



---

Técnicas de múltiplo acesso. *Spread Spectrum*. Sistemas multiportadoras OFDM.

---



Departamento de Eletrônica e Computação

Centro de Tecnologia

ELC1120 – Telecomunicações II

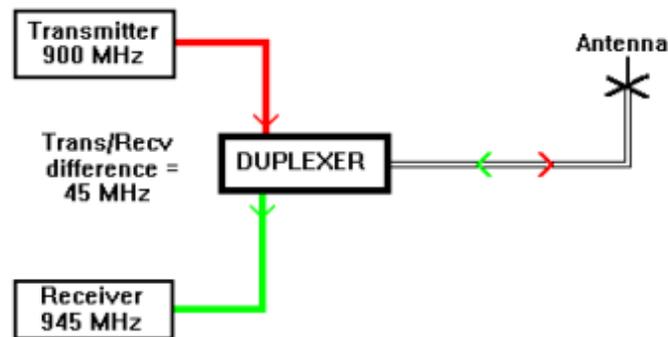
Profa. Candice Müller Prof. Fernando DeCastro

# Comunicação Bidirecional

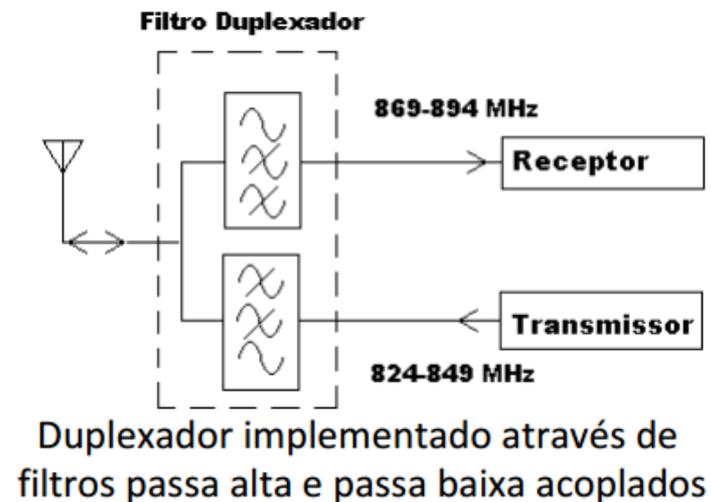
- Sistemas de comunicação usualmente implementam comunicação bidirecional (duplexação), onde cada usuário pode enviar e receber dados de maneira simultânea.
- Num sistema de telefone fixo ou celular, por exemplo, é possível falar e ouvir simultaneamente.
- A duplexação pode ser implementada através de:
  - Divisão em frequência: FDD (*Frequency Division Duplexing*)
  - Divisão do tempo: TDD (*Time Division Duplexing*)

# FDD: Frequency Division Duplexing

- Num esquema de FDD, usa-se **um par de frequências para a transmissão e recepção**, ou seja, utiliza-se bandas do espectro distintas para cada direção da transmissão.
- Um dispositivo denominado duplexador permite o uso de uma mesma antena para os módulos de recepção e transmissão do terminal.
- A separação de frequências de transmissão e recepção geralmente é fixa em todo o sistema, sendo suficiente para permitir pouco acoplamento entre os módulos receptor e transmissor de um terminal de assinante.



SIMULTANEOUS SIGNAL FLOW THROUGH A DUPLEXER



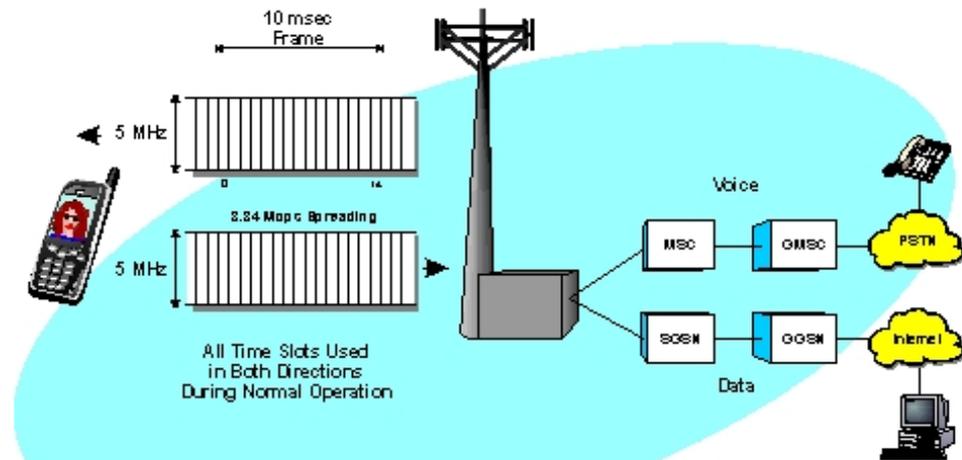
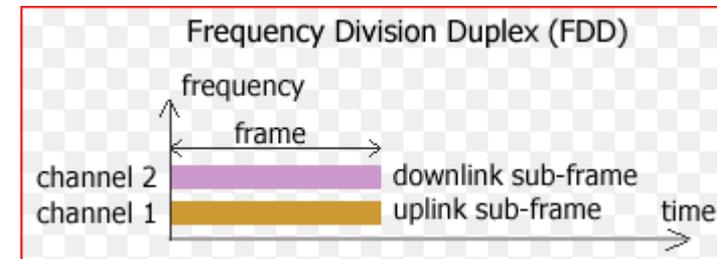
# FDD: Frequency Division Duplexing

**Table 11.3** GSM Air Interface Specifications Summary

Parameter	Specifications
Reverse Channel Frequency	890–915 MHz
Forward Channel Frequency	935–960 MHz
ARFCN Number	0 to 124 and 975 to 1023
Tx/Rx Frequency Spacing	45 MHz
Tx/Rx Time Slot Spacing	3 Time slots
Modulation Data Rate	270.833333 kbps
Frame Period	4.615 ms
Users per Frame (Full Rate)	8
Time Slot Period	576.9 $\mu$ s
Bit Period	3.692 $\mu$ s
Modulation	0.3 GMSK
ARFCN Channel Spacing	200 kHz
Interleaving (max. delay)	40 ms
Voice Coder Bit Rate	13.4 kbps

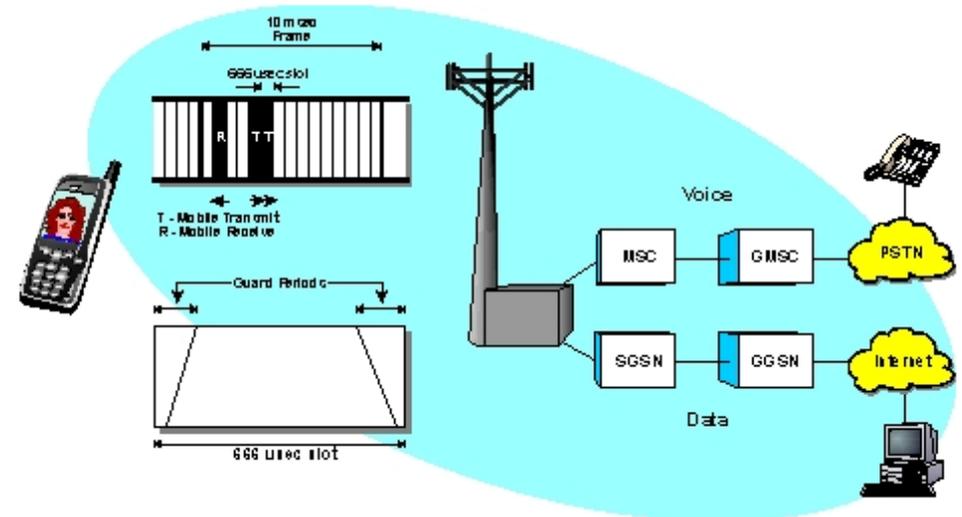
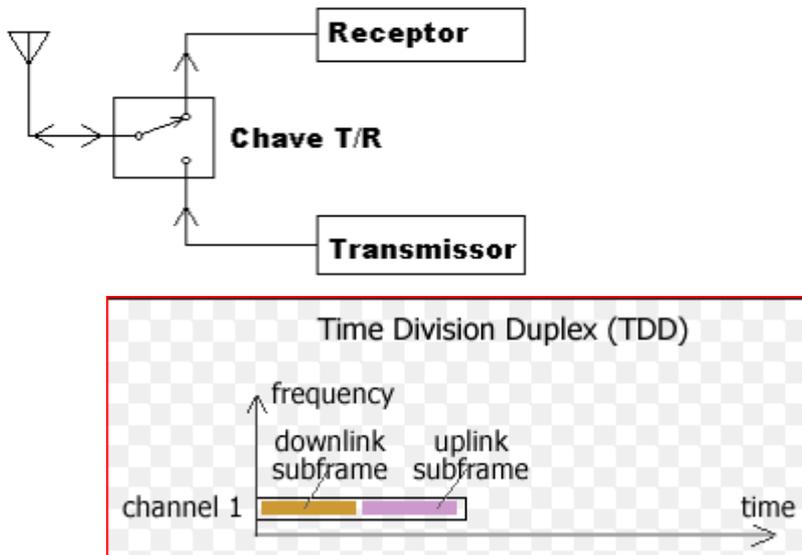
Assinante para base

