



Sincronismo de símbolo

Sincronismo de portadora



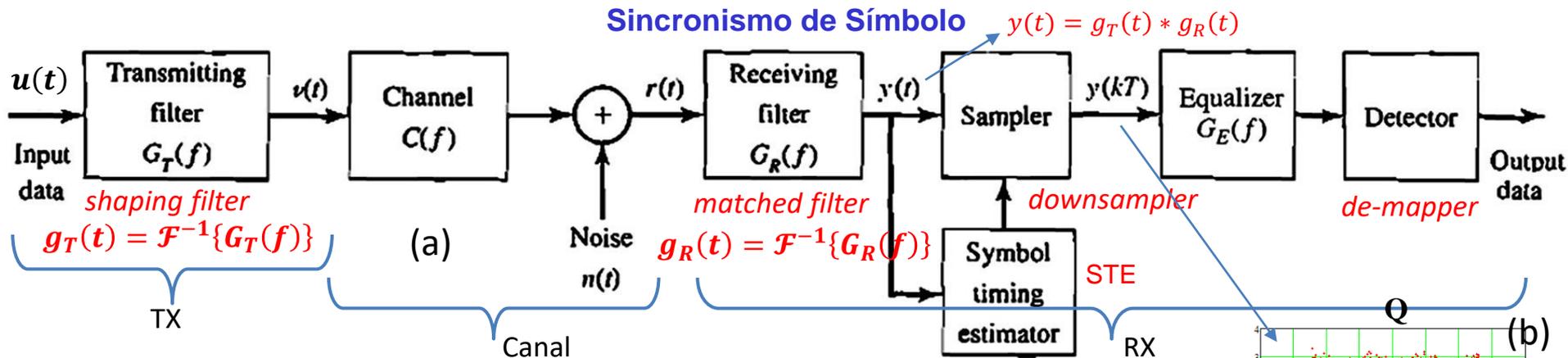
Departamento de Eletrônica e Computação

Centro de Tecnologia

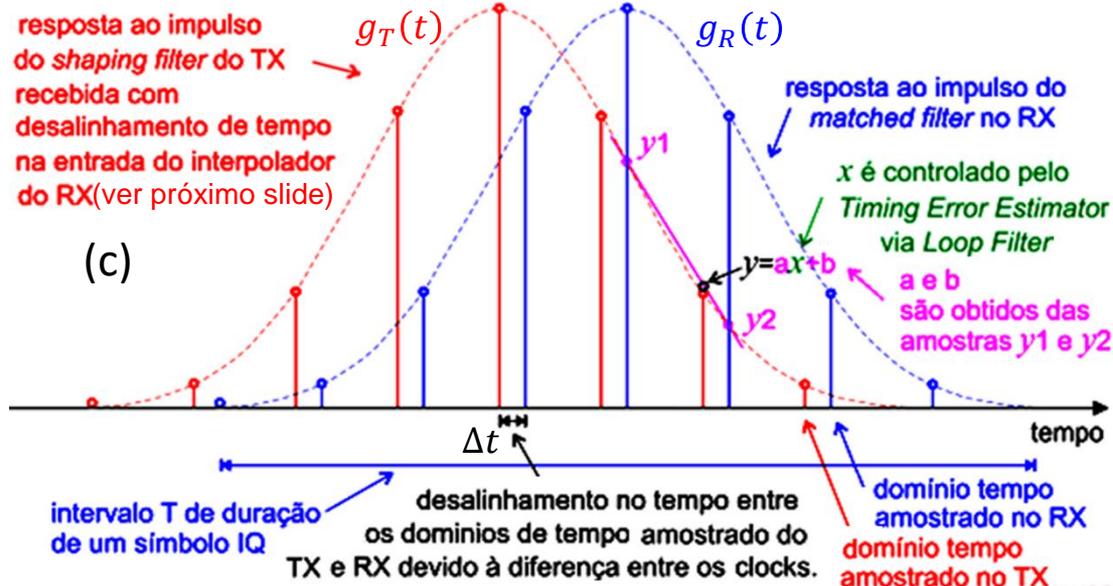
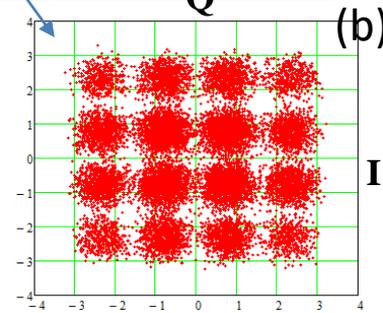
ELC1120 – Telecomunicações II

Profa. Candice Müller Prof. Fernando DeCastro

Sincronismo de Símbolo



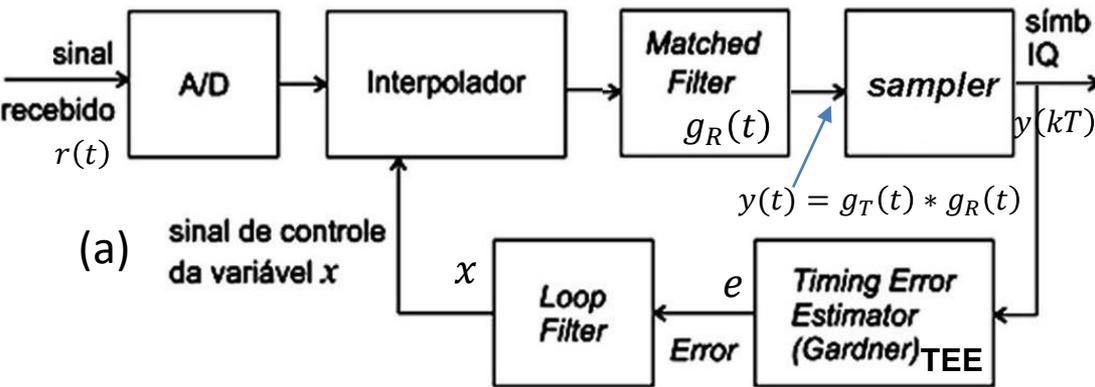
A figura (a) acima mostra o diagrama simplificado em *baseband* de um sistema 16-QAM em que $g_T(t)$ e $g_R(t)$ representam a resposta ao impulso de um filtro FIR *root-raised-cosine* de 127 coeficientes, *roll-off* $\alpha = 0.15$ e com $K_s = 8$ amostras por intervalo de símbolo T . Não há multipercursos nem ruído no canal de transmissão. O gráfico em (b) mostra a significativa dispersão de símbolos resultante na saída $y(kT)$ do *downsampler* quando o bloco *symbol timing estimator* (STE) em (a) está inoperante e quando o *clock* do *hardware* do RX resulta desalinhado do *clock* do *hardware* do TX de um atraso de $T/8$ no tempo, gerando BER não nula na saída do *de-mapper*.



A figura em (c) mostra a causa da dispersão dos símbolos mostrada em (b), por inoperância do bloco STE. Em qualquer situação de operação prática do TX e RX, os *clocks* dos seus respectivos *hardwares* nunca estarão em sincronismo (alinhados no tempo), porque o oscilador a cristal do *clock* no *hardware* do TX nunca terá a exata frequência do oscilador a cristal do *clock* do RX devido à diferença de temperatura nos locais de operação do TX e RX como também devido à própria imprecisão intrínseca na frequência do cristal no processo de fabricação. Em operação normal o bloco STE ajusta o instante de amostragem do *sampler*, de modo a compensar o desalinhamento Δt entre $g_T(t)$ e $g_R(t)$.

