

Sistemas multiportadoras OFDM, compensação de canal, prefixo cíclico, PAPR (peak to average power ratio), *time/frequency interleaver*, máscara espectral, RX OFDM – diagrama de blocos, OFDM – pros/contras, sistema SC-FDMA (4G-3GPP-LTE), sistema MC-CDMA (*multicarrier* CDMA), sistema MC-DS-CDMA (*multicarrier direct-sequence* CDMA).

Centro de Tecnologia – Departamento de Eletrônica e Computação UFSM00265 – SISTEMAS DE COMUNICAÇÃO DIGITAL II

Prof. Fernando DeCastro

Sistemas multiportadoras OFDM – Introdução

A ideia básica em um sistema multiportadora OFDM (orthogonal frequency division multiplexing) é distribuir os pulsos quadrados do stream de símbolos IQ na saída do mapper do TX entre N_p up-converters em paralelo, conforme mostra o diagrama no slide 6 p/ um conjunto de $N_p = 4$ up-converters em paralelo. Cada m-ésimo up-converter, $m = 1, 2 \cdots N_p$, gera um respectivo sub-canal passband com frequência central f_m denominada de frequência da m-ésima portadora. Por exemplo, a figura abaixo mostra o espectro gerado para um sistema multicarrier (= multiportadora) OFDM com $N_p = 4$ sub-canais cujas frequências centrais são respectivamente f_1 , f_2 , f_3 e f_4 .

Note no diagrama do slide 6 que, em consequência dos símbolos IQ serem distribuídos pela chave rotativa S/P entre os 4 *up-converters*, a taxa de símbolos (= *symbol rate*) dos símbolos IQ transmitidos por cada *up-converter* é $1/N_p = 1/4$ da taxa de símbolos na saída do *mapper*. Portanto, a duração T dos símbolos IQ em cada *up-converter* é $T = N_pT_0 = 4T_0$, sendo T_0 o intervalo de duração dos símbolos IQ na saída do *mapper*.

Veremos no slide 18 do Cap IV.2 que, se as portadoras $f_m e f_{m+1}$ dos *up-converters* m e m + 1 forem separadas de $\Delta f = f_{m+1} - f_m = 1/T$, então os espectros dos sub-canais serão ortogonais entre si. Ou seja, na frequência central f_m de cada sub-canal, onde ocorre o máximo da amplitude do espectro do sub-canal, a curva de amplitude do espectro de todos os demais sub-canais apresentam valor nulo, conforme mostra a figura abaixo.



Note na figura acima que o espectro dos 4 sub-canais se superpõem no domínio frequência, o que resulta em alta eficiência espectral devido à reduzida largura do espectro conjunto dos 4 sub-canais. Note também que, apesar da superposição, os sub-canais não interferem entre si em consequência da ortogonalidade entre eles.

Sistemas de Comunicação Digital II

Sistemas multiportadoras OFDM – Introdução

Conforme discutido no slide anterior, a sequência de símbolos IQ na saída do *mapper* no diagrama do slide 6 tem seus símbolos IQ igualmente distribuídos e atribuídos aos $N_p = 4$ sub-canais através da chave rotativa S/P mostrada no diagrama.

Portanto, a taxa de transmissão de símbolos IQ (symbol rate) em cada sub-canal é N_p vezes menor e, portanto, a duração dos símbolos IQ em cada sub-canal é N_p vezes maior, tornando N_p vezes menor a duração dos ecos do multipercurso do canal em relação à duração do símbolo IQ em cada um dos N_p sub-canais.

Note, portanto, que à medida que o número N_p de sub-canais aumenta, mais desprezível se torna a duração de cada eco em relação à duração $T = N_p T_0$ do símbolo IQ em cada um dos N_p sub-canais, sendo T_0 o intervalo de duração dos símbolos IQ na saída do *mapper*.

Para canais de transmissão em cenários de propagação urbana, a duração dos ecos originados pelo multipercurso é significativamente longa. Neste cenário de operação urbano é usual que o número N_p de portadoras de um sistema OFDM seja da ordem de milhares.

Por exemplo, TV digital aberta em VHF adota $N_p = 8192$ portadoras. Note, portanto, que a duração dos ecos em cada subcanal deste sistema OFDM é comparativamente reduzido de 8192 vezes. Desta maneira, o número de coeficientes necessário ao equalizador de cada sub-canal é drasticamente reduzido. De fato, a redução é tão drástica que o número de coeficientes necessários ao equalizador de cada sub-canal é de apenas 1 coeficiente, conforme discutiremos no slide 24.

Este diminuto número (i.e., unitário) de coeficientes no equalizador de cada sub-canal de um sistema *multicarrier* OFDM elimina os problemas de convergência que usualmente ocorrem nos equalizadores adaptativos de sistemas *single carrier* (portadora única) que estudamos em capítulos anteriores. Conforme vimos no slide 61 do Cap II.2, para que um equalizador fracionário possa atingir a condição *zero forcing* o número de coeficientes do filtro FIR deve ser igual ou maior ao número de amostras do *delay spread* do canal – o que é muito maior do que um número unitário de coeficientes.

Sistemas multiportadoras não-ortogonais são os precursores históricos de sistemas OFDM, e foram desenvolvidos já durante a WWII, como, por exemplo, o sistema *L-Carrier*, desenvolvido para telefonia pela AT&T em 1941 (ver <u>https://en.wikipedia.org/wiki/L-carrier</u>), conforme mostra o diagrama abaixo para o 1° nível de multiplexação do sistema:



O problema de sistemas multiportadoras não-ortogonais, como o sistema *L-Carrier* referido no slide anterior, é a necessidade de filtros passabanda otimizados para cada sub-canal, otimizados no sentido de que a curva de resposta em frequência H(f) idealmente deve ter um *roll-off* íngreme e aproximar uma "caixa quadrada" para se obter uma boa separação entre os espectros de sub-canais adjacentes, conforme mostrado em tracejado na figura abaixo (ver <u>https://en.wikipedia.org/wiki/Roll-off</u>).



Ocorre que um filtro passabanda que aproxime um filtro ideal, i.e., um filtro com uma curva de resposta em frequência H(f) no formato de uma "caixa quadrada" perfeita conforme mostrado acima (i.e., *roll-off* zero), são filtros difíceis de implementar na prática. E, dado que uma curva H(f) com *roll-off* zero é irrealizável na prática, é necessário adotar uma banda de guarda entre sub-canais para minimizar a interferência entre os espectros de sub-canais adjacentes. Todos estes problemas, ainda adicionados à instabilidade de filtros analógicos face à variações ambientais (filtros digitais não apresentam esta instabilidade), levaram ao desenvolvimento de sistemas multiportadoras ortogonais, dando origem ao sistema OFDM.

No próximo slide veremos um exemplo que faz a análise de um sistema multiportadoras não-ortogonais. Os conceitos que veremos na solução do referido exemplo se aplicam a sistemas OFDM, que estudaremos adiante neste capítulo.

Exemplo 1: A Figura 1 abaixo mostra o diagrama simplificado do TX de um sistema multiportadora com 4 canais multiplexados em frequência, os quais são simultaneamente transmitidos através do bloco "Canal de Transmissão".



Cada filtro LPF (*low pass filter*) na Figura 1 do slide anterior é um *shaping filter*. Estes filtros são do tipo *root-raised-cosine* e podem ser considerados ideais, com *roll-off* α tendendo a zero ($\alpha=0 \Rightarrow$ curva da função de transferência na forma de "caixa quadrada").

O DDS (direct digital synthesizer) em cada up-converter gera portadoras respectivamente nas frequências f₀, f₁, f₂ e f₃.

O DAC (*digital-to-analog converter*) converte em sinal analógico a soma das sequências de amostras geradas pelos *up-converters*, sendo f_s a frequência de amostragem do DAC.

O HPA (*high power amplifier*) amplifica o sinal analógico do DAC a um nível suficiente tal que, após ter trafegado no canal de transmissão, este sinal transmitido possa ser demodulado corretamente no RX.

O canal de transmissão não só atenua a amplitude e altera a fase do espectro do sinal transmitido por consequência do multipercurso no canal como também adiciona ruído branco gaussiano.

A situação operacional deste sistema é tal que a relação sinal-ruído medida respectivamente em cada canal é SNR₀ = 35.6dB , SNR₁ = 21.57dB , SNR₂ = 13.44dB , SNR₃ = 8.05 dB. Os 4 equalizadores de canal no RX (não detalhados na Figura 1, a qual detalha somente o TX) operam de modo a efetuar perfeitamente a desconvolução de cada um dos respectivos canais. Para a situação operacional dada, <u>pede-se</u>:

(a) Determine a capacidade total conjunta C_{Tot} dos 4 canais com base na Capacidade de Canal (Teorema de Shannon - Hartley).

(b) Determine a taxa de símbolos *symbol_rate_mapper* na saída do *mapper*.

(c) Determine a taxa em bps do *bit stream* na entrada do *mapper* e verifique se a mesma excede C_{Tot} obtida em (a).

(d) Determine numericamente qual(is) dos 4 canais excede(m) individualmente a(s) respectiva(s) Capacidade(s) de Canal.

(e) Qual a consequência p/ o valor da BER (*bit error rate*) do *stream* de bits na saída do decodificador de canal do RX p/ as palavras binárias na saída do *de-mapper* correspondentes a símbolos IQ que trafegam nos canais determinados em (d)?

(f) Para os canais em (d) que excedem a Capacidade de Canal determine M na modulação M-QAM a ser adotada nestes canais, em uma nova configuração operacional, tal que a respectiva Capacidade de Canal não seja excedida e tal que simultaneamente seja maximizada a taxa de transmissão do *bit stream* na entrada do *mapper*, sendo $M \in \{4, 16, 32, 64, 128, 256\}$.

(g) Para a nova configuração operacional referida em (f), determine a taxa em bps do *bit stream* na entrada do *mapper*.
 (h) Determine a frequência de amostragem f_s do DAC.

Solução: Para a solução deste exemplo vamos usar o *script* Mathcad Exemplo1.xmcd disponível em https://www.fccdecastro.com.br/ZIP/SCD2_C4_E1S6.zip , conforme mostrado a seguir.

Do enunciado é dado:

A banda passante de cada um dos 4 canais passband é W = 7 MHz.