Base para assinante



# TDD: Time Division Duplexing

- O TDD **compartilha no tempo** o uso de um único canal, de tal forma que uma parcela do tempo é usada para transmitir, enquanto que o remanescente é usado para receber informação.
- A transmissão através do canal só **ocorre em momentos permitidos e pré-determinados**, atribuídos através de *Time Slots*.
- TDD só é possível com formatos de transmissão digital e modulação digital, e é muito sensível à temporização.

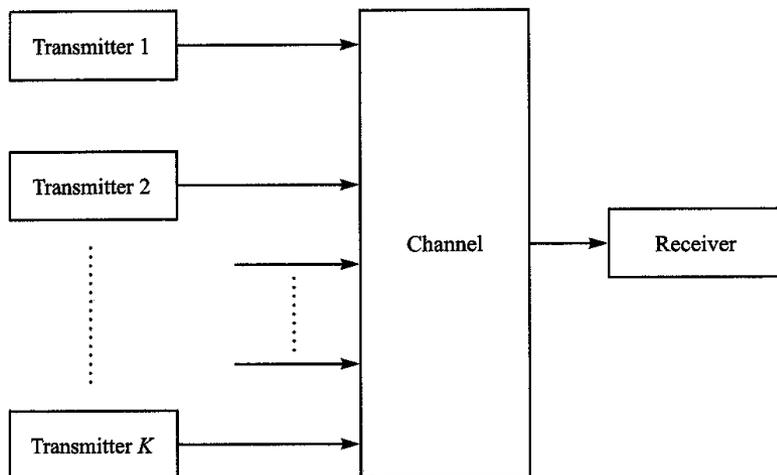


# Como compartilhar o espectro eletromagnético?

- O espectro eletromagnético é um recurso limitado.
- Como podemos “compartilhá-lo”?
- Técnicas de acesso múltiplo são utilizadas para permitir a múltiplos usuários compartilhem simultaneamente recursos de comunicações, resultando em um aumento da capacidade do sistema.
  - Frequência: FDMA (*Frequency Division Multiple Access*)
  - No tempo: TDMA (*Time Division Multiple Access*)
  - Espaço: SDMA (*Space Division Multiple Access*)
  - Espalhamento espectral: CDMA (*Code Division Multiplex Access*) e FHMA (*Frequency Hopping Multiple Access*)
- Existe a possibilidade de combinar os mecanismos acima, de forma a conseguir uma maior eficiência na utilização do espectro. Exemplo: TDMA/FDMA amplamente utilizado pelas operadoras de telefonia celular

# Técnicas de Múltiplo Acesso

- Técnicas de acesso múltiplo constituem a base para as redes de comunicações *wired* e *wireless* presentes e futuras, tais como redes de satélites, redes de comunicações móveis e celulares.
- Um grande número de usuários divide um canal de comunicações comum para transmitir ou receber informação.



Canal de comunicações:



*Wireline*



Óptico



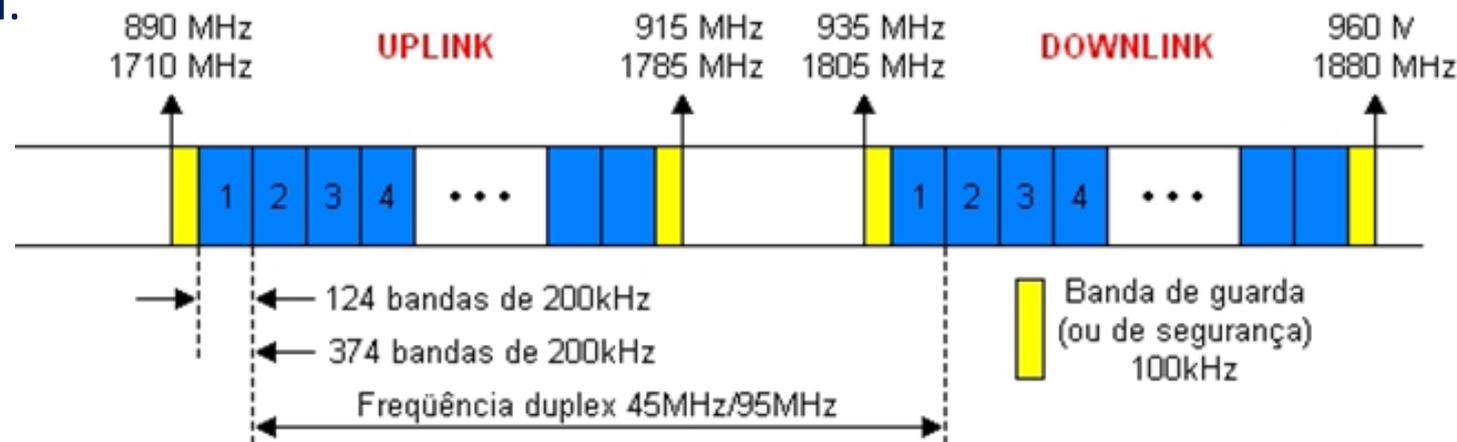
*Wireless*



Armazenamento (*storage channel*)

# Múltiplo Acesso por Divisão de Frequência (FDMA)

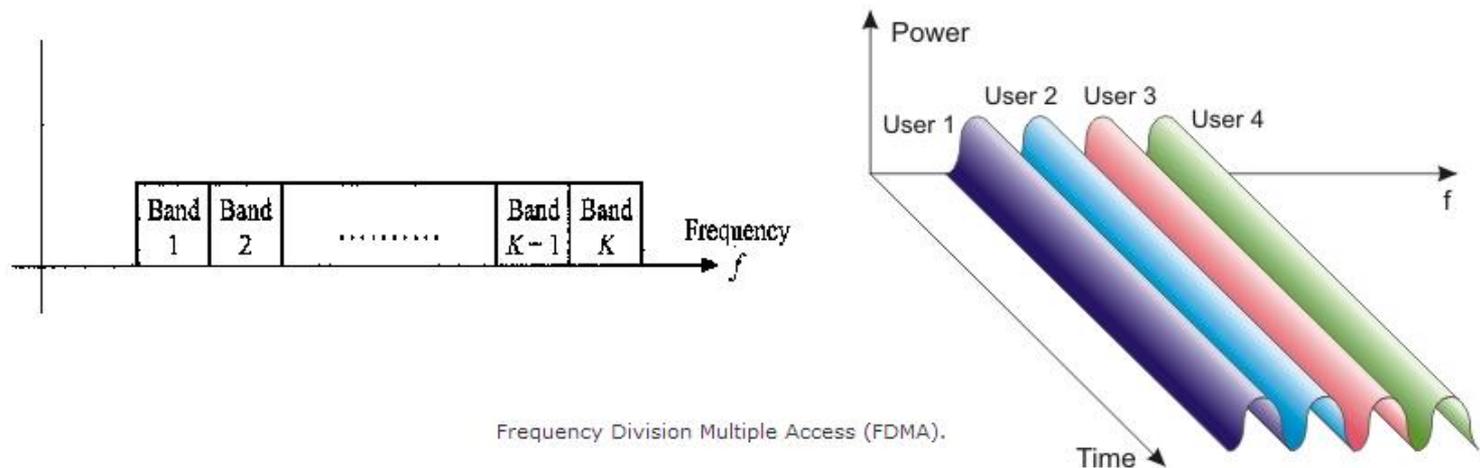
- Na técnica FDMA, a largura de banda é subdividida em um número  $K$  de sub-canais ou frequências não sobrepostas e, cada canal é atribuído a cada usuário, sob demanda.
- A técnica de FDMA atribui canais individuais a usuários individuais.
- Cada canal carrega a informação de/para um único usuário.
- Os canais são sub-utilizados quando não há transmissão.
- Os canais são alocados sob demanda a usuários que requisitam serviço e, durante o período da chamada, nenhum outro usuário pode compartilhar o mesmo canal.



