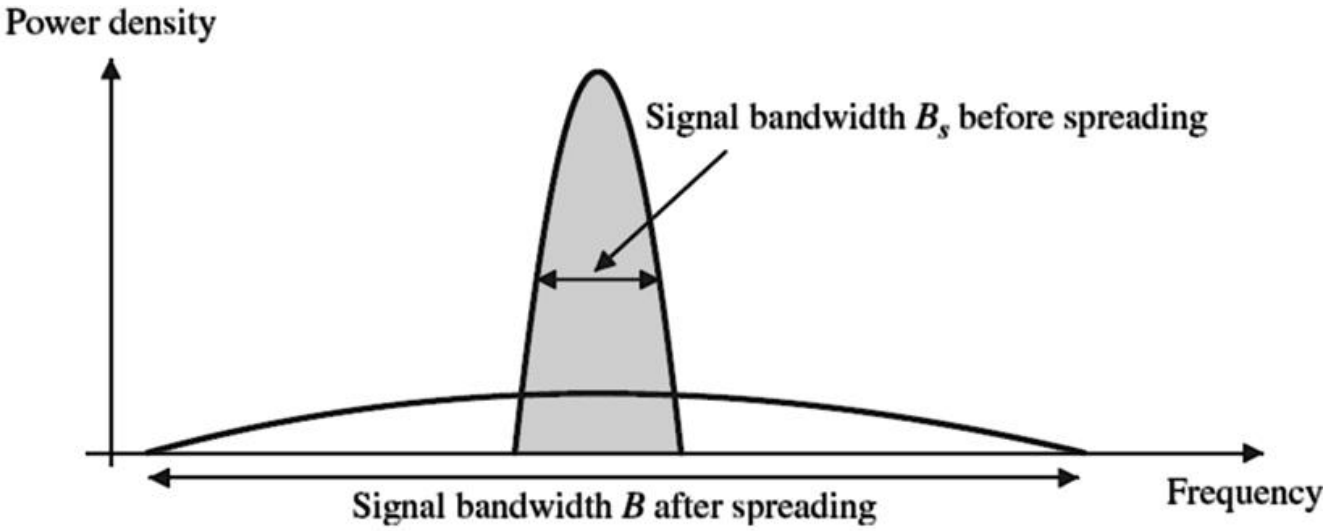
Em uma rede que adota SDMA, todos os usuários transmitem na mesma frequência f1 ao mesmo tempo, sendo separados no espaço pela focalização do diagrama de irradiação das antenas em cada usuário, conforme mostra a figura abaixo. Eventualmente, para usuários localizados em coordenadas próximas, o sistema atribui faixas de frequência diferentes a cada um, de forma a evitar a interferência de sinal.



Sistemas *Spread Spectrum* (SS)

O princípio fundamental de sistemas SS é transmitir informação através de um sinal que se propaga no canal de transmissão com uma largura de espectro B muito maior do que a largura Bs do espectro do sinal em banda base que contém a informação a ser transmitida, conforme mostra a figura abaixo. Se a largura do espectro do sinal transmitido for muito grande, o espectro do sinal se assemelha ao espectro do ruído branco, que, conforme discutimos no slide 18 no Cap I.2 , é descorrelacionado com qualquer função do domínio tempo exceto consigo mesmo. Sendo assim**, o sinal de um sistema SS é basicamente imune à interferência de sinal causada por instâncias dele mesmo que chegam atrasadas na antena do RX originadas por multipercurso no canal**.

O **ganho de processamento** (*processing gain*) é definido por $PG = B/Bs$. Quanto maior for PG, menor a densidade espectral de potência do sinal transmitido que se propaga no canal de transmissão e mais o sinal transmitido se assemelha a ruído branco. É usual valores de PG de algumas dezenas à várias centenas.

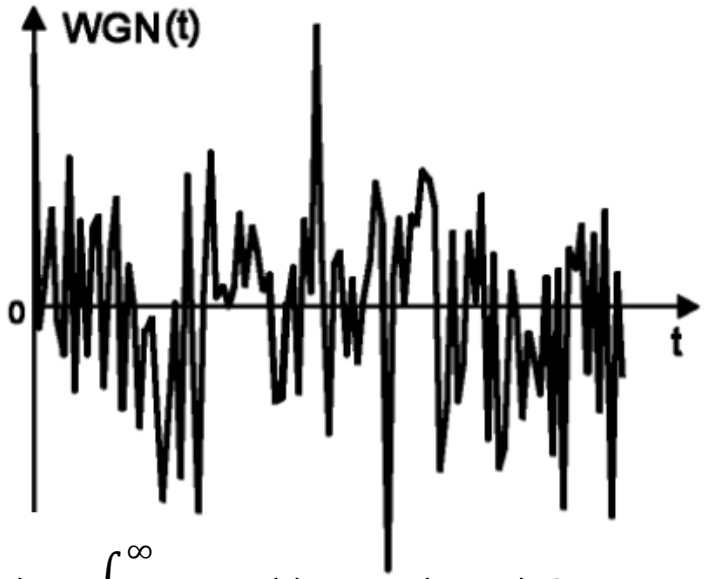


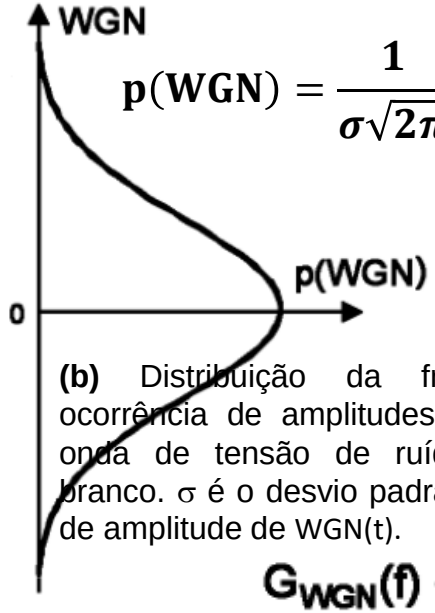
Power spectral density after direct sequence spreading

Sistemas *Spread Spectrum* (SS)

O sinal transmitido pelo TX de um sistema SS é descorrelacionado (i.e, a função de auto-correlação do sinal é um impulso), significando que o sinal SS é interferido somente por ele mesmo e por mais nenhum outro sinal. Em (a) abaixo é mostrado um exemplo de sinal descorrelacionado WGN(t), observado na tela de um osciloscópio digital. Em (b) é mostrado o histograma da frequência de ocorrência (probabilidade de ocorrência p(WGN)) dos valores de tensão do sinal WGN(t), notando que p(WGN) resulta gaussiana. Em (c) é mostrado a função de autocorrelação $Ra_{WGN}(\tau)$ do sinal WGN(t), e que resulta em um impulso $\delta(t)$. Se WGN(t) for o sinal de um sistema SS, a autocorrelação na forma de impulso $\delta(t)$ assegura que o sinal SS recebido no RX seja imune à interferência de sinal sobre instâncias dele mesmo que chegam atrasadas na antena do RX originadas por multipercurso no canal. Em (d) é mostrado a densidade espectral de potência $G_{WGN}(f)$ do sinal WGN(t), notando que ela resulta em um valor constante $N_o/2$ no domínio frequência f, indicando que WGN(t) é semelhante ao ruído branco (branco no sentido da cor da luz solar cujo espectro também apresenta densidade espectral constante indicando que a luz solar é formada por componentes espectrais de todas as frequências do espectro da luz visível) .

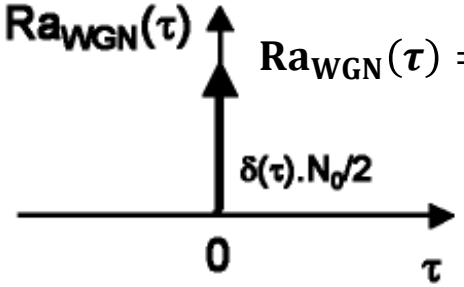
(a) Forma de onda de tensão de ruído Gaussiano branco gravada na memória de um osciloscópio digital e mostrada na sua tela,





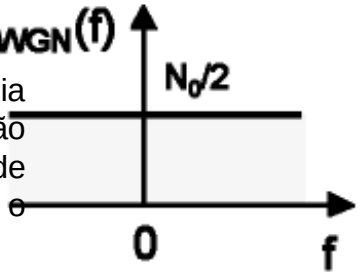
$$\mathbf{p(WGN)} = \frac{\mathbf{1}}{\boldsymbol{\sigma}\sqrt{\mathbf{2}\boldsymbol{\pi}}}\boldsymbol{e}^{-\frac{\mathbf{1}}{\mathbf{2}}\left(\frac{\mathbf{WGN}}{\boldsymbol{\sigma}}\right)^{\mathbf{2}}}$$

(b) Distribuição da frequência de ocorrência de amplitudes da forma de onda de tensão de ruído Gaussiano branco. σ é o desvio padrão dos valores de amplitude de WGN(t).



$$\mathbf{Ra_{WGN}}(\boldsymbol{\tau}) = \int_{-\infty}^{\infty} \mathbf{WGN(t)WGN(t+}\boldsymbol{\tau}\mathbf{)dt}$$

(c) Autocorrelação $\mathbf{Ra_{WGN}(\tau)}$ da forma de onda de tensão de ruído Gaussiano branco WGN(t).



(d) Densidade espectral de potência $\mathbf{G_{WGN}(f)}$ da forma de onda de tensão de ruído Gaussiano branco, obtida de $\mathbf{G_{WGN}(f)} = \mathcal{F}\{\mathbf{Ra_{WGN}(\tau)}\}$, onde $\mathcal{F}\{\cdot\}$, é o operador Transformada de Fourier.

Spread Spectrum Multiple Access (SSMA)

Tecnologias *spread spectrum* (SS) foram originalmente desenvolvidas para cenários de operação militares, cenários em que a maior complexidade do sistema SS em relação aos demais sistemas é plenamente justificável por duas particulares características de sistemas SS não contemplada nos demais sistemas:

(I) É relativamente difícil detectar a presença de um sinal *spread spectrum* devido ao fato de que a energia do sinal é espalhada no espectro ao longo de uma banda extremamente, fazendo com que o sinal detectado se confunda com o ruído térmico de fundo, de baixa potência, tornando o sinal SS difícil de ser detectado pela facção inimiga.

(II) É mais difícil à facção inimiga impedir que uma transmissão seja corretamente recebida através da transmissão de um forte sinal de interferência na mesma frequência (*jamming signal* - ver slides 108 a 129 de https://www.fccdecastro.com.br/pdf/CE_Aula2a14_19102020.pdf), porque a energia do sinal de *jamming* usado para tal fim precisa também ser espalhada através de uma larga banda, não podendo ser focalizada em uma banda relativamente estreita.

Além da imunidade ao *jamming* e além da relativa dificuldade de detecção do sinal SS pela facção inimiga no âmbito de um cenário de operação militar, no âmbito de cenários de operação civil, sistemas SS possibilitam uma robusta e eficiente capacidade de múltiplo acesso (MA) no que diz respeito à eficiência espectral, permitindo que muitos usuários colocalizados compartilhem a mesma banda em *spread spectrum* com mínima interferência entre si. Esta característica é de especial interesse na operação de sistemas *wireless*.

Há duas principais de técnicas de MA no âmbito de sistemas SS:

- *Frequency Hopping Multiple Access* (FHMA) e
- *Direct Sequence Multiple Access* (DSMA) - também chamada *Code Division Multiple Access* (CDMA).

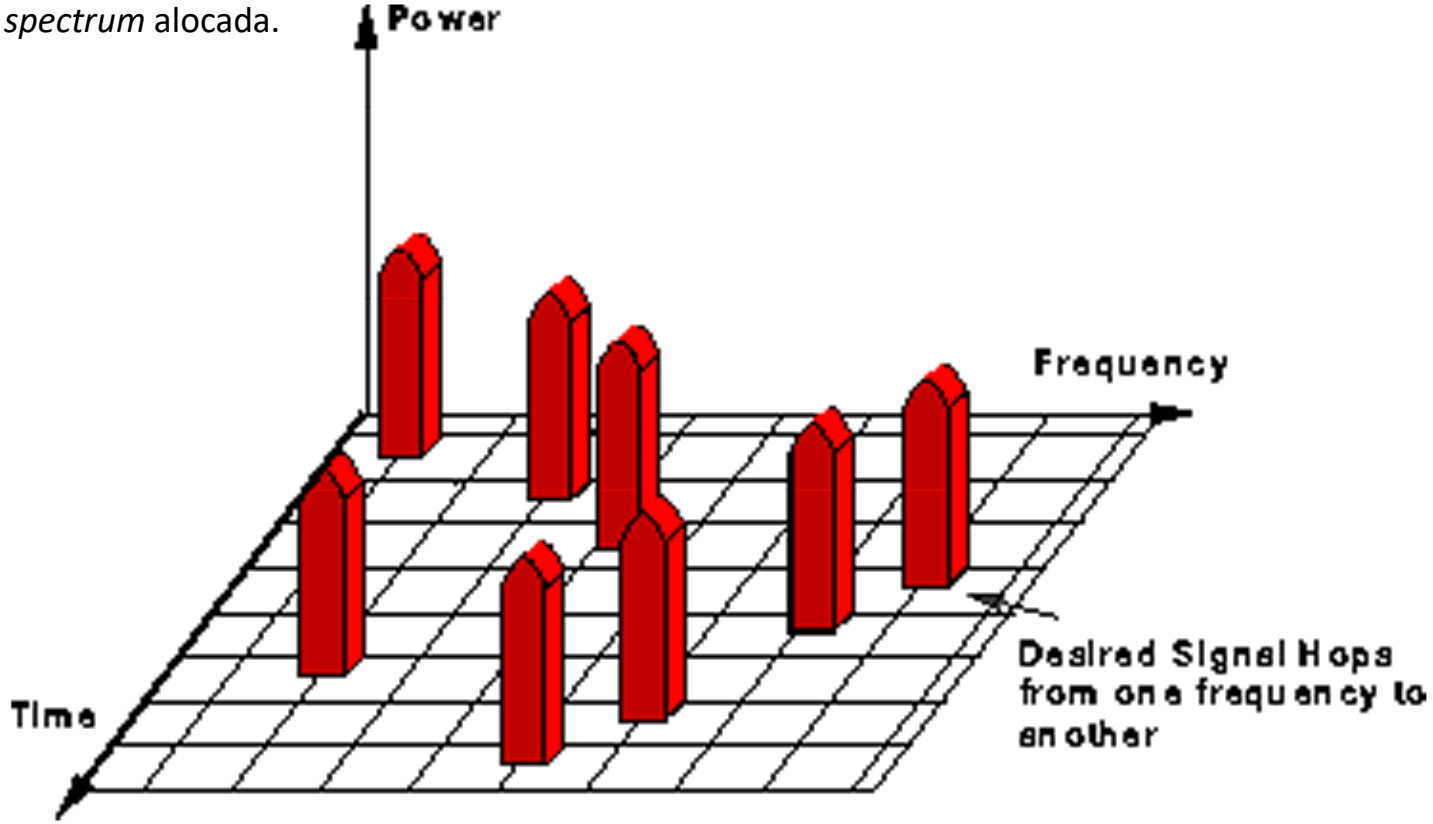
Frequency Hopping Multiple Access (FHMA)

A técnica de *Frequency Hopping* usa múltiplas frequências de forma pseudoaleatória, ao invés de permanecer dentro de uma única banda.

O FH (*frequency hopping* – salto em frequência), usa uma portadora de banda estreita que salta de frequência em frequência de acordo com uma sequência de saltos no domínio tempo-frequência conhecida tanto pelo TX como pelo RX e sincronizadas entre si, conforme mostra a figura abaixo.

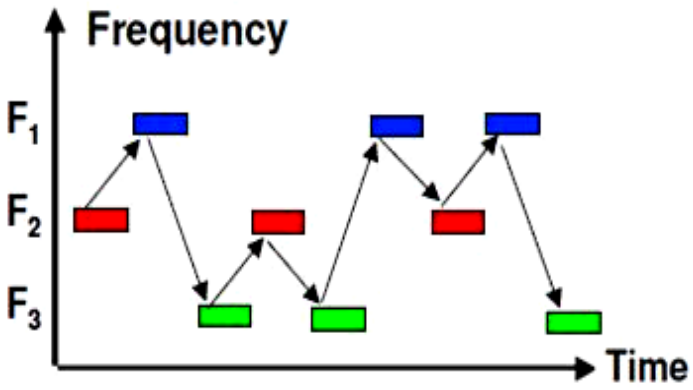
A informação digital de cada usuário é quebrada em blocos de tamanho uniforme e cada bloco (em vermelho na figura abaixo) é transmitido através de diferentes sub-canais, cada sub-canal com uma frequência central mudando ao longo do tempo, dentro da banda *spread spectrum* alocada.

A largura de banda instantânea de cada bloco transmitido pelo TX no respectivo sub-canal é muito menor do que a largura da banda *spread spectrum* alocada.



Frequency Hopping Multiple Access (FHMA)

No RX do sistema FH um código PN (PN – *pseudo noise* – ver **Nota 1** abaixo) gera para cada usuário uma sequência aleatória de múltiplos saltos no domínio tempo-frequência, sincronizada com a sequência dos múltiplos saltos no domínio tempo-frequência do TX, conforme mostrado na figura abaixo.



As setas na figura indicam para um particular usuário a sequência de saltos ao longo do tempo, de sub-canal em sub-canal (3 sub-canais são mostrados na figura – vermelho, verde e azul), cada sub-canal centrado na respectiva frequência (F1,F2 e F3).

Note que a tentativa de efetuar *jamming narrowband* em uma determinada frequência interfere apenas relativamente o sinal do usuário porque o *jammer* não consegue interferir simultaneamente em todo o conjunto de frequências. Mesmo efeito é observado com o *fading narrowband* – o *fading* não atenua simultaneamente todo o conjunto de frequências, e, deste modo, o desvanecimento de sinal é mínimizado.

Nota 1: Um código PN (PN – *pseudo noise*) gera uma sequência aleatória com espectro similar ao espectro do ruído branco. O espectro de uma sequência PN é semelhante ao de uma sequência aleatória de bits, mas é gerado de forma determinística. Ver https://en.wikipedia.org/wiki/Pseudorandom_noise . Veremos como gerar sequências PN adiante neste capítulo.

A qualquer instante no tempo, um sinal *frequency hopping* somente ocupa um único e relativamente estreito sub-canal, denominado *frequency slot* (retângulos vermelhos, verdes e azuis na figura acima).

A diferença básica entre um sistema FHMA e um sistema FDMA tradicional é que o sinal FH muda a frequência central de cada sub-canal aleatoriamente e em curtos intervalos de tempo.

Um sistema FH permite um considerável nível de segurança contra hackeamento, especialmente quando um grande número de sub-canais é usado. Neste caso, o RX de um hacker que tente interceptar o sinal de um determinado usuário sem conhecer a sequência pseudo-aleatória dos *frequency slots* (sub-canais) precisará efetuar um longo trabalho de tentativa e erro no sentido de ajustar a frequência, a duração dos *slots* e a sequência dos *hops* (saltos) do RX que está hackeando o sistema.

Code Division Multiple Access (CDMA)

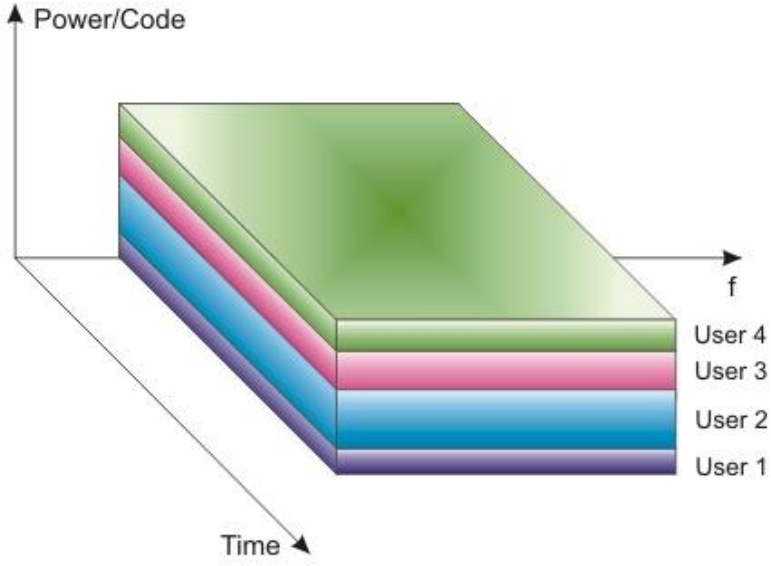
O CDMA civil foi originalmente desenvolvido pela empresa Qualcomm – USA (https://pt.wikipedia.org/wiki/Qualcomm), cujo um dos fundadores é Andrew Viterbi – que propôs o decodificador convolucional que tem o seu nome (decodificador de Viterbi) já estudado em Sistemas de Comunicação Digital I.

Este primeiro e clássico sistema CDMA civil foi denominado *Interim Standard* 95 (IS-95). O CDMA militar foi desenvolvido pelo DARPA (https://pt.wikipedia.org/wiki/Defense_Advanced_Research_Projects_Agency) para uso em comunicações em que os objetivos são (1) tornar difícil a "facção inimiga" detectar o sinal que transporta a informação transmitida através do canal de transmissão entre TX e RX e (2) tornar difícil a "facção inimiga" decodificar a informação do sinal detectado e que é transmitido através do canal entre TX e RX.