Índice mde cada canal: Frequência f_m da *m*-ésima portadora = frequência central do *m*-ésimo canal de largura W :

Relação sinal ruído $SNR_m em dB$ no *m*-ésimo canal de largura W:



2

3





(a) Conforme Teorema de Shannon-Hartley (ver slide 12 do Cap I.1 de Sistemas de Comunicação Digital II), temos que:

$$C_{m} \coloneqq \frac{1}{\ln(2)} \cdot W \cdot \ln \begin{pmatrix} \frac{SNR_{m}}{1+10} \end{pmatrix} C_{m} = \longrightarrow Capacidade em [Mbps] do m-ésimo canal de largura W com centro na frequência da m-ésima portadora.$$

$$MHz = \frac{82.786}{50.223} \cdot MHz = \frac{Np-1}{20.186}$$

$$CTot \coloneqq \sum_{m=0}^{Np-1} C_{m} = 184.905 \cdot MHz \rightarrow Capacidade total conjunta dos Np = 4 canais em [Mbps] (= capacidade de canal a ser obedecida pelo bit stream na entrada do mapper p/ que a BER seja nula na saída do decodificador de canal do RX).$$

(b) Do slide 23 do Cap I.2 de Sistemas de Comunicação Digital II temos que a relação entre a largura W de um canal passband e o symbol rate na entrada do filtro LPF raised-cosine de roll-off α que efetua a contenção espectral para este canal é dada por:

W = symbol_rate $(1 + \alpha)$

Do enunciado, os filtros LPF são *shaping filters* do tipo *root-raised-cosine* ideais com $\alpha := 0$. Isto faz com que o H(f) do filtro *root-raised-cosine* seja uma "caixa quadrada" no domínio frequência com banda passante igual à de um filtro *raised-cosine* com $\alpha = 0$. Daí, da equação acima, o *symbol rate* da sequência de símbolos IQ que trafega em cada filtro LPF da Figura 1 do enunciado é dada por:

symbol_rate := $\frac{W}{1 + \alpha} = 7 \cdot MHz$ [Msymb/s]

Dado que, conforme enunciado, a chave rotativa S/P (*serial-to-parallel*) na saída do *mapper* reduz a taxa de símbolos de um fator de 4, temos que a taxa de símbolos na saída do *mapper* é:

symbol_rate_mapper := $4 \cdot \text{symbol}_rate = 28 \cdot \text{MHz}$ [Msymb/s] \rightarrow taxa de símbolos na saída do mapper em mega símbolos por segundo

(C) Do enunciado, a modulação em cada um dos 4 canais é 64-QAM \rightarrow 6 bits por símbolo. Daí, a taxa do *bit stream* na entrada do *mapper* é :

taxa_bit_stream := 6symbol_rate_mapper = $168 \cdot MHz$ [Mbps] \rightarrow note que a taxa no *bit stream* na entrada do *mapper* não excede a capacidade de canal total CTot = 184.905MHz [Mbps] do sistema.

(d) Do enunciado, a modulação em cada um dos 4 canais é 64-QAM \rightarrow 6 bits por símbolo. Cada canal transporta símbolos IQ a uma taxa symbol_rate = 7 MHz [Msymb/s], já determinada em (b). Daí a taxa de bits que está sendo transportada por cada um dos 4 canais é :

taxa_de_bit_por_canal := 6symbol_rate = 42·MHz [Mbps]

Da questão (a) temos:

$C_m =$

82.786	
50.223	
31.71	
20.186	

·MHz → Capacidade em [Mbps] do *m*-ésimo canal de largura W com centro na freqüência da *m*-ésima portadora, conforme slide 12 do Cap I.1 de Sistemas de Comunicação Digital II.

Daí, os canais que excedem a respectiva Capacidade de Canal individual C_m são:

<u>Nota</u>: A expressão relacional ">" abaixo resulta $1 \rightarrow V$ (excede C_m) ou $0 \rightarrow F$ (não-excede C_m)

taxa_de_bit_por_canal >
$$\begin{pmatrix} C_0 \\ C_1 \\ C_2 \\ C_3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix}$$

onde taxa de bit por canal = 42 MHz [Mbps] foi determinada em (d)



(e) Para este(s) canal(is) que excede(m) a respectiva Capacidade de Canal C_m, a consequência será que a BER do

stream de bits resultante do algoritmo de correção de erros do decodificador de canal de RX será forçosamente não nula para aquelas palavras binárias na saída do *de-mapper* que correspondem a símbolos IQ que trafegam neste(s) canal(is). Uma vez que a Capacidade de Canal C_m de qualquer um dos 4 canais seja excedida, a BER resultará não nula na saída

do decodificador de canal do RX, independentemente do algoritmo de correção de erro que for adotado no codificador/decodificador de canal.

(f) O número de bits por símbolo para uma modulação *M*-QAM, onde, conforme o enunciado, $M \in \{4, 16, 32, 64, 128, 256\}$ é:

$$M := \begin{pmatrix} 4\\16\\32\\64\\128\\256 \end{pmatrix} \rightarrow BitsPorSimbolo := \frac{1}{\ln(2)} \cdot \begin{pmatrix} \ln(M_0)\\\ln(M_1)\\\ln(M_2)\\\ln(M_3)\\\ln(M_3)\\\ln(M_4)\\\ln(M_5) \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 2\\4\\5\\6\\7\\8 \end{pmatrix} \quad [bits/symb]$$

O symbol rate é fixo em cada canal. O seu valor já calculado em (b) é symbol_rate = $7 \cdot MHz$ [Msymb/s].





Adaptando a modulação dos canais de índice 2 e 3, conforme resultados obtidos em (d), de modo que as respectivas Capacidades de Canal não sejam excedidas (semelhantemente a um sistema real que utiliza o conceito de *adaptive modulation* - ver <u>https://en.wikipedia.org/wiki/Link_adaptation</u>):

Alterando (i.e., adaptando) a modulação de 64-QAM p/ **16**-QAM no canal de índice **2** ($4 \cdot \text{symbol}_{rate} = 28 \cdot \text{MHz}$ [Mbps]) a capacidade de canal C₂ = 31.71 \cdot \text{MHz} [Mbps] não é excedida nesta nova configuração.

Alterando (i.e., adaptando) a modulação de 64-QAM p/4-QAM no canal de índice 3 ($2 \cdot \text{symbol}_\text{rate} = 14 \cdot \text{MHz}$ [Mbps]) a capacidade de canal C₃ = 20.186 MHz [Mbps] não é excedida nesta nova configuração.

(**g**) A taxa em bps do *bit stream* na entrada do *mapper M*-QAM para a nova configuração operacional definida em (f), configuração obtida do ajuste adaptativo do *M* do *mapper*, resulta conforme abaixo:

taxa_bit_stream := 6symbol_rate + 6symbol_rate + 4symbol_rate + 2symbol_rate \uparrow \uparrow \uparrow \uparrow taxa_bit_stream = 126·MHz [Mbps]

(h) $k := 8 \rightarrow \text{fator de } up\text{-sampling dado no enunciado}$ Daí, a freqüência de amostragem fs do DAC é: $fs := k \cdot \text{symbol rate} = 56 \cdot \text{MHz}$ [MSa/s]

Consideremos um sistema *multicarrier* (multiportadora) como o do Exemplo 1 no slide 6, em que os símbolos IQs são uniformemente distribuídos entre N_p sub-canais de largura W e frequência central f_m , com $m = 1, 2 \cdots, N_p$, sendo a contenção espectral de cada sub-canal efetuada por um *shaping filter* passa-baixa (bloco LPF na Figura 1 do slide 6). É desejável que o conjunto de sub-canais ocupe a menor banda espectral BW possível para efeito de maximizar a eficiência espectral do sistema. Para este fim, os sub-canais devem ser adjacentes no domínio frequência e devem ter a mínima separação espectral entre si, o que demanda que os *shaping filters* tenham função de transferência *passband* de corte abrupto, como, por exemplo, as funções de transferência $H_1(f)$, $H_2(f)$, $H_3(f)$ e $H_4(f)$ para um sistema com $N_p = 4$ mostradas abaixo:



Ocorre que um filtro passband com H(f) de corte abrupto (a "caixa quadrada" em vermelho de largura W com centro em f_m na figura acima) demandam um número grande de coeficientes se implementados digitalmente, ocupando uma significativa área de silício nas implementações em FPGA, sem falar nos problemas do ruído de quantização numérica em filtros de muitos coeficientes (ver efeitos do quantization noise no âmbito de filtros digitais para áudio no artigo em <u>https://www.ti.com/lit/an/slyt375/slyt375.pdf</u>. E se implementados analogicamente, filtros passband de corte abrupto apresentam considerável sensibilidade às condições ambientais, principalmente à temperatura, resultando que o espectro de um canal sempre acaba interferindo no espectro do canal adjacente .

Para resolver este problema na contenção espectral de sistemas *multicarrrier*, surgiu a proposição do sistema *multicarrier* OFDM (*Orthogonal Frequency Division Multiplex*), cujo princípio é obter a separação espectral entre sub-canais através da ortogonalidade entre as portadoras, conforme veremos no discussão que segue.

Consideremos um sistema *multicarrier* com N portadoras, sendo f_m a frequência da m-ésima portadora, $m = 1, 2, \dots, N$. A m-ésima portadora é gerada pelo DDS e modulada pelos símbolos IQ no respectivo *up-converter* (ver Figura 1 no slide 6), e a saída do m-ésimo *up-converter* é o sinal modulado do m-ésimo sub-canal de largura W e frequência central f_m , dado por

$$u_m(t) = A_m \cos(2\pi f_m t + \theta_m), \qquad m = 1, 2, \cdots, N$$
⁽¹⁾

Seja T o período do símbolo IQ no m-ésimo up-converter (ver Figura 1 no slide 6) que transporta a informação (informação = sequência de símbolos IQ) do m-ésimo sub-canal. Para que o sinal $u_m(t)$ na saída do m-ésimo up-converter não interfira no sinal $u_n(t)$ na saída do n-ésimo up-converter, $n = 1, 2, \dots, N$, $n \neq m$, é necessário que $u_m(t)$ e $u_n(t)$ sejam ortogonais entre si, o que equivale à correlação entre $u_m(t)$ e $u_n(t)$ ser nula. Para tanto, é necessário que a condição abaixo seja atendida:

$$\int_{0}^{T} u_{m}(t)u_{n}(t)dt = \int_{0}^{T} A_{m}\cos(2\pi f_{m}t + \theta_{m})A_{n}\cos(2\pi f_{n}t + \theta_{n})dt = 0$$
(2)

Para simplificar a análise, vamos considerar em (2) que $f_m = f_1$ e que $f_n = f_1 + k\Delta f$, onde $k = n - 1 = 1, 2 \cdots, N - 1$:

$$\int_{0}^{T} A_{1} \cos(2\pi f_{1}t + \theta_{1}) A_{n} \cos(2\pi (f_{1} + k\Delta f)t + \theta_{n}) dt = 0$$
(3)

A pergunta a ser respondida é: Para qual valor de Δf a equação (3) é satisfeita, assegurando que $u_m(t)$ e $u_n(t)$ são ortogonais entre si? Vamos experimentar em (3) o valor $\Delta f = 1/T$, conforme:

$$\int_{0}^{T} A_{1} \cos(2\pi f_{1}t + \theta_{1}) A_{n} \cos\left(2\pi \left(f_{1} + \frac{k}{T}\right)t + \theta_{n}\right) dt = 0$$
(4)

Resolvendo a integral em (4) obtemos:

$$\int_{0}^{T} A_{1} \cos(2\pi f_{1}t + \theta_{1}) A_{n} \cos\left(2\pi \left(f_{1} + \frac{k}{T}\right)t + \theta_{n}\right) dt = \frac{A_{1}A_{n}T[\sin(\theta_{1} + \theta_{n} + 4\pi f_{1}T) - \sin(\theta_{1} + \theta_{n})]}{8\pi f_{1}T + 4\pi k}$$
(5)

Para que (5) resulte zero, basta que seja obedecida a condição $f_1 = 0.5 k/T$, $k = 1, 2, \dots$, condição em que $\sin(\theta_1 + \theta_n + 4\pi f_1 T) - \sin(\theta_1 + \theta_n) = 0$ para qualquer valor de k inteiro.