Sincronismo de Símbolo

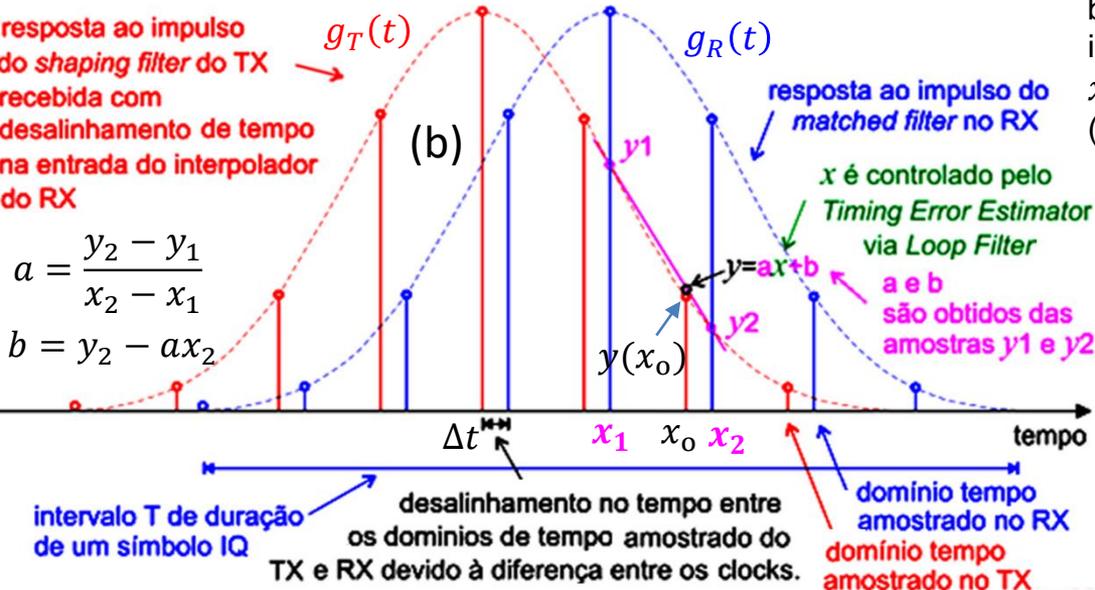
A abordagem referida no slide anterior em que o bloco STE ajusta o instante de amostragem do *sampler* pode causar inúmeros problemas de temporização do *hardware*, em particular para sistemas implementados em lógica programável (FPGA). Uma solução alternativa largamente adotada para minimizar, conforme discutido no slide anterior, o sempre presente problema de o *clock* do *hardware* do RX estar desalinhado do *clock* do *hardware* do TX é efetuar um *re-sampling* através de um interpolador antes do *matched-filter* de modo a realinhar as amostras entre $g_T(t)$ e $g_R(t)$ sem alterar o intervalo de amostragem T do *sampler*, conforme mostrado em (a). O desalinhamento Δt entre $g_T(t)$ e $g_R(t)$ é mostrado em (b).



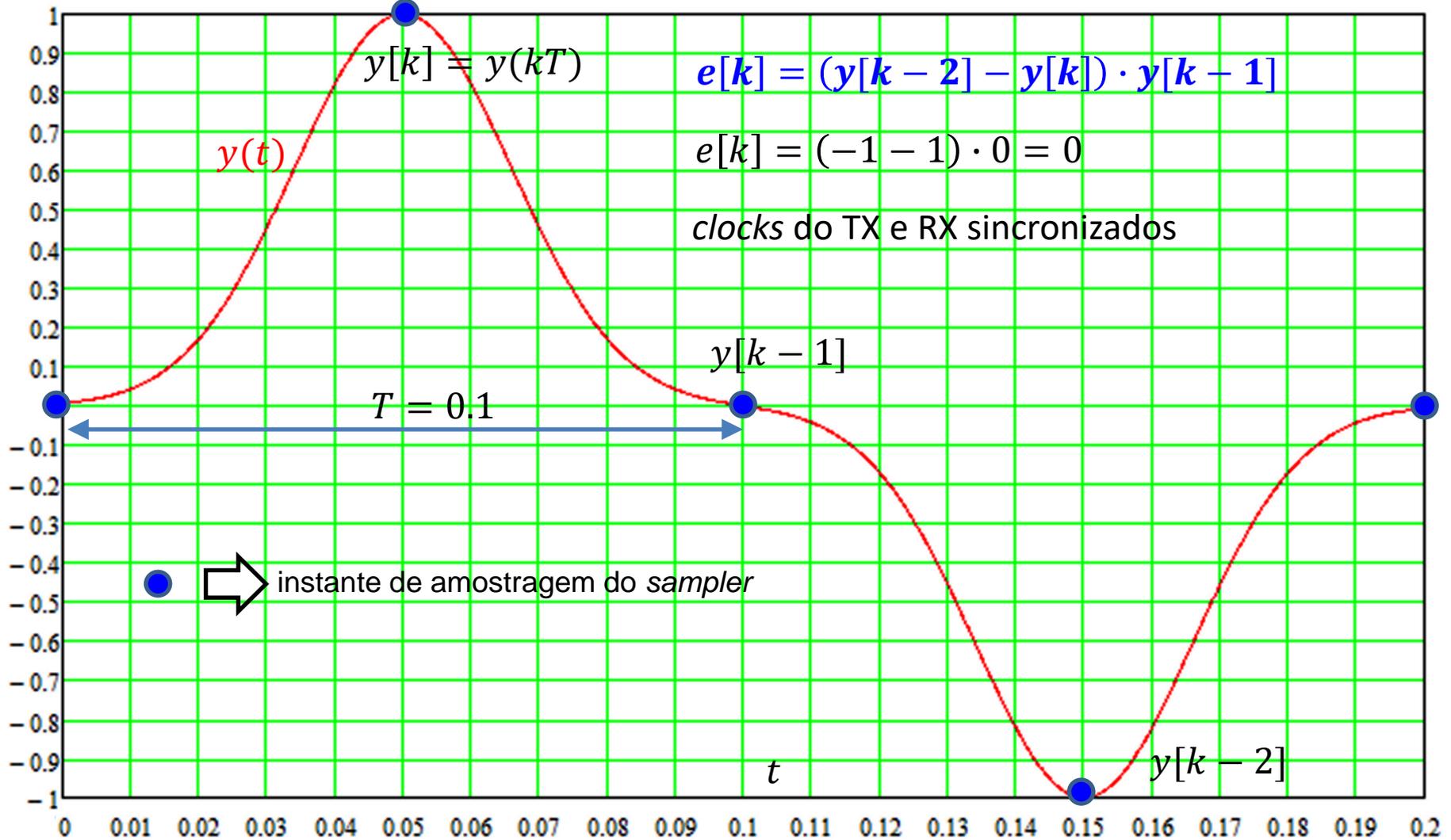
O bloco TEE mede o sinal $y(kT)$ e determina o desalinhamento Δt entre as amostras de $g_T(t)$ e $g_R(t)$ através da função de erro de Gardner $e[k] = (y[k-2] - y[k]) \cdot y[k-1]$ (ver slides 4, 5 e 6), sendo $y[k] = y(kT)$, e onde $e[k]$ é o erro instantâneo e na saída do TEE. Note que a função de erro de Gardner necessita 2 amostras de $y(t)$ por período de símbolo T para determinar uma amostra $e[k]$ do erro instantâneo.

O erro instantâneo $e[k]$ é filtrado pelo *loop filter*, que é basicamente um integrador (ver slide 7). Por ser um integrador, o *loop filter* mantém constante a sua saída x imediatamente após o erro e estabilizar em zero (ver <https://en.wikipedia.org/wiki/Integrator>).