CDMA é uma tecnologia *spread spectrum* que consiste na transmissão de sinais por espalhamento espectral, em que os usuários utilizam a mesma faixa de frequência durante todo o intervalo de tempo de transmissão, conforme mostra a figura abaixo. Os sinais de todos os usuários são "espalhados" ao longo de um amplo espectro de frequências, sendo que os sinais dos usuários coexistem no mesmo local, na mesma faixa de frequência e ao mesmo tempo. **O que separa os sinais do conjunto de usuários é a sequência aleatória gerada pelo código PN** (*pseudo noise* – ver **Nota 1** no slide anterior) **que espalha o espectro do sinal em banda base de cada respectivo usuário, conforme veremos nos próximos slides.**

Neste contexto, dado que os usuários utilizam a mesma faixa de frequência durante todo o intervalo de tempo de transmissão e dado que a separação dos usuários é feita através de sequências aleatórias geradas por códigos PN, uma sequência PN para cada usuário, então não é possível diferenciar o sinal de um usuário por nenhum tipo de filtragem no domínio frequência (como no FDMA), ou diferenciar o sinal de um usuário por nenhum tipo de filtragem no domínio tempo (como no TDMA).

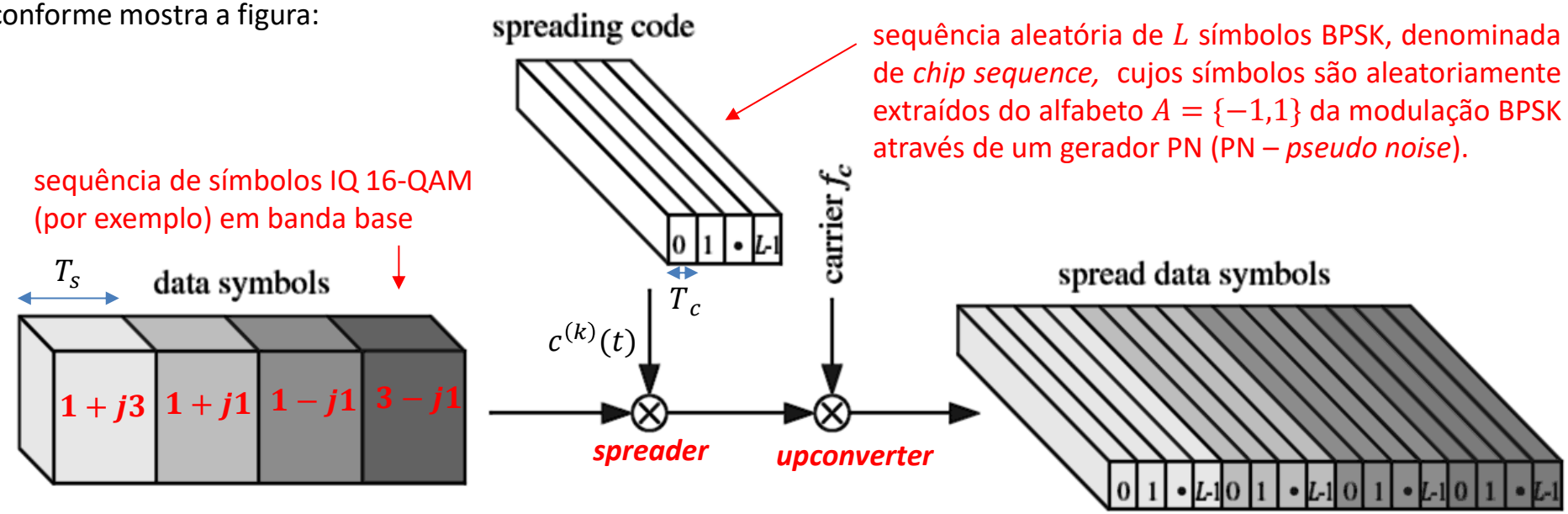
A técnica CDMA permite, portanto, que inúmeros usuários transmitam simultaneamente ao longo de uma ampla faixa de frequência de rádio. Como resultado, sistemas CDMA podem lidar com 10 a 20 vezes a capacidade de chamadas do que os sistemas celulares convencionais antecessores.



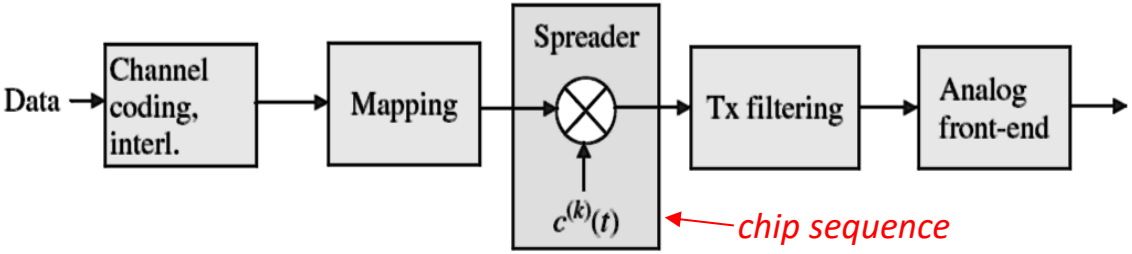
Code Division Multiple Access (CDMA).

Code Division Multiple Access (CDMA)

A tecnologia CDMA é uma tecnologia *spread spectrum* , e, como tal, apresenta um ganho de processamento PG (ver slide 12). O processo de "espalhar" o espectro Bs do sinal em banda base ao longo de um espectro $B = PG \cdot Bs$ de largura muito maior que Bs é denominado de ***spreading***. O bloco que executa a operação de ***spreading*** é denominado ***spreader***, conforme mostra a figura:



Para o *spreading* da sequência de símbolos IQ de duração T_s em banda-base do k-ésimo usuário é utilizada uma sequência de símbolos BPSK aleatórios, gerados por um código PN, denominada *chip sequence* e indicada por $c^{(k)}(t)$ nas figuras. A função de autocorrelação de $c^{(k)}(t)$ idealmente deve ser impulsiva (i.e., $c^{(k)}(t)$ deve ser descorrelacionado – ver slide 13) e com função de correlação cruzada entre $c^{(k)}(t)$ e $c^{(j)}(t)$, $k \neq j$ (i.e., usuários distintos), a mais descorrelacionada possível p/ evitar que o usuário k interfira no usuário j. Na figura acima a sequência $c^{(k)}(t)$ de L símbolos da modulação BPSK (cujo alfabeto é $A = \{-1,1\}$) é denominada ***chip sequence***.



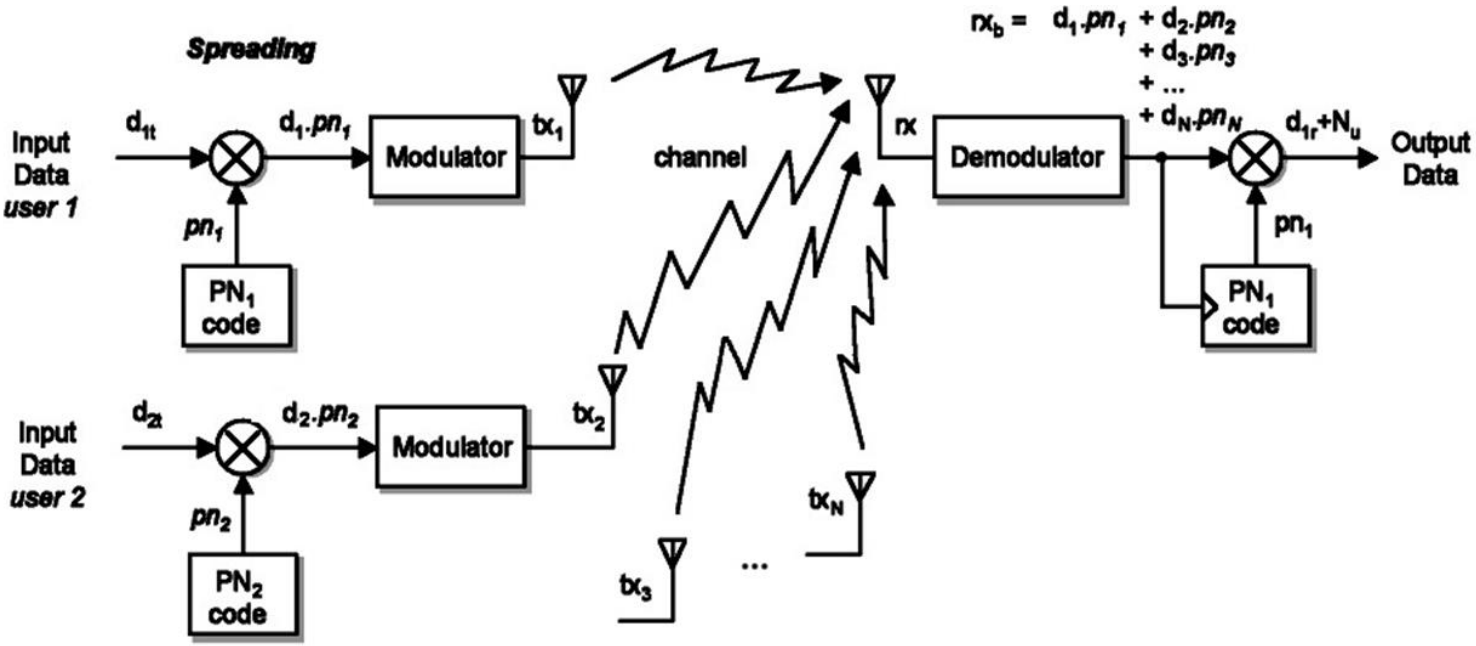
Cada símbolo BPSK em $c^{(k)}(t)$ é denominado de ***chip***, e cada chip tem uma duração $T_c = T_s/L$, conforme figura acima.

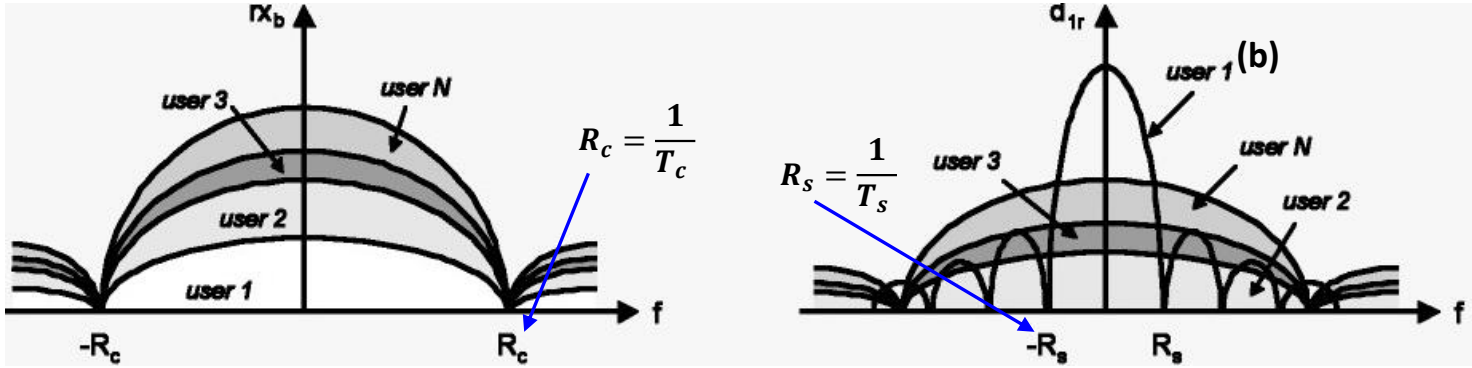
A figura ao lado localiza o *spreader* no encadeamento de blocos de um TX CDMA.

Note que $L = PG$.

Para recuperar o sinal d1 em banda-base do usuário 1 recebido no RX juntamente com o sinal dos demais usuários, como exemplificado em (a) abaixo, o mesmo código PN_1 com o qual o sinal em banda-base do usuário 1 foi espalhado no TX é aplicado a um correlator no RX (ver slides 63 a 71 https://www.fccdecastro.com.br/pdf/SCD1_CapIV.pdf) e é correlacionado com o conjunto de sinais recebidos de todos os usuários. Este correlator, denominado de *despreader*, efetua o *despreading* do sinal do usuário 1, trazendo seu espectro de volta para banda-base, conforme mostrado em (b).

Nota: $\mathrm{PN}_1 = c^{(1)}(t)$, onde $c^{(1)}(t)$ é a notação do *chip sequence* do usuário 1 no slide anterior.



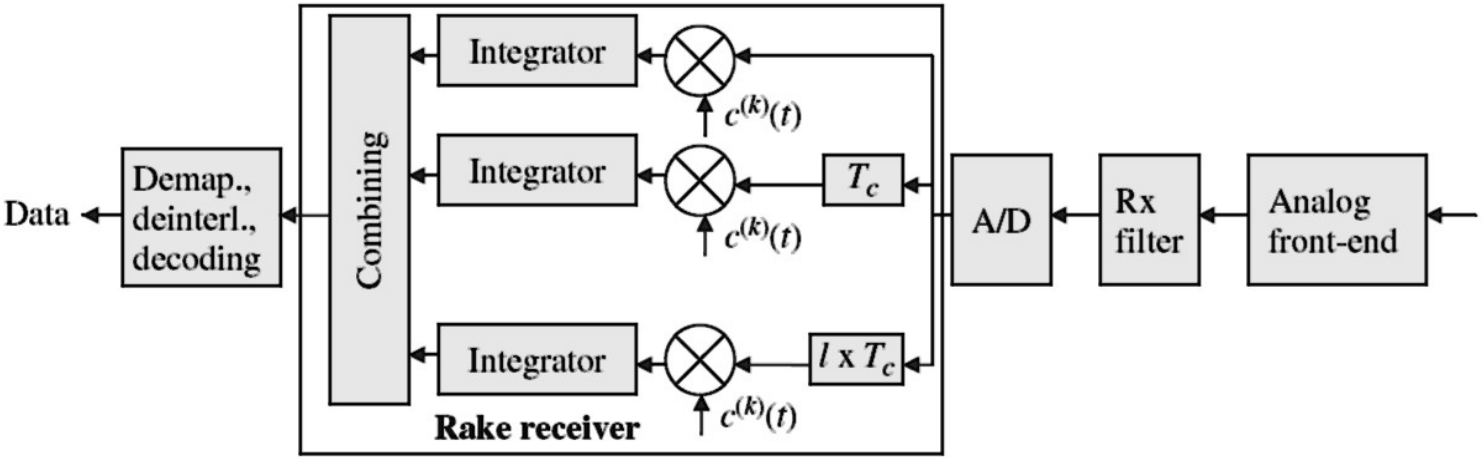


O RX mantém em uma *lookup table* do seu hardware uma cópia dos códigos de cada usuário, p/ efeito de poder efetuar o *despreading*.

Esta técnica de separação de usuários é conhecido como **DS-CDMA, DS significando *direct sequence*.**

Quanto mais longo for o código PN, mais semelhante a ruído branco o sinal se torna e mais imune a multipercurso o sistema se torna, no entanto mais crítica fica a sincronização de *clock* entre TX e RX (ver slides 37 a 42 do Cap I.3).

A figura abaixo mostra o diagrama de blocos simplificado de um RX DS-CDMA. O sinal recebido é primeiramente amplificado no *front-end* analógico e filtrado para contenção espectral de sinais fora da banda do canal. A seguir, o sinal é digitalizado no A/D cuja frequência de amostragem é $\frac{1}{T_c}$, sendo T_c a duração de um pulso BPSK do *chip sequence* $c^{(k)}(t)$ do k-ésimo usuário. A seguir, um ***rake receiver*** realinha no tempo as instâncias da sequência originalmente transmitida que incidem na antena do RX defasadas entre si no tempo em consequência do multipercurso no canal. Note que as instâncias da sequencia original $c^{(k)}(t)$ recebidas defasadas entre si devido ao multipercurso não geram ISI, visto que são descorrelacionadas entre si porque são sinais *spread spectrum*. O *rake receiver* realinha no tempo as instâncias recebidas unicamente para somar construtivamente entre si as referidas instâncias, e assim aumentar o nível do sinal recebido.

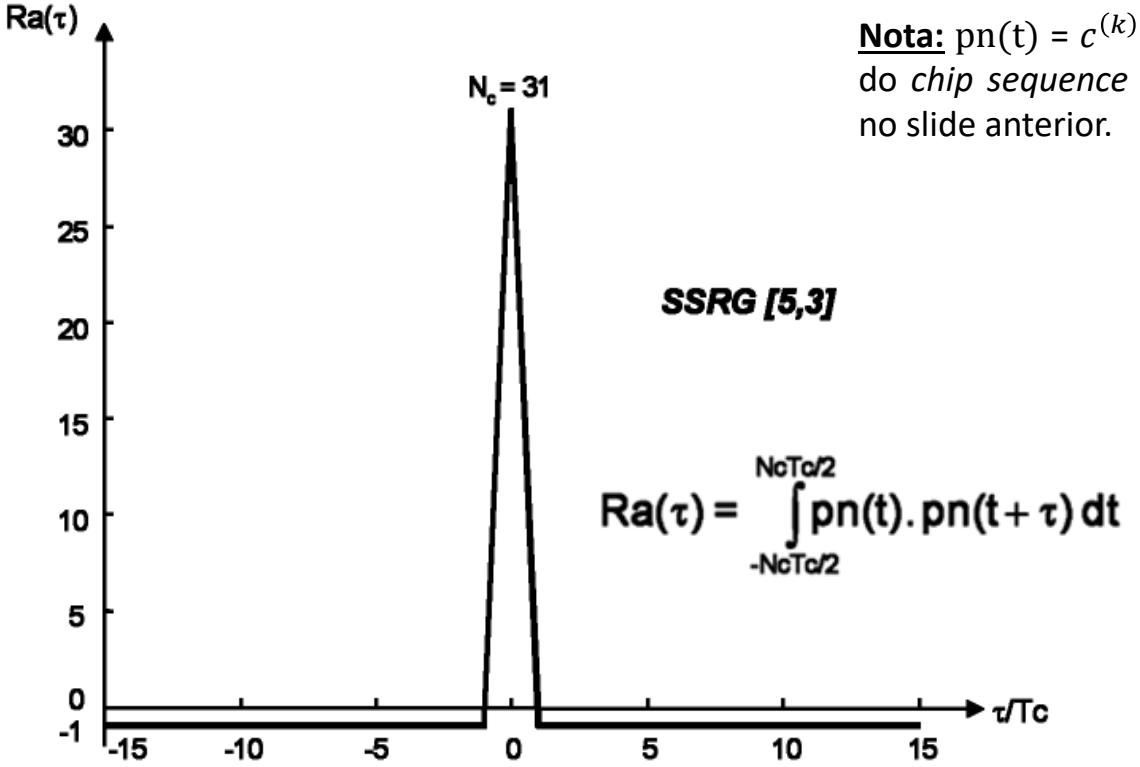


Cada braço do *rake receiver* (normalmente, são utilizados 3 ou 4 braços na prática) é um *despreader* , i.e., um correlator – multiplicador seguido de um integrador – ver slides 63 a 71 https://www.fccdecastro.com.br/pdf/SCD1_CapIV.pdf, que ajusta o atraso $\ell \times T_c$ variando adaptativamente o respectivo índice ℓ de modo aos sinais resultantes de todos os *despreaders* se somarem construtivamente no bloco "Combining", maximizando a potência do sinal recebido. Note que o *despreader* de cada braço do *rake receiver* especificamente efetua o seguinte processo: cada sinal recebido de cada percurso no canal é atrasado de $\ell \times T_c$ e correlacionado no correlator do *despreader* com a sequência PN $c^{(k)}(t)$ atribuída ao k-ésimo usuário. Após a correlação efetuada em cada *despreader* , as sequências são combinadas construtivamente e, finalmente, enviada ao *de-mapper* e aos códigos corretores de erro do decodificador de canal.

Geradores de sequências PN

Para cada k-ésimo usuário, o gerador de sequencia PN para o processo de *spreading* do sinal *spread-spectrum* deste k-ésimo usuário deve gerar uma sequência PN que possua as seguintes propriedades:

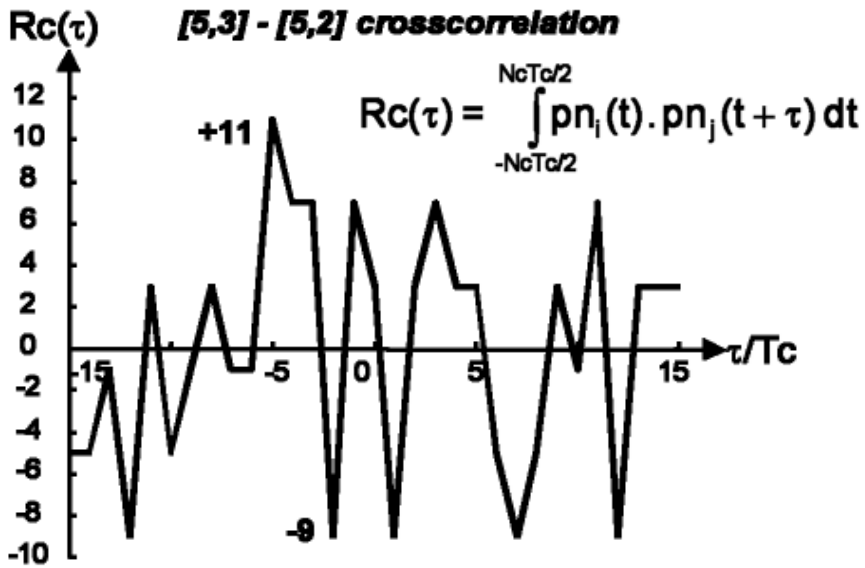
(I) A função de auto-correlação $Ra(\tau)$ da sequência PN $\mathrm{pn(t)}$ deve aproximar o formato impulsivo da função de correlação do ruído branco Gaussiano (ver slide 13) conforme mostra a figura abaixo.