# Múltiplo Acesso por Divisão de Frequência (FDMA)

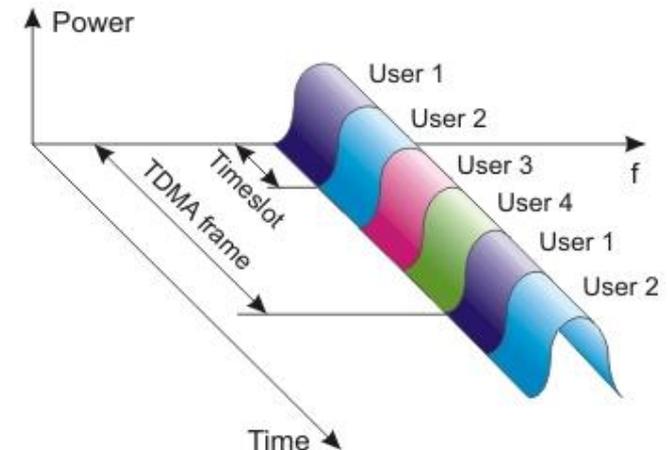
Algumas características relevantes da técnica de acesso FDMA são:

- As larguras de banda dos canais FDMA são relativamente estreitas de modo que cada canal suporta somente um usuário.
- Requer filtros passabanda para evitar interferência nos canais adjacentes.
- O espaço no tempo entre os símbolos de um sistema FDMA de banda estreita é grande, o que implica em reduzida interferência inter-simbólica, requerendo pouca ou nenhuma equalização.



# Múltiplo Acesso por Divisão do Tempo (TDMA)

- A técnica TDMA cria múltiplos sub-canais para acesso múltiplo subdividindo a duração da informação a ser transmitida em módulos no tempo denominados *frames*. A duração de cada *frame* é subdividida em  $K$  sub-intervalos não sobrepostos, denominados *time-slots*, cada um deles de duração  $TS$ .
- O TDMA compartilha o volume de informação a ser transmitido entre os terminais, distribuindo-o no conjunto de *time-slots* disponíveis ao longo de cada frame. Isto implica que a transmissão dos dados é descontínua, podendo gerar problemas de latência.
- Cada usuário que deseja transmitir informação é designado a um particular *time slot (TS)* dentro de cada *frame*.
- Este método é frequentemente utilizado em transmissão de dados e voz digital.
- Vários usuários móveis se revezam no tempo, na transmissão/recepção através de um conjunto de *time-slots*, sob uma mesma frequência compartilhada.



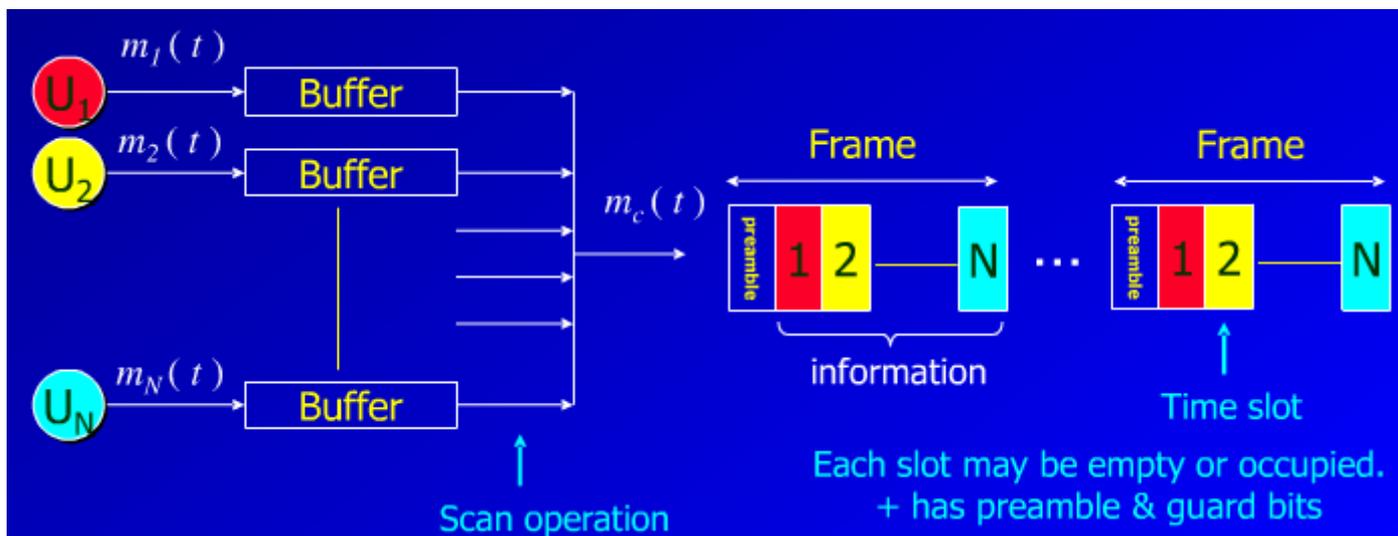
Time Division Multiple Access (TDMA).

# Múltiplo Acesso por Divisão do Tempo (TDMA)

- Durante o intervalo de um *time slot*, apenas um usuário pode transmitir e/ou receber.
- A transmissão de vários usuários é entrelaçada na estrutura do *frame*, que se repete periodicamente.
- Cada *frame* é constituído de um determinado número de *slots* e é composto de um cabeçalho (*header*), uma mensagem (que constitui a informação) e bits de cauda (*tail bits*).
- Os *time slots* se repetem a cada *frame*, de tal forma que um canal pode ser visto como um particular *time slot*.

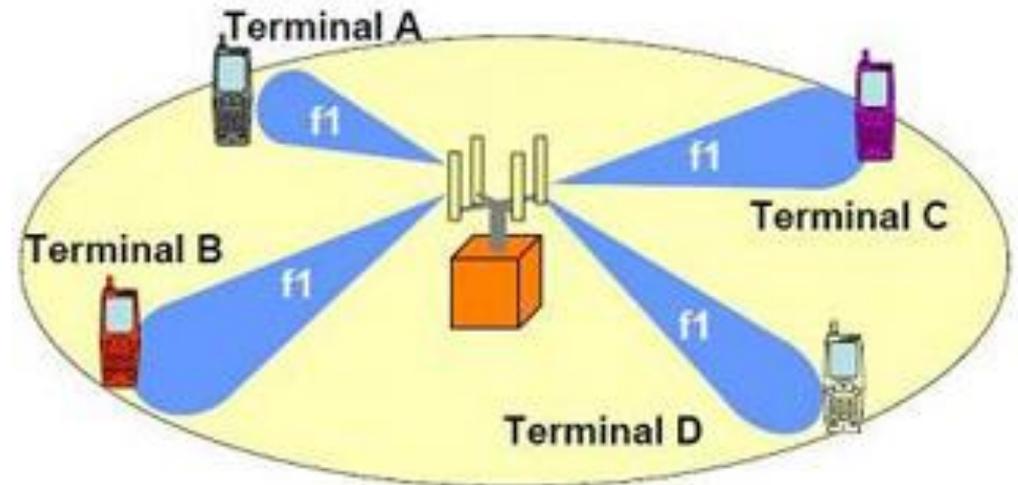
# Múltiplo Acesso por Divisão do Tempo (TDMA)

- Os dados de cada usuário são previamente armazenados em um *buffer* (uma fila FIFO). A cada *frame*, parte dos bits presentes no respectivo *buffer* são transmitidos de modo a preencher a totalidade de um *time-slot* no frame que está sendo transmitido. Como o *frame* se repete ciclicamente no tempo, o efeito do conjunto de buffers é equalizar a taxa de bits de cada usuário.
- Em sistemas **TDMA/TDD** metade dos *slots* de tempo são usados para os canais do *link* direto e metade para os canais do *link* reverso.
- Em sistemas **TDMA/FDD** estruturas de *frame* similares são usadas para a transmissão direta e reversa, mas as frequências da portadora devem ser diferentes para os *links* direto e reverso.