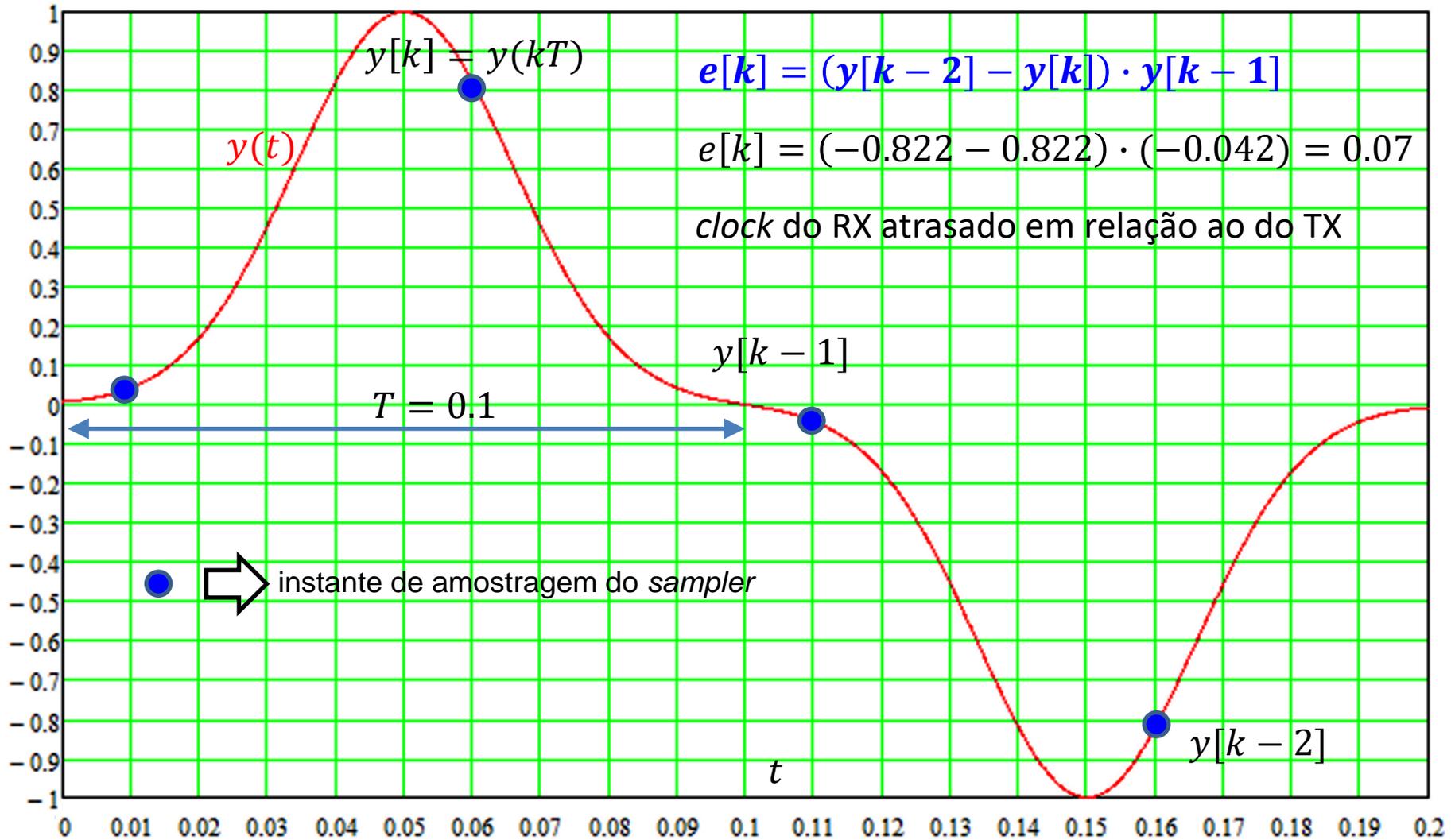
Note que x é o argumento da reta $y(x) = ax + b$ do interpolador, conforme (b). A cada iteração k $y_2 = g_T(x_2)$ é substituída por $g_T(x) = y(x) = ax + b$. Após várias iterações em k (várias amostras recebidas) o *loop* converge, o erro $e[k]$ tende a zero e a saída x_0 do *loop filter* estabiliza a reta em $y(x_0) = ax_0 + b$ recuperando a amostra $y(x_0) = g_T(x_0)$ que substitui $y_2 = g_T(x_2)$, minimizando o desalinhamento Δt de $g_T(t)$ em relação $g_R(t)$ e assim sincronizando os *clocks*.



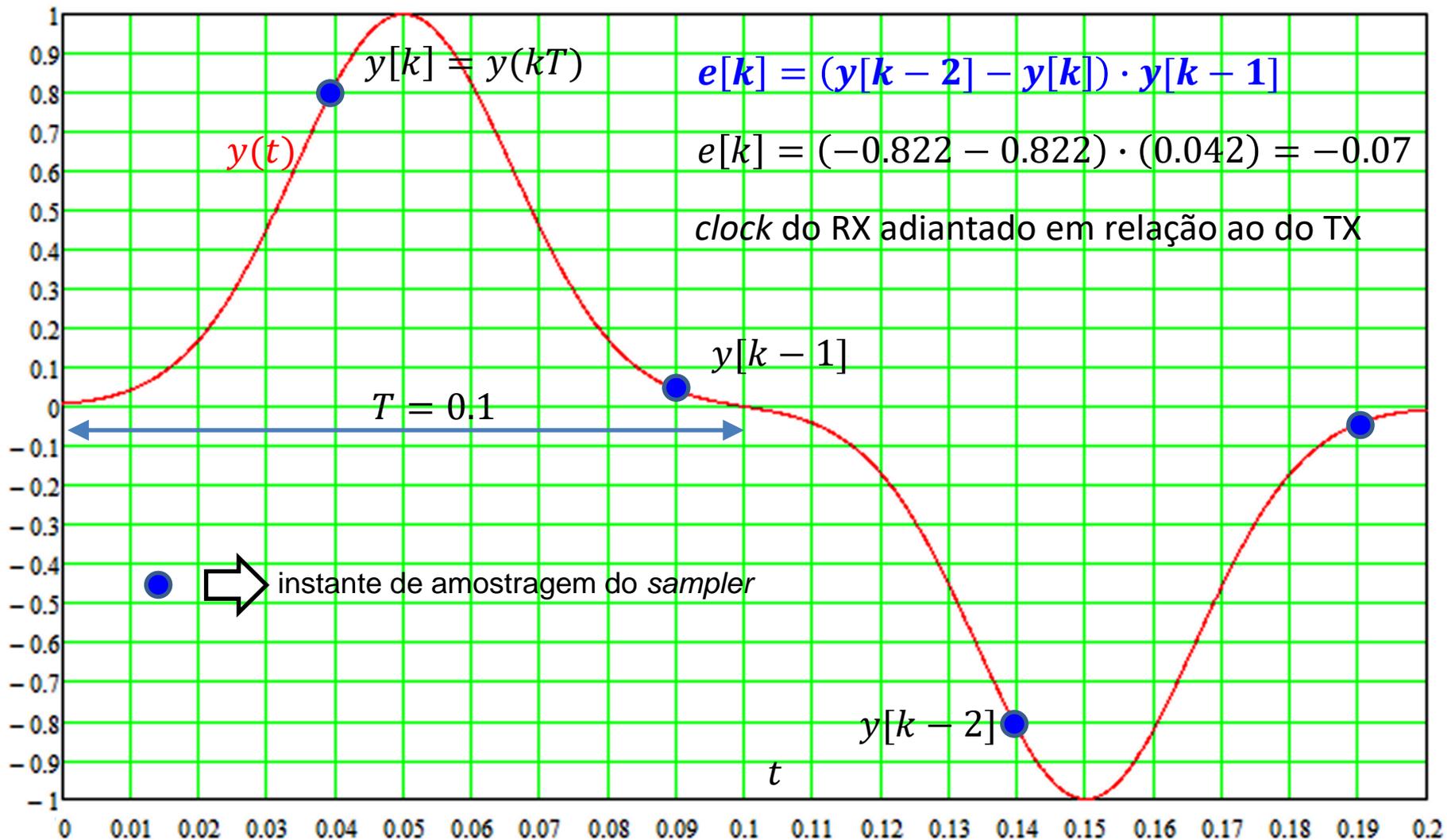
Timing Error Estimator (TEE) – função de erro de Gardner



