

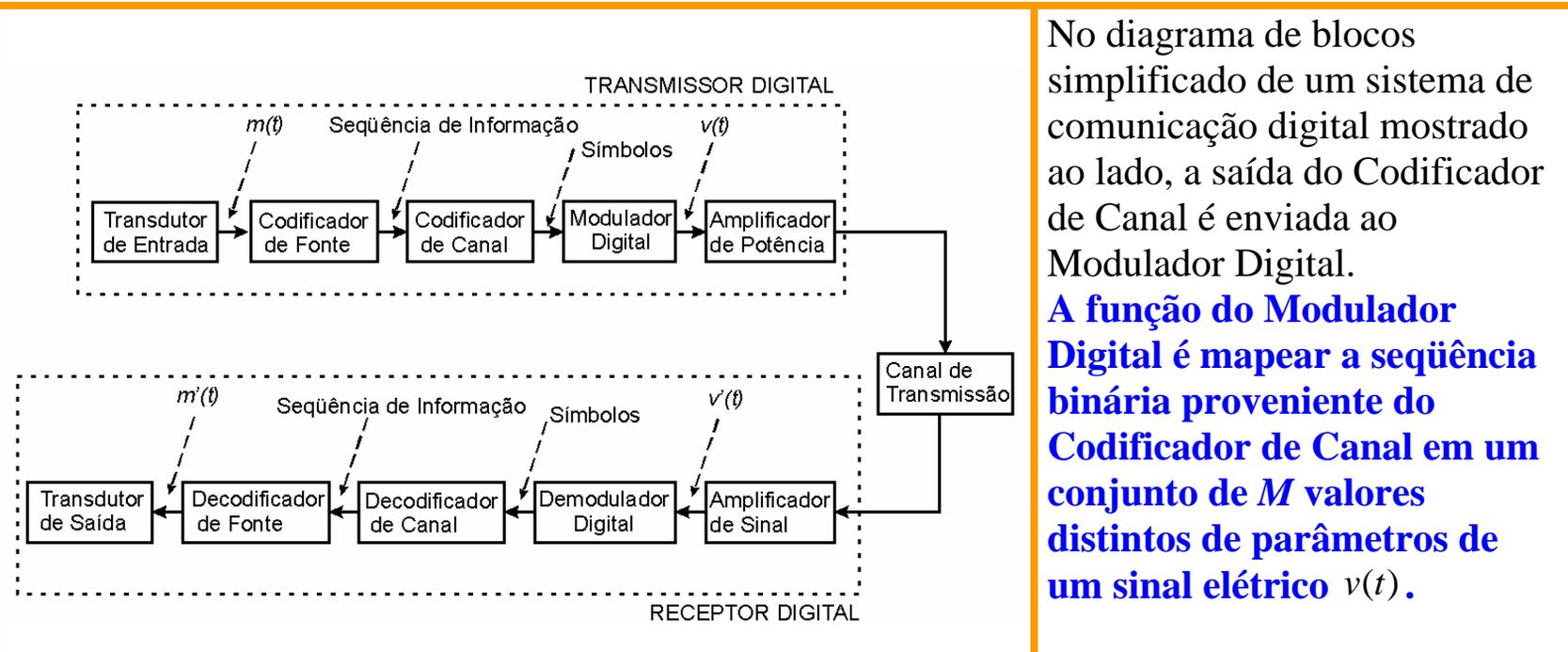
Capítulo V - Modulação

Muitos são os meios físicos utilizados como canais de transmissão, tais como pares de fios, cabos coaxiais, fibras óticas, canais de microondas, etc. Todos estes meios são de natureza inerentemente contínua no tempo.

Conforme vimos, os blocos de bits provenientes do processo de codificação de canal são, obviamente, discretos no tempo.

Como um sinal que transporta informação necessita se adaptar às limitações dos canais de transmissão, torna-se necessário representar os blocos de bits provenientes da etapa de codificação sob a forma de sinal contínuo no tempo, para que se efetue a transmissão.

A modulação é o processo utilizado para esta representação.



No diagrama de blocos simplificado de um sistema de comunicação digital mostrado ao lado, a saída do Codificador de Canal é enviada ao Modulador Digital.