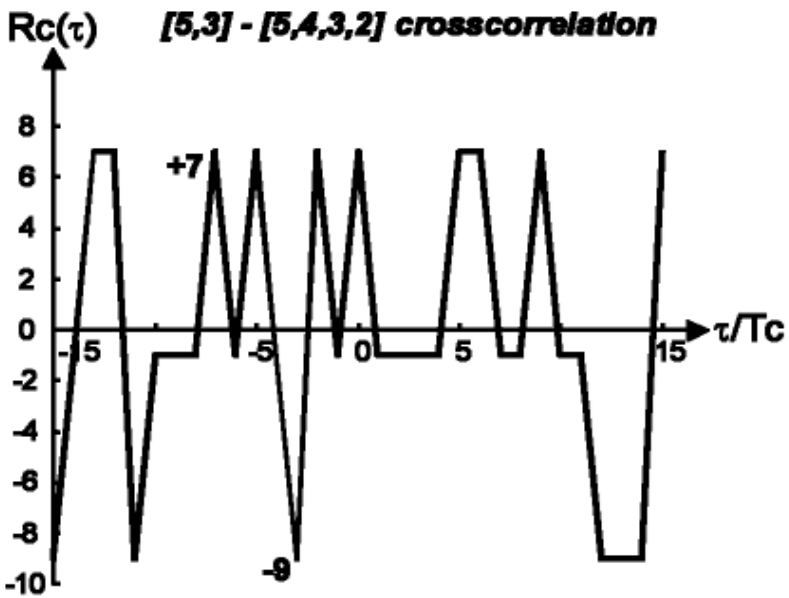


<u>Nota:</u> $\mathrm{pn(t)} = c^{(k)}(t)$, onde $c^{(k)}(t)$ é a notação do *chip sequence* do k-ésimo usuário referida no slide anterior.

A razão para a exigência de que função de auto-correlação $Ra(\tau)$ da sequência PN seja impulsiva, conforme mostra a figura, é que, sendo $Ra(\tau)$ impulsiva o sinal *spread-spectrum* que se propaga no canal de transmissão é descorrelacionado com qualquer sinal do domínio tempo exceto consigo mesmo. Sendo assim, o sistema se torna basicamente imune à interferência do sinal sobre instâncias dele mesmo que chegam atrasadas (ecos) na antena do RX originadas por multipercurso no canal.

(II) A função de correlação cruzada $Rc(\tau)$ entre duas sequências PN $\mathrm{pn_i}(t)$ e $\mathrm{pn_j}(t)$, com $\mathrm{i} \neq \mathrm{j}$ (i.e., usuários distintos), deve idealmente resultar uma curva de valor próximo a zero ao longo do domínio τ . A correlação cruzada é uma medida de similaridade no tempo entre duas sequências PN diferentes, cada uma das sequências sendo usadas respectivamente para o *spreading* do sinal de dois usuários distintos. Quando a correlação cruzada $Rc(\tau)$ é zero para todos os τ, os códigos são chamados **ortogonais**. No DS-CDMA, vários usuários ocupam a mesma largura de banda de RF e transmitem simultaneamente na mesma frequência e no mesmo local. Quando os códigos do usuário são ortogonais, não há interferência entre os usuários após o *despreading* no *rake receiver*, e a individualidade da comunicação de cada usuário é protegida. Na prática, os códigos não são perfeitamente ortogonais em consequência de a correlação cruzada entre códigos PN de cada usuário não ser zero, conforme mostra a figura abaixo, introduzindo degradação no desempenho do sistema. Devido à ortogonalidade imperfeita entre os códigos de cada usuário, o sinal de um usuário é visto pelos demais usuários como um ruído interferente agregado ao sinal de interesse na saída do *despreader* do RX. Como a potência do ruído é aditiva, este efeito, denominado **MAI (*multiple access interference*)**, acaba limitando o número máximo de usuários simultâneos. Quando um grande número de usuários, usando códigos diferentes, compartilha uma faixa de frequência comum (ambiente multiusuário), as sequências PN atribuídas ao código de cada usuário devem ser cuidadosamente escolhidas para evitar interferência entre os mesmos.



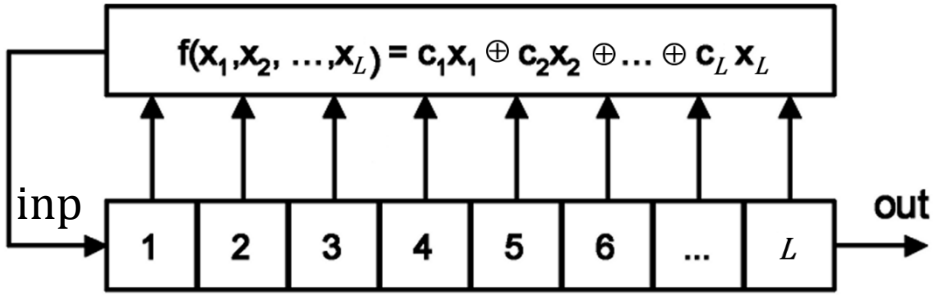


(III) Nivel DC do *chip sequence*: A sequência dos L pulsos BPSK aleatoriamente extraídos do alfabeto $A = \{-1,1\}$ e que constituem o *chip sequence* $c^{(k)}(t)$ (ver slide 18), deve apresentar uma componente DC residual cujo valor absoluto deve ser no máximo 1. Por exemplo, uma sequência com $L = 7$ que atende a este critério é a sequencia PN abaixo:

$$\mathrm{pn} = [\,+1\ +1\ +1\ -1\ +1\ -1\ -1\,] \rightarrow \Sigma = +1$$

Note no slide 18 que o *upconverter* é o bloco seguinte ao *spreader* no fluxo de sinal. Se o nível DC residual do *chip sequence* não for zero, ou no máximo de valor absoluto 1, o espectro na saída do *upconverter* conterá uma portadora de frequência f_c e de amplitude proporcional ao nível DC residual do *chip sequence.* Esta portadora não transporta informação (é modulada por um nível DC) e consome inutilmente potência do HPA (*High Power Amplifier*) de RF (*Radio Frequency*) no *front-end* analógico na saída do TX. Esta é a razão da limitação do nível DC máximo do *chip sequence*.

Uma sequência PN implementa um sinal aleatório com espectro similar ao espectro do ruído branco, mas é gerado de forma determinística. Um gerador PN que atende as propriedades (I), (II) e (III) é o gerador baseado em um arranjo particular de *shift-registers* (registradores de deslocamento - ver http://www.fccdecastro.com.br/pdf/ED_C8.pdf), e é denominado de SSRG (*simple shift register generator*), conforme mostra a figura abaixo.



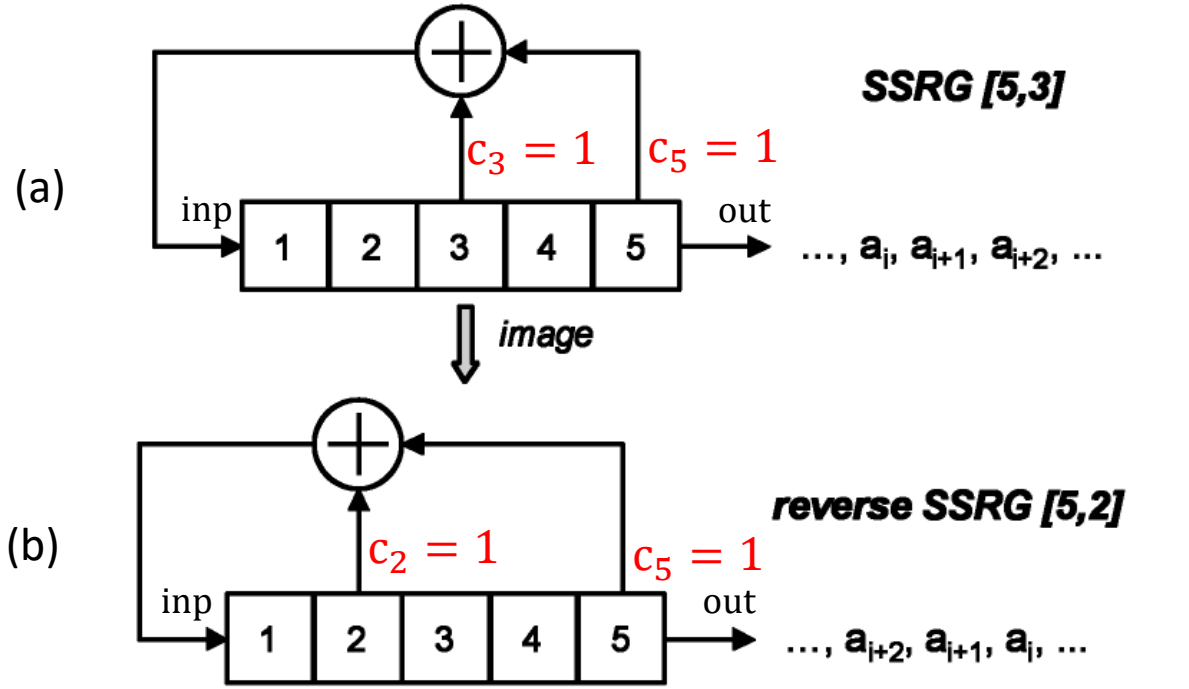
A sequência de bits na saída **out** é convertida na sequencia de símbolos BPSK do *chip sequence* (e vice-versa) através da relação:

$$\mathrm{BPSK}_i = \begin{cases} 1 & ,\mathrm{out}_i = 1 \\ -1 & ,\mathrm{out}_i = 0 \end{cases}$$

Um SSRG é uma fila FIFO de L *flip-flops* tipo D em que a saída Q de cada *n*-ésimo *flip-flop,* $n = 1,2,\cdots,L$, é atribuída à variável $\mathrm{x_n}$ respectiva. O conjunto de varáveis $\mathrm{x_n}$ é realimentado à entrada inp da FIFO através da lógica combinacional $\mathrm{inp} = \mathrm{c_1x_1} \oplus \mathrm{c_2x_2} \oplus \cdots \mathrm{c_Lx_L}$, onde $\oplus$ representa a operação XOR (exclusive – OR) e onde o valor lógico de $\mathrm{c_n}$ determina se a variável $\mathrm{x_n}$ é realimentada ou não à entrada inp ($\mathrm{c_n} = 0 \rightarrow$ desabilita realimentação de $\mathrm{x_n}$, $\mathrm{c_n} = 1 \rightarrow$ habilita realimentação de $\mathrm{x_n}$). O SSRG na figura acima é linear porque a função $\mathrm{f(x_1, x_2 \cdots, x_L)} = \mathrm{c_1x_1} \oplus \mathrm{c_2x_2} \oplus \cdots \mathrm{c_Lx_L}$ que controla a realimentação é expressa como uma soma módulo-2 (XOR).

Geradores de sequências PN – *m-sequence*

A realimentação através da da função $\mathrm{f}(\mathrm{x}_1, \mathrm{x}_2 \cdots, \mathrm{x}_L) = \mathrm{c}_1\mathrm{x}_1 \oplus \mathrm{c}_2\mathrm{x}_2 \oplus \cdots \mathrm{c}_L\mathrm{x}_L$ faz com que um SSRG com L flip-flops produza uma sequência aleatória de bits em sua saída **out** com período N_c. A periodicidade N_c expressa o número de bits gerados na sequência resultante na saída **out** até a sequência começar a repetir a si mesma. O período N_c depende de L, depende da definição da função $\mathrm{f}(\mathrm{x}_1, \mathrm{x}_2 \cdots, \mathrm{x}_L) = \mathrm{c}_1\mathrm{x}_1 \oplus \mathrm{c}_2\mathrm{x}_2 \oplus \cdots \mathrm{c}_L\mathrm{x}_L$ e depende da inicialização (0 ou 1) de cada um dos L flip-flops do SSRG. **Quando o período N_c é o máximo que um SSRG pode gerar, i.e., quando $N_c = 2^L - 1$, a sequência PN é denominada *maximum length sequence* ou simplesmente *m-sequence*.** Uma *m-sequence* gerada a partir de um SSRG possui um número par de coeficientes $\mathrm{c_n} = 1$ em $\mathrm{f}(\mathrm{x}_1, \mathrm{x}_2 \cdots, \mathrm{x}_L) = \mathrm{c}_1\mathrm{x}_1 \oplus \mathrm{c}_2\mathrm{x}_2 \oplus \cdots \mathrm{c}_L\mathrm{x}_L$, e os valores de n para os quais $\mathrm{c_n} = 1$ são dados na tabela no próximo slide. Esta tabela é obtida testando experimentalmente em um computador todas as possíveis combinações $\mathrm{c_n} = 1$ e $\mathrm{c_n} = 0$ em $\mathrm{f}(\mathrm{x}_1, \mathrm{x}_2 \cdots, \mathrm{x}_L) = \mathrm{c}_1\mathrm{x}_1 \oplus \mathrm{c}_2\mathrm{x}_2 \oplus \cdots \mathrm{c}_L\mathrm{x}_L$, sendo salvas aquelas combinações de $\mathrm{c_n}$ que resultam no atendimento da condição $N_c = 2^L - 1$. Note que $\mathrm{c_L} = 1$ em todos os casos da tabela, i.e., a saída do último flip-flop sempre é realimentada à entrada inp da SSRG.



[5,2] = -1 -1 -1 -1 1 -1 1 -1 1 1 1 -1 1 1 -1 -1 -1 1 1 1 1 1 -1 -1 1 1 -1 1 -1 -1 1

[5,3] = -1 -1 -1 -1 1 -1 -1 1 -1 1 1 -1 -1 1 1 1 1 1 -1 -1 -1 1 1 -1 1 1 1 -1 1 -1 1

A figura (a) mostra um exemplo de SSRG com $L = 5$ obtido da tabela no próximo slide.

Se um SSRG de L estágios (L *flip-flops*) tiver realimentação nos estágios L, k e m e gerar na saída **out** a sequência $\cdots, a_i, a_{i+1}, a_{i+2}, \cdots$ um SSRG com realimentação nos estágios L, $L-k$ e $L-m$ gerará a sequência reversa $\cdots, a_{i+2}, a_{i+1}, a_i, \cdots$, conforme mostrado em (b).

A utilidade da sequência reversa é substituir o correlator no *despreader* do RX por um *matched-filter* (ver slides 63 a 71 https://www.fccdecastro.com.br/pdf/SCD1_CapIV.pdf) cujos coeficientes são dados pelos bits da sequência reversa.

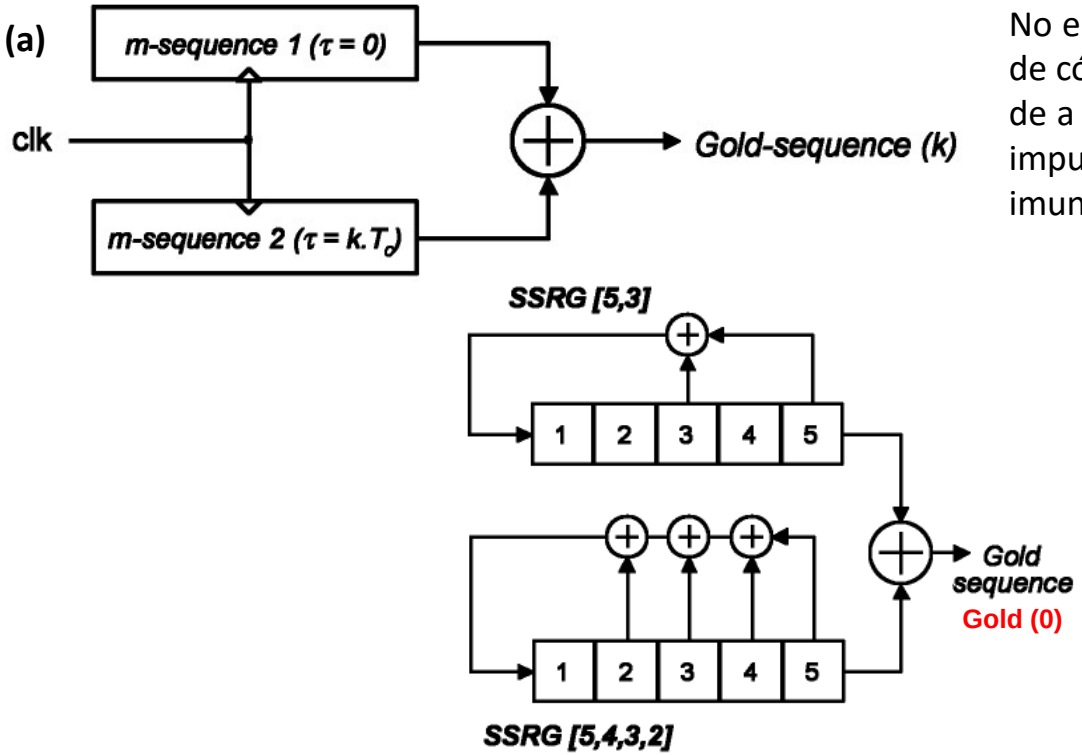
In the following table the feedback connections (even number) are tabulated for m-sequences generated with a linear SSRG (without image set). (ver descrição no slide anterior)

L	$N_c=2^L-1$	Feedback Taps for m-sequences	# m-sequences
2	3	[2,1]	2
3	7	[3,1]	2
4	15	[4,1]	2
5	31	[5,3] [5,4,3,2] [5,4,2,1]	6
6	63	[6,1] [6,5,2,1] [6,5,3,2]	6
7	127	[7,1] [7,3] [7,3,2,1] [7,4,3,2] [7,6,4,2] [7,6,3,1] [7,6,5,2] [7,6,5,4,2,1] [7,5,4,3,2,1]	18
8	255	[8,4,3,2] [8,6,5,3] [8,6,5,2] [8,5,3,1] [8,6,5,1] [8,7,6,1] [8,7,6,5,2,1] [8,6,4,3,2,1]	16
9	511	[9,4] [9,6,4,3] [9,8,5,4] [9,8,4,1] [9,5,3,2] [9,8,6,5] [9,8,7,2] [9,6,5,4,2,1] [9,7,6,4,3,1] [9,8,7,6,5,3]	48
10	1023	[10,3] [10,8,3,2] [10,4,3,1] [10,8,5,1] [10,8,5,4] [10,9,4,1] [10,8,4,3] [10,5,3,2] [10,5,2,1] [10,9,4,2] [10,6,5,3,2,1] [10,9,8,6,3,2] [10,9,7,6,4,1] [10,7,6,4,2,1] [10,9,8,7,6,5,4,3] [10,8,7,6,5,4,3,1]	60
11	2047	[11,2] [11,8,5,2] [11,7,3,2] [11,5,3,2] [11,10,3,2] [11,6,5,1] [11,5,3,1] [11,9,4,1,] [11,8,6,2,] [11,9,8,3] [11,10,9,8,3,1]	176

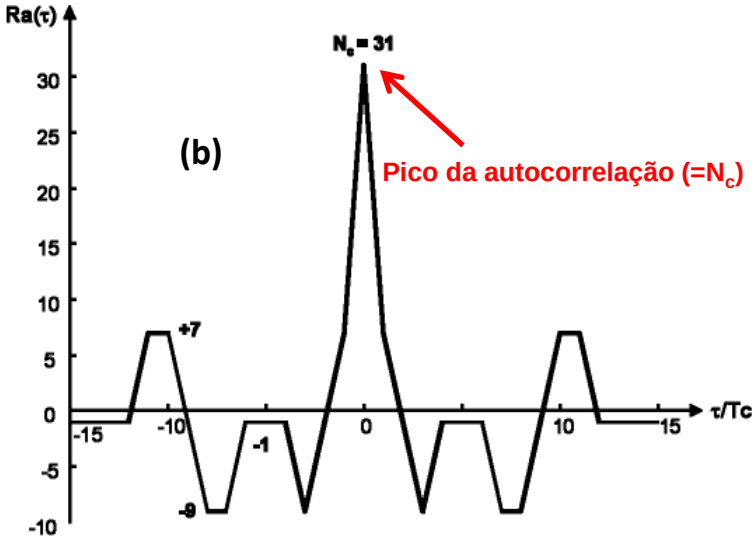
For every set [L, k, …, p] feedback taps listed in the table, there exists an image set (reverse set) of feedback taps [L, L-k, …, L-p] that generates an identical sequence reversed in time.