Timing Error Estimator (TEE) – função de erro de Gardner

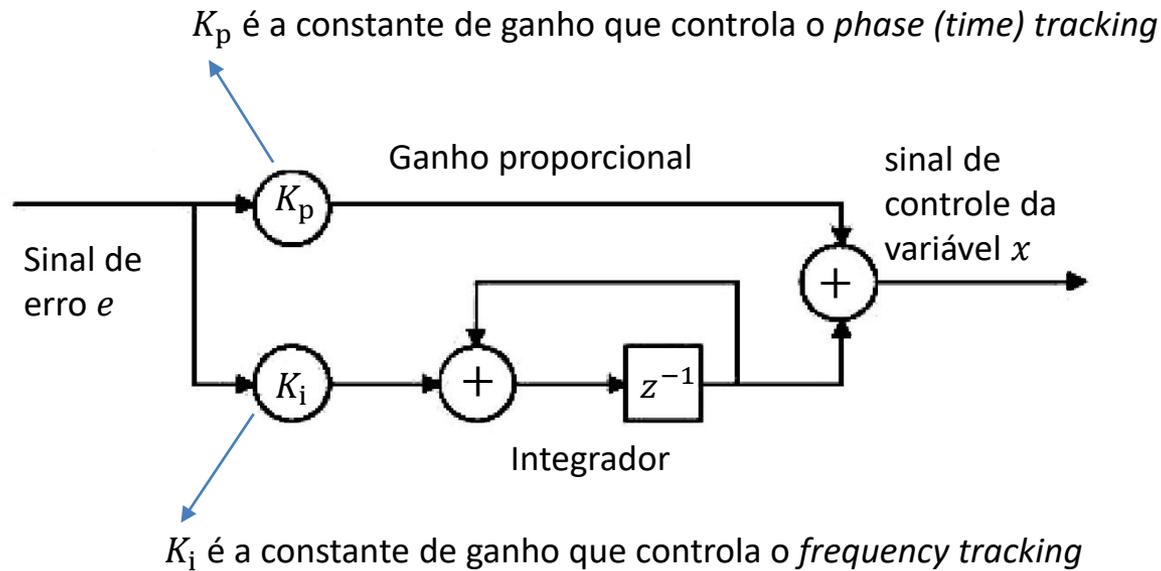


Timing Error Estimator (TEE) – função de erro de Gardner



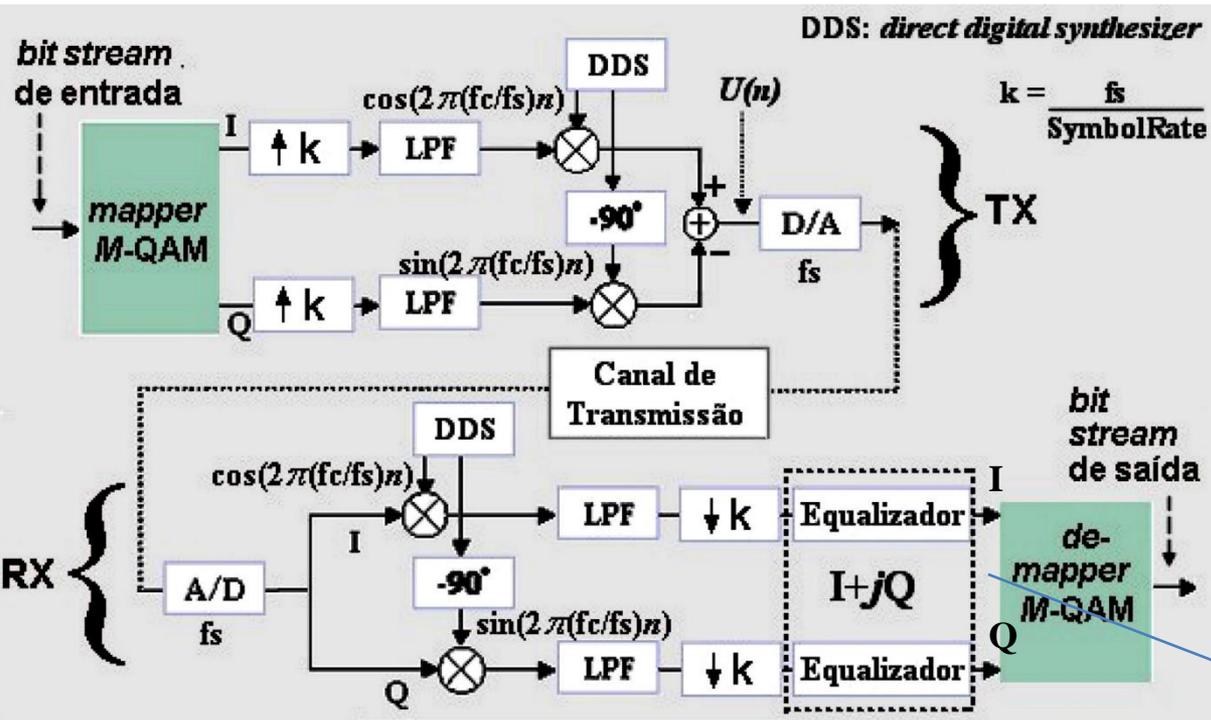
Note que a função de erro de Gardner falha se os pulsos adjacentes no tempo em $y(t)$ tiverem sinais algébricos iguais. Ocorre que qualquer sistema digital contempla um *scrambler* na entrada do modulador (*energy dispersal scrambler* - ver <https://en.wikipedia.org/wiki/Scrambler>) que torna aleatória e uniforme a distribuição dos símbolos IQ transmitidos para efeito de eficiência espectral. Dado que apenas após várias iterações em k (várias amostras recebidas) o erro $e[k]$ tende a zero, então na média no tempo é que obtém-se a condição de um número igual de pulsos positivos e negativos adjacentes.

Loop filter – controlador PI (proporcional integrador)



Ver <https://www.embarcados.com.br/controlador-pid-digital-parte-1/>
e <https://www.embarcados.com.br/controlador-pid-digital-parte-2/>

Sincronismo de Portadora

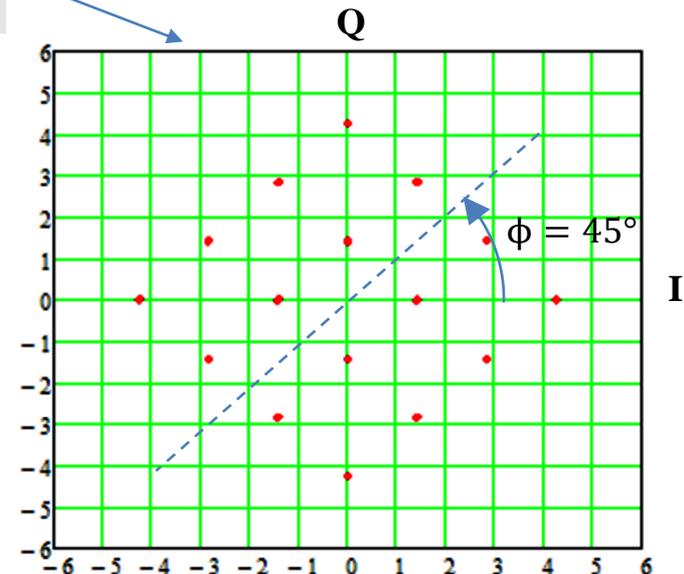


Consideremos um enlace *wireless* 16QAM com $f_c = 300\text{MHz}$, de modo que o comprimento da onda que se propaga no canal de transmissão entre a antena TX e a antena RX é $\lambda = c/f_c = 1.0\text{m}$, sendo $c = 3 \times 10^8 \text{ m/s}$ a velocidade de propagação da onda. Vamos supor que a distância entre a antena TX e a antena RX seja $\ell = 100.125 \text{ m}$.

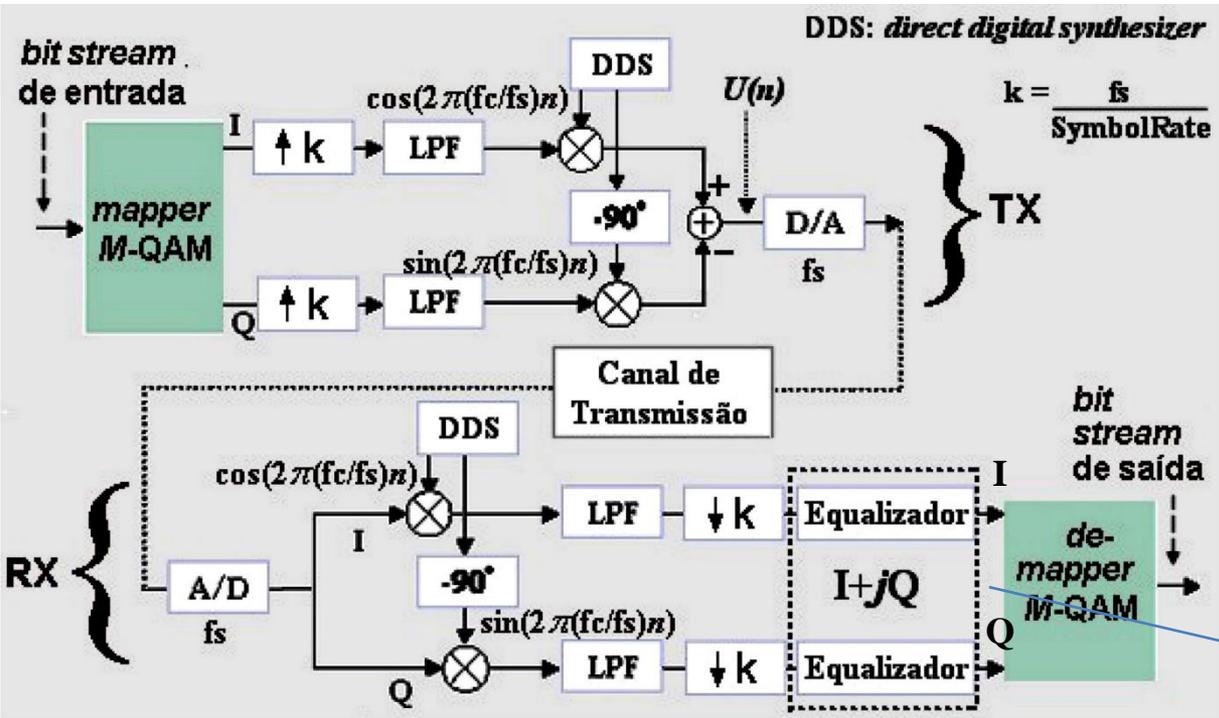
Uma onda eletromagnética plana varia sua fase de 360° ao se propagar ao longo de uma distância correspondente a um comprimento de onda λ .