Portanto, as condições necessárias para que $u_m(t)$ e $u_n(t)$ sejam ortogonais entre si são:

- (1) A separação Δf entre as frequências $f_m \in f_{m+1}$ de duas portadoras adjacentes deve ser $f_{m+1} f_m = \Delta f = 1/T$.
- (2) A frequência da portadora f_1 de frequência mais baixa deve ser um múltiplo inteiro de $\Delta f = 0.5/T$, isto é, $f_1 = 0.5 k/T$, $k = 1, 2, \cdots$.

A condição (2) aparentemente poderia gerar alguma dificuldade para a definição da frequência central do canal formado pelo conjunto de *N* sub-canais, no entanto, conforme veremos no slide 24, na saída do modulador OFDM há um *up-converter* adicional que estabelece a frequência central do canal.



Como o hardware dos N = 8 up-converters opera sincronizado entre si (operam sob mesmo clock), as curvas de amplitude dos espectros individuais de cada up-converter mostradas em (a) se superpõe no somador antes do DAC (ver Figura 1 no slide 6), de modo que o sinal na saída do modulador OFDM terá a magnitude do espectro mostrado em (b) :



Sistemas de Comunicação Digital II

Como o modulador OFDM é um algoritmo usualmente descrito em linguagem VHDL ou em linguagem C, implementado através de técnicas de DSP em uma FPGA ou em um GPP, podemos simplificar o processo de modulação em cada um dos N sub-canais tornando os ramos I e Q de cada respectivo *m*-ésimo *up-converter* como sendo uma única variável complexa I + *j*Q. Como simplificação adicional, vamos substituir a LUT (*look up table*) do DDS que gera as duas *m*-ésimas portadoras defasadas de 90° para os ramos I e Q por uma LUT que gera os valores da função complexa $e^{j2\pi f_m n} = \cos(2\pi f_m n) + \cos(2\pi f_m n)$ $j \sin(2\pi f_m n)$, com $m = 1, 2, \dots, N$, e cujo domínio é o tempo discreto n, conforme mostra a figura abaixo.



Portanto a chave entrega símbolos IQs com uma velocidade N/T [símbolos/s] e com periodicidade T[s]. Dado que o espaçamento entre portadoras é $\Delta f = 1/T$, então a banda BW ocupada pelo espectro dos N sub-canais presentes no sinal y[n] na saída do modulador é $BW = N \cdot W = N \cdot \Delta f = N/T$. O parâmetro que quantifica a ação da chave "entregar símbolos IQs com uma velocidade N/T^{*} tem a mesma unidade [símbolos/s] do parâmetro SymbolRate de sistemas single carrier, que estudamos em capítulos anteriores. No âmbito de sistemas OFDM, este parâmetro equivalente ao parâmetro SymbolRate recebe o nome de "clock da FFT", porque conforme veremos no slide 23, o conjunto de N down-converters no RX é implementado através de uma FFT (*Fast Fourier Transform*) de *N* pontos:

$$ClockFFT = BW = N \cdot \Delta f = N/T$$
(6)

Sistemas de Comunicação Digital II

Note na figura abaixo que a saída $o_m[n]$ do *m*-ésimo *up-converter*, $m = 1, 2, \dots, N$, é dada por:

$$o_{m}[n] = s_{m}[n]e^{j2\pi f_{m}n} = |s_{m}[n]|e^{j2\pi f_{m}n} = |s_{m}[n]|e^{j(2\pi f_{m}n + \Delta s_{m}[n])} =$$

$$= |s_{m}[n]|\cos(2\pi f_{m}n + \Delta s_{m}[n]) + j|s_{m}[n]|\sin(2\pi f_{m}n + \Delta s_{m}[n])$$
(7)
$$ClockFFT = BW = N\Delta f = N/T$$

$$bitstream$$

$$mapper$$

$$M^{-}QAM$$

$$W[n]$$

$$T$$

$$S_{m}[n]$$

$$e^{j2\pi f_{2}n}$$

$$g_{m}[n] = \log[n]|e^{j2\pi f_{m}n} + \log(2\pi f_{m}n) + j\sin(2\pi f_{m}n)$$

$$g_{m}[n] = \log[n]|e^{j2\pi f_{m}n}$$

$$y[n] = \sum_{m=1}^{N} o_m[n] = \sum_{m=1}^{N} s_m[n]e^{j2\pi f_m n} = \sum_{m=1}^{N} |s_m[n]|e^{j(2\pi f_m n + \angle s_m[n])} =$$
$$= \sum_{m=1}^{N} |s_m[n]|\cos(2\pi f_m n + \angle s_m[n]) + j\sum_{m=1}^{N} |s_m[n]|\sin(2\pi f_m n + \angle s_m[n])$$
(8)

onde n é o domínio tempo discreto das sequências $s_m[n]$, $o_m[n] e y[n]$. Conforme vimos no slide anterior, o intervalo de duração dos símbolos IQ na saída w[n] do mapper é T_0 e na entrada $s_m[n]$ e na saída $o_m[n]$ do m-ésimo up-converter a duração dos símbolos IQ é NT_0 . Como o intervalo de tempo entre as amostras n e n + 1 é T_0 , isto implica que o valor de $s_m[n]$ é mantido constante por N amostras na entrada do m-ésimo up-converter a partir do início da rotação da chave. Note que, uma vez transcorrido um intervalo de N amostras no tempo discreto n a partir do início da rotação da chave, o resultado na saída y[n] é uma sequência de N amostras complexas que constitui o símbolo OFDM, de duração $T = NT_0$.

Sistemas de Comunicação Digital II

Portanto, a geração do sinal OFDM na saída y[n] se dá resumidamente conforme segue: A chave rotativa paraleliza a sequência de símbolos IQ de duração T_0 na saída w[n] do mapper distribuindo N símbolos desta sequência nas entradas dos respectivos N upconverters conforme figura abaixo, e a seguir a chave volta para a posição inicial. O valor $s_m[n]$ do símbolo IQ armazenado na entrada do m-ésimo up-converter é mantido constante durante N amostras no tempo discreto n, i.e, durante o intervalo de tempo $T = NT_0$. Uma vez definido e armazenado o valor $s_m[n]$ na entrada de todos os m-ésimos up-converters, sendo $m = 0, 1, \dots, N - 1$, a equação (9) é executada para $n = 0, 1, \dots, N - 1$ gerando em y[n] uma sequência de N amostras complexas, que constituem um símbolo OFDM. O processo se repete gerando um novo símbolo OFDM de N amostras complexas em y[n] a cada cada intervalo $T = NT_0$.



Dado que o valor $s_m[n]$ do símbolo IQ armazenado na entrada do *m*-ésimo up-converter de frequência f_m é mantido constante durante o intervalo de *N* amostras no tempo discreto *n*, então podemos considerar que durante este intervalo fica estabelecida uma sequência $S[m] = s_m$ de símbolos IQ no domínio frequência discreta *m*. Neste contexto, a equação (9) é interpretada como a IDFT (*Inverse Discrete Fourier Transform*) da sequência S[m] de *N* amostras de valor I + jQ no domínio frequência discreto *m*, sendo $m = 0, 1, \dots, N - 1$, e cujo resultado é a sequência y[n] no domínio tempo discreto *n*, sendo $n = 0, 1, \dots, N - 1$:

$$y[n] = \text{IDFT}\{S[m]\} = \frac{1}{\sqrt{N}} \sum_{m=0}^{N-1} S[m] e^{j2\pi n \frac{m}{N}}$$
(10)

Sistemas de Comunicação Digital II

Cap IV.2 – Sistemas multiportadoras OFDM

Prof Fernando DeCastro 22

Os conceitos discutidos nos slides anteriores encontram-se resumidos na figura abaixo, em que é mostrado o diagrama de blocos simplificado de um sistema TX-RX *multicarrier* OFDM com N portadoras moduladas por símbolos IQ M-QAM. O TX implementa a IDFT referida na equação (10) através de uma IFFT (*Inverse Fast Fourier Transform*) de N pontos. A cada símbolo OFDM x'[n] recebido o RX recupera os N símbolos IQ X[k] transmitidos pelo TX na saída X'[k] do bloco FFT (*Fast Fourier Transform*) do RX (ver <u>https://en.wikipedia.org/wiki/Fast Fourier transform</u>), que implementa a operação $X'[k] = DFT\{x'[n]\}$, também de N pontos. Se o bloco "transmission channel" não adicionar ruído ao sinal transmitido e, além,



Note na figura abaixo que a sequência complexa $x[n] = \text{Re}\{x[n]\} + j \text{ Im}\{x[n]\}$ na saída da IFFT do TX tem o seu espectro transladado para a frequência central f_c do canal através do bloco tracejado em vermelho na figura abaixo, que consiste de um *up*-sampler $\uparrow k$ seguido de um filtro LPF e de um *up*-converter cuja frequência do DDS é f_c . O filtro LPF faz a contenção espectral dos pulsos em $\text{Re}\{x[n]\}$ e $\text{Im}\{x[n]\}$, e pode ser um filtro *root-raised-cosine* referido ao intervalo de símbolo IQ $T_0 = 1/\text{ClockFFT}$ (ver equação (6) no slide 20). Note também que o processo de soma realizado pela IDFT é uma média que estabelece uma janela de filtragem no domínio frequência e que auxilia na contenção espectral. A sequência $\text{Re}\{x[n]\}$ é atribuída ao ramo I do *up*-converter e a sequência $\text{Im}\{x[n]\}$ é atribuída ao ramo Q do *up*-converter. O bloco "channel compensation" na saída da FFT do RX consiste de um conjunto de N coeficientes complexos, um para cada sub-canal, cada coeficiente fazendo a compensação do valor da função da transferência do canal na frequência f_k do *k*-ésimo sub-canal, $k = 0, 1, \dots, N - 1$, conforme veremos nos slides 29 a 40. Cada um destes coeficientes complexos pode ser considerado um equalizador de um único coeficiente (L = 1), visto que a duração $T = NT_0$ do símbolo OFDM é usualmente muito maior que o *delay spread* do canal, conforme discutido no slide 3.