A função do Modulador Digital é mapear a seqüência binária proveniente do Codificador de Canal em um conjunto de M valores distintos de parâmetros de um sinal elétrico $v(t)$.

O sinal elétrico $v(t)$ é denominado de portadora e pode ser representado por $v(t) = V_m \cos(2\pi ft + \phi)$, onde V_m é o valor instantâneo de $v(t)$, f é a frequência de $v(t)$ e ϕ é a fase, com relação a alguma referência.

No processo de modulação, o sinal $v(t)$ tem alguma de suas características variada de acordo com o valor instantâneo do sinal modulante. Na modulação AM (*Amplitude Modulation*), por exemplo, o valor instantâneo é variado, enquanto que na modulação PM (*Phase Modulation*), a fase é variada e na modulação FM (*Frequency Modulation*), a frequência é variada.

Em comunicação digital, basicamente, o tipo de modulação empregado é a **modulação PAM** (*Pulse Amplitude Modulation*).

A modulação PAM, pode ser em banda-base e em banda passante.

- ⇒ Na **modulação PAM em banda-base** uma seqüência de translações no tempo de um pulso básico é modulada em amplitude por uma seqüência de símbolos.
- ⇒ Este tipo de modulação é utilizada basicamente em meios metálicos, tais como pares de fios, onde é permitido que o espectro do sinal se estenda até a frequência zero.
- ⇒ A **modulação PAM em banda passante** é uma extensão da modulação PAM em banda-base, em que é introduzido o conceito de uma portadora senoidal.
- ⇒ Este tipo de modulação é utilizado em meios com banda altamente restrita, tais como transmissão por rádio.

Alguns casos de interesse no que concerne à modulação PAM em banda passante são:

- modulação PSK (*Phase-Shift Keying*),
- modulação AM-PM (*Amplitude Modulation and Phase Modulation*) e
- modulação QAM (*Quadrature Amplitude Modulation*).

A modulação PAM em banda passante utiliza duas portadoras senoidais de mesma frequência, defasadas de noventa graus, as quais são moduladas pelas partes real e imaginária de um sinal complexo em banda-base.

Portanto, em um sistema de comunicações em banda-passante, o conjunto de símbolos (= **alfabeto** = **constelação**) e o ruído do canal apresentam valor complexo.

⇒ Por exemplo, um sinal em banda-base tem um alfabeto que é simplesmente uma lista de números reais, por exemplo,
 $A = \{-3, -1, +1, +3\}$.

⇒ Observe que o alfabeto tem tamanho $M = 4$ e cada símbolo que a ele pertence pode representar $\log_2 M = 2$ bits.

⇒ Um sinal PAM em banda passante tem um alfabeto que é uma lista de números complexos, por exemplo,
 $A = \{-1, -j, +1, +j\}$.

⇒ Observe que o alfabeto tem tamanho $M = 4$ e cada símbolo que a ele pertence pode representar $\log_2 M = 2$ bits.

Neste sentido, um sistema de comunicações em banda-base nada mais é do que um caso especial do sistema em banda-passante no qual os símbolos e o ruído apresentam valor real.

Já que o sistema PAM em banda-base é um caso especial do sistema PAM em banda passante, iremos nos concentrar no sistema PAM em banda passante.

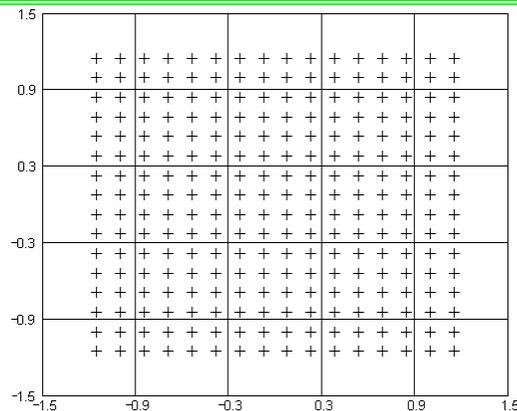
Constelações e Detecção ML

- ⇒ O alfabeto $A = \{a_0, a_1, \dots, a_{M-1}\}$ é o conjunto de símbolos que estão disponíveis para transmissão.
- ⇒ Quanto maior for a demanda por volume de informação de um sistema, maior precisa ser o número de símbolos presentes no alfabeto, de forma que uma maior complexidade de informação possa ser compensada por um "vocabulário" mais elaborado, capaz de representar um maior volume de informação dentro do mesmo intervalo de tempo.