Expressando a distância $\ell = 100.125 \text{ m}$ entre a antena TX e a antena RX em termos do comprimento de onda λ temos que $\ell = 100\lambda + \lambda/8$. Portanto a fase da onda ao incidir na antena RX é $\phi = \frac{\lambda/8}{\lambda} 360^\circ = 45^\circ$. Como a fase dos símbolos IQ demodulados no RX é a fase da senoide recebida na entrada do A/D, então o *offset* de fase $\phi = 45^\circ$ da onda será somado ao ângulo de todos os símbolos IQ resultando que a constelação dos símbolos IQ recebidos será girada de $\phi = 45^\circ$ conforme mostra o gráfico ao lado.

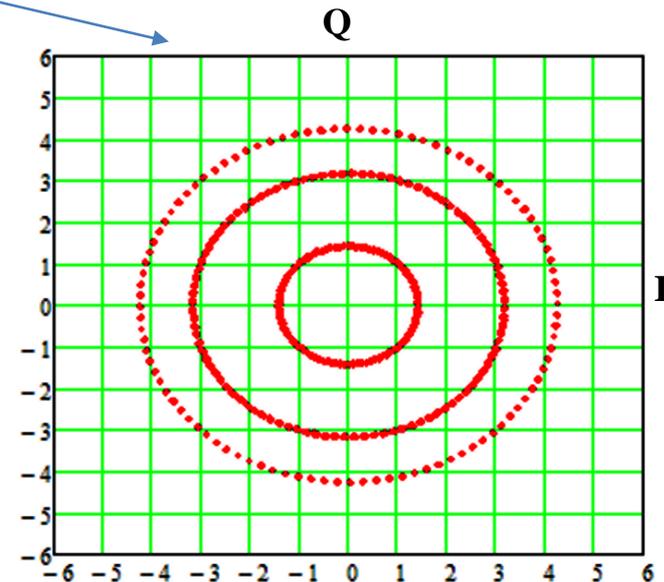
Dado que não há como prever a distância ℓ entre TX e RX, é necessário compensar a fase residual (*phase offset*) resultante da propagação da onda ao longo do canal de transmissão. O sub-sistema responsável por esta compensação do *phase offset* é denominado de **sincronismo de portadora**.



Sincronismo de Portadora



Se o RX está em movimento relativo ao TX então a distância ℓ entre TX e RX varia com o transcorrer do tempo (situação de operação usual em telefonia celular, por exemplo). Em consequência o *offset* de fase ϕ também variará com o tempo t . O resultado é que os símbolos IQ recebidos giram com uma velocidade angular $\omega = \frac{d\phi}{dt}$, conforme mostra o gráfico ao lado. Nesta situação dinâmica o sincronismo de portadora deve compensar não somente o *offset* de fase ϕ da constelação de símbolos IQ recebidos como também a frequência $\omega = \frac{d\phi}{dt}$ de giro dos símbolos IQ, caso contrário a BER na saída do *de-mapper* será muito alta.



Sincronismo de Portadora

Uma técnica usual para compensar o *offset* de fase ϕ da constelação de símbolos IQ recebidos como também a frequência $\omega = \frac{d\phi}{dt}$ de giro dos símbolos IQ é a adoção de um PLL (*phase locked loop*) - ver https://en.wikipedia.org/wiki/Phase-locked_loop, conforme mostrado em (a), (b) e (c). Basicamente, a saída v_d do *phase detector* em (b) é uma tensão de erro que é proporcional à diferença de fase entre as entradas v_1 e v_2' . v_d é filtrada por um *loop filter* que é um controlador PI (filtro RC em (c)) com função similar ao *loop filter* do sub-sistema de sincronismo de símbolo descrito no slide 3. A saída v_f do *loop filter* controla a frequência de um oscilador controlado por tensão (VCO - *voltage controlled oscillator*) cuja saída v_2 é realimentada ao *phase detector* através do divisor por N. Para $N = 1$, após o *settling time* do *loop* (que depende dos parâmetros do *loop filter*), tanto a fase como a frequência ω_2 do sinal v_2 serão idênticas a de v_1 , estabelecendo assim o sincronismo de portadora entre TX e RX.

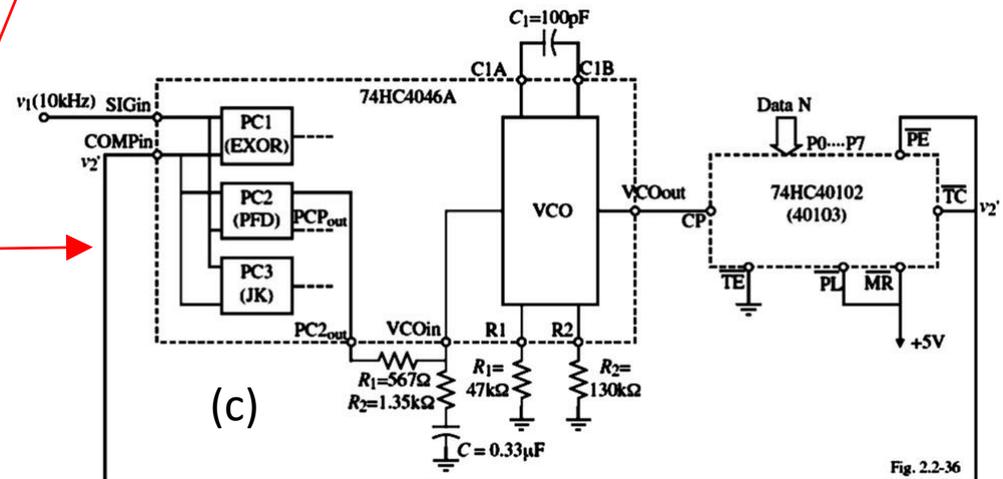
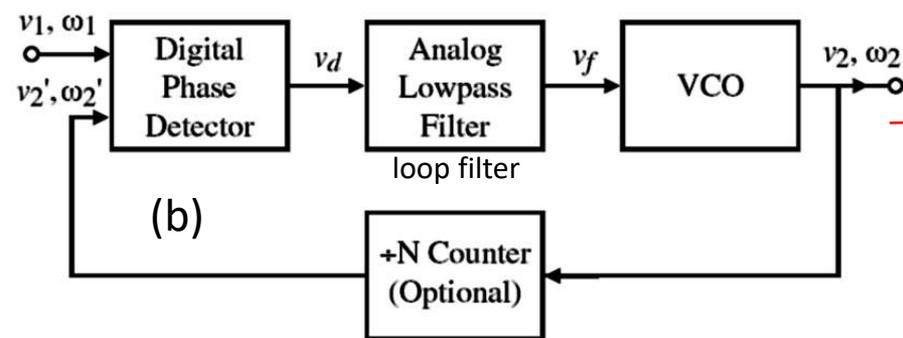
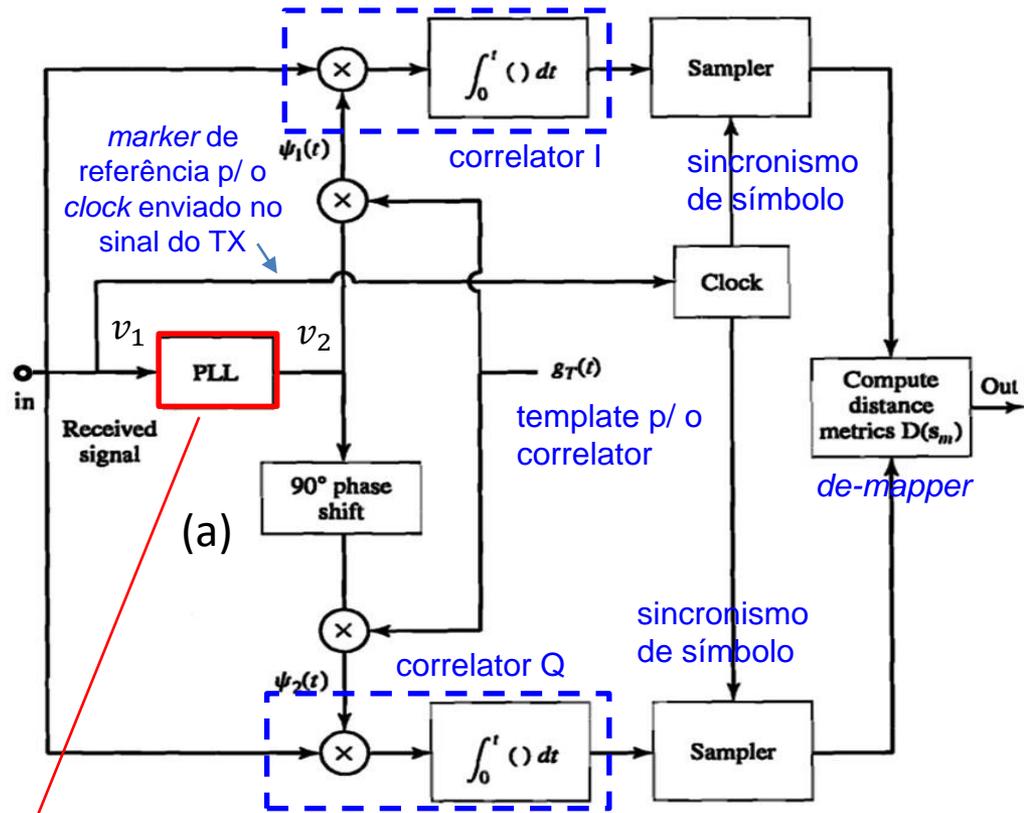