# Acesso Múltiplo por Divisão de Espaço (SDMA)

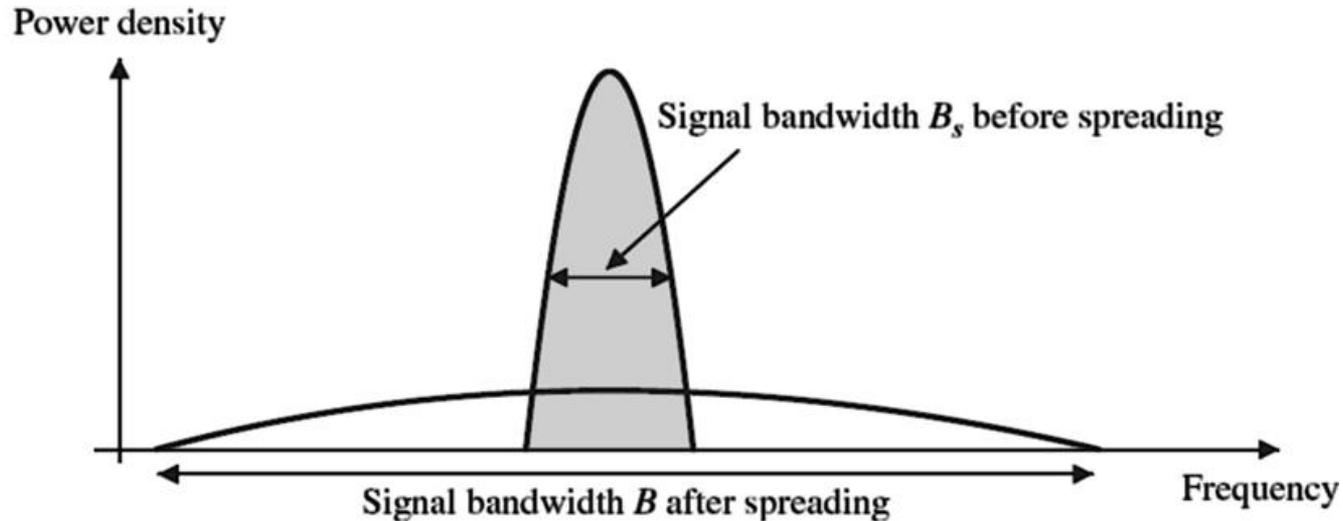
- Usado em redes móveis (como em redes 5G – ver [https://en.wikipedia.org/wiki/Space-division\\_multiple\\_access](https://en.wikipedia.org/wiki/Space-division_multiple_access) ), em que a técnica de DSP para filtragem espacial denominada *beamforming* (ver <https://en.wikipedia.org/wiki/Beamforming>) modela o diagrama de irradiação de cada *array* de antenas, focalizando o feixe (*beam*) da antena em cada usuário.
- Todos os usuários transmitem na mesma frequência ao mesmo tempo, sendo separados no espaço pelo diagrama de irradiação das antenas. Eventualmente, para usuários localizados em coordenadas próximas, o sistema atribui faixas de frequência diferentes a cada um, de forma a evitar a interferência de sinal.



## Técnicas de *Spread Spectrum* (SS)

O princípio fundamental do SS é transmitir informação através de sinais cuja largura da banda espectral do sinal transmitido no canal é muito maior do que a largura do sinal em banda-base que contém a informação a ser transmitida. Se a largura do espectro do sinal transmitido for muito grande, o espectro do sinal se assemelha ao espectro do ruído branco, que, conforme vimos no Cap VIII.2 , é descorrelacionado com qualquer função do domínio tempo exceto consigo mesmo. Sendo assim, o sistema se torna basicamente imune à interferência do sinal sobre instâncias dele mesmo que chegam atrasadas na antena do RX originadas por multipercurso no canal. O sinal é transmitido com uma largura de espectro  $B$  muito maior que a largura do espectro  $B_s$  do sinal em banda-base.

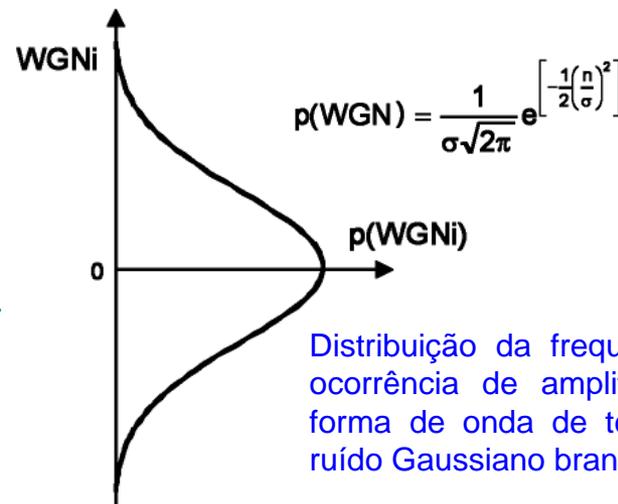
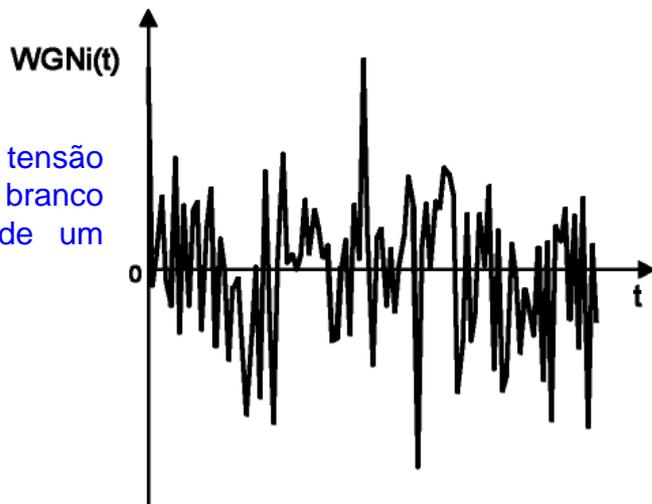
O **ganho de processamento** (*processing gain*) é definido por  $PG = B/B_s$ . Quanto maior for  $PG$ , menor a densidade de potência necessária para transmitir a informação e mais o sinal transmitido se assemelha a ruído branco. É usual valores de  $PG$  de algumas dezenas à várias centenas.



Power spectral density after direct sequence spreading

# Técnicas de Spread Spectrum (SS)

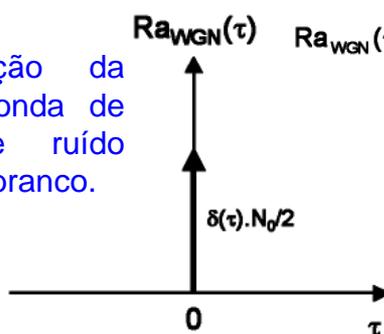
Forma de onda de tensão de ruído Gaussiano branco mostrada na tela de um osciloscópio.



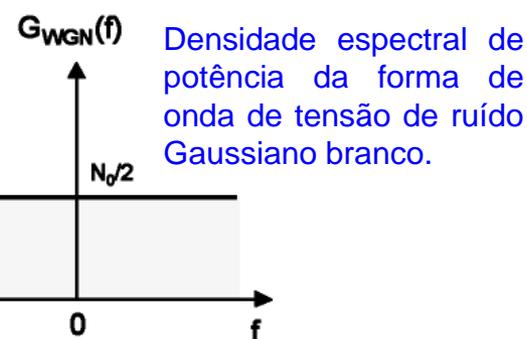
Distribuição da frequência de ocorrência de amplitudes da forma de onda de tensão de ruído Gaussiano branco.