Uma constelação com maior número de símbolos forçosamente apresenta maior número de símbolos semelhantes entre si do que uma constelação menos densa, o que se torna um sério problema para o desempenho do sistema quando o canal é dispersivo, pois a mínima interferência entre os símbolos os tornará ininteligíveis sob o ponto de vista digital.

- A interferência entre os símbolos, denominada ISI (*Inter Symbol Interference*), é a grandeza que mede o quanto os símbolos de um sistema de comunicações digitais se superpõem a outros símbolos, como decorrência da natureza dispersiva do canal de transmissão de qualquer sistema digital prático.
- Devido à dispersão, a resposta impulsiva do canal assume valores não nulos ao longo de vários intervalos amostrais.
- Em um canal dispersivo, cada amostra recebida pelo receptor será uma soma ponderada das amostras passadas. Desta maneira, a dispersão de canal pode ser associada ao conceito de reverberação, já que o valor de cada amostra é interferido por “ecos” de amostras já ocorridas.
- Como reverberação é um fenômeno natural e inevitável a todo e qualquer canal de comunicações prático, o problema precisa ser contornado através de sistemas compensadores de reverberação denominados Equalizadores.
- Os Equalizadores são usualmente colocados no receptor digital entre o demodulador e o decodificador de canal, de tal forma que a resposta impulsiva combinada do Equalizador em série com o canal anule a dispersão do canal.

- Na saída do demodulador, no receptor digital, um quantizador é utilizado para estimar o símbolo originalmente transmitido. A entrada do quantizador é um sinal discreto no tempo, com intervalo T entre amostras (símbolos).
- Quando não há ISI, cada amostra de entrada do quantizador é igual ao símbolo transmitido mas corrompido por ruído aditivo estatisticamente independente da seqüência de símbolos.
- Um alfabeto complexo é melhor descrito se plotado como um conjunto de pontos em um plano complexo, quando, então, justifica-se a denominação de constelação do sinal.



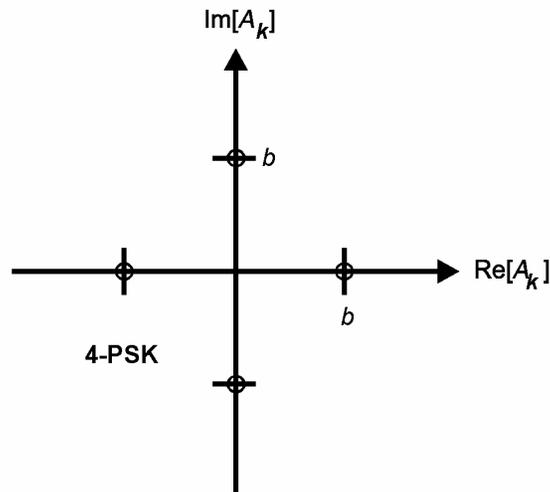
Ao lado é representado o conjunto dos $M = 2^n = 256$ símbolos que formam o alfabeto da modulação 256-QAM, sendo $n = 8$ o número de bits por bloco, do sinal proveniente do codificador de canal.

- O conjunto de $M = 2^n$ símbolos forma o alfabeto $A = \{a_0, a_1, \dots, a_{M-1}\}$, sendo n o número de bits por bloco proveniente do codificador de canal.
- Sejam dois símbolos a_i e a_j do alfabeto A , $i \neq j$, caracterizados por estarem distanciados entre si da distância $d_{\min} = |a_i - a_j|$, sendo d_{\min} a menor distância entre os símbolos de A .
- A probabilidade de o demodulador no receptor tomar a_i por a_j , como consequência do ruído/interferência no canal, é muito maior para os símbolos a_i e a_j do que para qualquer outro par de símbolos de A , visto que a_i e a_j encontram-se distanciados de apenas d_{\min} .
- Portanto, para minimizar a probabilidade de erro nos n bits dos blocos B_i e B_j demodulados no receptor a partir de a_i e a_j , os mapeamentos $B_i \rightarrow a_i = c_i e^{j\theta_i}$ e $B_j \rightarrow a_j = c_j e^{j\theta_j}$ no modulador são usualmente projetados de tal forma que o bloco B_i difere do bloco B_j em apenas 1 bit (código *gray*).