Figura 2: Etapa de modulação de um sistema de comunicação digital OFDM 16-QAM.

Note que o *buffer* de entrada da IFFT no TX armazena valores X = I + jQ da constelação de referência do *mapper*. Da mesma forma, se não houver degradação de sinal no canal de transmissão por ação do multipercurso e do ruído, o *buffer* de saída da FFT no RX armazena valores X' = I' + jQ' da constelação de referência do *de-mapper*.

Note ainda que a saída x da IFFT no TX e a entrada x' da FFT no RX são valores complexos Re + *j*Im mas que **não são os valores da constelação de referência 16-QAM**.





O bloco IFFT no TX executa a operação $x[n] = \frac{1}{\sqrt{N}} \sum_{k=0}^{N-1} X[k] e^{j2\pi n \frac{k}{N}}$, onde X pode assumir qualquer um dos valores I + jQ da constelação do *mapper* 16-QAM, de acordo com a palavra binária de 4 bits a ser transmitida.

O bloco FFT no RX executa a operação inversa da executada no TX, isto é, $X'[k] = \frac{1}{\sqrt{N}} \sum_{n=0}^{N-1} x'[n] e^{-j2\pi k \frac{n}{N}}$, e, se não ocorrer degradação de sinal no bloco "transmission channel", o *buffer* de saída X' da FFT recupera os valores I + jQ originais armazenados no *buffer* de entrada X da IFFT. **Pede-se**:

(a) Sabendo que o sistema utiliza N = 8 portadoras e que em um determinado instante o *buffer* de entrada X da IFFT do TX armazena os valores dados pelo vetor $\underline{X} = [X_1 \ X_2 \ X_3 \ X_4 \ X_5 \ X_6 \ X_7 \ X_8]^{^T}$, resultantes do *input bitstream* B={00100011011100101101110011111}, determine os valores resultantes no *buffer* de saída x da IFFT definido pelo vetor $\underline{x} = [x_1 \ x_2 \ x_3 \ x_4 \ x_5 \ x_6 \ x_7 \ x_8]^{^T}$.

(b) A partir do resultado obtido em (a) comprove numericamente que o bloco FFT no RX recupera em seu *buffer* de saída X' os valores dos símbolos I + jQ originais no *buffer* de entrada X da IFFT do TX. Considere que os valores resultantes no *buffer* de saída da IFFT definido pelo vetor $\underline{x} = [x_1 \ x_2 \ x_3 \ x_4 \ x_5 \ x_6 \ x_7 \ x_8]^T$ são transmitidos do TX ao RX através do canal de transmissão sem sofrer qualquer degradação por ruído ou por multipercurso no canal.

Solução: Para a solução deste exemplo vamos usar o *script* Mathcad Exemplo2.xmcd disponível em <u>https://www.fccdecastro.com.br/ZIP/SCD2 C4 E2S25.zip</u>, conforme mostrado a seguir.

(a) Lendo o arquivo "IQStream.txt" contendo os símbolos IQ gerados pelo script "IQ&BitstreamGenerator.xmcd":

IQStream := READPRN("IQStream.txt")

$$X := IQStream^{\langle 0 \rangle} + j \cdot IQStream^{\langle 1 \rangle}$$

$$= \begin{pmatrix} 1 + 3i \\ 1 + i \\ 1 - i \\ -3 - 3i \\ -1 + i \\ 1 - i \\ 1 + i \\ -1 - i \end{pmatrix} \rightarrow Simbolos X = I + jQ armazenados no buffer de entrada da IFFT no TX, conforme mostrado na Figura 2 do enunciado. Os referidos símbolos X = I + jQ são gerados no mapper do TX pelo input bitstream B dado no enunciado.$$

 \rightarrow Número de portadoras

N = 8

 $\mathbf{N} := \text{length}(\mathbf{X})$

A operação IFFT no TX é dada por

$$n := 0..N - 1$$
$$x_{n} := \frac{1}{\sqrt{N}} \cdot \sum_{k=0}^{N-1} \begin{pmatrix} j \cdot 2 \cdot \pi \cdot n \cdot \frac{k}{N} \\ X_{k} \cdot e \end{pmatrix} \longrightarrow x[n] = \mathsf{IFFT}\{X[k]\}$$

resultando na seguinte sequência de números complexos x_n no *buffer* de saída da IFFT no TX:

$$\mathbf{x} = \begin{pmatrix} 0 \\ 1.914 + 1.207i \\ -2.121 + 3.536i \\ -0.5 - 0.793i \\ 1.414 + 2.828i \\ 0.914 + 0.207i \\ 0.707 - 0.707i \\ 0.5 + 2.207i \end{pmatrix}$$

(b) A operação FFT no RX é dada por (onde, abaixo, $x_representa x' e X_representa X'):$

x_:= x → a atribuição x' = x implica que os valores resultantes no buffer de saída da IFFT definido pelo vetor x são transmitidos do TX ao RX através do canal de transmissão sem sofrer qualquer degradação por ruído ou por multipercurso no canal, conforme estabelecido no enunciado.

OK! Isto comprova que a sequência X de símbolos IQ no *buffer* de entrada da IFFT no TX é igual à sequência X' (X_) de símbolos IQ no *buffer* de saída da FFT no RX,e que, portanto, os símbolos IQ foram recuperados corretamente na saída da FFT do RX.

Consideremos o diagrama de blocos de um sistema TX-RX *multicarrier* OFDM com N portadoras moduladas por símbolos IQ M-QAM mostrado abaixo:



Para efeito de facilitar a análise que segue, vamos simplificar o diagrama de blocos acima para a seguinte forma equivalente em banda-base:



O canal apresenta uma resposta ao impulso h[n] (medida através do *delay profile* do canal – ver slides 17 a 20 do Cap II.1) e uma função de transferência H(z) no domínio frequência z dada por

$$H(z) = Z\{h[n]\}$$
(11)

onde *Z*{·} é o operador Transformada *Z* (ver <u>http://www.fccdecastro.com.br/pdf/SS_aula23a26_25062020.pdf</u>).



A saída do canal é dada pela convolução da sequência de amostras complexas $x[n] = \text{Re}\{x[n]\} + j \text{Im}\{x[n]\}$ na saída da IDFT com a resposta ao impulso h[n] do canal:

$$x'[n] = x[n] * h[n]$$
 (12)

Portanto a saída da DFT no RX é dada por:

 $X'[k] = DFT\{x'[n]\} = DFT\{x[n] * h[n]\} = DFT\{x[n]\}\} DFT\{h[n]\} = DFT\{IDFT\{X[k]\}\} DFT\{h[n]\} = X[k]H[k]$ (13)

Note em (13) que $H[k] = DFT\{h[n]\}$ é a Trasformada $Z H(z) = Z\{h[n]\}$ em (11) calculada p/ $z = 1e^{j\theta}$ sobre o círculo de raio unitário em pontos de amostragem que são separados por um intervalo de $2\pi/N$, onde N é o número de pontos da DFT (= número de portadoras do sistema OFDM) – ver <u>http://www.fccdecastro.com.br/pdf/SS_aula27a29_06072020.pdf</u>.

Note também de (13) que, se não há multipercurso no canal então não há ecos, e consequentemente a resposta ao impulso do canal é um único impulso $\delta[n]$. Nesta situação (13) é reescrita como:

 $X'[k] = DFT\{x'[n]\} = DFT\{x[n] * \delta[n]\} = DFT\{x[n]\}\} DFT\{\delta[n]\} = DFT\{IDFT\{X[k]\}\} 1 = X[k]$ (14)

Portanto, da equação (14), não havendo multipercurso no canal, para cada l-ésimo símbolo OFDM transmitido, X'[k] na saída da DFT no RX recupera sem distorção os N símbolos IQ originais na entrada X[k] da IDFT no TX, conforme vimos no Exemplo 2 no slide 25 e conforme mostra a figura abaixo p/ um TX-RX *multicarrier* OFDM com N portadoras moduladas por símbolos IQ 16-QAM :



OFDM transmit signal (case of 16QAM-OFDM)

Em havendo multipercurso e ruído no canal, a saída da DFT é conforme mostra a figura abaixo:



Assumindo que a relação sinal ruído (SNR – signal to noise ratio) seja suficientemente alta para que o ruído N[l,k] na figura acima seja desprezível em relação ao sinal X[l,k]H[l,k] recebido no k-ésimo sub-canal, o bloco Channel compensation estima a função de transferência H[k] em cada frequência k de cada k-ésimo respectivo sub-canal e divide os N valores de X'[k] na saída da DFT pelos valores de H[k] estimados, recuperando assim a cada l-ésimo símbolo OFDM os símbolos IQ originalmente transmitidos em X[k] conforme mostra a figura abaixo:



Fica evidente, portanto, a importância do processo de estimação do canal, de modo que a pergunta a ser respondida é: Como estimar a função de transferência H[k] em cada frequência k de cada k-ésimo respectivo sub-canal?