Fig. 2.2-36

Exemplo: O diagrama abaixo mostra a etapa de demodulação de um receptor digital 16-QAM com detecção por correlator:

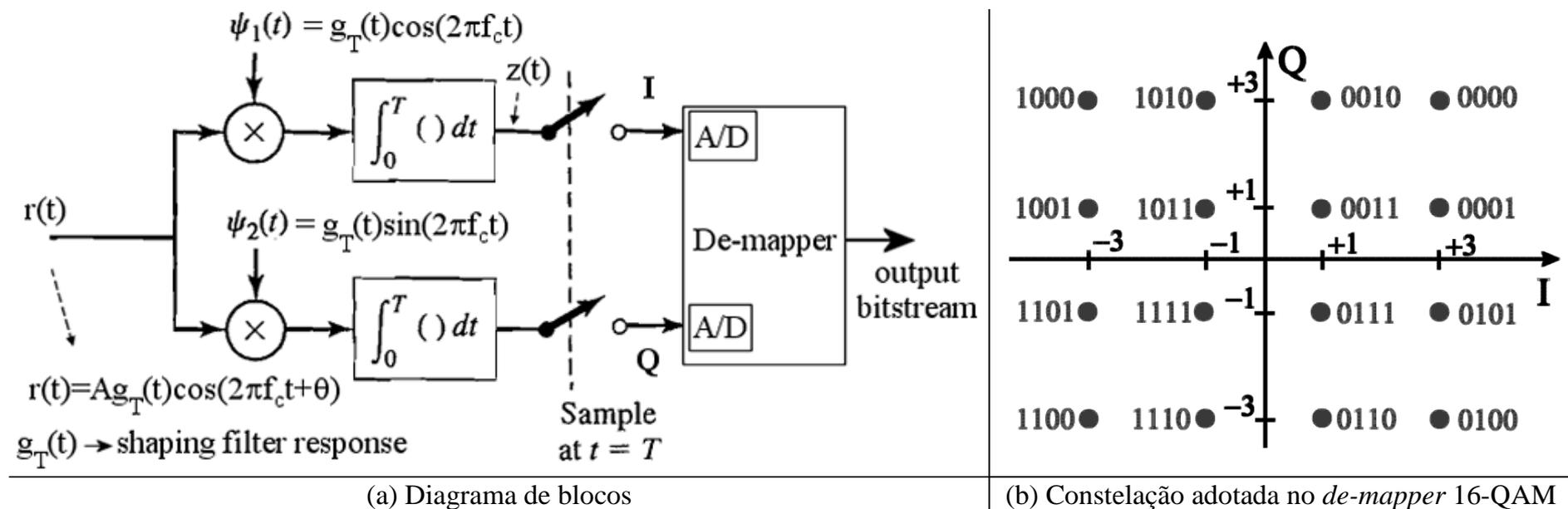


Figura 1: Etapa de demodulação de um receptor 16-QAM com detecção por correlator.

A taxa do *bitstream* na saída do *de-mapper* é 40 Mbps e a frequência de portadora é $f_c = 430\text{MHz}$. Cada símbolo IQ tem uma duração $T = 1/\text{symbol rate}$, onde *symbol rate* é a taxa de símbolos na entrada do *de-mapper*. O sistema de *symbol recovery* deste receptor é tal que o *sampler* na Figura 1(a) amostra o sinal na saída dos integradores em um instante t correspondente ao ponto de amplitude máxima do sinal, maximizando assim a SNR na entrada do *de-mapper*, e, portanto, minimizando a BER (*bit error rate*) em sua saída na presença do ruído branco adicionado ao sinal no canal de transmissão.

Sincronismo de Portadora - exemplo

Pede-se:

- Determine a frequência de amostragem f_s do A/D e o intervalo T entre as amostras na saída do *sampler* na Figura 1(a).
- Determine o *symbol rate* deste sistema.
- Assuma que o sistema de *carrier recovery* do receptor esteja inoperante mas que o AGC (*automatic gain control*) e o sistema de *symbol recovery* estejam ativos. Nesta situação operacional, a amplitude dos símbolos recebidos é correta com relação à constelação de referência do *de-mapper* mostrada na Figura 1(b) mas a fase residual ϕ não é compensada no sinal recebido $r(t) = Ag_T(t)\cos(2\pi f_c t + \theta + \phi)$. Sabe-se que os pontos nos quais estão localizados o TX e o RX encontram-se distantes entre si de $l = 0.25$ Km, não estando TX e RX em movimento relativo um ao outro nem tampouco havendo multipercurso presente no cenário de operação. Determine para esta situação qual palavra binária resultaria na saída do *de-mapper* do RX caso o TX transmitisse a palavra 0001. Considere $c = 2.99792458 \times 10^8$ m/s a velocidade de propagação da onda portadora (=onda eletromagnética que transporta os pulsos *passband* do *shaping filter* do TX ao RX).
- Assuma as mesmas condições operacionais do item d), exceto que o RX move-se com uma velocidade $v=90$ Km/h em relação ao TX. Nesta situação $r(t) = Ag_T(t)\cos(2\pi f_r t + \theta + \phi)$, sendo $f_r \neq f_c$ devido ao efeito Doppler ocasionado pelo movimento relativo entre TX e RX sob velocidade v . O efeito Doppler em um canal sem multipercurso (i.e, em um canal AWGN) faz o conjunto de símbolos IQ recebidos girar com uma velocidade angular $\omega_D = 2\pi f_{\text{doppler}}$ sobre o mapa da constelação de referência mostrado na Figura 1(b), sendo $f_{\text{doppler}} = vf/c$. Determine o quanto gira (em graus) por ação do efeito Doppler cada novo símbolo IQ recebido em relação ao símbolo recebido em instante imediatamente anterior.
- Considere um receptor funcionalmente idêntico ao em questão exceto por utilizar detecção por *matched filter*. Sabe-se que a função de transferência $H(f)$ do *matched filter* deste receptor funcionalmente idêntico é dada por

$$H(f) = \frac{1 - e^{-j2\pi f T}}{j2\pi f}$$

Determine a resposta ao impulso $g_T(t)$ do *shaping filter* do transmissor que envia sinal ao demodulador mostrado na Figura 1.