Algumas constelações populares na transmissão em banda passante PAM são ilustradas a seguir.

4-PSK (4-Phase-Shift Keying)

A constelação 4-PSK consiste de quatro símbolos de magnitude b , cada um deles com fase diferente, conforme mostrado na Figura abaixo.



Os símbolos podem ser escritos como $A_m = be^{j\phi_m}$ e o sinal transmitido pode ser descrito como

$$X(t) = b\sqrt{2} \sum_{k=-\infty}^{\infty} \cos(\omega_c t + \phi_m(kT))g(t - kT) \text{ onde } \phi_m(kT) \text{ pode}$$

assumir valores do conjunto $(0, \pi/2, \pi, 3\pi/2)$.

A constante b determina a potência do sinal transmitido.

Cada símbolo 4-PSK transmitido envia 2 bits através do canal ($M = 4, n = 2$).

A informação é transportada na fase da portadora e a amplitude da portadora é constante, daí o nome Chaveamento por Deslocamento de Fase (PSK - *Phase-Shift Keying*).

A constelação 4-PSK é também chamada *Quadrature Phase-Shift Keying* (QPSK).

O sistema de coordenadas QPSK é melhor descrito em termos de coordenadas (x,y) em que x é representado por I (*in phase*) e y é representado por Q (*quadrature*), (I,Q) . Cada um dos pares (I,Q) representa um símbolo, ou, no contexto do sinal enviado pelo canal, 2 bits.

Expos.: IS-95 (CDMA), CDMA2000, e 802.16.

Símbolo	Transição de fase DQPSK (graus)
00	0
01	90
10	-90
11	180

DQPSK (*Differential Quadrature Phase Shift Keying*)

- É uma técnica de modulação similar à QPSK.
- O padrão de dados DQPSK é referenciado ao estado anterior.
- DQPSK tem 4 estados potenciais, sendo os símbolos definidos com relação aos estados prévios, conforme tabela ao lado.

Símbolo	Transição de fase $\pi/4$ DQPSK (graus)
00	45
01	135
10	-45
11	-135

$\pi/4$ DQPSK (*$\pi/4$ Differential Quadrature Phase Shift Keying*)

- É uma técnica de modulação similar à DQPSK.
- As transições de fase $\pi/4$ DQPSK são rotacionadas 45° em relação ao sistema DQPSK.
- $\pi/4$ DQPSK tem 4 estados potenciais, sendo os símbolos definidos com relação aos estados prévios, conforme tabela ao lado.
- Explo.: USDC (TDMA).

Símbolo	Mapeamento
0	$v_0(t) = V \cos(2\pi ft + \phi_0), \phi_0 = 0^\circ$
1	$v_1(t) = V \cos(2\pi ft + \phi_1), \phi_1 = 180^\circ$

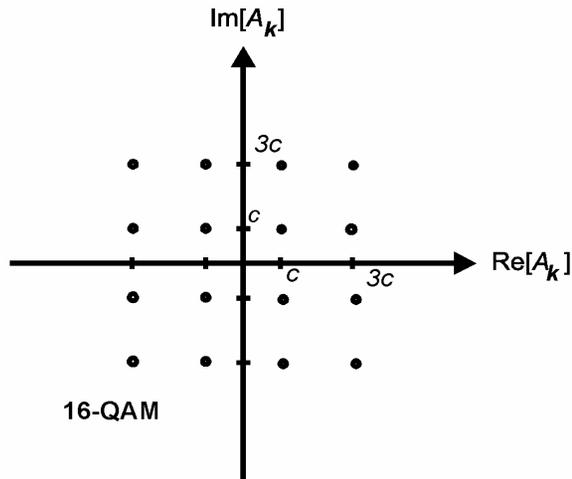
BPSK (*Binary Phase Shift Keying*)

- É uma técnica de modulação binária, similar à QPSK, em que $M = 2, n = 1$.
- Explo.: IS-95 (CDMA).