Geradores de sequências PN – *Gold-sequence*

As propriedades de autocorrelação e correlação cruzada das *m-sequence* não podem ser melhoradas, e isto é uma limitação séria porque, para efeito de lucratividade da operadora do sistema CDMA, o ambiente multiusuário demanda um conjunto de muitos códigos PN com o mesmo comprimento, com autocorrelação impulsiva para minimizar os efeitos do multipercurso e com mínima correlação cruzada para minimizar o MAI (ver slide 22). Quanto maior for o número de códigos PN disponíveis, mais usuários podem transmitir simultaneamente, maximizando a lucratividade. No sentido de aumentar o número de códigos, Robert Gold propôs em 1967 que as *m-sequences* sejam combinadas entre si, formando as denominadas *Gold-sequences*. *Gold-sequences* são úteis porque um grande número de códigos (com o mesmo comprimento e com correlação cruzada controlada) pode ser gerado a partir de um par de *m-sequences.* Especificamente, sequências Gold são obtidas pela operação XOR bit-a-bit entre os respectivos bits de duas *m-sequences* geradas por dois SSRGs de mesmo comprimento L. A sequência 1 é mantida em seu estado original e a sequência 2 é deslocada no tempo de k amostras. Para cada k uma nova sequência Gold(k) é gerada conforme exemplo mostrado em (a).



No entanto, o aumento de usuários propiciado pelo uso de códigos Gold (= sequências Gold) tem o efeito nocivo de a função de autocorrelação não resultar exatamente impulsiva, conforme mostra (b), comprometendo a imunidade do sistema ao multipercurso.



Geradores de sequências PN – *Gold-sequence*

Um código Gold gerado por 2 SSRGs de comprimento L, conforme mostrado no slide anterior, pode gerar $2L-1$ sequências de comprimento $2L-1$ bits mais as duas *m-sequences* de base, resultando em um total de $2L+1$ sequências ($2L+1$ usuários, portanto). Para possibilitar gerar um grande número de códigos, os códigos Gold são experimentalmente determinados em um computador de modo que, para um conjunto de códigos disponíveis através de um determinado gerador, a autocorrelação e a correlação cruzada entre os códigos sejam uniformes e limitadas. Quando é adotado um conjunto particular de *m-sequences*, denominadas *preferred m-sequences*, os códigos Gold resultantes têm uma correlação cruzada de três valores (*3-value crosscorrelation)*, conforme tabelas (a) e (b) abaixo e conforme gráficos no próximo slide. Esse subconjunto importante de códigos Gold são denominados *preferred pair Gold codes*, conforme mostra a tabela em (b) abaixo.

(a)

L	N_c	normalized 3-value crosscorrelation	Frequency of occurence
Odd	$2^L - 1$	$-1/N_c$ $-(2^{(L+1)/2}+1)/N_c$ $(2^{(L+1)/2}-1)/N_c$	~ 0.50 ~ 0.25 ~ 0.25
Even (not k.4)	$2^L - 1$	$-1/N_c$ $-(2^{(L+2)/2}+1)/N_c$ $(2^{(L+2)/2}-1)/N_c$	~ 0.75 ~ 0.125 ~ 0.125

bound= 100* Peak / N_c

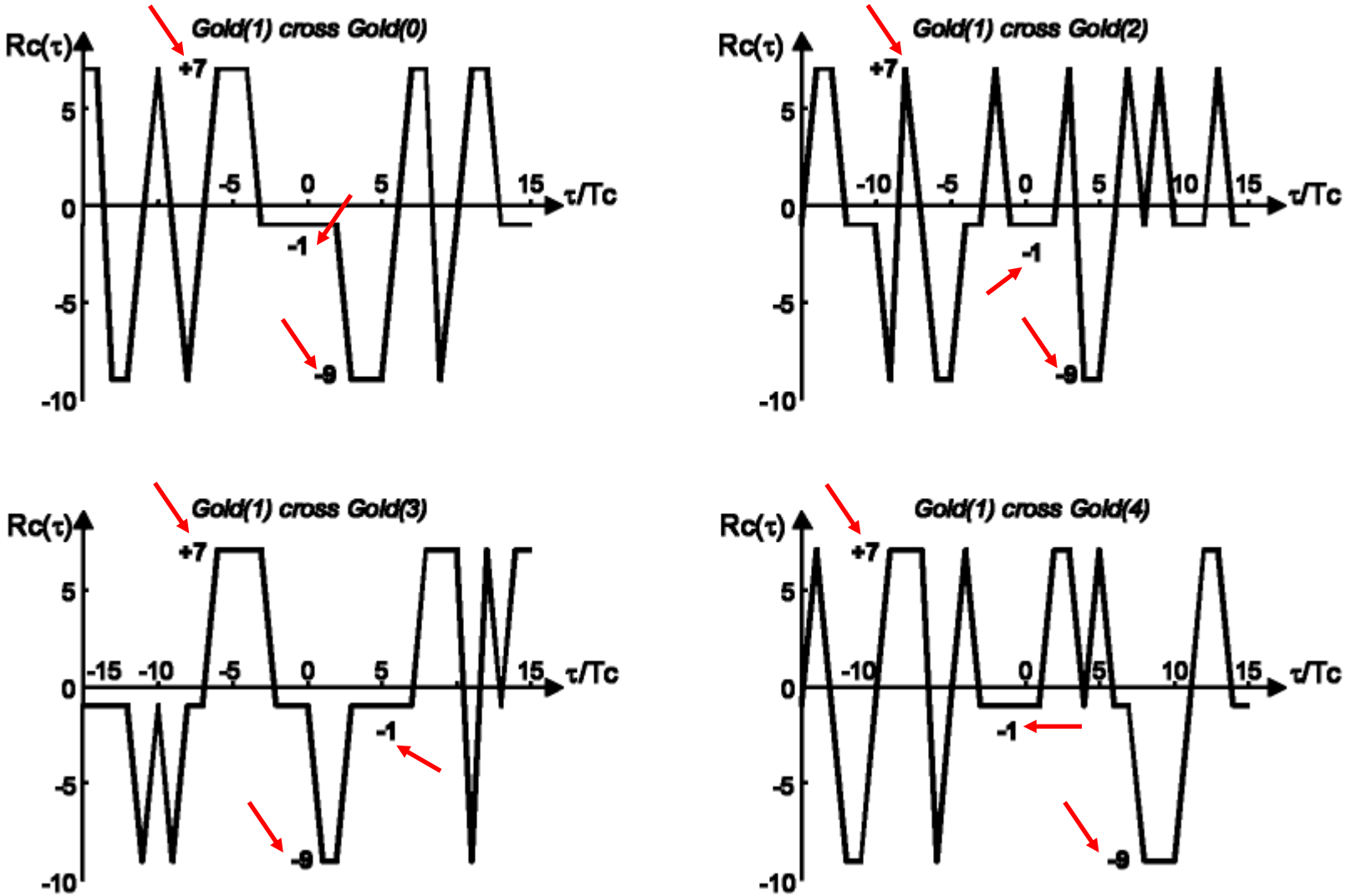
Para cada N_c na tabela em (b), Peak na equação acima é o máximo valor absoluto entre os 3 valores na coluna "3-value crosscorrelations", contemplando o sinal.

(b)

L	$N_c=2^L-1$	preferred pairs of m-sequences	3-value crosscorrelations			bound
5	31	[5,3] [5,4,3,2]	7	-1	-9	-29%
6	63	[6,1] [6,5,2,1]	15	-1	-17	-27%
7	127	[7,3] [7,3,2,1] [7,3,2,1] [7,5,4,3,2,1]	15	-1	-17	-13%
8*	255	[8,7,6,5,2,1] [8,7,6,1]	31	-1	-17	+12%
9	511	[9,4] [9,6,4,3] [9,6,4,3] [9,8,4,1]	31	-1	-33	-6%
10	1023	[10,9,8,7,6,5,4,3] [10,9,7,6,4,1] [10,8,7,6,5,4,3,1] [10,9,7,6,4,1] [10,8,5,1] [10,7,6,4,2,1]	63	-1	-65	-6%
11	2047	[11,2] [11,8,5,2] [11,8,5,2] [11,10,3,2]	63	-1	-65	-3%

Idealmente bound deve resultar no menor valor possível para discriminar ao máximo o pico da correlação cruzada em relação ao pico da autocorrelação (pico da autocorrelação = N_c)

Os códigos Gold na tabela (b) do slide anterior têm uma correlação cruzada de três valores (indicados pelas setas vermelhas nos gráficos abaixo). Os gráficos abaixo exemplificam funções de correlação cruzada entre códigos Gold p/ $L = 5$ especificado na tabela (b) do slide anterior.



Geradores de sequências PN – *Gold-sequence*

Nem toda Gold-*sequence* atende o balanceamento entre valores $+1$ e -1 no *chip sequence*, conforme requer a propriedade "(III) Nivel DC do *chip sequence*" no slide 23, como, por exemplo:

[5,4,3,2] = -1 -1 -1 -1 1 -1 1 1 -1 1 -1 1 -1 -1 -1 1 1 1 -1 1 1 1 1 1 -1 -1 1 -1 -1 1 1

[5,3] (0) = -1 -1 -1 -1 1 -1 -1 1 -1 1 1 -1 -1 1 1 1 1 1 -1 -1 -1 1 1 -1 1 1 1 -1 1 -1 1

Gold(0) = -1 -1 -1 -1 -1 -1 1 -1 -1 -1 1 1 -1 1 1 -1 -1 -1 -1 1 1 -1 -1 1 1 1 -1 -1 1 1 -1

Σ Gold(0) = -7 = not balanced

[5,4,3,2] = -1 -1 -1 -1 1 -1 1 1 -1 1 -1 1 -1 -1 -1 1 1 1 -1 1 1 1 1 1 -1 -1 1 -1 -1 1 1

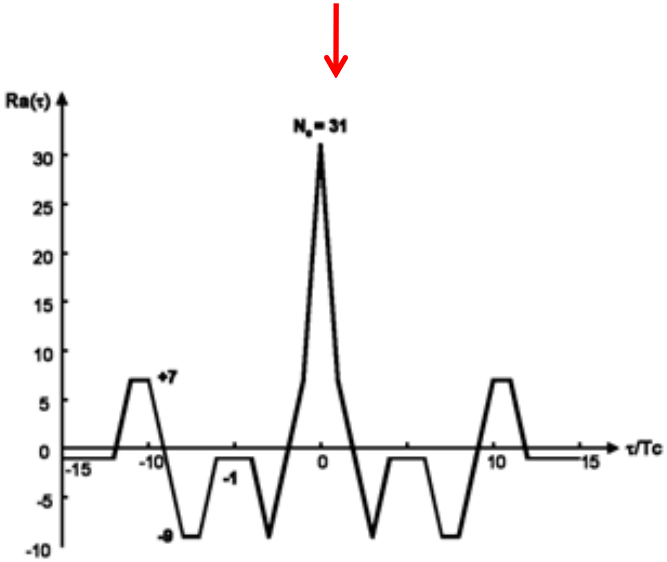
[5,3] (1) = 1 -1 -1 -1 -1 1 -1 -1 1 -1 1 1 -1 -1 1 1 1 1 1 -1 -1 -1 1 1 -1 1 1 1 -1 1 -1

Gold(1) = 1 -1 -1 -1 1 1 1 1 1 1 1 -1 -1 -1 1 -1 -1 -1 1 1 1 1 -1 -1 -1 1 -1 1 -1 -1 1

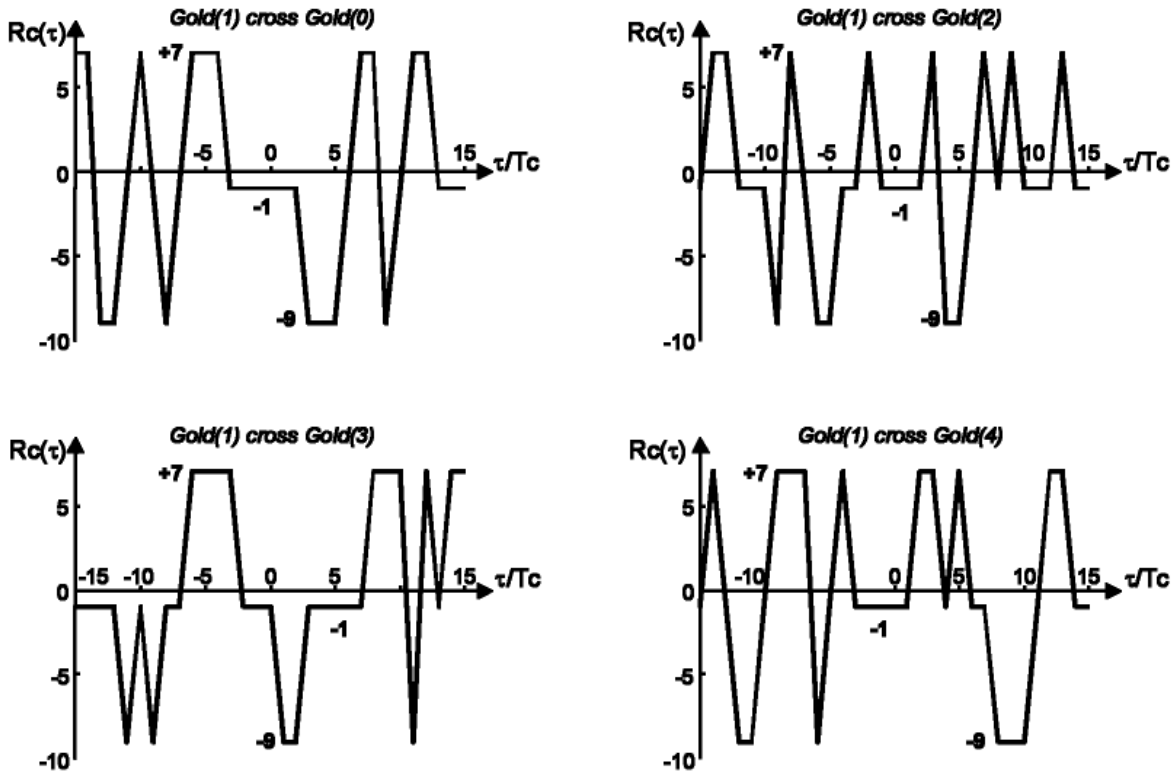
Σ Gold(1) = 1 = balanced

Geradores de sequências PN - relação entre o pico da auto correlação e o pico da correlação cruzada

Pico da autocorrelação



Correlação Cruzada



Idealmente a diferença entre o valor do pico da autocorrelação e o valor do pico da correlação cruzada deve resultar no maior valor possível, de modo a discriminar ao máximo o pico da correlação cruzada em relação ao pico da autocorrelação (=N_c), e, portanto, facilitando a identificação de cada usuário.

Geradores de sequências PN - *Orthogonal Variable Spreading Factor Code* (= Hadamard-Walsh Code)

As sequências Hadamard-Walsh são sequências PN geradas no âmbito de um conjunto de $\mathrm{N} = 2^n$ sequências com comprimento $\mathrm{N} = 2^n$ onde $n = 1,2,\cdots$. O algoritmo de geração é simples:

$$\mathrm{H_N} = \begin{bmatrix} \mathrm{H_{N/2}} & \mathrm{H_{N/2}} \\ \mathrm{H_{N/2}} & -\mathrm{H_{N/2}} \end{bmatrix} \qquad \text{with} \qquad \mathrm{H_0} = [1]$$

Cada linha (ou coluna) da matriz $\mathrm{H_N}$ de dimensão $\mathrm{N} \times \mathrm{N}$ corresponde à sequência de símbolos BPSK para o *chip sequence* a ser usada no *spreading* do sinal do respectivo usuário:

$$\mathrm{H_2} = \begin{bmatrix} 1 & 1 \\ 1 & \boxed{-1} \end{bmatrix} \quad \mathrm{H_4} = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & -1 & 1 & -1 \\ 1 & 1 & -1 & -1 \\ 1 & -1 & -1 & 1 \end{bmatrix} \quad \mathrm{H_8} = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & -1 & 1 & -1 & 1 & -1 & 1 & -1 \\ 1 & 1 & -1 & -1 & 1 & 1 & -1 & -1 \\ 1 & -1 & -1 & 1 & 1 & -1 & -1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 & 1 & -1 & -1 & -1 & -1 \\ 1 & -1 & 1 & -1 & -1 & 1 & -1 & 1 \\ 1 & 1 & -1 & -1 & -1 & -1 & 1 & 1 \\ 1 & -1 & -1 & 1 & -1 & 1 & 1 & -1 \end{bmatrix}$$

A sequência de bits é convertida na sequência de símbolos BPSK do *chip sequence* (e vice-versa) através da relação :

$$\mathbf{BPSK}_i = \begin{cases} \mathbf{1} & , \mathbf{bit}_i = \mathbf{1} \\ -\mathbf{1} & , \mathbf{bit}_i = \mathbf{0} \end{cases}$$

Dado o número de bits N a ser usado no *spreading* do sinal em banda base de cada usuário, a primeira linha (linha 0) da matriz consiste inteiramente de valores binários '1' e cada uma das outras linhas contém $N/2$ valores binários '0' e $N/2$ valores binários '1'. A linha $N/2$ começa com $N/2$ valores binários '1' e termina com $N/2$ valores binários '0'. Lembrando que um valor binário '0' equivale a um símbolo BPSK de valor -1.

A distância de Hamming (número de elementos diferentes) entre qualquer par de linhas da matriz $\mathrm{H_N}$ é exatamente $N/2$, e esta é a distância mínima do código de Hadamard. De fato, o código Hadamard-Walsh pode ser usado como um código de bloco para efeito de correção de erro no codificador de canal, dado que cada linha (ou coluna) da matriz $\mathrm{H_N}$ define uma palavra código.

Geradores de sequências PN - *Orthogonal Variable Spreading Factor Code* (= Hadamard-Walsh Code)

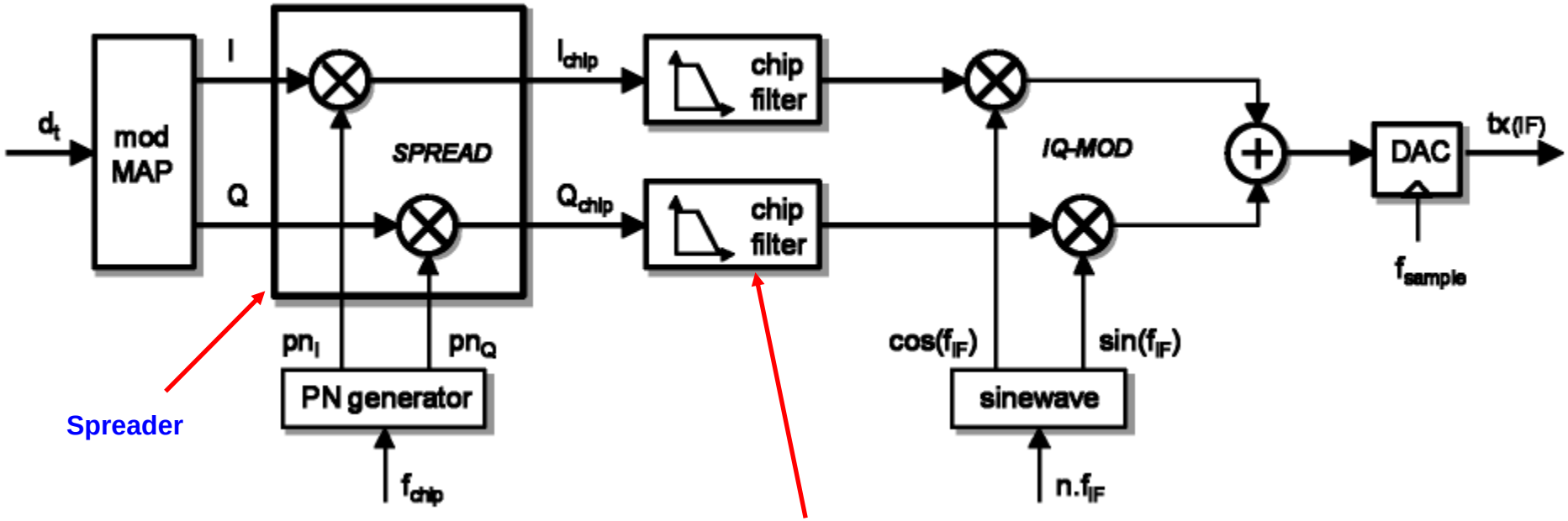
O conjunto de colunas da matriz $\mathrm{H_N}$ define um conjunto de N respectivos vetores $\underline{h}_i = [h_0 \quad h_1 \quad \cdots \quad h_{\mathrm{N}-1}]^T$ de N componentes h_k, com $k = 0,1 \cdots \mathrm{N}-1$ cujo produto escalar $\underline{h}_i{}^T \underline{h}_j$ entre cada par vetores $\underline{h}_i$ e $\underline{h}_j$, com $i \neq j$, $i = 0,1 \cdots \mathrm{N}-1$ e $j = 0,1 \cdots \mathrm{N}-1$ resulta zero, caracterizando que os N vetores são mutuamente ortogonais e portanto descorrelacionam os sinais dos usuários cujo *spreading* é efetuado por cada um dos códigos PN representados pelos respectivos vetores. Isto é explicitado através de:

$$\underline{h}_i{}^T \underline{h}_j = 0$$

Dado que o conjunto colunas da matriz $\mathrm{H_N}$ define um conjunto de N vetores $\underline{h}_i = [h_0 \quad h_1 \quad \cdots \quad h_{\mathrm{N}-1}]^T$ mutuamente ortogonais, a consequência é que a correlação cruzada entre dois códigos Hadamard-Walsh da mesma matriz $\mathrm{H_N}$ é zero, desde que o sincronismo de símbolo entre TX e RX seja eficaz a nível dos símbolos BPSK do *chip sequence*. O sincronismo de símbolo (=sincronismo de clock – ver slides 37 a 42 do Cap I.3) é crucial em um sistema CDMA síncrono, porque garante que não haja interferência entre os sinais de usuários distintos transmitidos pela mesma estação. Somente quando sincronizados, os códigos de Hadamard-Walsh têm boas propriedades ortogonais.