Solução:

a) Do enunciado e da Figura 1(b): $\text{bitrate} := 40\text{-MHz}$ ← $\text{NBitsPerSymbol} := 4$

Daí:

$$\text{SymbolRate} := \frac{\text{bitrate}}{\text{NBitsPerSymbol}} \quad \text{SymbolRate} = 10\text{-MHz}$$

Uma vez que o correlator é analógico, o A/D que segue o correlator digitaliza uma amostra por símbolo IQ. Daí:

$$f_s := \text{SymbolRate} \quad f_s = 10\text{-MHz} \quad \rightarrow \quad T := \frac{1}{f_s} \quad T = 0.1\text{-}\mu\text{s}$$

b) Vide item a).

c) Do enunciado, a palavra binária B_{tx_0} transmitida é $B_{tx_0} := "0001"$. ←

$B_{tx_0} = "0001"$ resulta no símbolo transmitido $S_{tx_0} = (3 + i)$ na saída do *mapper* do TX.

$S_{tx_0} = (3 + i)$ resultaria na palavra binária $B_{rx_0} = "0001"$ na saída do *de-mapper* se o *carrier recovery* do RX estivesse operacional - vide Figura 1(b) do enunciado.

Sincronismo de Portadora - exemplo

No entanto, do enunciado, o *carrier recovery* do RX não está operacional. Portanto, o ângulo ϕ residual (que é uma função da distância entre TX e RX) não será compensado e os símbolos recebidos estarão todos girados de ϕ em relação aos símbolos da constelação de referência mostrada na Figura 1(b). Determinando o valor do ângulo residual ϕ :

Do enunciado: $L := 0.25\text{ km}$ → distância entre TX e RX $f_c := 430\text{ MHz}$ → frequência da portadora

$\lambda := \frac{c}{f_c}$ $\lambda = 0.697\text{ m}$ → comprimento de onda da onda eletromagnética na frequência da portadora

$\text{Num}\lambda := \frac{L}{\lambda}$ → $\text{floor}(\text{Num}\lambda) = 358$ → $\text{Num}\lambda$ é um número em ponto flutuante que expressa quantos comprimentos de

onda λ separam TX e RX um do outro. $\text{floor}(\text{Num}\lambda)$ expressa quantos comprimentos de onda **inteiros** separam TX e RX um do outro. **Nota:** A onda portadora zera o seu giro de fase ao percorrer um número inteiro de comprimentos de onda.

$\text{Frac}\lambda := \text{Num}\lambda - \text{floor}(\text{Num}\lambda)$ → $\text{Frac}\lambda = 0.581$ → fração decimal de λ que, se somado ao número inteiro de λ 's que separam TX e RX resulta na distância exata entre TX e RX, distância expressa em comprimentos de onda.

Daí, $\phi := \text{Frac}\lambda \cdot 2 \cdot \pi$ → $\phi = 209.305 \cdot \text{deg}$. Assim, o símbolo IQ transmitido Stx_0 sofre uma rotação de fase

$\phi = 209.305 \cdot \text{deg}$ em relação ao seu valor original, **causado pelo giro de fase ϕ da onda portadora no percurso entre TX e RX**, o que resulta um símbolo recebido Srx_0 na entrada do *de-mapper* dado por

$$\text{Srx}_0 := \text{Stx}_0 \cdot e^{j \cdot \phi} \quad \text{Srx}_0 = (-2.127 - 2.34i)$$

E, por inspeção visual da Figura 1(b) do enunciado, $\text{Srx}_0 = (-2.127 - 2.34i)$ resulta na palavra binária $\text{Brx}_0 = "1100"$ na saída do *de-mapper*.

Sincronismo de Portadora - exemplo

d) Nesta situação em que o RX move-se a uma velocidade v em relação ao TX temos:

$$r(t) = A \cdot gT(t) \cdot \cos(2 \cdot \pi \cdot f_r \cdot t + \theta + \phi) \quad \text{onde} \quad f_r = f_c + f_{\text{doppler}}$$

$$v := 90 \text{ kph} \quad \leftarrow$$

$$f_{\text{doppler}} := f_c \cdot \frac{v}{c} \rightarrow \quad f_{\text{doppler}} = 35.858 \text{ Hz}$$

O oscilador local do *mixer - mixer* é o bloco '⊗' na Figura 1(a) - opera em f_c e a frequência central do sinal $r(t)$ recebido é $f_r = f_c + f_{\text{doppler}}$. Portanto o *mixer* da Figura 1(a) não converte integralmente o sinal $r(t)$ para banda-base, permanecendo uma componente residual de frequência equivalente a f_{doppler} . Desta maneira, se $S_{\text{tx}}(n)$ é a seqüência de símbolos originalmente transmitidos pelo TX, a seqüência de símbolos correspondentes $S_{\text{rx}}(n)$ resultante na entrada do *de-mapper* do RX é dada nesta situação por:

$$S_{\text{rx}}(n) = S_{\text{tx}}(n) \cdot e^{j \cdot 2 \cdot \pi \cdot f_{\text{doppler}} \cdot n \cdot T} \quad \text{ou} \quad S_{\text{rx}}(n) = S_{\text{tx}}(n) \cdot e^{j \cdot 2 \cdot \pi \cdot \frac{f_{\text{doppler}}}{\text{SymbolRate}} \cdot n}$$

Portanto, o conjunto de símbolos IQ recebidos S_{rx} gira com uma velocidade angular ω_D sobre o mapa da constelação de referência mostrado na Figura 1(b), sendo ω_D dada por:

$$\omega_D := 2 \cdot \pi \cdot f_{\text{doppler}} \quad \omega_D = 225.303 \cdot \frac{\text{rad}}{\text{s}}$$

Daí, cada novo símbolo IQ recebido gira em relação ao símbolo recebido em instante imediatamente anterior do valor dado por:

$$\text{GiroAngularPorIntervadoDeSimbolo} := T \cdot \omega_D \quad \text{GiroAngularPorIntervadoDeSimbolo} = 1.291 \times 10^{-3} \cdot \text{deg}$$

e) Efetuando a Transformada Inversa de Fourier de $H(f)$:

$$\begin{aligned} h(t) &= \mathcal{F}^{-1}[H(f)] = \mathcal{F}^{-1}\left[\frac{1}{j2\pi f}\right] - \mathcal{F}^{-1}\left[\frac{e^{-j2\pi fT}}{j2\pi f}\right] \\ &= \text{sgn}(t) - \text{sgn}(t - T) = 2\Pi\left(\frac{t - \frac{T}{2}}{T}\right) \end{aligned}$$

O sinal $g_T(t)$ ao qual $h(t)$ é *matched* é:

$$g_T(t) = h(T - t) = 2\Pi\left(\frac{T - t - \frac{T}{2}}{T}\right) = 2\Pi\left(\frac{\frac{T}{2} - t}{T}\right) = h(t)$$

tendo aqui sido usado as propriedades de simetria de $\Pi\left(\frac{t - \frac{T}{2}}{T}\right)$ em relação ao eixo $t = \frac{T}{2}$.

Nota: $\Pi(t/T)$ é a notação para a função pulso unitário de largura T .