GMSK (*Gaussian Minimum Shift Keying*)

- O GMSK (Chaveamento por Deslocamento Mínimo Gaussiano) é um tipo especial de modulação digital FM.
- As técnicas de modulação que usam duas frequências para representar o "1" e o "0" são denominadas FSK (Chaveamento por Deslocamento de Frequência).
- A modulação MSK (*Minimum Shift Keying*) é um caso especial da modulação FSK em que a frequência de uma portadora de amplitude constante é comutada entre dois possíveis valores, minimamente espaçados em frequência, tais que permitam a discriminação entre os sinais.
- A fase é tal que a descontinuidade temporal entre dois símbolos é minimizada, reduzindo o a largura do espectro.
- Um filtro gaussiano é aplicado, objetivando eficiência espectral (o filtro Gaussiano suaviza adicionalmente a descontinuidade na transição entre os símbolos, reduzindo ainda mais a largura do espectro gerado).
- Explo.: GSM (TDMA/FDD).

16-QAM (16-Quadrature Amplitude Modulation)



A constelação 16-QAM apresenta 12 possíveis fases e 3 possíveis amplitudes.

A constante c determina a potência do sinal transmitido.

Cada símbolo 16-QAM transmitido envia 4 bits através do canal ($M = 16, n = 4$).

O modulador mapeia M blocos (ou símbolos) distintos no conjunto de sinais $\{v_i(t)\}$,
 $i = 0, 1, \dots, M - 1$.

Um possível mapeamento seria associar os 16 possíveis blocos de 4 bits aos elementos do conjunto de sinais $\{v_i(t)\}$, $i = 0, 1, \dots, 15$, $v_i(t) = V_i \cos(2\pi ft + \phi_i)$, conforme tabela abaixo.

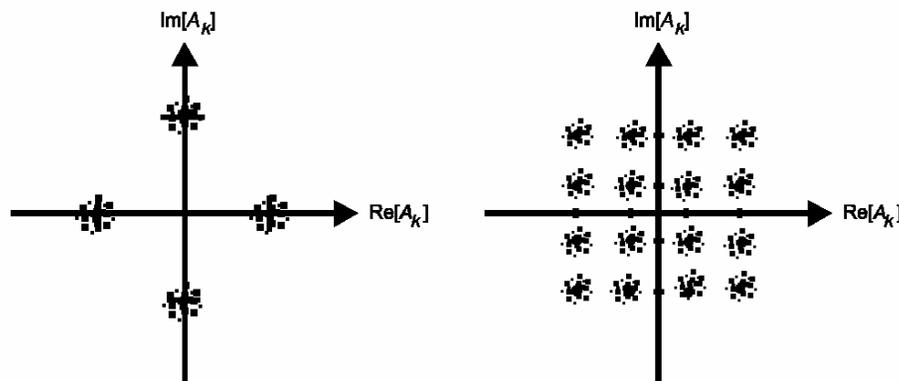
i	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15
bloco	0000	0001	0010	0011	0100	0101	0110	0111	1000	1001	1010	1011	1100	1101	1110	1111
V_i	1.3	1.0	1.3	1.0	1.0	0.5	1.0	0.5	1.3	1.0	1.3	1.0	1.0	0.5	1.0	0.5
ϕ_i	135°	108°	45°	72°	162°	135°	18°	45°	-135°	-108°	-45°	-72°	-162°	-135°	-18°	-45°

Note que amplitude V e fase ϕ do sinal $v(t)$ são variadas, mas a frequência f é mantida constante neste tipo de modulação.

Devido ao ruído aditivo, as amostras recebidas na entrada do quantizador em geral não correspondem exatamente aos pontos na constelação de sinal.

No entanto, se a potência do ruído é pequena comparada à potência do sinal, se observa uma alta probabilidade de as amostras estarem próximas aos pontos da constelação.