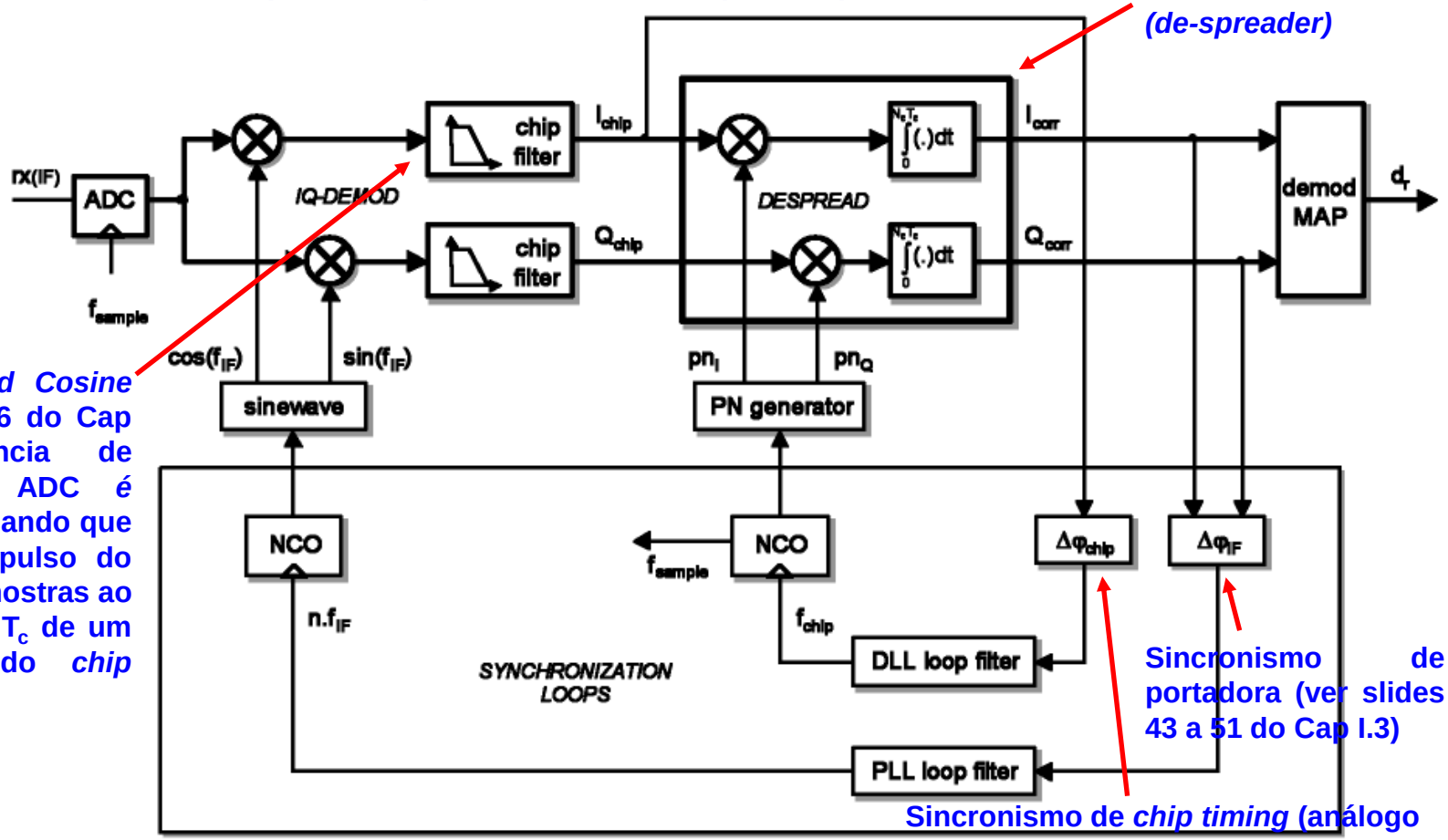
Como os códigos Hadamard-Walsh são periódicos, esta periodicidade resulta em menor eficiência no *spreading* e eventuais problemas com a sincronização, que se baseia na autocorrelação.

Arquitetura típica de um TX DS-*Spread Spectrum*



Filtro *Root Raised Cosine* (ver slides 20 a 36 do Cap I.2). A frequência de amostragem do DAC *é* $f_{sample} = k/T_c$, implicando que a resposta ao impulso do *chip filter* tem k amostras ao longo da duração T_c de um símbolo BPSK do *chip sequence.*

Arquitetura típica de um RX DS-*Spread Spectrum*



Filtro *Root Raised Cosine* (ver slides 20 a 36 do Cap I.2). A frequência de amostragem do ADC *é* $f_{sample} = k/T_c$, implicando que a resposta ao impulso do *chip filter* tem k amostras ao longo da duração T_c de um símbolo BPSK do *chip sequence.*

Sincronismo de portadora (ver slides 43 a 51 do Cap I.3)

Sincronismo de *chip timing* (análogo ao sincronismo de símbolo – ver slides 37 a 42 do Cap I.3)

The basic building blocks of a DS-SS (digital) receiver are:

- coherent IQ vector-demodulator with waveform synthesizer (Direct Digital Synthesis) at the IF-carrier frequency (f_{IF}) and chip matched filters (usually Square Root Raised Cosine)
- despreading (correlation of the received symbols with the locally generated PN-sequence(s) pn_I and pn_Q)
- decorrelated 'IQ to data' demodulator mapping
- synchronization loops for the IF-carrier (f_{IF}, phase error $\Delta\varphi_{IF}$ measured after despreading to reduce the influence of noise) and chip frequency (f_{chip})

Interferência de múltiplo acesso (MAI – *multiple access inteference*)

O *despreader* no RX recebe um sinal composto pela soma de todos os sinais dos usuários, que se sobrepõem no tempo e em frequência no canal de transmissão, conforme mostrado no slide 19.

Como os códigos utilizados no *spreading/despreading* do sinal em banda-base dos respectivos usuários nunca são perfeitamente ortogonais, sempre acaba resultando em alguma interferência entre usuários. Esta interferência é denominada de interferência de acesso múltiplo (MAI - *multiple access interference*). O MAI é um fator que limita a capacidade e o desempenho dos sistemas DS-CDMA.

Em um sistema DS-CDMA convencional, o sinal de um usuário específico é detectado simplesmente correlacionando no *despreader* o sinal *spreaded* recebido do canal com a forma de onda do código PN desse usuário, de modo que um RX convencional não contempla qualquer processamento que limite a MAI.

Mas para sistemas com um grande número de usuários torna-se necessário uma estratégia de detecção conjunta (*joint multiuser detection*) em que o RX efetua um cancelamento sucessivo que decodifica o usuário A tratando o usuário B como ruído. Especificamente, o RX refaz o *spreading* do sinal recebido e *despreaded* do usuário de B e subtrai o sinal re-*spreaded* de B do sinal *spreaded* recebido do canal para o usuário A. Isto é feito sucessivamente para cada usuário B interferente (ver https://en.wikipedia.org/wiki/Multiuser_detection).

Near-far problem **(problema usuário próximo – usuário distante):** Cada usuário é uma fonte de ruído interferente para os demais usuários em razão da ortogonalidade imperfeita entre os códigos PN, que faz o sinal entre dois usuários não serem perfeitamente descorrelacionados entre si. Se um usuário está próximo da antena RX da estação radio-base (ERB), o sinal deste usuário é recebido na antena do RX com maior potência do que os sinais dos demais usuários que estão mais distantes. Se nada for feito, este usuário próximo vai gerar maior nível de interferência para os demais usuários. É crucial então que o RX da ERB receba o sinal de todos os usuários com mesmo nível de potência. Para este fim, através do canal de controle do sistema, a ERB controla a potência do TX de todos os usuários de modo a uniformizar a potência dos sinais recebidos do conjunto de N_u usuários. Neste contexto, dado que os sinais dos N_u usuários são aproximadamente descorrelacionados entre si, e dado que os N_u sinais são recebidos com a mesma potência $\mathrm{P_{rx}}$ na antena RX, a SNR (*Signal to Noise Ratio*) resultante para o sinal de um particular usuário é:

$$\mathrm{SNR} = \frac{\mathrm{P_{rx}}}{\mathrm{P_{rx}}(N_u - 1)} = \frac{1}{(N_u - 1)}$$

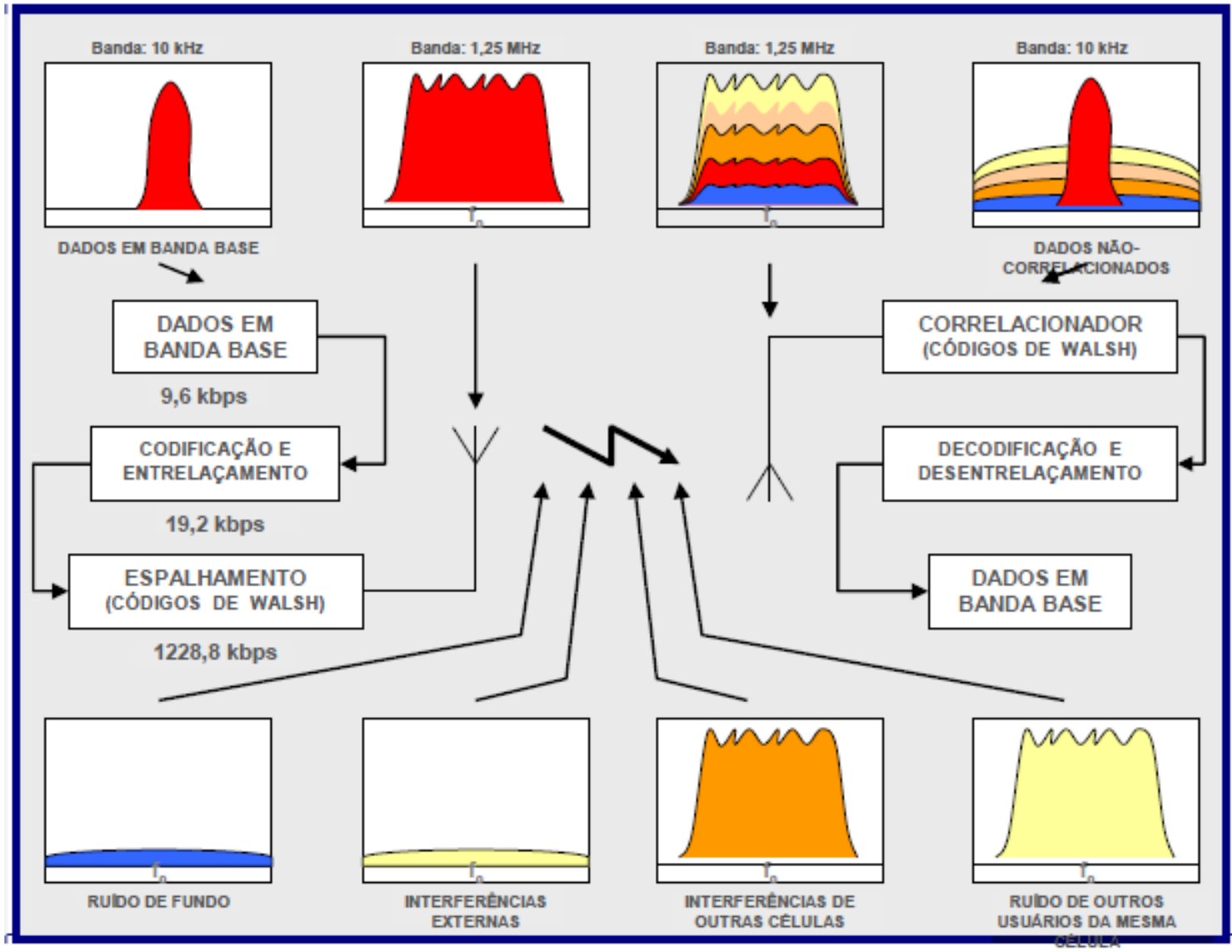
Note, portanto, que a SNR em um sistema DS-CDMA é reduzida à medida que o número de usuários aumenta, o que compromete a inteligibilidade do sinal de cada usuário quando o número de usuários é muito grande.

Diagrama de fluxo de sinal simplificado p/ o sistema CDMA *Interim Standard* 95 (IS-95)

No padrão CDMA IS-95, os códigos são compostos por 64 palavras-código, cada uma com 64 bits.

Devido à natureza da tecnologia *spread spectrum*, sistemas CDMA como o IS-95 empregam o formato de reuso: Uma ERB CDMA pode usar mais de uma portadora *spread spectrum* ao mesmo tempo, cada uma delas com frequências centrais distintas e ocupando uma banda de 1.25 MHz.

Além de serem diferenciadas em frequência, cada uma das portadoras possui um conjunto diferente de códigos. Quando são utilizados Códigos Walsh, há um máximo de 64 possíveis códigos Walsh pseudo-aleatórios por portadora de 1.25 MHz.



Universal Mobile Telecommunications System

Table 1-14 Radio link parameters of UMTS

Parameter	WCDMA/UMTS
Bandwidth	5 MHz
Duplex scheme	FDD and TDD
Spreading code short/long	Tree-structured orthogonal variable spreading factor (VSF)/PN codes
Modulation	Coherent QPSK (downlink and uplink)
Channel coding	Voice: convolutional $R = 1/3$, memory 9 Data: concatenated Reed Solomon (RS) + convolutional High rate high quality services: convolutional Turbo codes
Diversity	Rake + antenna
Power control	Fast power control based on SIR measurement

Sistema UMTS/WCDMA – Diagrama simplificado da ERB:

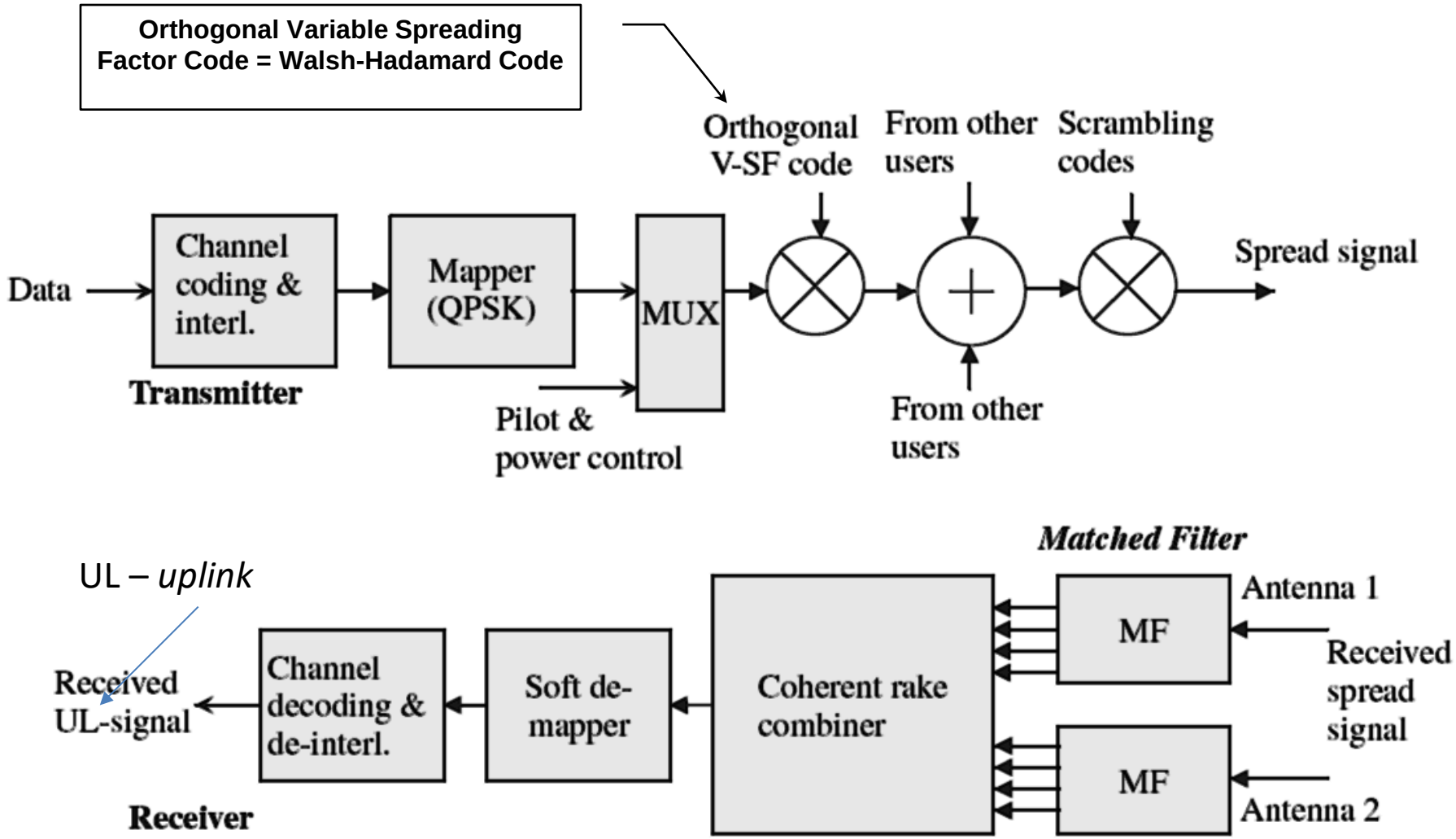


Figure 1-15 Simplified block diagram of a WCDMA/UMTS base station transceiver

Sistema UMTS/WCDMA – Diagrama simplificado do terminal de usuário:

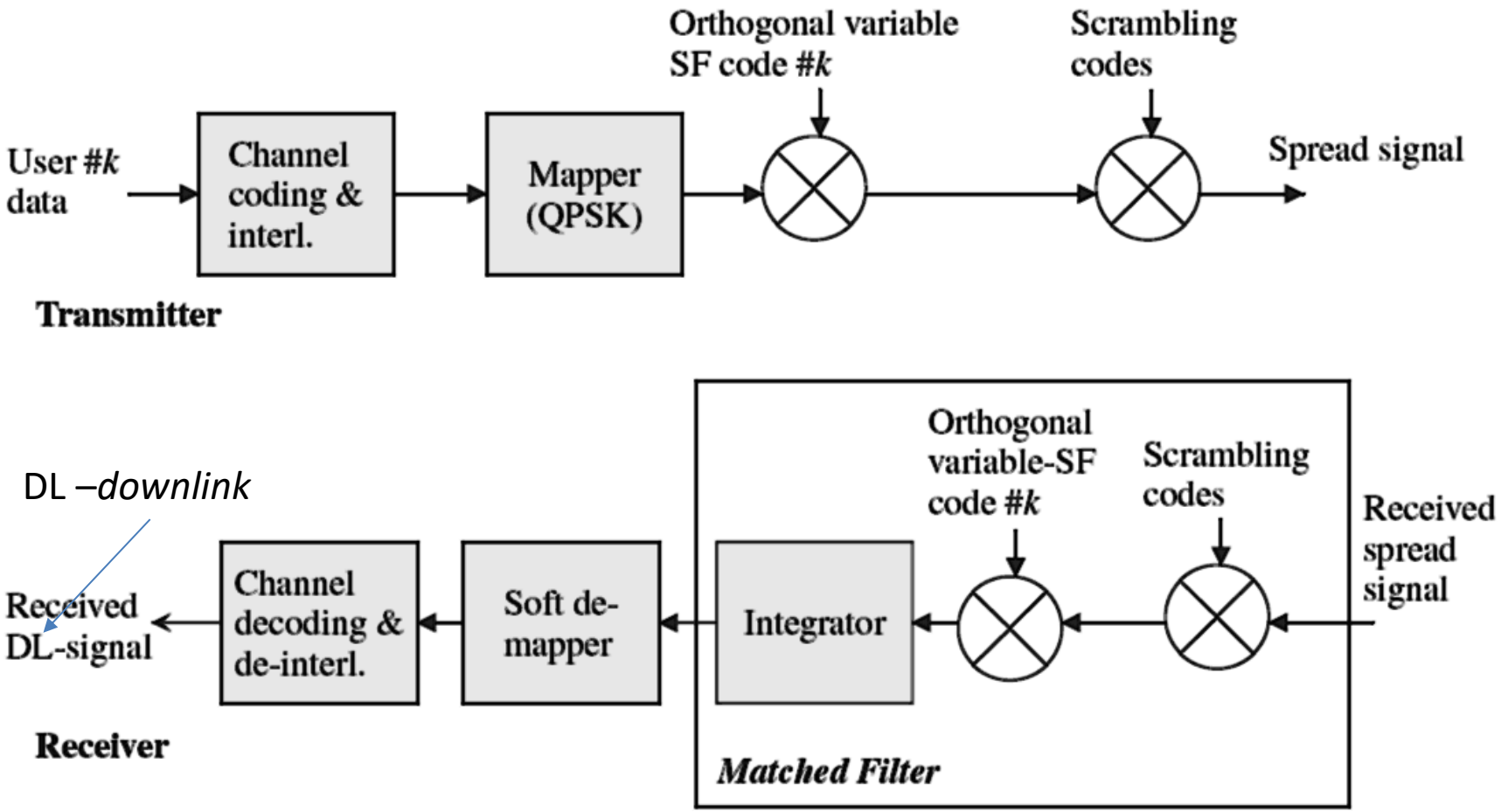


Figure 1-16 Simplified block diagram of a WCDMA/UMTS terminal station transceiver

• **Interferência de múltiplo acesso (MAI)**: À medida que o número de usuários simultaneamente ativos aumenta, o desempenho do sistema DS-CDMA diminui rapidamente, dado que a capacidade de um sistema DS-CDMA com ganho de processamento moderado é limitada pela MAI. Ganho de processamento moderado significa largura de banda limitada no sinal *spreaded*, e, portanto, o sinal *spreaded* distancia-se do ruído branco, não garantindo ortogonalidade absoluta, o que resulta em MAI.