Autocorrelação da forma de onda de tensão de ruído Gaussiano branco.



$$Ra_{WGN}(\tau) = \int_{-\infty}^{+\infty} WGN(t) \cdot WGN(t + \tau) dt = F^{-1}\{G_{WGN}(f)\} = \frac{N_0}{2} \delta(\tau)$$



Densidade espectral de potência da forma de onda de tensão de ruído Gaussiano branco.

## Spread Spectrum Multiple Access (SSMA)

- Tecnologias *spread spectrum* foram originalmente empregadas em aplicações **militares**, onde um aumento na complexidade de implementação era justificado por duas particulares características:
  - É relativamente **difícil detectar a presença de um sinal *spread spectrum*** devido ao fato de que a energia do sinal é espalhada no espectro, através de uma larga banda (o sinal detectado se confunde com o ruído térmico de fundo, de baixa potência).
  - É mais **difícil impedir que uma transmissão seja corretamente recebida** através da transmissão de um forte sinal de interferência na mesma frequência (*jamming signal*), porque a energia do sinal usado para tal fim precisa também ser espalhada através de uma larga banda, não podendo ser focalizada em uma banda relativamente estreita.
- As técnicas SSMA permitem imunidade à interferência, além de robusta capacidade de múltiplo acesso e são consideradas técnicas eficientes no aproveitamento espectral porque muitos usuários podem compartilhar a mesma banda em *spread spectrum* sem interferirem uns com os outros. Esta característica é de especial interesse no projeto de sistemas wireless.
- Há dois tipos principais de técnicas de múltiplo acesso Spread Spectrum:
  - Frequency Hopping Multiple Access (FH) e
  - Direct Sequence Multiple Access (DS) - também chamada Code Division Multiple Access (CDMA).

## Frequency Hopping Multiple Access (FHMA)

- A técnica de *Frequency Hopping* usa múltiplas frequências de forma pseudoaleatória, ao invés de permanecer dentro de uma única banda, como em sistemas convencionais de comunicações.
- O FH usa uma portadora de banda estreita que muda a frequência de acordo com uma sequência conhecida pelo transmissor e receptor.
- A informação digital de cada usuário é quebrada em blocos de tamanho uniforme e cada bloco é transmitido sobre diferentes canais, dentro da banda espectral alocada.
- A largura de banda instantânea de cada bloco de transmissão é muito menor do que a largura de banda *spread*.

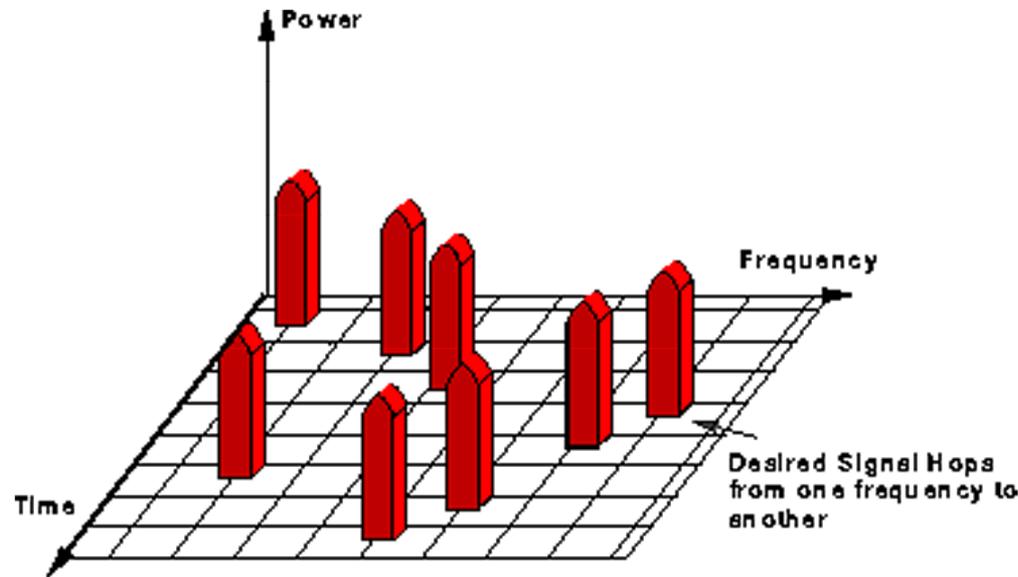


illustration of the frequency hopping concept

## Frequency Hopping Multiple Access (FHMA)

- No receptor FH, um código PN localmente gerado é usado para sincronizar a frequência instantânea do receptor com a frequência instantânea do transmissor.

**Nota:** Um código PN (PN – *pseudo noise*) implementa um sinal aleatório com espectro similar ao espectro do ruído branco. O espectro de uma sequência PN é semelhante ao de uma sequência aleatória de bits, mas é gerado de forma determinística. Ver [https://en.wikipedia.org/wiki/Pseudorandom\\_noise](https://en.wikipedia.org/wiki/Pseudorandom_noise) .

- A qualquer instante no tempo, um sinal *frequency hopping* somente ocupa um único e relativamente estreito canal.
- A diferença entre FHMA e um sistema FDMA tradicional é que o sinal *frequency hopping* muda de canal a rápidos intervalos de tempo.
- Um sistema *Frequency Hopping* permite um adequado nível de segurança, especialmente quando um grande número de canais é usado. Neste caso, um receptor não intencionado (ou interceptador) que não conheça a sequência pseudo-aleatória de *slots* de frequência precisará ajustar o receptor para a frequência correta tão rapidamente quanto necessário, de forma a buscar o sinal que deseja interceptar.

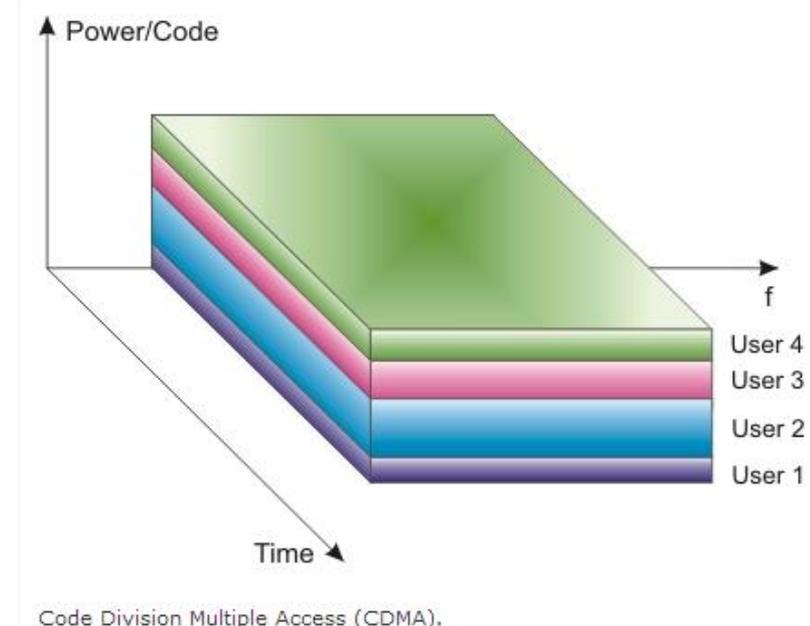
## Code Division Multiple Access (CDMA)

O CDMA foi originalmente desenvolvido nos USA. O primeiro padrão CDMA comercial foi desenvolvido pela empresa Qualcomm, de San Diego, Califórnia. Este primeiro padrão foi denominado *Interim Standard 95 (IS-95)*. O CDMA militar foi desenvolvido pelo DARPA para uso em comunicações onde a necessidade de sigilo é extrema, e, por isto, é algo difícil interceptar transmissões feitas por sistemas que empregam esta tecnologia .