Existem vários métodos para se estimar a função de transferência H[k] em cada frequência k de cada k-ésimo respectivo sub-canal. Um possível método é o denominado **símbolo OFDM de referência**, que consiste em organizar a sequência de símbolos OFDM em uma estrutura de N_F símbolos OFDM denominada *frame*. O TX transmite o primeiro símbolo OFDM do *frame* com suas N portadoras moduladas por símbolos IQ de referência $X_r[k]$, sendo que uma cópia de $X_r[k]$ encontra-se previamente gravada em uma LUT (*Look Up Table*) no hardware do RX, semelhantemente a sequência d[n] usada para treino do equalizador LMS, conforme vimos no slide 50 do Cap II.2. Os demais $N_F - 1$ símbolos OFDM do frame têm suas portadoras moduladas por símbolos IQ X[k] de dados, cujos valores são determinados pela palavra binária na entrada do *mapper*, conforme mostrado abaixo:

N_F símbolos OFDM por *frame*



Ao receber o 1° símbolo OFDM do *frame* com portadoras moduladas por $X_r[k]$, o RX consulta a cópia dos símbolos IQ $X_r[k]$ transmitidos que está gravada na LUT (*Look Up Table*) em seu hardware e determina H[k] através de



O processo de estimação de H[k] ao RX receber o 1° símbolo OFDM do *frame* é resumido abaixo:



Sistemas de Comunicação Digital II

Uma ver determinada H[k] conforme slide anterior, após o RX receber o 1° símbolo OFDM do *frame* com portadoras moduladas por $X_r[k]$, o RX usa H[k] assim determinada para compensar o canal e recuperar X[k] originalmente transmitido em todos os subsequentes $N_F - 1$ símbolos de dados do *frame*, conforme mostrado abaixo:



O RX usa a função de transferência H[k] do canal determinada após receber o símbolo OFDM de referência (1° símbolo OFDM do *frame*) para compensar o canal e recuperar X[k] originalmente transmitido em todos os subsequentes $N_{\rm F} - 1$ símbolos OFDM de dados do *frame* recebido pelo RX. Portanto, este método demanda que o intervalo de tempo entre símbolos OFDM de referência seja suficientemente pequeno para que, sob operação móvel, a função de transferência instantânea do canal não se afaste em demasia de H[k] determinada no início do frame, o que, caso contrário, geraria ISI (*Inter Symbol Interference*) na entrada do *de-mapper*, resultando BER (*Bit Error Rate*) significativa na saída do mesmo, conforme discutimos no slide 13 do Cap I.1.
O método scattered pilots (SPs) é um método alternativo bastante usual para estimar a função de transferência H[k] em cada frequência k de cada k-ésimo respectivo sub-canal, $k = 1, 2 \cdots, N$, sendo N o número de portadoras. Este método usa portadoras piloto uniformemente espalhadas no domínio tempo discreto l e no domínio frequência discreta k conforme mostra as figuras (a) e (b) para um sistema OFDM 16-QAM.



portadora k portadora k+1

Uma cópia do valor do símbolo BPSK que modula cada SP, bem como uma cópia do respectivo índice $l_{\rm p}$ do símbolo OFDM e do respectivo índice $k_{\rm p}$ da portadora que definem a posição no tempo l e na frequência k de cada piloto $SP[l_p, k_p]$ transmitido pelo TX encontram-se previamente gravados em uma LUT (Look Up Table) no hardware do RX. A sequência de símbolos BPSK que modulam os pilotos SP $|l_{p}, k_{p}|$ é aleatória e com distribuição uniforme.

O TX transmite a k-ésima portadora de dados do *l*-ésimo símbolo OFDM modulada pelo símbolo 16-QAM X[l,k], correspondentes às posições [l, k] onde ocorrem bolas brancas no mapa do buffer de armazenamento na entrada da IDFT mostrado em (a), sendo X[l,k]determinado pela palavra binária de 4 bits na entrada do mapper, conforme mapa da constelação mostrado em (b). Nas posições $[l_{\rm p}, k_{\rm p}]$ em (a), onde ocorrem bolas pretas, o TX transmite SPs moduladas por símbolos BPSK $SP[l_p, k_p]$ cujo valor SP é mostrado em (b).



Sp data of 16QAM-OFDM (for the RMS value √10 in 16QAM, SP is placed $(+L\sqrt{10}, 0)$ or $(-L\sqrt{10}, 0)$

O RX recebe o símbolo IQ X'[l, k] na k-ésima portadora de dados do l-ésimo símbolo OFDM, portadora que foi modulada pelo símbolo X[l, k] transmitido pelo TX, onde as posições [l, k] correspondem às bolas brancas no mapa do *buffer* de armazenamento na saída da DFT no RX, conforme mostrado em (a).



Uma vez determinado $H[l_p, k_p]$ através de (16), é necessário determinar os demais valores da função de transferência H[l, k] do canal nas posições [l, k] do *buffer* de armazenamento na saída da DFT que não estão nas posições $[l_p, k_p]$ das pilotos onde $H[l_p, k_p]$ foi determinado. Isto é feito através de **interpolação**, conforme veremos no próximo slide.



Para determinar os demais valores da função de transferência do canal H[l, k] nas posições [l, k] do *buffer* na saída da DFT em (a) que não estão nas posições $[l_{\rm p}, k_{\rm p}]$ das pilotos SP onde $H[l_{\rm p}, k_{\rm p}]$ foi determinado por (16), primeiro determina-se a equação das retas azuis de valor complexo em (a) que interceptam os dois valores complexos $H[l_p, k_p] \in H[l_p + 1, k_p]$ nas posições $l_{\rm p}$ e $l_{\rm p}+1$ de cada dois SPs adjacentes no domínio tempo l, p/ uma mesma frequência k_p . Para Re{H} determina-se a reta que intercepta os pontos $\operatorname{Re}\{H[l_p, k_p]\}$ e \bigcirc : data; $\operatorname{Re}\{H[l_p + 1, k_p]\}$ e p/ Im{H} determina-se a reta que intercepta os pontos $Im\{H[l_p, k_p]\}$ e $\text{Im}\{H[l_p + 1, k_p]\}$, conforme mostrado em (b).

Daí, a partir da equação determinada para cada reta, determina-se os demais valores da função de transferência $\hat{H}[l, k_p]$ para as 3 posições l entre as posições l_p e $l_p + 1$, conforme mostrado em (a). E repete-se o procedimento para cada frequência k_p de modo que ao final do processo os valores de H[l, k] são conhecidos ao longo das retas azuis em (a).





• O próximo passo para determinar H[l, k] nas posições [l, k] do *buffer* na saída da DFT em (a) que não estão nas posições $[l_p, k_p]$ das SPs onde $H[l_p, k_p]$ foi determinado por (16), consiste em determinar a equação das retas vermelhas de valor complexo em (a) que interceptam os dois valores complexos $H[l, k_p]$ e $H[l, k_p + 1]$ nas posições k_p e $k_p + 1$ de duas retas azuis adjacentes no domínio frequência k (cujos valores já se sabe), para um mesmo instante l. Para Re{H} determina-se a reta vermelha que intercepta os pontos Re{ $H[l, k_p]$ } e Re{ $H[l, k_p + 1]$ } e para Im{H} determina-se a reta que intercepta os pontos Im{ $H[l, k_p]$ } e Im{ $H[l, k_p + 1]$ }, conforme mostrado em (b).

Daí, a partir da equação determinada para cada reta vermelha, determina-se os demais valores da função de transferência $\hat{H}[l,k]$ para as 2 posições k entre as posições $k_p \in k_p + 1$, conforme mostrado em (a). E repete-se o procedimento para cada instante l de ocorrência do símbolo OFDM de modo que ao final do processo os valores de H[l,k] são conhecidos ao longo das retas vermelhas em (a), e são gravados no *buffer*. Note em (b) que os *notches* de H(f) não são aproximados



Uma ver determinada H[l, k] conforme slide anterior, o RX usa H[l, k] assim determinada para compensar o canal e recuperar X[l, k] originalmente transmitido nas posições [l, k] onde ocorrem bolas brancas no mapa do *buffer* de armazenamento na entrada da IDFT mostrado (b), conforme procedimento mostrado em (a). Para cada X[l, k] obtido na saída do bloco *Channel compensation*, o *de-mapper* gera em sua saída uma palavra binária de 4 bits conforme mapa da constelação mostrado em (c).



Sistemas de Comunicação Digital II

Cap IV.2 – Sistemas multiportadoras OFDM

Prefixo cíclico (cyclic prefix)

Os ecos do *n*-ésimo símbolo OFDM gerados por multipercurso no canal se estendem no tempo por um intervalo T_{ds} correspondente ao *delay spread* do canal e interfere nas portadoras do (n + 1)-ésimo símbolo OFDM subsequente, conforme mostrado em (b), gerando o efeito denominado ICI (*Inter Carrier Interference*). O ICI gera dispersão de símbolos na entrada do *de-mapper*, aumentando a BER (*Bit Error Rate*) na sua saída, de maneira similar ao efeito do ruído em sistemas *single-carrier* discutido no slide 13 do Cap I.1. Portanto, é necessário inserir um intervalo de guarda de duração T_{ds} entre cada dois símbolos OFDM adjacentes no tempo. A duração T_{ds} deve ser igual ou maior ao *delay spread* do canal, caso contrário os ecos do símbolo OFDM anterior gerarão ICI no símbolo OFDM posterior.



Prefixo cíclico (cyclic prefix)

O intervalo de guarda não pode ser gerado simplesmente interrompendo (zerando) abruptamente o sinal por um intervalo de tempo T_{ds} ou maior porque isto geraria um amplo espectro de espúrios espectrais. Para evitar este problema, é inserido no início de cada símbolo OFDM o denominado prefixo cíclico CP, com duração T_{cp} maior ou igual ao *delay spread* (T_{ds}). Cada CP consiste na cópia do intervalo de duração T_{cp} ao final do símbolo OFDM e esta cópia é colocada na frente do símbolo OFDM, conforme mostrado em (c).



Prefixo cíclico (cyclic prefix)

O processo de inserção do prefixo cíclico de duração T_{cp} no TX e a remoção no RX é mostrada em amarelo abaixo:



Importante notar que os símbolos IQ de dados são transmitidos somente durante o intervalo efetivo de símbolo T_{SC} . Durante o intervalo T_{cp} de duração do prefixo cíclico o sistema apenas espera, e não transmite nenhuma informação útil para o RX. Dado que a condição $T_{cp} \ge delay$ spread deve ser atendida para evitar ICI, para canais com delay spread muito longo é usual reduzir o overhead do prefixo cíclico fazendo $T_{SC} \gg T_{cp}$ através da adoção de um número N de portadoras elevado. Por exemplo, TV digital aberta em VHF (sistema ISDB-T – ClockFFT = 8.127 MHz) adota N = 8192 ($T_{SC} = 1.008$ ms) para o cenário de multipercurso urbano, com 64-QAM modulando as portadoras de dados (bitrate 19.3 Mbps) e intervalo de guarda $T_{cp} = \frac{1}{8}T_{SC}$.