• **Complexidade:** Para explorar toda a diversidade de sinal gerada pelo multipercurso no canal de transmissão, é necessário adotar um *matched filter* no RX, que é usualmente aproximado por um *rake receiver* (ver slide 20) com um número suficiente de braços, onde o número necessário de braços é $D = \tau max/Tc + 1$, sendo τmax o *delay spread* do canal e Tc a duração de cada *chip* . Além disso, o receptor deve equalizar a resposta ao impulso do canal para os símbolos BPSK no *chip sequence*, canal que é variante no tempo em função do terminal de usuário ser móvel. Portanto, é necessário estimar a função de transferência do canal e compensá-la, o que leva a uma complexidade adicional no receptor dado a necessidade de equalizadores adaptativos e da sinalização necessária para o processo de treino dos equalizadores. Normalmente não é necessário o equalizador adaptativo atingir a condição ZF (ver slides 36 a 75 do Cap II.2), porque o *chip sequence* é composta por símbolos BPSK, que são robustos à ISI (*Inter Symbol Interference*) em razão de a distância entre os símbolos BPSK ser a maior dentre as modulações baseadas em símbolos IQ (ver slides 19 a 23 de https://www.fccdecastro.com.br/pdf/SCD1_CapIV.pdf). Mas note que, ainda assim, estimar e compensar o canal aumenta a complexidade do hardware.

• **Interferência de sistemas *single carrier* e de sistemas OFDM (multiportadora):** Independente de a interferência ser de um sinal transportado por uma única portadora ou ser de um sinal transportado por múltiplas portadoras, o *despreader* no RX espalha o sinal interferente por toda a largura de banda do sinal *spread-spectrum*, tornando o sinal interferente descorrelacionado como se fosse um ruído, enquanto que o sinal desejado é recuperado na saída do correlator do *despreader*. Nos raros casos em que esta supressão de interferência não é suficiente, processamento adicional deverá ser realizado no receptor, como por exemplo, a inclusão de filtros *comb (ver* https://en.wikipedia.org/wiki/Comb_filter*)* com zeros de sua função de transferência na frequência das portadoras interferentes.

Resumo comparativo das técnicas de múltiplo acesso estudadas até o momento

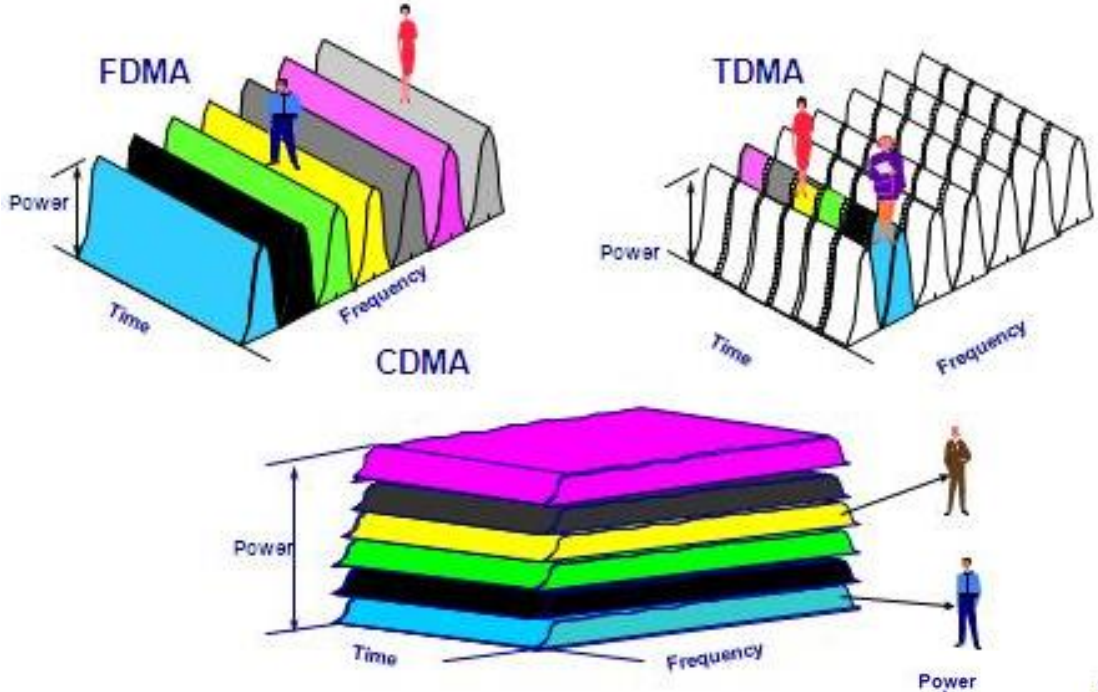


Figure : Multiple Access Technology

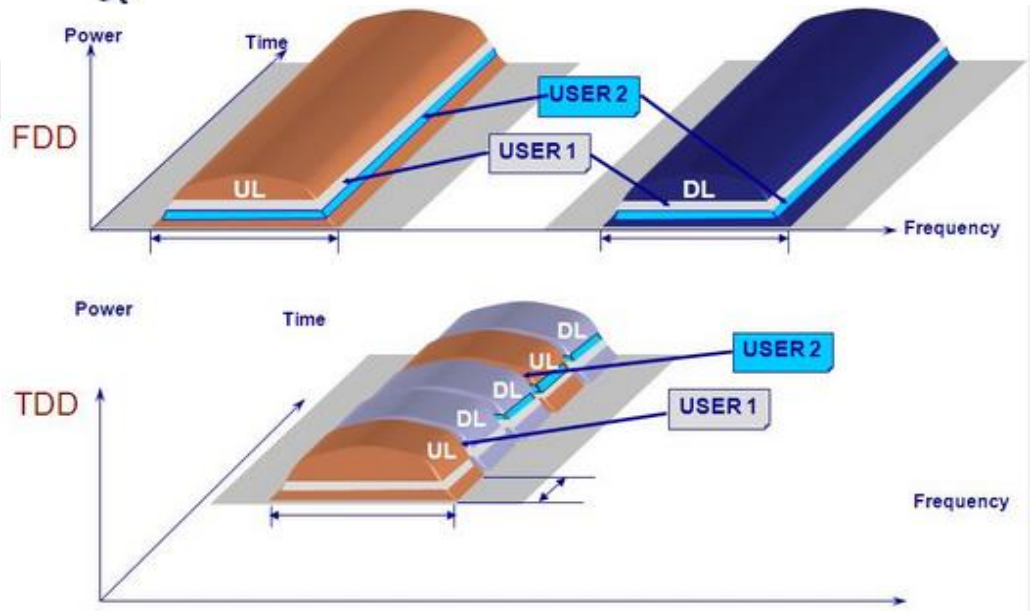
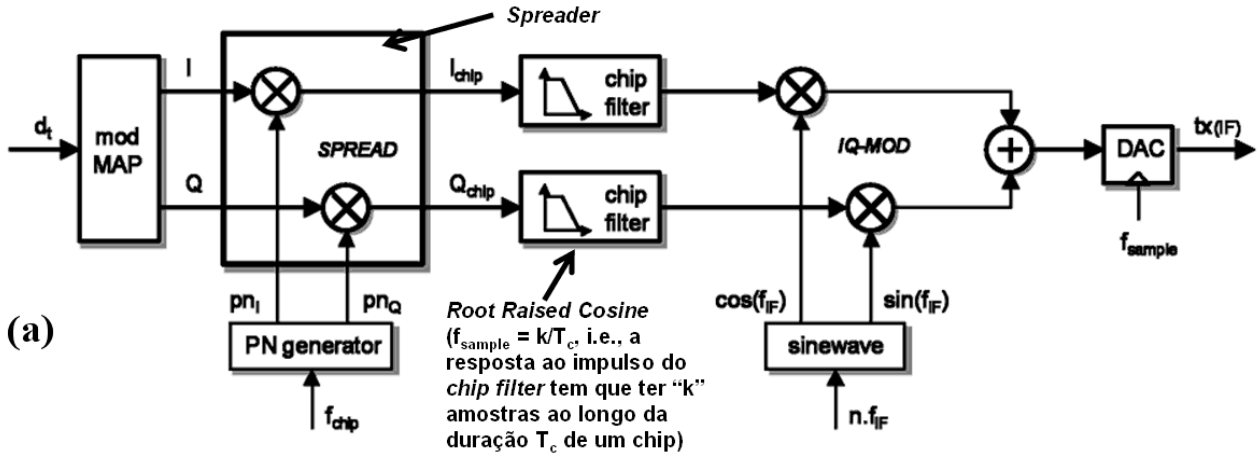


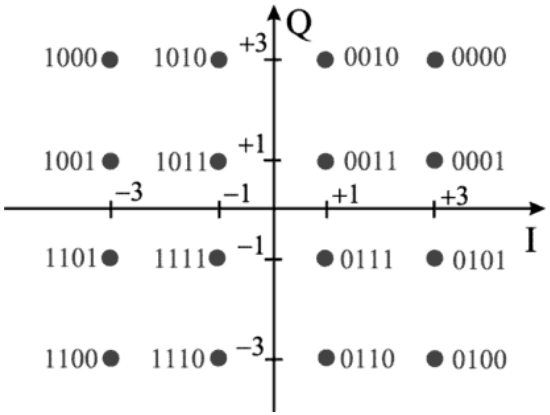
Figure : Duplex Technology

Spread Spectrum - exemplos

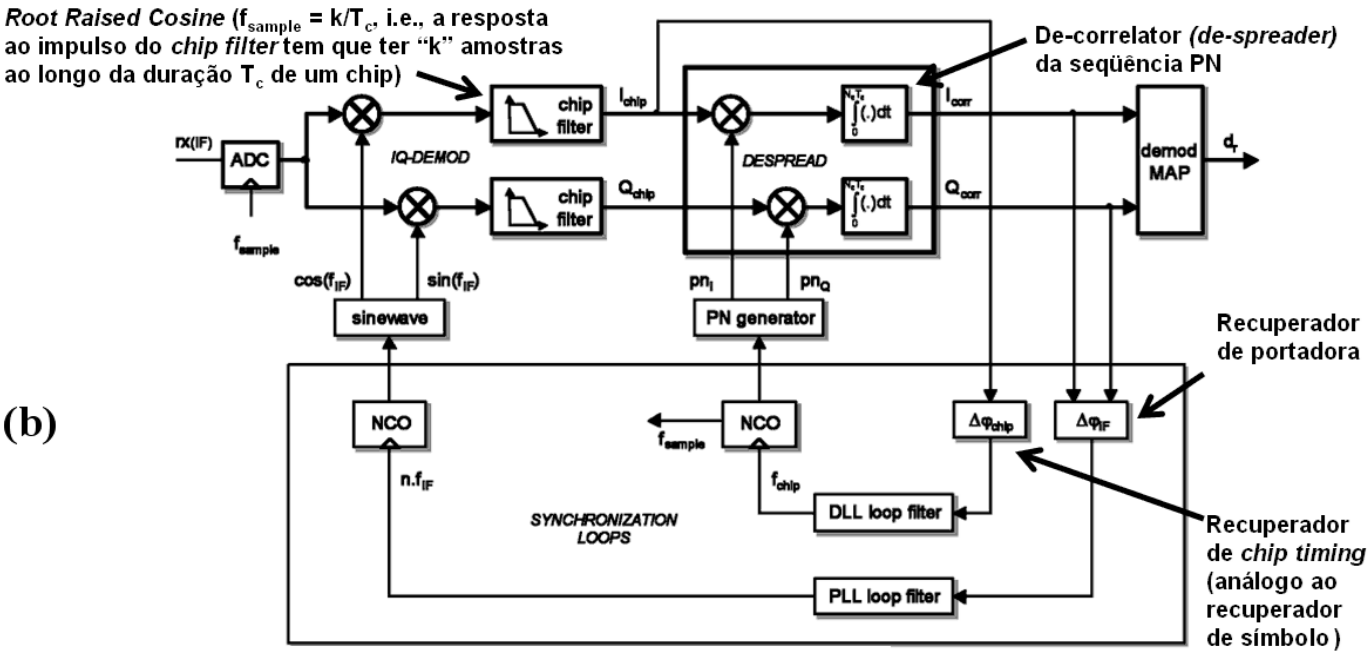
Exemplo 1: O diagrama na Figura 1 abaixo mostra a etapa de modulação de um sistema DS-*Spread Spectrum* 16-QAM:



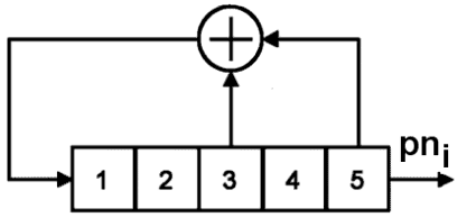
(a)



(c) mod e demod MAP



(b)



(d) PN generator SSRG[5,3] p/ a sequência de símbolos I. A cada novo símbolo I (e Q) o SSRG é inicializado conforme segue:

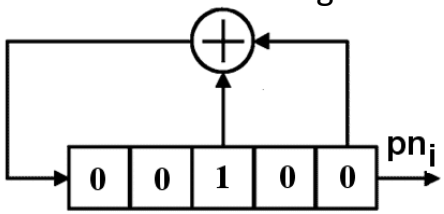


Figura 1: (a) TX DS-*Spread Spectrum* 16-QAM. **(b)** RX DS-*Spread Spectrum* 16-QAM **(c)** IQ *mapper* & de-*mapper* **(d)** "PN generator" usado no "*Spreader*" da sequência de símbolos I em (a).

Spread Spectrum - exemplos

O sistema utiliza $N_C = 31$ *chips* por símbolo IQ e o "*de-spreader*" do RX é implementado por meio de um *matched-filter* para a seqüência de *chips* gerada no "*spreader*" do TX. Sabendo que o sistema não apresenta erros de sincronização nem no recuperador de portadora nem no recuperador de *chip timing*, pede-se:

a) Determine o gráfico da sequência $\mathbf{pn_i}$ na saída do "PN generator" na Figura 1 (a) p/ cada símbolo I na entrada do "*Spreader*" do TX.

b) Determine o gráfico da sequência $\mathbf{pn_i}$ reversa (imagem) da sequência gerada em a), a ser utilizada no "de-*spreader*" do RX.

c) Determine o balanceamento (nível DC) da sequência $\mathbf{pn_i}$ gerada em a).

d) Determine o gráfico da auto-correlação da seqüência de *chips* $\mathbf{pn_i}$ gerada no "*Spreader*" do TX.

e) Determine o gráfico da correlação cruzada entre a sequência de *chips* $\mathbf{pn_i}$ gerada no "*Spreader*" do TX e a a seqüência de *chips* $\mathbf{pn_i}$ gerada no "de-*spreader*" do RX.

f) Dois símbolos consecutivos I_1 e I_2 são gerados no *mapper* do TX respectivamente pelas palavras binárias "1101" e "0111". Assumindo que não haja multipercurso nem ruído no canal, determine a saída $\mathbf{I_{corr}}$ do "*de-spreader*" do RX para estas palavras binárias.

Solução: Para a solução deste exemplo vamos usar o *script* Mathcad Exemplo1.xmcd disponível em https://www.fccdecastro.com.br/ZIP/SCD2_C3_E1S42.zip , conforme mostrado a seguir.

Do enunciado, é dado:

$\text{InitState} := (0\ \ 0\ \ 1\ \ 0\ \ 0)^T$ ← Estado inicial do SSRG[5,3]

$\text{Nc} := 31$ ← Numero de chips por símbolo IQ.

Idealmente Nc = 2^L-1, *L* é o tamanho do SSRG.

Ainda, do enunciado, os símbolos I_1 e I_2 são (vide *mapper* na Fig A) gerados pelas palavras binárias $B1_0 := \text{"1101"}$ e $B2_0 := \text{"0111"}$,resultando nos seguintes valores para os símbolos I_1 e I_2 através da função Mapper() , definida nas colunas das páginas à direita neste script:

$S1_0 := \text{Mapper}(B1, \text{SymbolMap}, \text{BWordMap}) = (-3 - i)$

$S2_0 := \text{Mapper}(B2, \text{SymbolMap}, \text{BWordMap}) = (1 - i)$

$I1 := \text{Re}(S1_0) = (-3)$

$I2 := \text{Re}(S2_0) = (1)$

← O parêntese caracteriza que os símbolos são complexos I+jQ, e que estamos apenas utilizando a parte real I p/ efeito de simplificação.

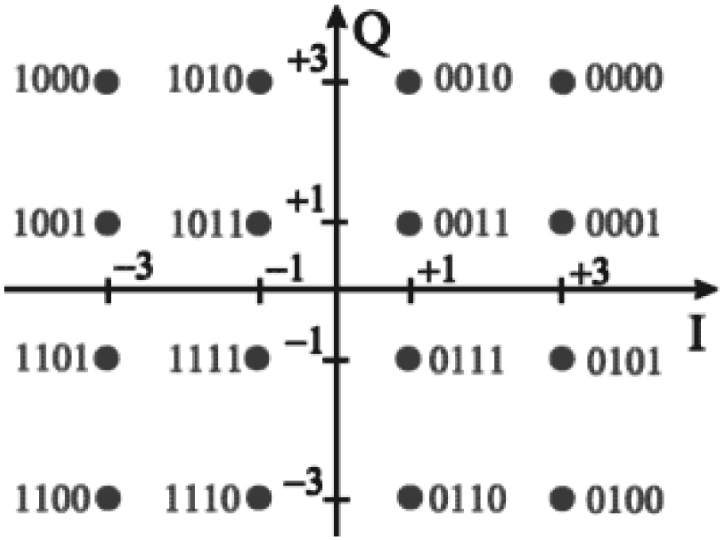


Fig A: *mapper*

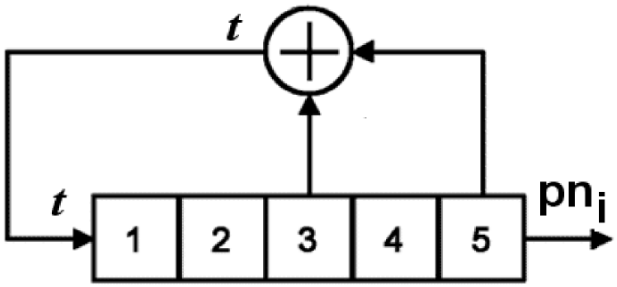


Fig B: SSRG[5,3]

Spread Spectrum - exemplos

Para gerar as seqüências de *chips* direta pni53 usada no *spreader* do TX e a reversa pni52 usada no *de-spreader* do RX , executa-se o seguinte procedimento para cada uma delas:

1- Inicializar o SSRG c/ o estado inicial $\mathrm{InitState}^{T} = (0 \;\; 0 \;\; 1 \;\; 0 \;\; 0)$. Inicializar contador de *chips* em n=0.

2- Calcular a saída t da operação $\oplus$, conforme Fig B acima.

3- Armazenar o valor do bit mais à direita do SSRG da Fig B na FIFO (*buffer)* de saída $\mathbf{pn_i}$.

4- *Shiftar* o SSRG um bit à direita.

5- Atribuir a saída t ao bit mais à esquerda do SSRG da Fig B.

6- Se n>Nc vá para o passo 7, caso contrário, n=n+1 e volta ao passo 2

7- Substituir todos os "0" por "-1" no *buffer* de saída $\mathbf{pn_i}$. Fim do procedimento.