A tecnologia CDMA é uma tecnologia de banda larga *spread spectrum* que consiste na transmissão de sinais por espalhamento espectral, em que os usuários utilizam a mesma faixa de frequência durante todo o intervalo de tempo. Os sinais de todos os usuários são "espalhados" ao longo de um amplo espectro de frequência, e eles coexistem no mesmo local, na mesma faixa de frequência e ao mesmo tempo. **O que separa os sinais de cada usuário é o código PN que espalha o espectro do sinal em banda-base de cada um deles.**

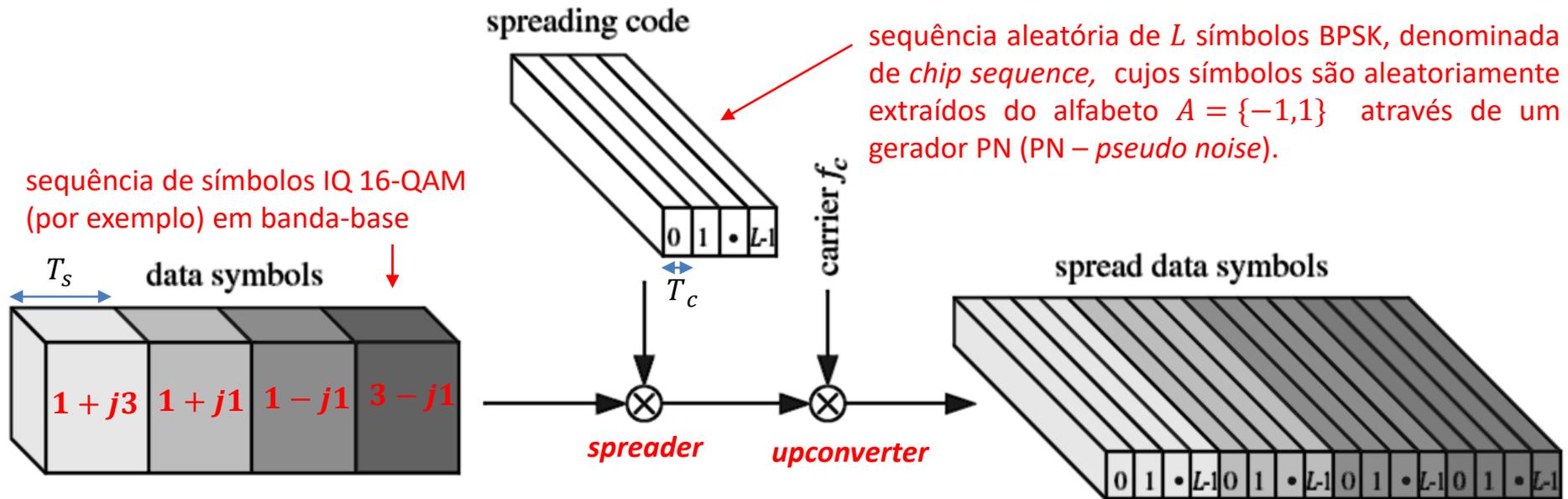
Neste contexto, dado que a separação dos usuários é feita através de codificação, não é possível diferenciar o sinal de cada usuário por nenhum tipo de filtragem no domínio da frequência (como no FDMA), ou no domínio do tempo (como no TDMA).

A técnica CDMA permite que inúmeros usuários transmitam simultaneamente sobre uma única frequência de rádio. Como resultado, sistemas CDMA podem lidar com 10 a 20 vezes a capacidade de chamadas do que os sistemas celulares convencionais antecessores.

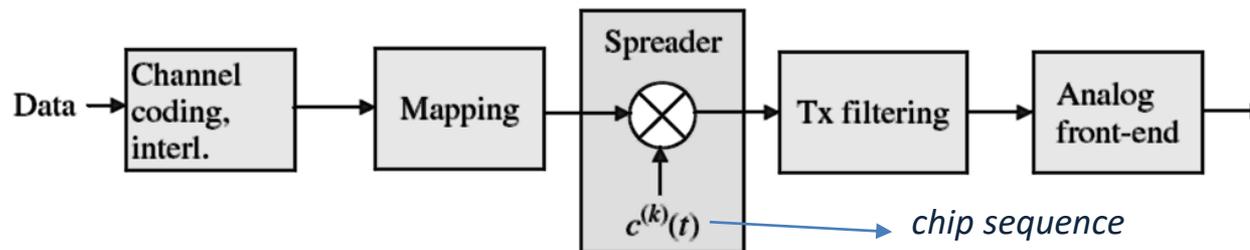


## Code Division Multiple Access (CDMA)

Dado o ganho de processamento  $PG$  de um sistema CDMA (ver slide 14), o processo de “espalhar” a largura do espectro  $B_s$  do sinal em banda-base ao longo de uma largura de espectro  $B = PG \cdot B_s$  muito maior que  $B_s$ , é denominado de **spreading**, e o bloco que executa a operação de **spreading** é denominado **spreader**, conforme mostra a figura:

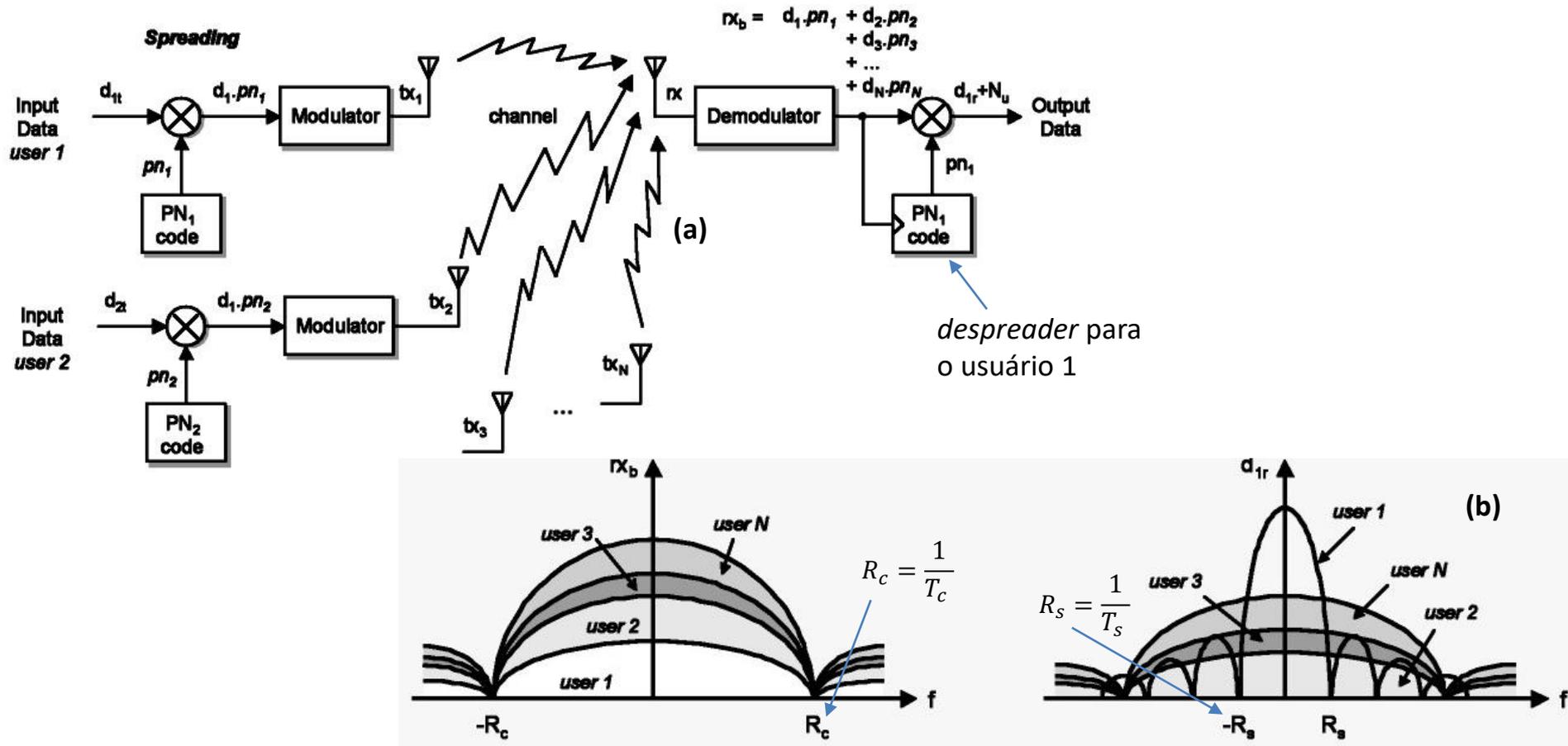


Para o *spreading* da sequência de símbolos IQ de duração  $T_s$  em banda-base, são utilizados códigos PN com função de autocorrelação impulsiva (descorrelacionado – ver slide 15) e com função de correlação cruzada entre códigos a mais descorrelacionada possível, para evitar que o sinal de um usuário interfira nos demais usuários (o que separa os sinais de cada usuário é o código PN que espalha o espectro do sinal em banda-base de cada um deles). Um código PN gera uma sequência de símbolos BPSK, cada símbolo BPSK (denominado de *chip*) tendo uma duração  $T_c = T_s / PG$ , conforme figura acima. A figura abaixo localiza o *spreader* no encadeamento de blocos de um TX CDMA.