Portanto, levando em consideração o intervalo de duração T_{cp} do prefixo cíclico, o intervalo total $T_{\rm S}$ de duração de um símbolo OFDM é dado por





PAPR (peak to average power ratio):

Como o sinal na saída de um modulador OFDM de N portadoras é uma superposição de N senoides de frequências diferentes (ver equação (8) slide 21), dependendo da amplitude e fase de cada senoide em função da palavra binária na entrada do mapper, ocorrerá que em determinados instantes algumas senoides se superpõe construtivamente gerando os picos pk indicados pelas setas em magenta na figura, picos que são valores acima do valor médio rms (root mean square) mostrado nas retas tracejadas em azul. Esta situação caracteriza o denominado PAPR (peak to average power ratio), que é um problema em sistemas OFDM porque demanda que o HPA (high power amplifier - ver figura abaixo) seja capaz de amplificar linearmente os picos sem qualquer



nominal muito maior que o necessário, e portanto de custo muito maior, para poder acomodar o alto PAPR dos picos de potência do sinal OFDM. Para evitar o alto custo do back-off é usual adotar técnicas de linearização do HPA. Ver "RF and Microwave Power Amplifier and Transmitter Technologies — Part 4" (pag 28) disponível em

> http://www.fccdecastro.c om.br/pdf/RF&Microwave PowerAmp&XMTRs.pdf

PAPR (peak to average power ratio):

A não adoção de *back-off* ou de linearização resulta em espúrios espectrais nos canais adjacentes ao canal principal do sistema OFDM, interferindo no sinal dos serviços alocados nos canais adjacentes pelo órgão regulador (ANATEL, FCC, etc...) Estes espúrios são gerados por intermodulação em consequência da não-linearidade na curva de transferência *input-output* do HPA, ocorrendo nas vizinhanças do canal principal conforme mostra o espectro do sinal na saída do HPA:



PAPR (peak to average power ratio):

Além da geração de espúrios de intermodulação na saída do HPA no TX, a não adoção de *back-off* ou de linearização distorce a sequência de símbolos IQ transmitidos, gerando dispersão de símbolos em torno dos símbolos de referência da constelação na entrada do *de-mapper* no RX, podendo aumentar a BER (*Bit Error Rate*) na saída do mesmo caso a dispersão dos símbolos invada as regiões de decisão adjacentes:





Time/frequency Interleaver:

Note que para determinados instantes l de símbolos OFDM e para determinadas frequências k de portadoras a magnitude |H[l,k]| da função de transferência do canal desvanece em consequência da interferência destrutiva entre as ondas no canal (multipercurso), estabelecendo regiões de maior *fading* (desvanecimento) no domínio [l,k] conforme mostrado pelos elipsoides em amarelo marcados na superfície de |H[l,k]| no *buffer* da DFT abaixo. Nestas regiões de maior *fading em* [l,k] a SNR (*signal to noise ratio*) na entrada do *de-mapper* é muito baixa resultando em BER (*bit error rate*) não nula na saída do mesmo. Dependendo do tamanho e do formato da região de *fading*, a sequência de bits errados na saída do *de-mapper* devido à baixa SNR pode ser excessivamente longa, excedendo a capacidade de correção de erro dos códigos corretores de erro do decodificador de canal. Para quebrar as longas sequências de bit errados em blocos menores, evitando exceder a capacidade de correção dos códigos corretores, adota-se o processo denominado *interleaving* (embaralhamento), conforme segue.



Time/frequency Interleaver:

O processo de *interleaving* realizado pelo *interleaver* consiste em reordenar aleatoriamente a posição [l, k] dos símbolos IQ de dados X[l, k] (bolas brancas na figura abaixo) no *buffer* da IFFT no TX. O *de-interleaver* no RX conhece a sequência de reordenamento feita no TX pelo *interleaver*, de modo que o *de-interleaver* reposiciona nas suas posições originais os símbolos X'[l, k] recebidos no *buffer* da FFT.

Ocorre que quando o RX reposiciona nas suas posições originais os símbolos X'[l,k] recebidos no *buffer* da FFT, implicitamente estará sendo reordenada aleatoriamente a posição [l,k] dos símbolos IQ de dados X[l,k] no interior das regiões de maior *fading* (elipsoides amarelos no slide anterior), porque o *fading* ocorre no canal antes do *de-interleaver*.



Máscara Espectral:

Todo sistema de comunicações, em particular sistemas *wireless*, deve obedecer uma máscara espectral definida pelo órgão regulador (ANATEL, FCC, etc...) que especifica os limites do espectro do sinal do sistema no canal principal (*in-band channel*) bem como especifica a amplitude máxima dos espúrios nos canais adjacentes, conforme mostrado em (a) para um sistema IEEE 802.11a. Para efeito de conformação espectral do sinal OFDM, símbolos IQs nulos (0 + j0) são atribuídos às portadoras das extremidades alta e baixa do espectro, conforme mostrado em (b), de modo a atender a máscara espectral exigida. Esta é uma flexibilidade possibilitada por sistemas OFDM que não é encontrada em sistemas *single carrier*.



RX OFDM – diagrama de blocos:

channel compensation



Orthogonal Frequency Division Multiplexing – prós/contras e considerações finais

Prós:

- Não apresenta banda de guarda entre as portadoras.
- Possui uma elevada eficiência espectral (as portadoras se superpõem).
- Baixo custo computacional nos algoritmos IFFT (*Inverse Fast Fourier Transform*) e FFT (*Fast Fourier Transform*), utilizados na modulação e demodulação.
- Robustez em relação à interferência e ao multipercurso.
- Diminuição do desvanecimento seletivo em frequência causada por multipercurso.
- Redução significativa do uso de equalizadores.
- Apresenta bom desempenho em ambientes de propagação NLOS (*Non Line of Sight*).
- Permite a atribuição de modulações distintas a diferentes portadoras.

Contras:

- Alto PAPR do sinal OFDM demanda amplificadores de potência capazes de operar sob ampla faixa dinâmica com absoluta linearidade na curva de transferência *input-output*.
- Perda de eficiência espectral quando o intervalo de guarda necessita ser muito longo em função do *delay spread* do canal (denominado *overhead* do intervalo de guarda).
- Bem mais sensível ao desvio Doppler do que sistemas *single carrier* (devido à pouca separação em frequência entre as portadoras), demandando um sincronismo de portadora preciso.
- Bem mais sensível ao *phase noise* dos osciladores do hardware do que sistemas *single carrier* (devido à pouca separação em frequência entre as portadoras).
- Receptor OFDM demanda mecanismo de sincronização preciso no tempo entre as janelas da IFFT e FFT.



Figura 3: Etapa de modulação de um sistema de comunicação digital OFDM 16-QAM.

O sistema utiliza Nport = 8 portadoras com um *clock* na IFFT e FFT de valor ClockFFT = 8.16 [MHz].

A frequência central do canal de transmissão é f_c =174 [MHz] e o delay profile do canal é conforme Tabela 1 ao lado.

Sabe-se que as portadoras de índices zero e 7 correspondem respectivamente às frequências mais baixa e mais alta da banda ocupada do canal.

Tabela 1: Channel Delay Profile		
Amplitude do	Atraso do	
percurso [dB]:	percurso [µs]:	
0	0	
-3.5	2.5	
-15	4.5	

Pede-se:

(a) Plote a curva do módulo em [dB] da resposta em frequência |H(f)| deste canal de transmissão **passband**, sendo $H(f) = H(e^{j\theta}) = Z\{h[n]\}|_{z=e^{j\theta}}$, onde $-\pi \le \theta \le \pi$ é o intervalo de variação da frequência digital θ de acordo com Nyquist, intervalo que é equivalente ao intervalo f_c - ClockFFT/2 $\le f \le f_c + ClockFFT/2$ da frequência analógica f. h[n] é a resposta ao impulso discreta deste canal e $Z\{\cdot\}$ é o operador Transformada Z. A relação entre a frequência analógica f e a frequência digital θ é dada por $f = f_c + \frac{\theta}{2\pi}ClockFFT$ (ver Exemplo 3 no slide 29 do Cap II.1 – note a equivalência entre o ClockFFT em sistemas OFDM e o *SymbolRate* (SR) em sistemas *single carrier*).

(b) Plote a curva da fase da resposta em frequência $\angle H(f)$ [°] do canal de transmissão **passband**, sendo H(f) definida conforme em (a).

(c) Sabe-se que o *input bitstream* na entrada do *mapper* é *ibstream*={0001001001010111110010011110011}} e que o primeiro símbolo 16-QAM gerado na saída do *mapper* é armazenado no *buffer* na entrada da IFFT do TX na posição correspondente à portadora de índice zero. Determine o conteúdo X' = I' + jQ' do *buffer* na saída da FFT do RX antes do bloco *channel compensation* na Figura 3 do enunciado.

(d) Determine o conjunto de coeficientes de compensação *CoefComp* que o bloco *channel compensation* multiplicará as respectivas amostras X' = I' + jQ' do *buffer* na saída da FFT, para efeito de compensar os efeitos do *delay profile* do canal. Efetue a multiplicação dos coeficientes de *CoefComp* pelas respectivas amostras de X' = I' + jQ' e obtenha a sequência s_{comp} de amostras compensadas dos efeitos do *delay profile* do canal. Compare s_{comp} com a sequência s = I + jQ armazenada no *buffer* na entrada da IFFT no TX e verifique se o multipercurso foi efetivamente compensado pelo conjunto de coeficientes *CoefComp*.

(e) Para as condições operacionais deste sistema, determine a duração mínima T_{cp} [µs] do prefixo cíclico no início de cada símbolo OFDM. Apresente arrazoado justificando analiticamente o processo de determinação de T_{cp} .

(f) Determine o overhead T_{cp}/T_s gerado pelo prefixo cíclico na taxa de transmissão útil global do sistema, onde $T_s = Nport/ClockFFT + T_{cp}$ é a duração do símbolo OFDM, conforme equação (17) do slide 44.

(g) Determine a taxa de transmissão em [Kbps] em cada portadora.

(h) Determine a taxa de transmissão de dados úteis em [Mbps] para o *output bitstream* da Figura 3 do enunciado, sabendo que das Nport portadoras totais, Nport/4 não transportam dados úteis e são utilizadas como portadoras piloto $SP[l_p, k_p]$ para transportar a sequência de símbolos BPSK de referência que modulam os pilotos $SP[l_p, k_p]$ no bloco *channel compensation* no RX. O bloco *channel compensation* determina a função de transferência H(f) do canal conforme determinação de H[l, k] no slide 41.

Solução: Para a solução deste exemplo vamos usar o *script* Mathcad Exemplo3.xmcd disponível em <u>https://www.fccdecastro.com.br/ZIP/SCD2 C4 E3S54.zip</u>, conforme mostrado a seguir.