Assim, as amostras recebidas formam uma nuvem Gaussiana ao redor dos pontos da constelação, conforme mostra a figura abaixo, para as constelações 4-PSK e 16-QAM.



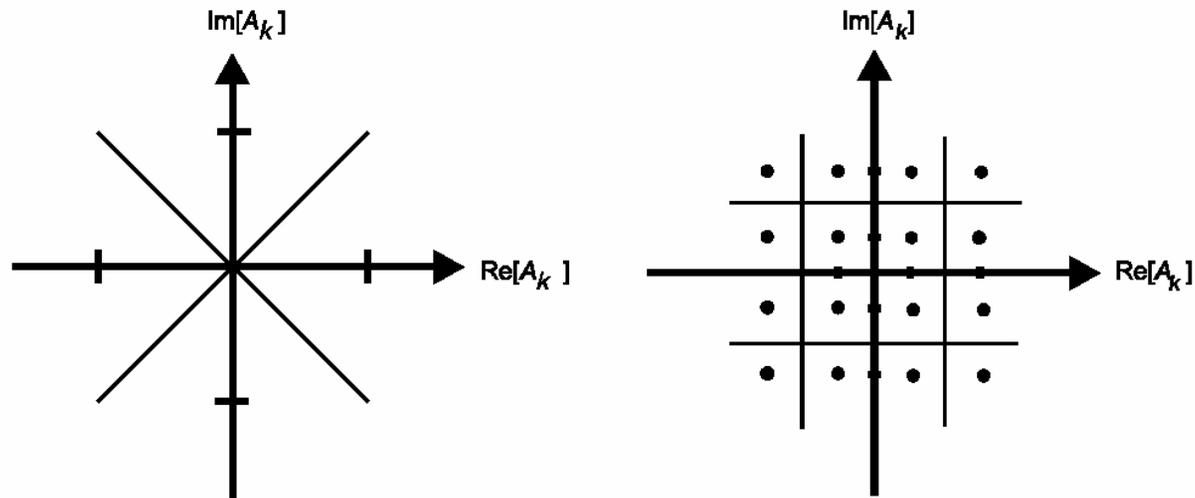
A função do quantizador é simplesmente selecionar o símbolo a_m na constelação $A = \{a_0, a_1, \dots, a_{M-1}\}$ que esteja mais próximo à amostra recebida Q_k .

Tanto para símbolos complexos quanto para símbolos reais, o quantizador – também chamado detector de máxima verossimilhança (detector ML: *Maximum Likelihood*) – seleciona o símbolo a_m no alfabeto A que minimiza a distância Euclidiana $|Q_k - a_m|$ entre Q_k e a_m .

Quando o alfabeto é complexo é conveniente utilizar o quadrado da distância Euclidiana $|Q_k - a_m|^2$ por simplificar as operações envolvidas.

O plano complexo pode, portanto, ser dividido em regiões de decisão onde cada região de decisão é o conjunto de pontos que está mais próximo a algum símbolo.

As regiões de decisão para as constelações 4-PSK e 16-QAM são mostradas na figura abaixo.



Regiões de decisão sob a ótica do detector ML para as constelações 4-PSK e 16-QAM.

Expos.: 16-QAM e 64-QAM, utilizadas no sistema 802.16.

Densidade da Constelação x Velocidade de Transmissão

- ⇒ Note que o Modulador Digital recebe bits do Codificador de Canal a uma razão uniforme de R [bits/s] e os envia na mesma razão ao Canal de Transmissão, através do Amplificador de Potência.
- ⇒ Cada bloco possui N bits, portanto, o Modulador Digital processa $R \left[\frac{\text{bits}}{\text{s}} \right] / N \left[\frac{\text{bits}}{\text{bloco}} \right] = \frac{R}{N} \left[\frac{\text{bloco}}{\text{s}} \right]$ ou seja, cada bloco de N bits possui um intervalo de duração de N/R segundos.
- ⇒ Em outras palavras, para uma taxa fixa de transmissão de bits enviados ao canal de R [bits/s], N/R segundos é o intervalo de tempo durante o qual o Modulador Digital gera um dos M sinais $v(t)$ e o transmite ao Canal de Transmissão através do Amplificador de Potência.
- ⇒ Note também que, quanto maior o número M de sinais disponíveis, maior será o tamanho N do bloco representado por um dos M sinais, o que implica em maior velocidade de transmissão.