O procedimento acima é implementado pela função mSeq(), definida nas colunas das páginas à direita neste script. Para usar a função mSeq() é necessário definir o índices dos flip-flops na FIFO cuja saída é realimentada à entrada da FIFO (ver slide 23 do Cap III.2), conforme definido pelos dois vetores abaixo respectivamente para o SSRG[5.2] que gera a sequência pni52 e para o SSRG[5,3] que gera a sequência pni53:

$$\mathrm{FbT52} := \begin{pmatrix} 5 \\ 2 \end{pmatrix} \leftarrow L \qquad\qquad \mathrm{FbT53} := \begin{pmatrix} 5 \\ 3 \end{pmatrix} \leftarrow L$$

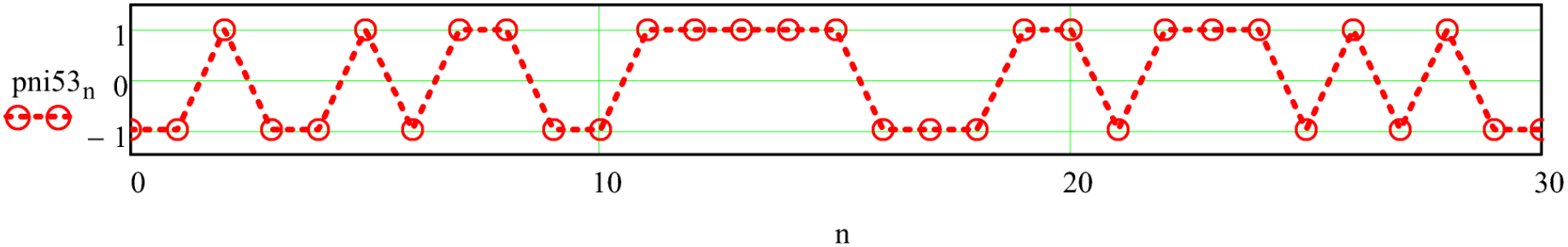
Seqüências de *chips* direta (pni53) e reversa (pni52) geradas pela função mSeq():

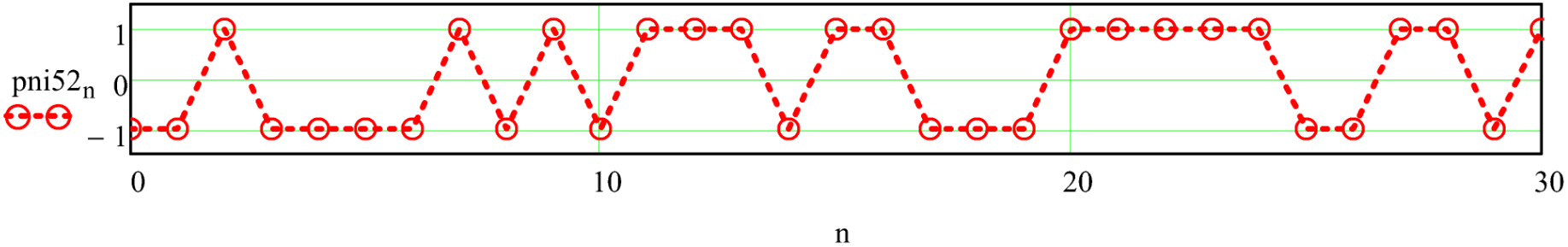
$$\mathrm{pni53} := \mathrm{mSeq}(\mathrm{FbT53}, \mathrm{InitState}, \mathrm{Nc}, 0) \qquad\qquad \mathrm{pni52} := \mathrm{mSeq}(\mathrm{FbT52}, \mathrm{InitState}, \mathrm{Nc}, 0)$$

Spread Spectrum - exemplos

a&b) Os gráficos da seqüências de *chips* direta e reversa assim geradas, resultam em:

$n := 0 .. Nc - 1$





c) Nível DC: $\sum pni53 = 1$

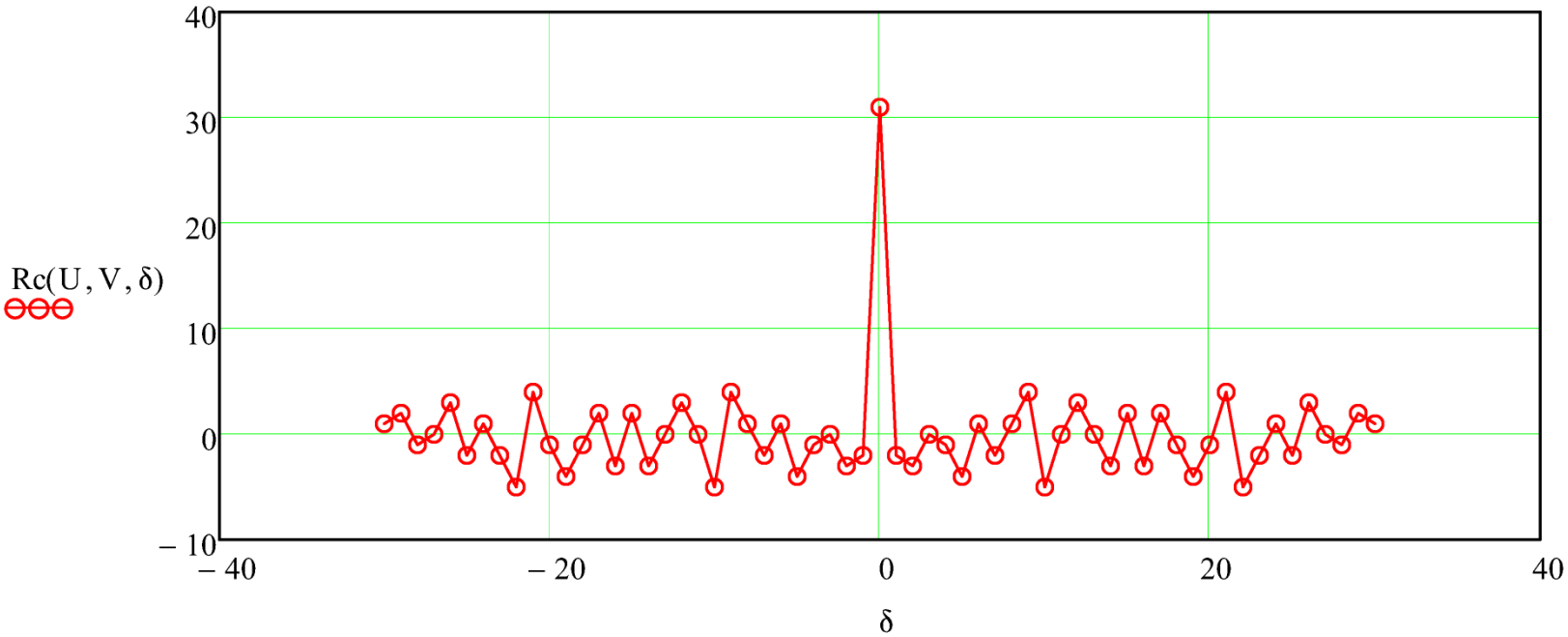
Spread Spectrum - exemplos

d) A correlação Rc(δ) entre duas seqüências U e V de mesmo número Nc=length(U)=length(V) de amostras é dada por:

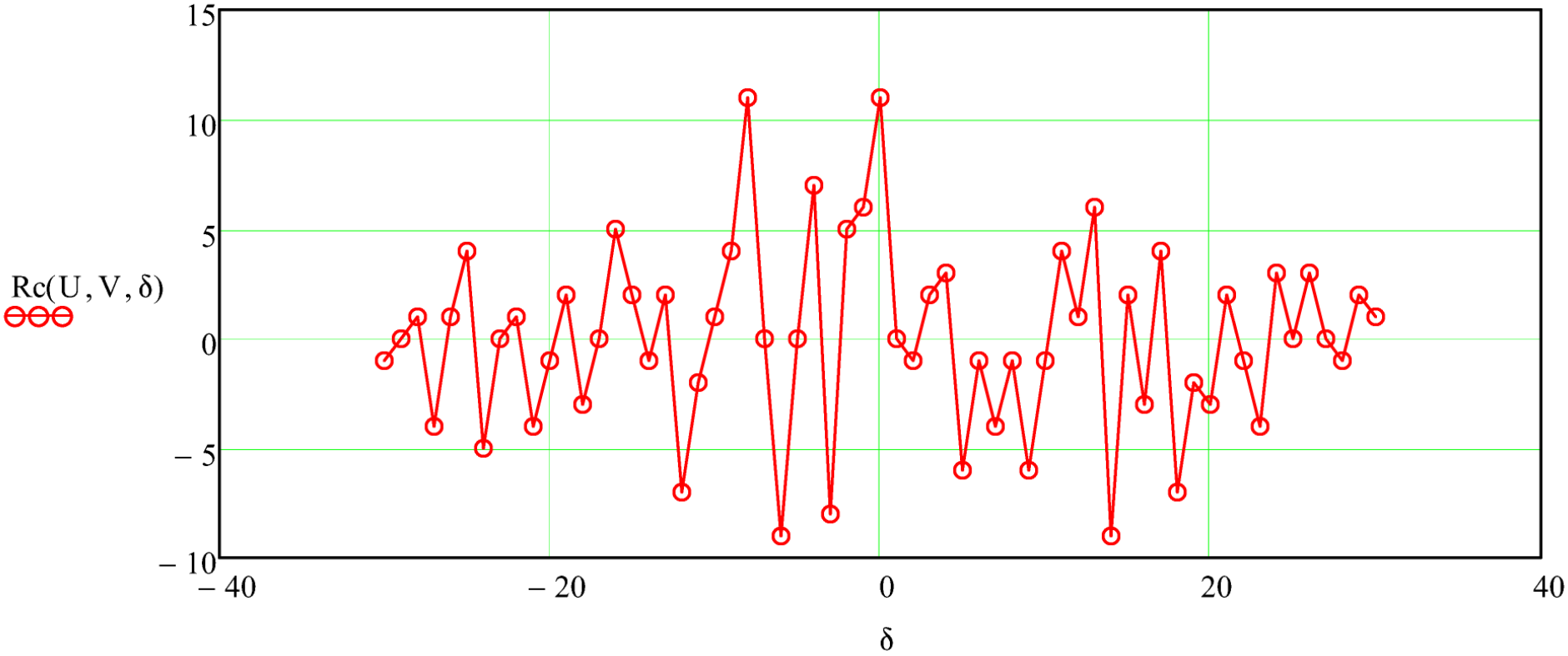
$$Rc(U,V,\delta) := \text{if}\left[\delta > 0,\ \sum_{n=0}^{\text{length}(V)-1-\delta}\left(V_n \cdot U_{n+\delta}\right),\ \sum_{n=0}^{\text{length}(U)-1+\delta}\left(U_n \cdot V_{n-\delta}\right)\right] \qquad \textbf{(1)}$$

sendo $\delta := -(Nc-1)..(Nc-1)$ os limites de deslocamento temporal entre U e V.
Note que se δ<0, a equação (1) calcula a correlação fazendo V atrasado de δ em relação a U e se δ>0 a equação (1) calcula a correlação fazendo U adiantado de δ em relação a V.

Seja $U := pni53$ e seja $V := U$. Da equação (1), a função auto-correlação resulta em:



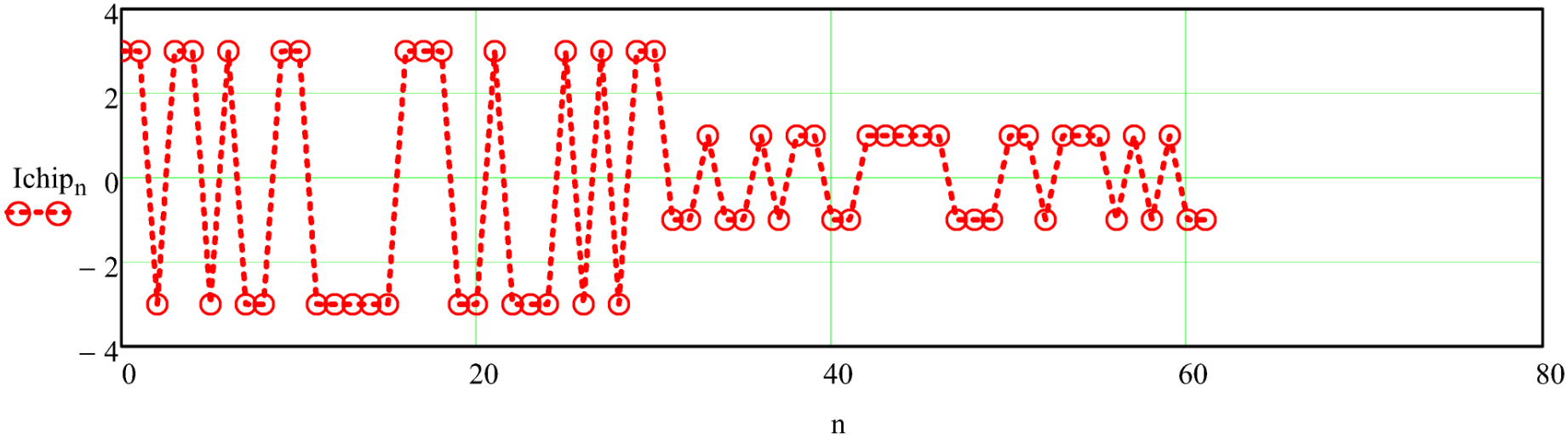
e) Da equação (1), com $U := pni53$ e $V := pni52$ a função de correlação cruzada resulta em:



f) Primeiramente é necessário obter a seqüência $\mathbf{I_{chip}}$ na saída do "spreader" do TX, a qual, em não havendo ruído nem multipercurso no canal, é a própria seqüência $\mathbf{I_{chip}}$ na entrada do "*de-spreader*" do RX (ver Figura 1 do enunciado). $\mathbf{I_{chip}}$ é obtida do produto da pni53 por $I1 = (-3)$ ao longo de $Nc = 31$ *chips* concatenada com o produto da pni53 por $I2 = (1)$ ao longo dos próximos $Nc = 31$ *chips,* conforme abaixo.

$$Ichip := stack(pni53 \cdot I1, pni53 \cdot I2) \qquad n := 0 .. length(Ichip)$$

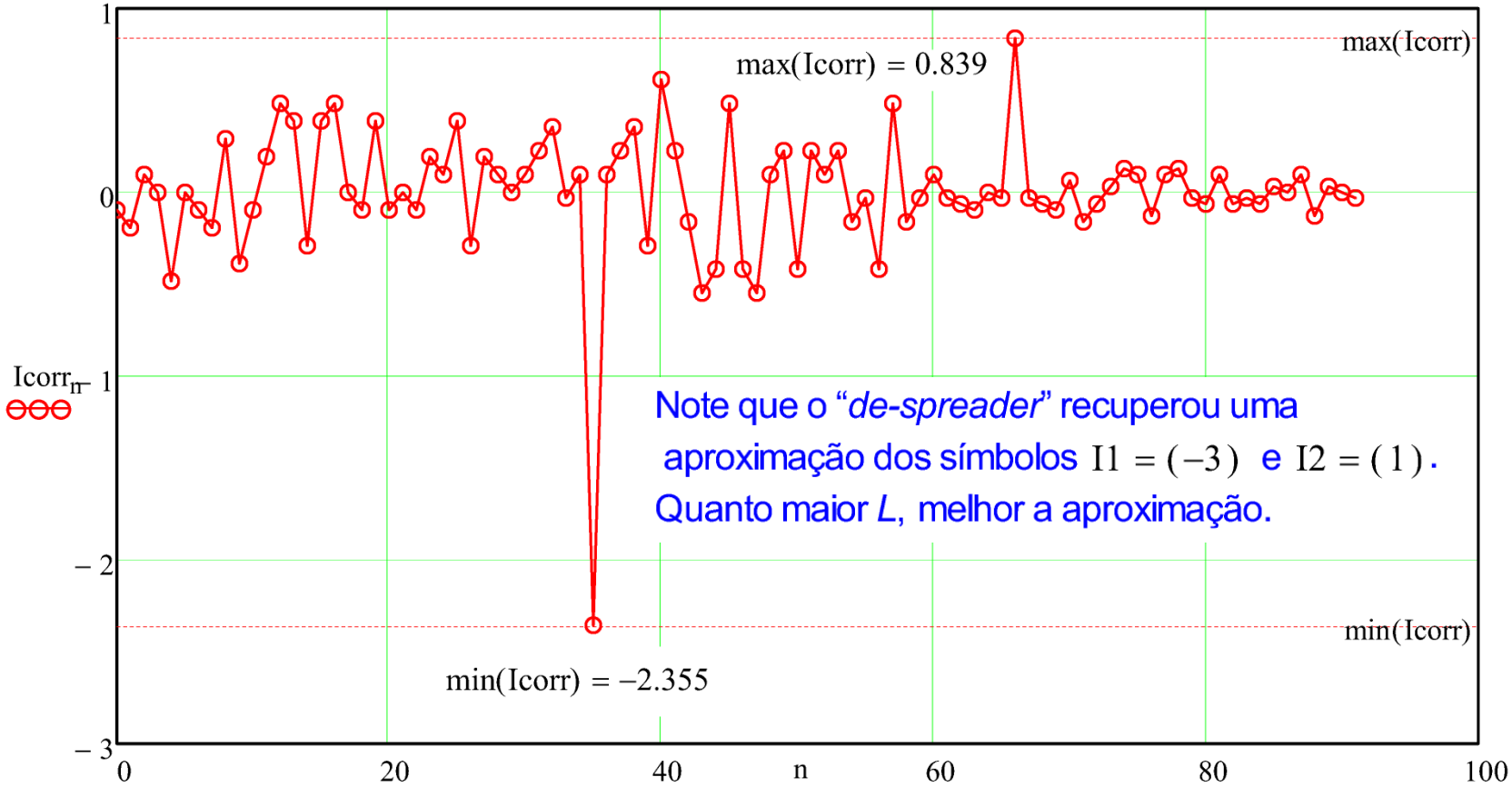
O gráfico da seqüência $\mathbf{I_{chip}}$ assim gerada, resulta em:



Spread Spectrum - exemplos

Do enunciado, o "*de-spreader*" do RX é implementado por meio de um *matched-filter* para a seqüência de *chips* gerada no "*spreader*" do TX. Portanto, a saída $\mathbf{I_{corr}}$ do "*de-spreader*" do RX é o resultado da **convolução** da seqüência $\mathbf{I_{chip}}$ na entrada do "*de-spreader*" com a resposta ao impulso do *matched-filter* dada pela seqüência reversa (imagem) **pni52**. Assim, efetuando a convolução entre as seqüências $\mathbf{I_{chip}}$ e **pni52** e normalizando pelo valor $Nc = 31$, obtém-se a saída $\mathbf{I_{corr}}$ do "*de-spreader*":

$$Icorr := \frac{1}{Nc} \cdot Convolve(Ichip, pni52) \qquad n := 0 .. length(Icorr)$$



Note que o "*de-spreader*" recuperou uma aproximação dos símbolos $I1 = (-3)$ e $I2 = (1)$.
Quanto maior *L*, melhor a aproximação.

Spread Spectrum - exemplos

Exemplo 2: A Figura 1 abaixo mostra o diagrama simplificado da implementação de uma rede *wireless* DS-*Spread Spectrum* QPSK, que utiliza sequências PN do tipo Hadamard-Walsh para multiplexação de 3 usuários A, B e C.

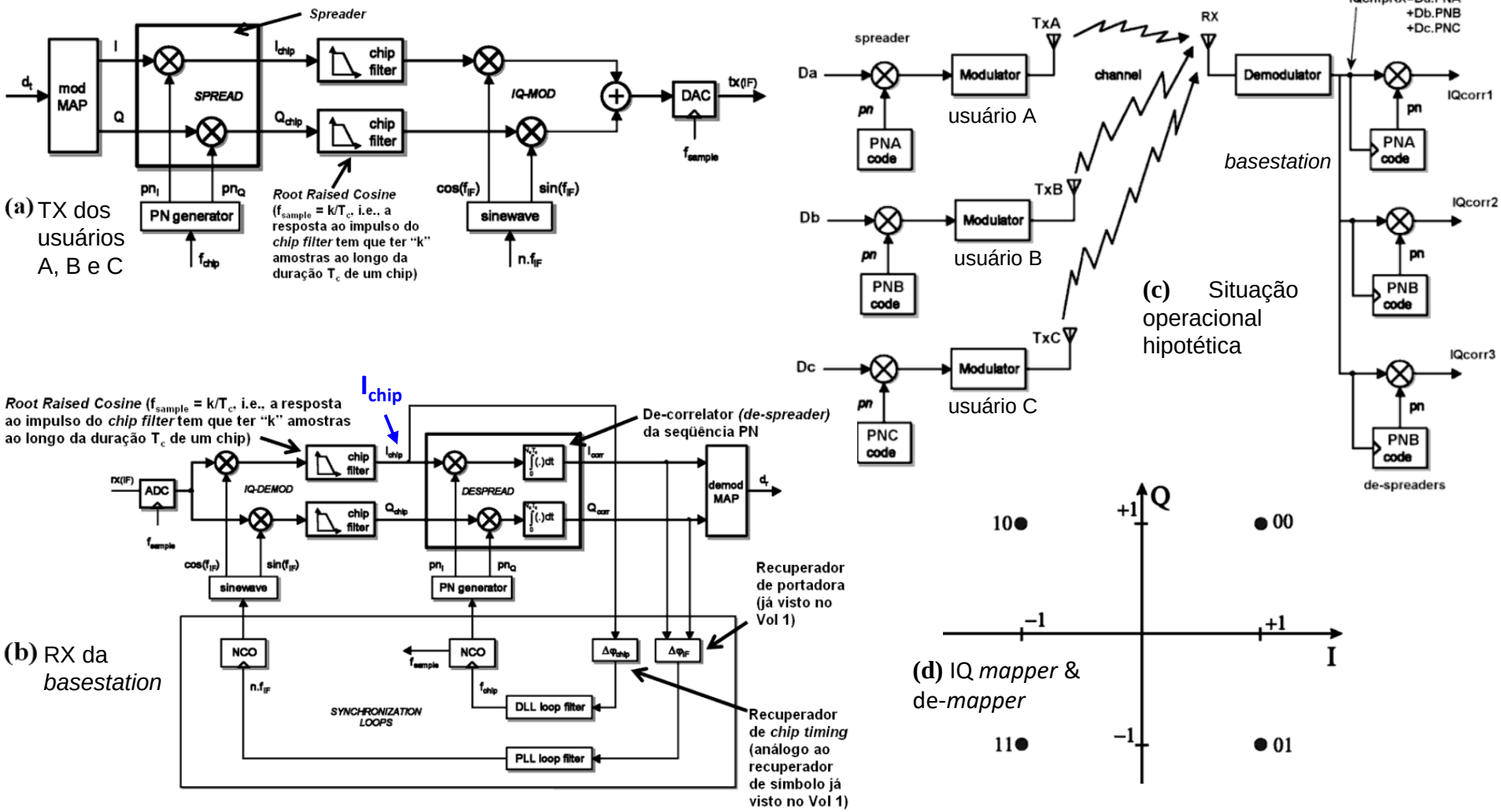
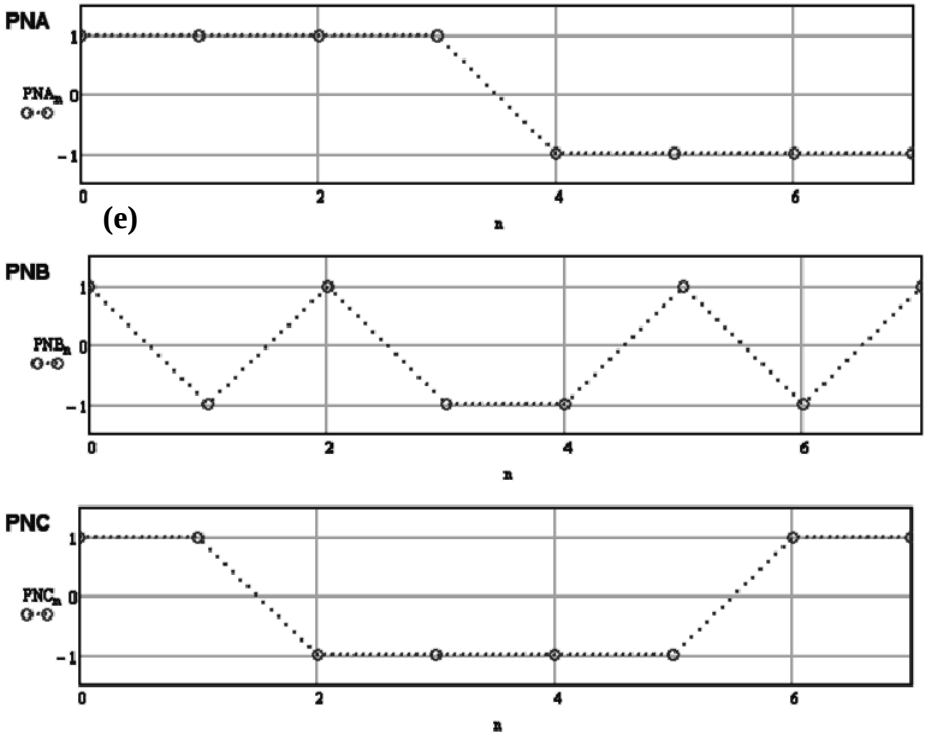