(a & b) Lendo o arquivo "IQStream.txt" contendo os símbolos IQ gerados pelo script "IQ&BitstreamGenerator.xmcd":

IQStream := READPRN("IQStream.txt")

$$s := IQStream^{\langle 0 \rangle} + j \cdot IQStream^{\langle 1 \rangle} = \begin{pmatrix} 3+i \\ 1+3i \\ 3-i \\ 1-i \\ -1-3i \\ 3-3i \\ -1-i \\ 1+i \end{pmatrix}$$

É dado no enunciado:

 $ClockFFT := 8.16 \cdot MHz \rightarrow clock da FFT (equivalente ao symbol rate de um sistema single carrier).$

- $fc := 174 MHz \rightarrow$ frequência central do canal
- Nport := $8 \rightarrow$ Número de portadoras

Amplitude do eco em db Atra so do eco em μ s

$$\downarrow \downarrow \downarrow$$
DelayProfile :=
$$\begin{pmatrix}
0 & 0 \\
-3.5 & 2.5 \\
-15 & 4.5 \\
-\infty & 0 \\
-\infty & 0 \\
-\infty & 0 \\
-\infty & 0
\end{pmatrix}$$

$$T_{i} := \frac{1}{\text{ClockFFT}} = 0.123 \cdot \mu s \xrightarrow{} \text{Duração de uma} amostra complexa Re+jim em banda-base, na saída da IFFT no TX}$$

Dividindo a 2^{a} coluna do DelayProfile por T = $0.123 \cdot \mu s$ e arredondando para o inteiro mais próximo obtemos o número de intervalos amostrais correspondente ao atraso temporal do respectivo eco cuja amplitude em vezes (vezes= $10^{db/20}$) é especificada na 1^{a} coluna:

	(1	0)
DelayProfile =	0.668	20
	0.178	37
	0	0
	0	0
	0	0)

A tabela DelayProfile acima permite determinar a resposta ao impulso discreta do canal através do seguinte arrazoado: A resposta ao impulso discreta do canal é formada por impulsos com amplitude especificada na 1ª coluna da tabela DelayProfile, impulsos estes que ocorrem nos respectivos instantes discretos de tempo (=índice das amostras) dados pela 2ª coluna desta tabela. A todas as demais amostras da resposta ao impulso do canal é atribuído o valor zero. Desta maneira, a resposta ao impulso discreta do canal resulta em:



Resposta discreta ao impulso CIR (Channel Impulse Response) do canal:

Sejam Fmin e Fmax as frequências que delimitam a faixa de frequências passíveis de serem transmitidas por este canal para que Nyquist seja obedecido. Neste contexto, é necessário que a mínima frequência Fmin e a máxima frequência Fmax em torno da frequência central $fc = 174 \cdot MHz$ do canal obedeçam o seguinte mapeamento:

- $\pi < \theta < \pi \rightarrow$ Fmin<f<Fmax \rightarrow fc-ClockFFT/2<f<fc+ClockFFT/2

Note que este mapeamento obedece a faixa de variação permissível da frequência digital θ para um canal bandpass de acordo com Nyquist. Neste contexto, temos portanto que:

$$Fmin := fc - \frac{ClockFFT}{2} = 169.92 \cdot MHz$$

$$Fmax := fc + \frac{ClockFFT}{2} = 178.08 \cdot MHz$$

A resposta em frequência H($e^{i\theta}$) do canal é obtida aplicando-se a Transformada Z à resposta ao impulso do canal com z= $e^{i\theta}$, sendo - $\pi < \theta < \pi$ a faixa de variação permissível da frequência digital θ .

A Transformada Z para $z=e^{j\theta}$ de uma sequencia discreta CIR_n com N amostras (no caso N = 38) é dada pela equação (A) abaixo, sendo $-\pi < \theta < \pi \rightarrow$ Fmin=fc-ClockFFT/2<f<Fmax=fc+ClockFFT/2:

$$\operatorname{H}(C,\theta) := \sum_{n=0}^{\operatorname{length}(C)-1} \left[C_n \cdot \left(e^{j \cdot \theta} \right)^{-n} \right] \qquad \theta := -\pi, -\pi + \frac{\pi}{1000} \dots \pi$$
(A)

A partir de (A), o gráfico do módulo da resposta em frequência H($e^{j\theta}$) em [dB] e o gráfico do ângulo em [°] de H($e^{j\theta}$), para - π < θ < π \rightarrow Fmin<f<Fmax, sendo Fmin = 169.92 · MHz e Fmax = 178.08 · MHz, é conforme segue:





(C) Os Nport = 8 símbolos s = I + jQ armazenados no *buffer* de entrada X da IFFT no TX da Figura 3 do enunciado são gerados na saída do *mapper* do TX a partir do *input bitstream* na entrada do *mapper*, conforme *"ibstream"* dado no enunciado, e, a seguir, estes símbolos são paralelizados no bloco *serial-parallel* sendo então armazenados no *buffer* de entrada X da IFFT. Consultando o mapeamento do *mapper* dado na Figura 3 do enunciado, os referidos símbolos s = I + jQ resultam conforme segue:

$$s = \begin{pmatrix} 3 + i \\ 1 + 3i \\ 3 - i \\ 1 - i \\ -1 - 3i \\ 3 - 3i \\ -1 - i \\ 1 + i \end{pmatrix}$$

Obtendo as frequências digitais θd_k , sendo k := 0, 1.. Nport -1 e Nport = 8 portadoras, frequências digitais estas que correspondem às frequências analógicas de cada portadora no canal de transmissão:

$$\theta d_{k} := -\pi + k \cdot \frac{2\pi}{Nport - 1} \longrightarrow \theta d_{k} = \frac{-3.142}{-2.244}$$
$$-1.346$$
$$-0.449$$
$$0.449$$
$$1.346$$
$$2.244$$
$$3.142$$

A função de transferência H($e^{i\theta}$) do canal na frequência digital θd_k de cada uma das Nport = 8 portadoras é obtida da equação (A) acima, resultando conforme segue:

$$H(CIR, \theta d_{k}) = \begin{pmatrix} 1.491 \\ 1.456 + 0.696i \\ 1.011 + 0.574i \\ 0.287 + 0.151i \\ 0.287 - 0.151i \\ 1.011 - 0.574i \\ 1.456 - 0.696i \\ 1.491 \end{pmatrix}$$

<u>Nota 1</u>:

Note que $H(e^{j\theta}) = H(CIR, \theta d_k)$ foi obtida pela Transformada Z da resposta ao impulso CIR_n do canal, p/ z=1 $e^{j\theta}$ e - $\pi < \theta < \pi$.

Um RX OFDM prático usa a FFT ao invés da Transformada Z, devido ao alto custo computacional da Transformada Z que é inadequado para operação em tempo real.

Ocorre que uma FFT de Nport = 8 pontos é equivalente à Transformada Z para $z=1e^{j\theta}$ calculada em Nport pontos discretos

no domínio z sobre o círculo de raio unitário, pontos que são separados angularmente de um intervalo de $\frac{2\pi}{\text{Nport}}$, conforme

slide 6 de <u>http://www.fc.cdec.astro.com.br/pdf/SS_aula27a29_06072020.pdf</u>. Neste contexto, os valores numéricos resultantes de ambas as transformadas (FFT e Z) são equivalentes. Assim, para fins didáticos, será usada aqui a Transformada Zpara z=1e^{jθ} em substituição à FFT.

O conjunto de Nport = 8 amostras complexas X' = I' + jQ', onde X' é aqui representado por $X_$,são armazenadas no *buffer* de saída da FFT do RX (ver Figura 3 do enunciado), sendo $X_$ analiticamente obtido pela multiplicação da sequência de símbolos $s_k = I_k + jQ_k$ (16-QAM) armazenados no *buffer* de entrada da IFFT do TX pela H($e^{j\theta}$) = H(CIR, θd_k) do canal calculado na frequência digital θd_k de cada Nport = 8 portadoras (ver slide 33 do Cap IV.2, sendo H($e^{j\theta}$) equivalente à H[k] no slide 33):

$$X_{-k} := s_{k} \cdot H(CIR, \theta d_{k}) \longrightarrow X_{-k} = \begin{pmatrix} 4.4/2 + 1.4911 \\ -0.631 + 5.065i \\ 3.609 + 0.712i \\ 0.438 - 0.136i \\ -0.74 - 0.71i \\ 1.311 - 4.758i \\ -2.152 - 0.76i \\ 1.491 + 1.491i \end{pmatrix}$$

(d) O bloco *channel compensation* multiplica as Nport = 8 amostras I + jQ armazenadas no b*uffer* X de saída da FFT do RX por um conjunto de respectivos coeficientes complexos para efeito de compensar a função de transferência H($e^{j\theta}$) do canal, já obtida na solução do item (a). Este conjunto de coeficientes de compensação CoefCompé obtido de H⁻¹($e^{j\theta}$), isto é, de H(CIR, θd_1)⁻¹, conforme segue:

$$\operatorname{CoefComp}_{k} := \frac{1}{H(\operatorname{CIR}, \theta d_{k})} \longrightarrow \operatorname{CoefComp} = \begin{pmatrix} 0.671 \\ 0.559 - 0.267i \\ 0.748 - 0.425i \\ 2.729 - 1.436i \\ 0.748 + 0.425i \\ 0.748 + 0.425i \\ 0.559 + 0.267i \\ 0.671 \end{pmatrix}$$

$$\operatorname{scomp}_{k} := \operatorname{CoefComp}_{k} \cdot X_{-k} \longrightarrow \operatorname{scomp} = \begin{pmatrix} 3+i\\1+3i\\3-i\\1-i\\-1-3i\\3-3i\\-1-i\\1+i \end{pmatrix}$$

$$De (c) \text{ obtivemos } s = \begin{pmatrix} 3+i \\ 1+3i \\ 3-i \\ 1-i \\ -1-3i \\ 3-3i \\ -1-i \\ 1+i \end{pmatrix}, e dai, fazendo s - scomp obtemos s - scomp = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}.$$

s-scomp = $\underline{0} \rightarrow OK!$ Multipercurso efetivamente compensado.

Nota 2: Usualmente, em um RX OFDM operando em tempo real, a função de transferência $H(e^{j\theta})$ do canal não é obtida através da transformada Z da resposta ao impulso do canal, conforme aqui obtido, mas sim, através de algum método similar ao método *scattered pilots* SP[I_p,k_p], conforme visto nos slides 37 a 41 do Cap IV.2. Note que as portadoras piloto SP[I_p,k_p] não transmitem dados úteis, e, portanto, o valor $100 * N_{pilot}/N_{port}$ dá a percentagem da taxa útil global do sistema que é desperdiçada na transmissão de N_{pilot} portadoras piloto SP[I_p,k_p].