Por exemplo:

⇒ Seja um sistema digital com $M = 256$, tal que $N = \log_2 M = 8$.

Toda vez que um dos 256 possíveis sinais $v(t)$ é transmitido, significa que 8 bits foram enviados através do canal.

⇒ Comparemos este sistema com o sistema para o qual $M = 16$, tal que $N = \log_2 M = 4$,

mas com o mesmo intervalo entre emissão de sinais $v(t)$ do sistema com $M = 256$.

Toda vez que um dos 16 possíveis sinais $v(t)$ é transmitido significa que apenas 4 bits foram enviados através do canal.

⇒ Portanto, o sistema com $M = 256$ apresenta **o dobro da velocidade de transmissão** R [bits/s] que o sistema para $M = 16$, assumindo que ambos possuam a mesma taxa R/N [blocos/s] de transmissão de blocos (símbolos).

OFDM (*Orthogonal Frequency Division Multiplexing*)

- É uma combinação de modulação e técnica de acesso múltiplo que segmenta o canal de comunicação, de forma a ser compartilhado por muitos usuários.
- Diferentemente da segmentação no tempo que ocorre em sistemas TDMA, e da segmentação em código dos sistemas CDMA, sistemas OFDM segmentam em frequência. O espectro é dividido em um número de portadoras igualmente espaçadas em frequência, que transportam individualmente parte da informação.
- A modulação OFDM pode ser vista como uma forma de multiplexação por divisão em frequência (FDM) em que cada portadora é ortogonal a todas as outras, sem requerer banda de guarda entre as frequências para que não haja interferência, o que permite maior eficiência espectral.
- A informação é modulada nas portadoras utilizando, por exemplo, PSK (*phase shift keying*) ou QAM (*quadrature amplitude modulation*).
- Um *stream* de dados é dividido em *streams* paralelos. Cada *stream* é, então, mapeado em uma portadora e combinado usando a Transformada Inversa de Fourier (IFFT) para obter a forma de onda no domínio do tempo a ser transmitida. A largura de banda atribuída a cada portadora é reduzida na proporção da divisão do *stream* de dados.
- É robusta à interferência intersimbólica e pode ser considerada uma técnica de acesso múltiplo, porque as portadoras individuais podem ser atribuídas a diferentes usuários (OFDMA).

Explo.: 802.11g, 802.11a, ISDB-T.

Probabilidade de Erro

A probabilidade de erro é uma medida razoável de desempenho para um sistema de comunicações digital.

A probabilidade de erro de símbolo é uma medida fácil de determinar a partir das propriedades do sistema.

Para o detector ML, a probabilidade de erro é simplesmente a probabilidade de que a amostra recebida esteja próxima a um símbolo que não seja o símbolo que foi efetivamente transmitido.

⇒ Considere dois símbolos complexos do alfabeto, a_j e a_i .

⇒ Seja a_j o símbolo transmitido no instante k e

seja a amostra recebida $Q_k = a_j + Z_k$,

onde Z_k é uma variável Gaussiana aleatória complexa que representa o ruído do canal, de média zero, com partes real e imaginária independentes, cada uma com variância σ^2 .

⇒ Pode ser mostrado que a probabilidade P_r de que a amostra recebida Q_k esteja mais próxima a a_i do que a a_j , tendo sido transmitido a_j , é

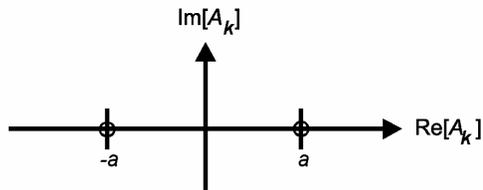
$$P_r[\text{quantizado } r \text{ escolher } a_i \text{ quando } a_j \text{ é transmitido}] = Q(d/2\sigma),$$

onde d é a distância Euclidiana $|a_j - a_i|$ entre a_i e a_j , e onde $Q(x)$ pode ser descrita como a área sob a curva de distribuição Gaussiana de uma variável aleatória X para valores de X tais que $X > x$.