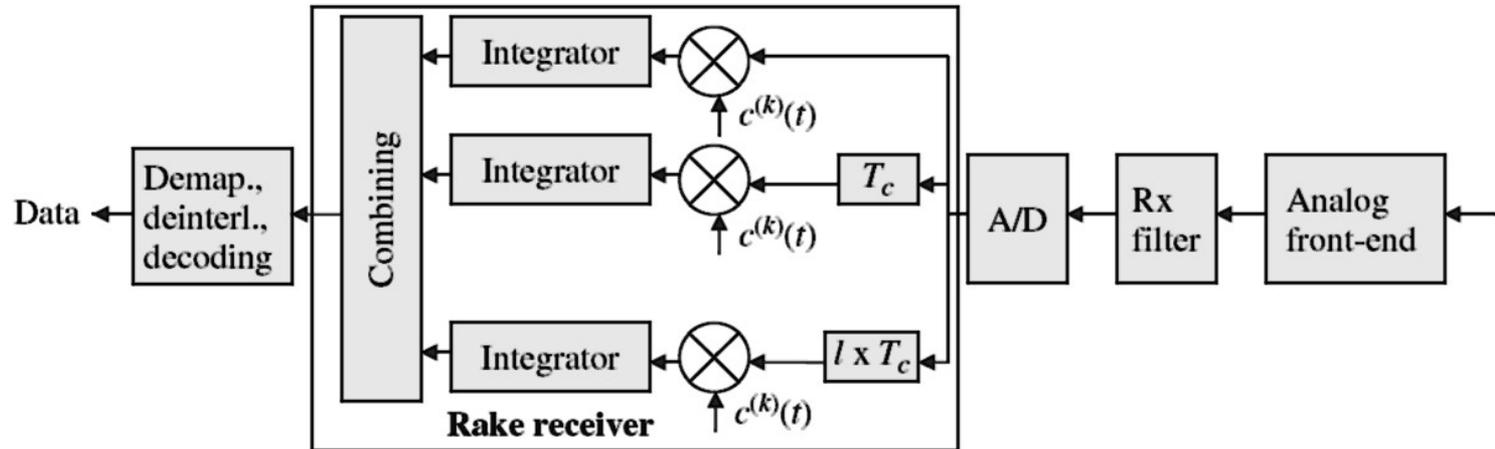
## Code Division Multiple Access (CDMA)

Para recuperar o sinal do usuário 1 recebido no RX juntamente com o sinal dos demais usuários, como exemplificado em (a) abaixo, o mesmo código PN<sub>1</sub> com o qual o sinal em banda-base do usuário 1 foi espalhado no TX, é aplicado a um correlador no RX (ver Cap VIII.2) e é correlacionado com o conjunto de sinais recebidos de todos os usuários. Este correlador, denominado de *despreader*, efetua o *despreading* do sinal do usuário 1, trazendo seu espectro de volta para banda-base, conforme mostrado em (b). O RX mantém em uma *lookup table* do seu hardware uma cópia dos códigos de cada usuário, p/ efeito de poder efetuar o *despreading*. Esta técnica de separação de usuários é conhecida como **DS-SS-SS**, **DS** significando *direct sequence*. Quanto mais longo for o código PN, mais semelhante a ruído branco o sinal se torna e mais imune a multipercurso o sistema se torna, no entanto mais crítica fica a sincronização de *clock* entre TX e RX (ver Cap VIII.4).



## Code Division Multiple Access (CDMA)

A figura abaixo mostra o diagrama de blocos simplificado de um RX DS-CDMA. O sinal recebido é primeiramente amplificado no *front-end* e filtrado para contenção espectral de sinais fora da banda do canal e depois digitalizado no A/D cuja frequência de amostragem é  $\frac{1}{T_c}$ , sendo  $T_c$  a duração de um pulso BPSK do *chip sequence*. A seguir, um **rake receiver** realinha no tempo as instâncias da sequência originalmente transmitida que incidem na antena do RX defasadas entre si no tempo em consequência do multipercurso no canal. Note que as instâncias da sequência original recebidas não geram ISI, visto que são descorrelacionadas entre si porque são sinais *spread spectrum*. O *rake receiver* realinha no tempo as instâncias recebidas unicamente para somar construtivamente entre si as referidas instâncias, e assim aumentar o nível do sinal recebido.

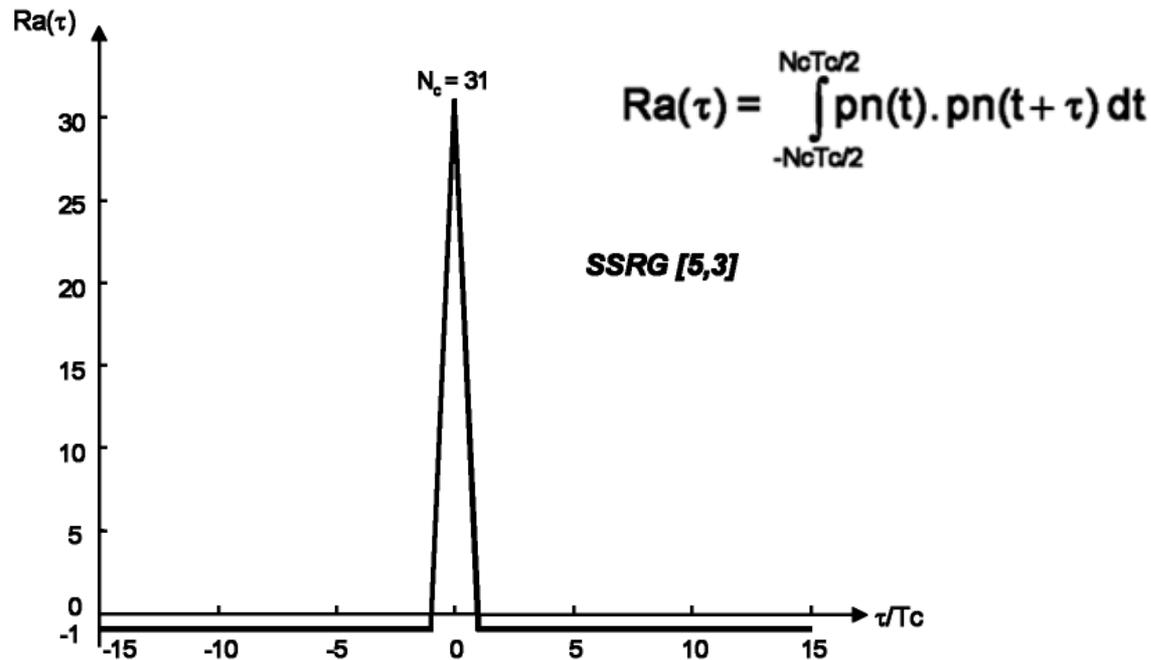


Cada braço do *rake receiver* (normalmente, são utilizados 3 ou 4 braços na prática) é um *despreader* (um correlator – multiplicador seguido de um integrador – ver Cap VIII.2 das notas de aula) que ajusta o atraso  $\ell \times T_c$  variando adaptativamente o respectivo índice  $\ell$  de modo aos sinais resultantes de todos os *despreaders* se somarem construtivamente no bloco “Combining”, maximizando a potência do sinal recebido. Note que o *despreader* de cada braço do *rake receiver* especificamente efetua o seguinte processo: cada sinal recebido de cada percurso no canal é atrasado de  $\ell \times T_c$  e correlacionado no correlator do *despreader* com a sequência PN  $c^{(k)}$  atribuída ao  $k$ -ésimo usuário. Após a correlação efetuada em cada *despreader*, as sequências são combinadas construtivamente e, finalmente, enviada ao *demapper* e aos códigos corretores de erro do decodificador de canal.