Figura 1: (a) Etapa de modulação do TX de cada um dos usuários da rede. **(b)** Etapa de demodulação do RX da(s) *basestation(s)* da rede. **(c)** Situação operacional hipotética em determinado instante de operação da rede em que 3 usuários A, B e C transmitem p/ o RX da *basestation*. Sabe-se que durante esta situação de operação hipotética o sistema encontra-se perfeitamente sincronizado, não havendo nem ruído nem multipercurso no canal. **(d)** IQ *mapper* & de-*mapper*.

Spread Spectrum - exemplos

Para cada um dos usuários A, B e C o sistema utiliza uma respectiva sequência PNA, PNB e PNC do tipo Hadamard-Walsh com $N_C = 8$ *chips* por símbolo IQ, conforme mostrado em (e). Para cada usuário, o "*de-spreader*" do RX da *basestation é* implementado por meio de um *matched-filter/de-correlator* para a sequência de *chips* gerada no "*spreader*" do TX do respectivo usuário A, B e C, conforme Figs. 1(c) e 1(b) .

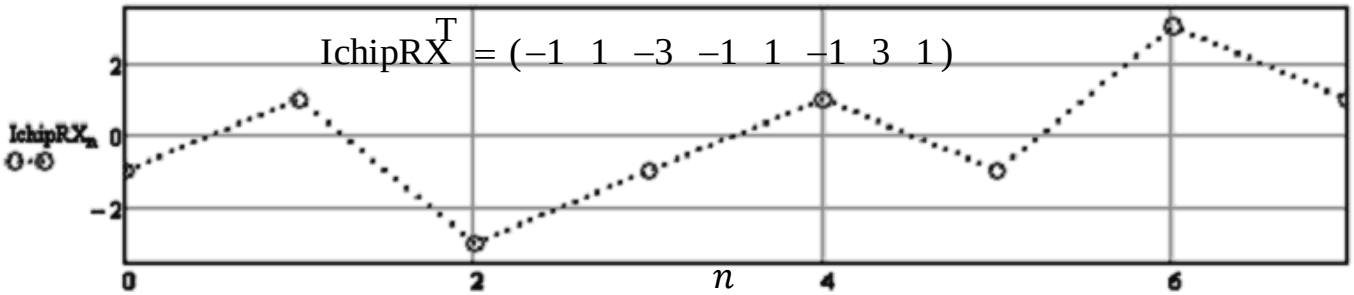


(e) Sequências PN usadas nos *spreaders* dos TXs dos usuários A,B e C para a situação de operação hipotética mostrada em (c).

<u>Pede-se</u>: **(1)** Verifique o nível DC e a ortogonalidade das sequências na Fig. 1(e).

(2) Para a situação operacional descrita na Fig. 1(c), determine a sequência $\mathbf{I_{chip}}$ na entrada do *despreader* do RX da *basestation* – ver Fig. 1(b). Sabe-se que o valor de I na entrada dos *spreaders* dos TX dos usuários A,B e C – ver Figs. 1(a) e 1(c) – são respectivamente Re{Da}= +1, Re{Db}= -1 e Re{Dc} = -1, onde Re{•} é o operador que denota a parte real do argumento de valor complexo I+*j*Q.

(3) Determine o valor I (parte real) das sequências nas saídas IQcorr1, IQcorr2 e IQcorr3 da Fig. 1(c) sabendo que, no instante considerado, a sequência IchipRX=Re{IQchipRX} – ver Fig. 1(c)) – é conforme o gráfico abaixo.



$$\mathrm{IchipRX}^{T} = (-1 \;\; 1 \;\; -3 \;\; -1 \;\; 1 \;\; -1 \;\; 3 \;\; 1)$$

Solução: Para a solução deste exemplo vamos usar o *script* Mathcad Exemplo2.xmcd disponível em https://www.fccdecastro.com.br/ZIP/SCD2_C3_E2S51.zip , conforme mostrado a seguir.

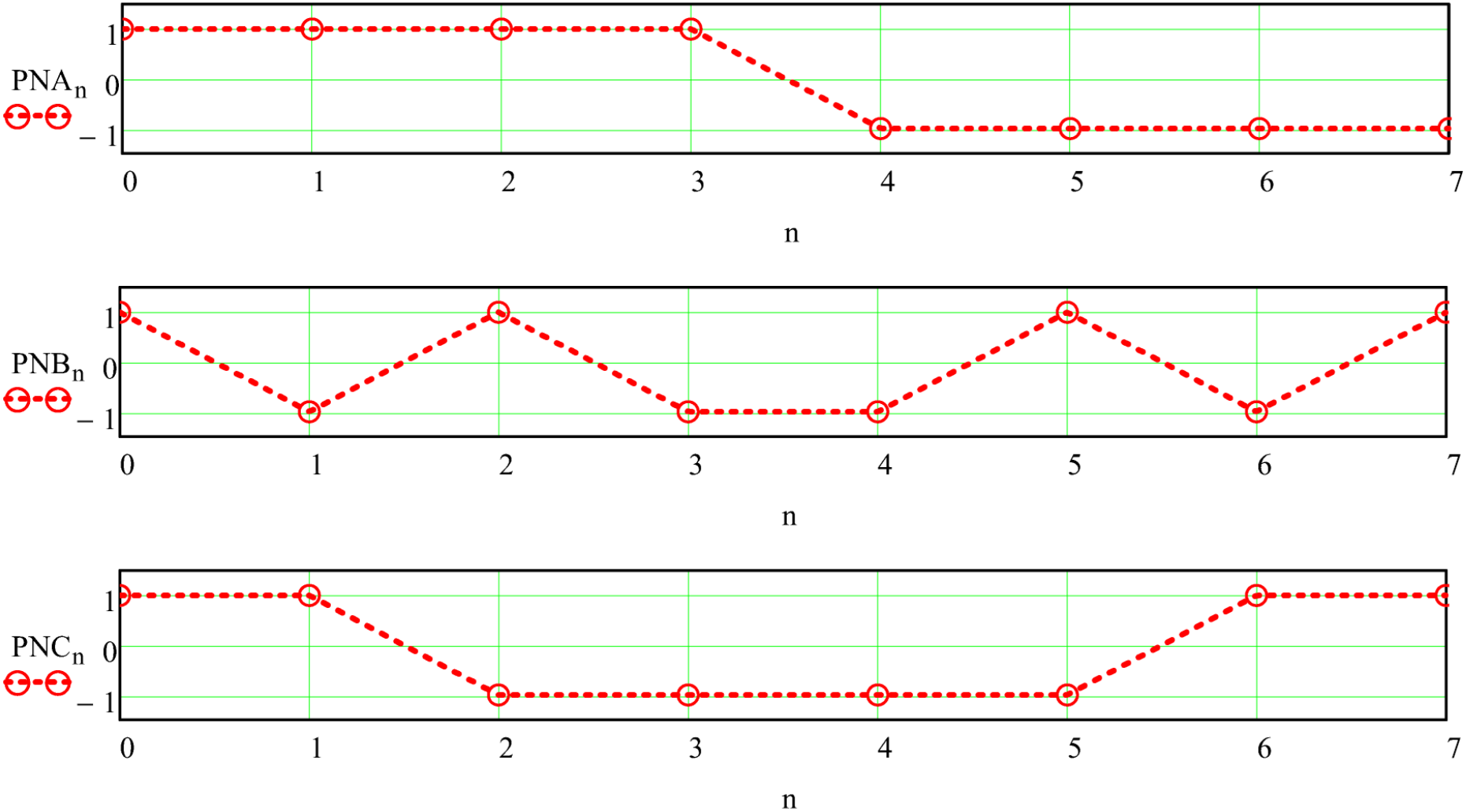
Do enunciado, o TX de cada usuário A, B e C efetua o spreading utilizando uma respectiva sequência PNA, PNB e PNC do tipo Hadamard-Walsh com $Nc := 8$ chips por símbolo IQ conforme abaixo (ver slide 31 do Cap III.2):

$$Walsh8 := \begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & -1 & 1 & -1 & 1 & -1 & 1 & -1 \\ 1 & 1 & -1 & -1 & 1 & 1 & -1 & -1 \\ 1 & -1 & -1 & 1 & 1 & -1 & -1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 & 1 & -1 & -1 & -1 & -1 \\ 1 & -1 & 1 & -1 & -1 & 1 & -1 & 1 \\ 1 & 1 & -1 & -1 & -1 & -1 & 1 & 1 \\ 1 & -1 & -1 & 1 & -1 & 1 & 1 & -1 \end{pmatrix}$$

Especificamente, as sequências PNA, PNB e PNC dadas no enunciado são:

$$PNA := Walsh8^{\langle 4 \rangle} \qquad PNB := Walsh8^{\langle 5 \rangle} \qquad PNC := Walsh8^{\langle 6 \rangle} \qquad n := 0 .. Nc - 1$$

Spread Spectrum - exemplos



Spread Spectrum - exemplos

(1) Verificando o nível DC e ortogonalidade:

$\sum PNA = 0$ $\sum PNB = 0$ $\sum PNC = 0$ $\rightarrow$ Não ocorre nível DC residual, portanto não há geração de portadora espúria no espectro do sinal transmitido.

$PNA^T PNB = 0$ $PNA^T PNC = 0$ $PNB^T PNC = 0$ $\rightarrow$ Sequências perfeitamente ortogonais, minimizando a MAI (*multiple access interference*).

(2) Do enunciado, é dado:

$Da := 1$ $\leftarrow$ valor de **I** na entrada do *spreader* do TX do usuário **A** - ver Figs. 1(a) e 1(c) do enunciado.

$Db := -1$ $\leftarrow$ valor de **I** na entrada do *spreader* do TX do usuário **B** - ver Figs. 1(a) e 1(c) do enunciado.

$Dc := -1$ $\leftarrow$ valor de **I** na entrada do *spreader* do TX do usuário **C** - ver Figs. 1(a) e 1(c) do enunciado.

Spread Spectrum - exemplos

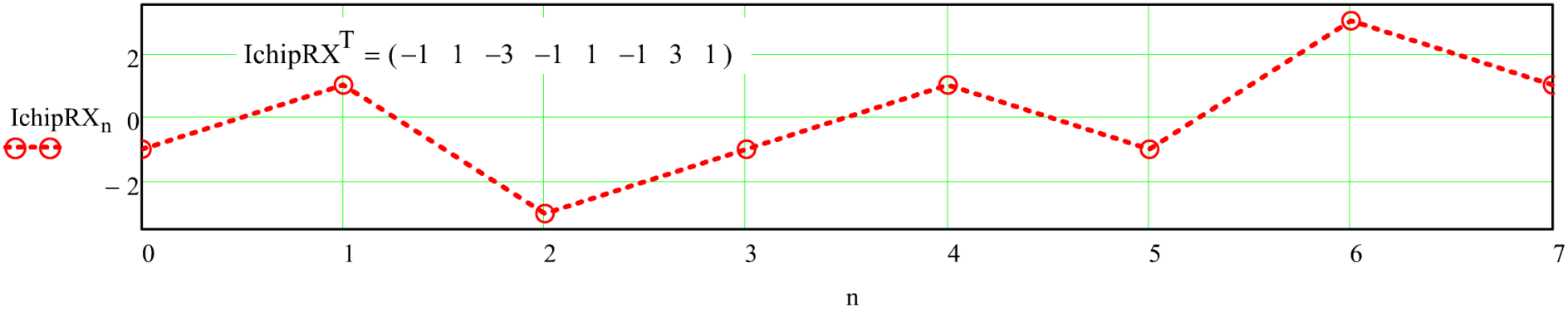
Escrevendo na forma de vetor as seqüências $\mathbf{pn_i}$ na saída do "PN generator" no TX dos respectivos *spreaders* dos usuários A,B e C (ver Figs. 1(a) e 1(c) do enunciado):

$$PNA = \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 1 \\ 1 \\ -1 \\ -1 \\ -1 \\ -1 \end{pmatrix} \qquad PNB = \begin{pmatrix} 1 \\ -1 \\ 1 \\ -1 \\ -1 \\ 1 \\ -1 \\ 1 \end{pmatrix} \qquad PNC = \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ -1 \\ -1 \\ -1 \\ -1 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix}$$

É afirmado no enunciado que não há multipercurso nem ruído no canal e que o sistema encontra-se perfeitamente sincronizado. Desta maneira, é válido afirmar que $\mathbf{I_{chip}}$ na entrada do *de-spreader* do RX – ver Fig.1(b) do enunciado – é a soma das respectivas saídas $\mathbf{I_{chip}}$ dos *spreaders* dos TXs dos usuários **A, B** e **C** - ver Figs.1(a) e 1(c) do enunciado. Determinando então desta maneira o $\mathbf{I_{chip}}$ na entrada do *de-spreader* do RX , obtemos:

$$Ichip := Da \cdot PNA + Db \cdot PNB + Dc \cdot PNC \qquad Ichip^T = (-1 \quad 1 \quad -3 \quad -1 \quad 1 \quad -1 \quad 3 \quad 1)$$

(3) Do enunciado, é dado:



Ainda, do enunciado, é dado que o *de-spreader* do RX é implementado por meio de um *matched-filter/de-correlator* para a seqüência de *chips* gerada no "*spreader*" do TX .

Vimos na solução do item f) do Exemplo 1 (slide 50 do Cap III.2) que, nesta implementação, a saída $\mathbf{I_{corr}}$ do *de-spreader* do RX é o resultado da convolução da seqüência $\mathbf{I_{chip}}$ na entrada do *de-spreader* com a resposta ao impulso do *matched-filter* dada pela *m-sequence* **pni52** reversa (imagem) em relação à sequência direta **pni53** usada no *spreader* do TX, o que significa implementar a correlação entre $\mathbf{I_{chip}}$ e a sequência direta **pni53**.

Vimos também que os pontos de máximo absoluto da função correlação resultante na saída do *de-spreader* recuperam uma aproximação dos símbolos na seqüência $\mathbf{I_{chip}}$ originalmente transmitida pelo TX (ver slide 50 do Cap III.2). Note que podemos interpretar cada ponto τ da função correlação entre duas sequências como o produto escalar entre dois vetores que "deslizam" um em relação ao outro de um deslocamento τ no tempo .

Mas, o enunciado deste Exemplo 2 afirma que o sistema encontra-se perfeitamente sincronizado. Logo, o sistema **já determinou** os instantes em que ocorrem os valores de máximo absoluto da função correlação resultante na saída do *de-spreader* (valores que recuperam os símbolos da seqüência $\mathbf{I_{chip}}$ originalmente transmitida pelo TX). Nestes instantes já determinados, o valor da correlação pode ser calculado simplesmente efetuando o produto escalar entre o vetor que representa a seqüencia PN de um determinado usuário e o vetor que representa $\mathbf{I_{chipRX}}$ na entrada do *de-spreader* do RX da *basestation*. Normalizando por Nc=8 este valor de correlação assim obtido, recupera-se o símbolo da seqüência $\mathbf{I_{chip}}$ originalmente transmitido pelo TX do usuário em questão no instante em consideração. Desta maneira, temos:

$$\mathrm{Icorr1} := \frac{1}{\mathrm{Nc}}\,\mathrm{IchipRX}^{\mathrm{T}}\cdot\mathrm{PNA} = -1$$

$$\mathrm{Icorr2} := \frac{1}{\mathrm{Nc}}\,\mathrm{IchipRX}^{\mathrm{T}}\cdot\mathrm{PNB} = -1$$

$$\mathrm{Icorr3} := \frac{1}{\mathrm{Nc}}\,\mathrm{IchipRX}^{\mathrm{T}}\cdot\mathrm{PNC} = 1$$

Note que os valores acima obtidos para **Icorr1** , **Icorr2**, **Icorr3** resultam na saída dos *de-spreaders* do RX da *basestation* - ver Fig. 1(c) do enunciado . Estes valores correspondem aos valores da parte real de **Da**, **Db** e **Dc**, isto é, aos valores das entradas **I** dos *spreaders* dos TXs dos usuários A, B e C - ver Figs. 1(c) e 1(a) do enunciado.

Apêndice A:

Operation	***Formula***
Rectangular to Polar Conversion	$z = x + jy = re^{j\theta}$ where $r = \sqrt{x^2 + y^2}$ and $\theta = \arctan(y/x)$
Polar to Rectangular Conversion	$z = re^{j\theta} = r\,[\cos(\theta) + j\sin(\theta)] = x + jy$ where $r = \cos(\theta)$ and $y = r\sin(\theta)$
Add: $z_3 = z_1 + z_2$	$(x_1 + x_2) + j\,(y_1 + y_2)$
Subtract: $z_3 = z_1 - z_2$	$(x_1 - x_2) + j\,(y_1 - y_2)$
Multiply: $z_3 = z_1 z_2$ (polar form)	$(x_1 x_2 - y_1 y_2) + j\,(x_1 y_2 + y_1 x_2)$ $r_1 r_2\, e^{j(\theta_1 + \theta_2)}$
Divide: $z_3 = z_1 / z_2$ (polar form)	$\dfrac{(x_1 x_2 - y_1 y_2) - j\,(x_1 y_2 - y_1 x_2)}{x_2^2 + y_2^2}$ $\dfrac{r_1}{r_2}\, e^{j(\theta_1 - \theta_2)}$

Sejam $\boldsymbol{u} = \mathbf{2\pi f_1 t}$ e $\boldsymbol{v} = \mathbf{2\pi f_2 t}$. Valem as seguintes relações (*relationships*) trigonométricas:

Relationship	***Relationship***
$\sin u = \cos(u - \pi/2)$	$\cos u = \sin(u + \pi/2)$
$\cos(-u) = \cos u$	$\sin(-u) = -\sin(u)$
$\sin^2 u + \cos^2 u = 1$	$\cos^2 u = \frac{1}{2}(1 + \cos 2u)$
$\sin^2 u = \frac{1}{2}(1 - \cos 2u)$	$\cos(u \pm v) = \cos u \cos v \mp \sin u \sin v$
$\sin(u \pm v) = \sin u \cos v \pm \cos u \sin v$	$\cos u \cos v = \frac{1}{2}[\cos(u - v) + \cos(u + v)]$
$\sin u \sin v = \frac{1}{2}[\cos(u - v) + \cos(u + v)]$	$\sin u \cos v = \frac{1}{2}[\sin(u - v) + \sin(u + v)]$
$\cos u = \frac{1}{2}[e^{ju} + e^{-ju}]$	$\sin u = \frac{1}{2j}[e^{ju} - e^{-ju}]$
$e^{ju} = \cos u + j \sin u$	

heterodinação
das frequências $\mathbf{f_1}$ e $\mathbf{f_2}$