(e) Caso não haja prefixo cíclico, o cenário de multipercurso definido no *delay profile* gera interferência entre as portadoras de dois símbolos OFDM $S_n e S_{n+1}$ adjacentes no tempo, onde *n* é o índice da ordem de ocorrência temporal. Para eliminar este efeito, é necessário haver no início de cada símbolo S_n um prefixo cíclico cuja duração T_{cp} deve ser maior que o *delay spread* do canal. Seja B_n a seqüência de amostras correspondente à serialização do *buffer* de saída x da IFFT (vide Figura 3 do enunciado). O prefixo cíclico é formado pela sequência de amostras no trecho ao final de B_n , trecho de duração de T_{cp} segundos, amostras que são sequencialmente inseridas antes do início de B_n . Este processo de inserção define o símbolo OFDM S_n a partir das amostras de B_n . Desta maneira, evita-se que os ecos de S_n avancem sobre S_{n+1} , gerando interferência entre as portadoras dos dois símbolos OFDM. Note que as portadoras dentro de um mesmo símbolo OFDM não interferem entre si devido à ortogonalidade entre elas, e não por efeito do prefixo cíclico.

Daí, baseado no princípio de que a duração T_{cp} deve ser maior que o *delay spread* do canal, temos que:

 $Tcp = 4.5 \cdot \mu s$ \rightarrow eco de maior atraso no tempo, obtido da tabela do *delay* profile do canal (vide acima)

(f) $100*T_{cp}/T_s$ dá a percentagem da taxa útil global do sistema que é desperdiçada na transmissão do prefixo cíclico, "deperdício" que é denominado de *overhead*. Note na equação (17) do slide 44 do Cap IV.2 (abaixo reproduzida) que quanto maior o número N_{port} de portadoras menor o *overhead* T_{cp}/T_s gerado por um longo prefixo cíclico (necessário devido a um longo *delay spread* no canal). Daí, portanto, temos:

Nport = 8
$$\rightarrow$$
 número de portadoras Ts := $\frac{\text{Nport}}{\text{ClockFFT}}$ + Tcp = 5.48 · μ s \rightarrow duração de um símbolo OFDM $\frac{\text{Tcp}}{\text{Ts}}$ = 0.821 \rightarrow overhead

(g) Cada símbolo 16-QAM transportado no *symbol stream* atribuído a cada portadora pelo bloco *serial-parallel* da Figura 3 do enunciado é transmitido pelo TX a cada intervalo de T_s segundos, intervalo que corresponde ao tempo de duração de um símbolo OFDM (tempo de duração da sequência de amostras resultante no *buffer* de saída da IFFT no TX + tempo de duração T_{cp} do prefixo cíclico inserido). Daí temos:

NBitsPorSimboloIQ := 4 \rightarrow 16-QAM: símbolo IQ corresponde a 4 bits

TaxaBitsPorPortadora := $\frac{\text{NBitsPorSimboloIQ}}{\text{Ts}} = 729.875 \cdot \text{KHz}$ [Kbps]

(h) O bloco *parallel-serial* no RX da Figura 3 do enunciado serializa os diversos *streams* paralelos de símbolos IQ recebidos e que foram originalmente atribuídos a cada portadora pelo bloco *serial-parallel* do TX. Independente dos símbolos IQ estarem serializados ou paralelos, e independente dos símbolos IQ serem símbolos 16-QAM para transporte de dados ou símbolos BPSK para estimação e compensação do canal, o enunciado afirma que das N_{port} portadoras, N_{port}/4 são portadoras piloto SP[I_p,k_p] utilizadas para transportar a sequência de símbolos BPSK de referência para o bloco *channel compensation* no RX (ver slides 37 a 41 do Cap IV.2). Nesta situação, temos que a taxa de transmissão de dados úteis em [Mbps] para o *output bitstream* da Figura 3 do enunciado é dada por:

TaxaOutputBitStream := TaxaBitsPorPortadora
$$\cdot \left(\text{Nport} - \frac{\text{Nport}}{4} \right) = 4.379 \cdot \text{MHz}$$
 [Mbps]

Sistema SC-FDMA (4G-3GPP-LTE)

O sistema SC-FDMA (*Single Carrier – Frequency Division Multiple Access*) proporciona a mesma versatilidade de multiplexação que o sistema OFDM, sem o problema do alto custo dos HPAs para transmissores OFDM em razão do alto PAPR, conforme discutimos nos slides 45 a 47. O sistema SC-FDMA é adotado no uplink (telefone celular → *base-station*) do sistema de 4^a geração para telefonia celular 4G LTE (*Long Term Evolution*), desenvolvido pelo consórcio 3GPP (*3rd Generation Partnership Project*). O *downlink* (*base-station*→ telefone celular) do sistema LTE adota OFDM, dado que não há uma limitação rigorosa de custo para o HPA do TX da *base-station*, ao contrário do HPA do telefone celular cujo custo é criticamente limitado por razões de mercado.

A figura abaixo mostra o diagrama de blocos simplificado do sistema SC-FDMA. Note que a saída do *shaping filter* de cada usuário é aplicada a uma DFT de M pontos cuja saída é entregue a uma IFFT de N pontos. Por exemplo, se a IFFT tiver N = 2048 portadoras recebendo *data symbols* de 16 usuários, então o número de pontos M da DFT de cada usuário é M = N/16=128.

Como, para cada usuário, a sequência de símbolos IQ no domínio tempo é submetida a uma DFT antes de ser mapeada nas portadoras da IFFT, e como a IFFT é o inverso da DFT (uma anula o efeito da outra), então o sinal que é transmitido pela antena é a própria sequencia de símbolos IQ do usuário, da mesma forma que em um sistema *single carrier*. Portanto, no sistema SC-FDMA não há superposição de senoides gerando picos e alto PAPR, como é o caso do sistema OFDM. Note que é mantida no sistema SC-FDMA a flexibilidade de multiplexar usuários em múltiplas portadoras, de mesma forma que no sistema OFDM.



Sistemas Multicarrier Spread Spectrum

Sistemas MSS (*multicarrier spread spectrum*) são sistemas híbridos que contemplam simultaneamente as características de sistemas OFDM e de sistemas CDMA. Dois sistemas MSS largamente empregados em comunicações militares são os sistemas MC-CDMA (*multicarrier CDMA*) e MC-DS-CDMA (*multicarrier direct-sequence* CDMA).

No sistema MC-CDMA cada k-ésimo usuário tem cada um de seus símbolos IQ atribuído às N_c portadoras (o mesmo símbolo é atribuído às N_c portadoras), sendo previamente submetido ao processo de *spreading* através de um código específico ao k-ésimo usuário, conforme mostra a figura.

Note que os usuários são separados por código, e que, como o mesmo símbolo IQ de cada usuário (após o *spreading*) modula todas as *N_c* portadoras, obtém-se assim uma alta diversidade em frequência. Por esta razão, o sistema MC-CDMA é robusto e insensível aos *notches* na função de transferência do canal (*fading* seletivo) causado pelo multipercurso no canal, como acontece em um cenário operacional de multipercurso urbano.



Sistemas Multicarrier Spread Spectrum

No sistema MC-DS-CDMA cada k-ésimo usuário tem a sequência de seus símbolos IQ distribuídos entre as N_c portadoras através do bloco serial-to-parallel (= chave rotativa do sistema OFDM), sendo previamente submetido ao processo de spreading através de um código específico ao k-ésimo usuário, conforme mostra a figura.

De mesma forma que no sistema MC-CDMA, os usuários são separados por código, com a diferença que no sistema MC-DS-CDMA o *spreading* é feito ao longo do tempo, obtendo-se assim uma alta diversidade temporal. Por esta razão, o sistema MC-DS-CDMA é robusto e insensível ao *fading* de sinal que ocorre em toda a banda operacional quando, sob operação móvel, a trajetória de movimento do RX passa por uma rápida sequência de regiões de sombra de sinal ou quando o canal é do tipo Rayleigh (ver <u>https://en.wikipedia.org/wiki/Rayleigh_fading</u>).



Apêndice A:

Operation	Formula
Rectangular to Polar	$z = x + jy = re^{j\theta}$
Conversion	where $r = \sqrt{x^2 + y^2}$ and $\theta = \arctan(y/x)$
Polar to Rectangular	$z = re^{j\theta} = r [cos(\theta) + jsin(\theta)] = x + jy$
Conversion	where $r = \cos(\theta)$ and $y = r \sin(\theta)$
Add: $z_3 = z_1 + z_2$	$(x_1 + x_2) + j(y_1 + y_2)$
Subtract: $z_3 = z_1 - z_2$	$(x_1 - x_2) + j(y_1 - y_2)$
Multiply: $z_3 = z_1 z_2$	$(x_1x_2 - y_1y_2) + j(x_1y_2 + y_1x_2)$
(polar form)	$r_1 r_2 e^{j(\theta_1 + \theta_2)}$
Divide: $z_3 = z_1/z_2$	$\frac{(x_1x_2 - y_1y_2) - j(x_1y_2 - y_1x_2)}{x_2^2 + y_2^2}$
(polar form)	$\frac{r_1}{r_2}e^{j(\theta_1-\theta_2)}$
Apêndice B:

Sejam $u = 2\pi f_1 t$ e $v = 2\pi f_2 t$. Valem as seguintes relações (*relationships*) trigonométricas:

Relationship	Relationship
$\sin u = \cos(u - \pi/2)$	$\cos u = \sin(u + \pi/2)$
$\cos(-u) = \cos u$	sin(-u) = -sin(u)
$\sin^2 u + \cos^2 u = 1$	$\cos^2 u = \frac{1}{2}(1 + \cos 2u)$
$\sin^2 u = \frac{1}{2}(1 - \cos 2 u)$	$\cos(u \pm v) = \cos u \cos v \mp \sin u \sin v$
$\sin(u \pm v) = \sin u \cos v \pm \cos u \sin v$	$\cos u \cos v = \frac{1}{2} [\cos(u - v) + \cos(u + v)]$
$\sin u \sin v = \frac{1}{2} [\cos(u - v) + \cos(u + v)]$	$\sin u \cos v = \frac{1}{2} \left[\sin(u - v) + \sin(u + v) \right]$
$\cos u = \frac{1}{2} \left[e^{ju} + e^{-ju} \right]$	$\sin u = \frac{1}{2j} \left[e^{ju} - e^{-ju} \right]$
$e^{ju} = \cos u + j \sin u$	
	heterodinação
	das frequências $f_1 e f_2$