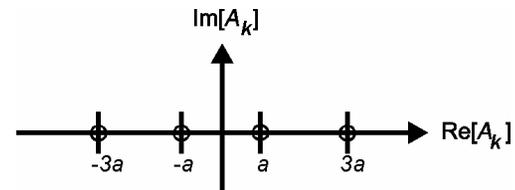
Especificamente, $Q(x)$ é dado por $Q(x) = (1/2)\text{erfc}(x/\sqrt{2})$, onde $\text{erfc}(u) = \frac{2}{\sqrt{\pi}} \int_u^{\infty} e^{-u^2} du$ é a denominada Função Erro Complementar.

⇒ Observe que a Equação $P_r[\text{quantizado } r \text{ escolher } a_i \text{ quando } a_j \text{ é transmitido}] = Q(d/2\sigma)$ não expressa a probabilidade de erro em si. Apenas define a probabilidade de o quantizador preferir o símbolo a_i ao símbolo efetivamente transmitido a_j , ou seja, expressa a probabilidade de erro apenas no caso em que há apenas dois símbolos no alfabeto.

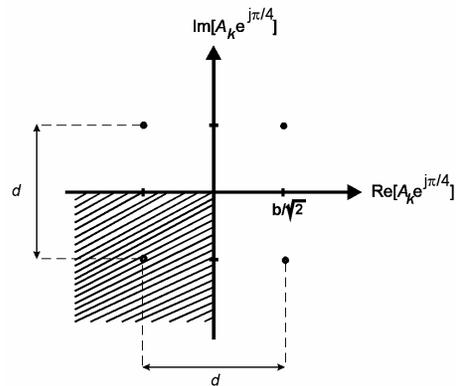
Quando existem mais de dois símbolos no alfabeto é necessário alguma inferência adicional para que se determine a probabilidade de erro, no entanto, a equação pode ser utilizada para analisar constelações específicas, conforme figuras abaixo.



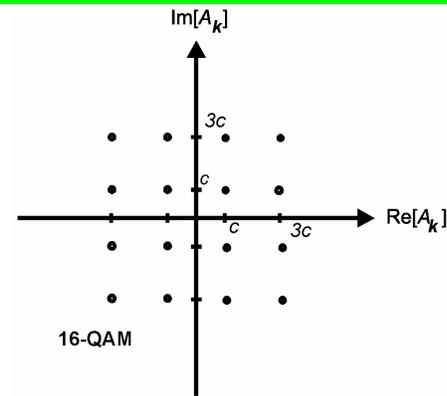
Constelação antipodal binária, sistema PAM em banda-base.
 $\Pr[\text{erro de símbolo}] = Q(a/\sigma)$



Constelação multi-níveis de uma dimensão.
 $\Pr[\text{erro de símbolo}] = 1.5Q(d/2\sigma), d = 2a$



Constelação 4-PSK, versão rotacionada.
 $\Pr[\text{erro de símbolo}] = 2Q(d/2\sigma)$



Constelação 16-QAM.
 $\Pr[\text{erro de símbolo}] \approx 3Q(d/2\sigma)$

Para constelações retangulares de duas dimensões, à medida que o tamanho do alfabeto aumenta, uma maior porcentagem de pontos será incluída, e a probabilidade de erro irá tender a $\Pr[\text{erro de símbolo}] \rightarrow 4Q(d/2\sigma) - 4Q^2(d/2\sigma)$, assumindo que todos os símbolos sejam igualmente prováveis.

Referências Bibliográficas

- [Proakis] J. G. Proakis, *Digital Communications*, McGraw-Hill, 1995.
- [Shanmugan] K. S. Shanmugan and A. M. Breipohl, *Random Signals: Detection, Estimation and Data Analysis*, John Wiley and Sons, 1988.
- [Papoulis] A. Papoulis, *Probability, Random Variables and Stochastic Processes*, McGraw-Hill, 1965.
- [Taub] H. Taub and D.L. Schilling, *Principles of Communications Systems*, McGraw-Hill, 1986.