Homework

O diagrama abaixo mostra a etapa de demodulação de um receptor digital 16-QAM com detecção por correlador:

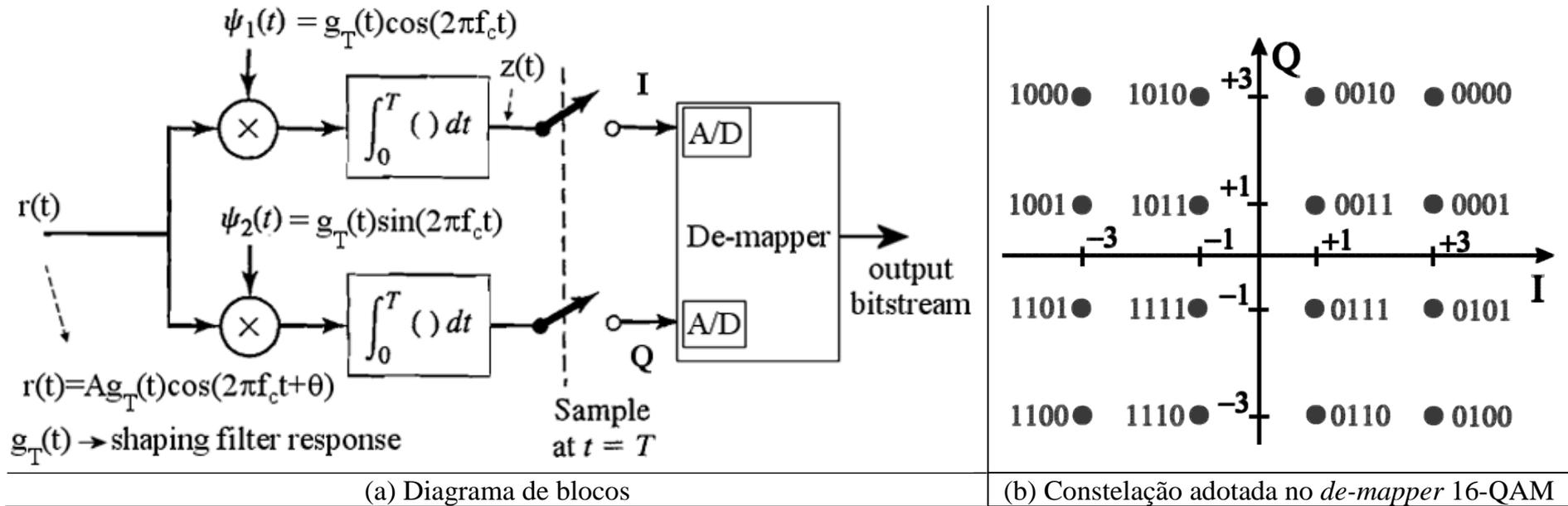


Figura 1: Etapa de demodulação de um receptor 16-QAM com detecção por correlador.

A taxa do *bitstream* na saída do *de-mapper* é 20Mbps e a frequência de portadora é $f_c = 750\text{MHz}$. Cada símbolo IQ tem uma duração $T = 1/\text{symbol rate}$, onde *symbol rate* é a taxa de símbolos na entrada do *de-mapper*. O sistema de *symbol recovery* deste receptor é tal que o *sampler* na Figura 1(a) amostra o sinal na saída dos integradores em um instante t correspondente ao ponto de amplitude máxima do sinal, maximizando assim a SNR na entrada do *de-mapper*, e, portanto, minimizando a BER (*bit error rate*) em sua saída na presença do ruído branco adicionado ao sinal no canal de transmissão.

Homework

Pede-se:

- Determine a frequência de amostragem f_s do A/D e o intervalo T entre as amostras na saída do *sampler* na Figura 1(a).
- Determine o *symbol rate* deste sistema.
- Assuma que o sistema de *carrier recovery* do receptor esteja inoperante mas que o AGC (*automatic gain control*) e o sistema de *symbol recovery* estejam ativos. Nesta situação operacional, a amplitude dos símbolos recebidos é correta com relação à constelação de referência do *de-mapper* mostrada na Figura 1(b) mas a fase residual ϕ não é compensada no sinal recebido $r(t) = Ag_T(t)\cos(2\pi f_c t + \theta + \phi)$. Sabe-se que os pontos nos quais estão localizados o TX e o RX encontram-se distantes entre si de $l = 1.0$ Km, não estando TX e RX em movimento relativo um ao outro nem tampouco havendo multipercurso presente no cenário de operação. Determine para esta situação qual palavra binária resultaria na saída do *de-mapper* do RX caso o TX transmitisse a palavra 1000. Considere $c = 2.99792458 \times 10^8$ m/s a velocidade de propagação da onda portadora (=onda eletromagnética que transporta os pulsos *passband* do *shaping filter* do TX ao RX).
- Assuma as mesmas condições operacionais do item d), exceto que o RX move-se com uma velocidade $v=120$ Km/h em relação ao TX. Nesta situação $r(t) = Ag_T(t)\cos(2\pi f_r t + \theta + \phi)$, sendo $f_r \neq f_c$ devido ao efeito Doppler ocasionado pelo movimento relativo entre TX e RX sob velocidade v . O efeito Doppler em um canal sem multipercurso (i.e, em um canal AWGN) faz o conjunto de símbolos IQ recebidos girar com uma velocidade angular $\omega_D = 2\pi f_{\text{doppler}}$ sobre o mapa da constelação de referência mostrado na Figura 1(b), sendo $f_{\text{doppler}} = vf/c$. Determine o quanto gira (em graus) por ação do efeito Doppler cada novo símbolo IQ recebido em relação ao símbolo recebido em instante imediatamente anterior.

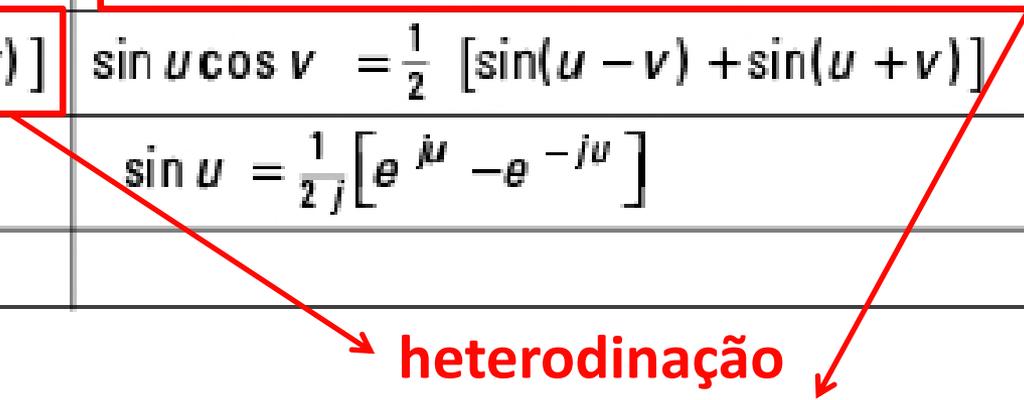
Apêndice A:

Operation	Formula
Rectangular to Polar Conversion	$z = x + jy = re^{j\theta}$ where $r = \sqrt{x^2 + y^2}$ and $\theta = \arctan(y/x)$
Polar to Rectangular Conversion	$z = re^{j\theta} = r [\cos(\theta) + j\sin(\theta)] = x + jy$ where $x = r \cos(\theta)$ and $y = r \sin(\theta)$
Add: $z_3 = z_1 + z_2$	$(x_1 + x_2) + j(y_1 + y_2)$
Subtract: $z_3 = z_1 - z_2$	$(x_1 - x_2) + j(y_1 - y_2)$
Multiply: $z_3 = z_1 z_2$ (polar form)	$(x_1 x_2 - y_1 y_2) + j(x_1 y_2 + y_1 x_2)$ $r_1 r_2 e^{j(\theta_1 + \theta_2)}$
Divide: $z_3 = z_1 / z_2$ (polar form)	$\frac{(x_1 x_2 - y_1 y_2) - j(x_1 y_2 - y_1 x_2)}{x_2^2 + y_2^2}$ $\frac{r_1}{r_2} e^{j(\theta_1 - \theta_2)}$

Apêndice B:

Sejam $u = 2\pi f_1 t$ e $v = 2\pi f_2 t$. Valem as seguintes relações (*relationships*) trigonométricas:

<i>Relationship</i>	<i>Relationship</i>
$\sin u = \cos(u - \pi/2)$	$\cos u = \sin(u + \pi/2)$
$\cos(-u) = \cos u$	$\sin(-u) = -\sin(u)$
$\sin^2 u + \cos^2 u = 1$	$\cos^2 u = \frac{1}{2}(1 + \cos 2u)$
$\sin^2 u = \frac{1}{2}(1 - \cos 2u)$	$\cos(u \pm v) = \cos u \cos v \mp \sin u \sin v$
$\sin(u \pm v) = \sin u \cos v \pm \cos u \sin v$	$\cos u \cos v = \frac{1}{2}[\cos(u - v) + \cos(u + v)]$
$\sin u \sin v = \frac{1}{2}[\cos(u - v) - \cos(u + v)]$	$\sin u \cos v = \frac{1}{2}[\sin(u - v) + \sin(u + v)]$
$\cos u = \frac{1}{2}[e^{ju} + e^{-ju}]$	$\sin u = \frac{1}{2j}[e^{ju} - e^{-ju}]$
$e^{ju} = \cos u + j \sin u$	



heterodinação
 das frequências f_1 e f_2