## Geradores de seqüências PN

Um gerador de sequencia PN para o processo de *spreading* do sinal *spread-spectrum* dever gerar uma sequênciã PN que possua as seguintes propriedades:

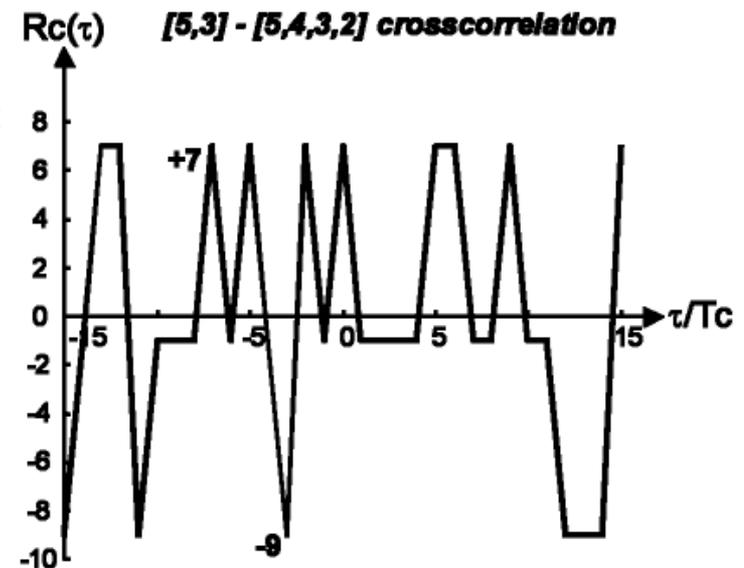
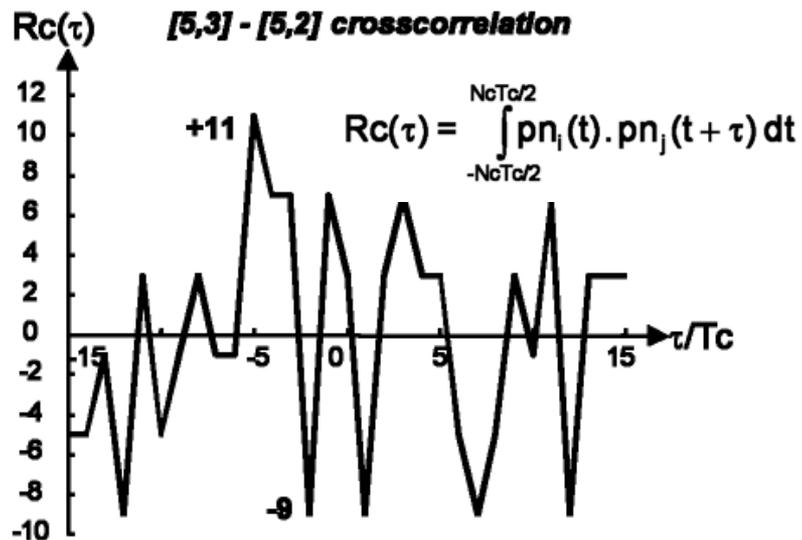
(I) A função de auto-correlação  $Ra(\tau)$  da sequênciã PN  $pn(t)$  deve aproximar o formato impulsivo da função de correlação do ruído branco Gaussiano (ver slide 15) conforme mostra a figura abaixo



A razão para a exigência de que função de auto-correlação  $Ra(\tau)$  da sequênciã PN seja impulsiva, conforme mostra a figura, é que, sendo  $Ra(\tau)$  impulsiva o sinal *spread-spectrum* que se propaga no canal de transmissão é descorrelacionado com qualquer sinal do domínio tempo exceto consigo mesmo. Sendo assim, o sistema se torna basicamente imune à interferência do sinal sobre instâncias dele mesmo que chegam atrasadas (ecos) na antena do RX originadas por multipercurso no canal.

## Geradores de seqüências PN

(II) A função de correlação cruzada  $R_c(\tau)$  entre duas seqüências PN  $pn_i(t)$  e  $pn_j(t)$  deve idealmente resultar uma curva de valor próximo a zero ao longo do domínio  $\tau$ . A correlação cruzada é uma medida de similaridade no tempo entre dois códigos PN diferentes, cada um dos códigos usado para o *spreading* do sinal de dois usuários distintos. Quando a correlação cruzada  $R_c(\tau)$  é zero para todos os  $\tau$ , os códigos são chamados ortogonais. No DS-CDMA, vários usuários ocupam a mesma largura de banda de RF e transmitem simultaneamente na mesma frequência e no mesmo local. Quando os códigos do usuário são ortogonais, não há interferência entre os usuários após o *despreading* no *rake receiver*, e a individualidade da comunicação de cada usuário é protegida. Na prática, os códigos não são perfeitamente ortogonais em consequência de a correlação cruzada entre códigos de usuário não ser zero, conforme mostra a figura abaixo, introduzindo degradação no desempenho do sistema. Devido à ortogonalidade imperfeita entre os códigos de cada usuário, o sinal de um usuário é visto pelos demais usuários como um ruído interferente agregado ao sinal de interesse na saída do *despreader* do RX. Como a potência do ruído é aditiva, este efeito, denominado MAI (*multiple access interference*), acaba limitando o número máximo de usuários simultâneos. Quando um grande número de usuários, usando códigos diferentes, compartilha uma faixa de frequência comum (ambiente multiusuário), as seqüências PN atribuídas ao código de cada usuário devem ser cuidadosamente escolhidas para evitar interferência entre os mesmos.



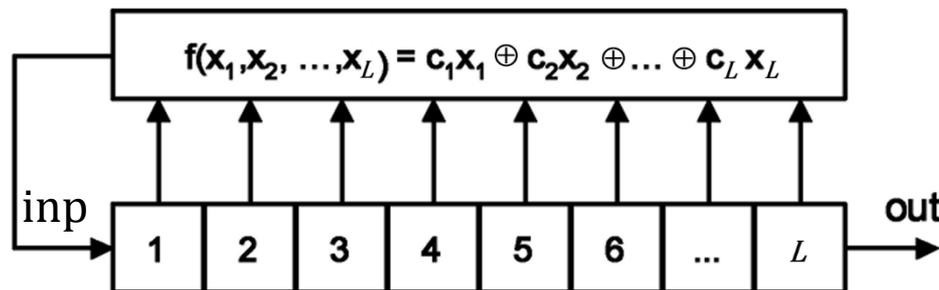
## Geradores de seqüências PN

(III) Nível DC do *chip sequence*: A seqüência dos  $L$  pulsos BPSK aleatoriamente extraídos do alfabeto  $A = \{-1, 1\}$  e que constituem o *chip sequence* (ver slide 20), deve apresentar uma componente DC residual cujo valor absoluto deve ser no máximo 1. Por exemplo, uma seqüência com  $L = 7$  que atende a este critério é a seqüência PN abaixo:

$$pn = [+1 +1 +1 -1 +1 -1 -1] \rightarrow \Sigma = +1$$

Note no slide 20 que o *upconverter* é o bloco seguinte ao *spreader* no fluxo de sinal. Se o nível DC residual do *chip sequence* não for zero, ou no máximo de valor absoluto 1, o espectro na saída do *upconverter* conterá uma portadora de frequência  $f_c$  e de amplitude proporcional ao nível DC residual do *chip sequence*. Esta portadora não transporta informação (é modulada por um nível DC) e consome inutilmente potência do HPA (*High Power Amplifier*) de RF (*Radio Frequency*) no *front-end* analógico na saída do TX. Esta é a razão da limitação do nível DC máximo do *chip sequence*.

Um código PN implementa um sinal aleatório com espectro similar ao espectro do ruído branco, mas é gerado de forma determinística. Um gerador PN que atende as propriedades (I), (II) e (III) é o gerador baseado em um arranjo particular de *shift-registers* (registradores de deslocamento - ver [http://www.fccdecastro.com.br/pdf/ED\\_C8.pdf](http://www.fccdecastro.com.br/pdf/ED_C8.pdf)), e é denominado de SSRG (*simple shift register generator*), conforme mostra a figura abaixo.



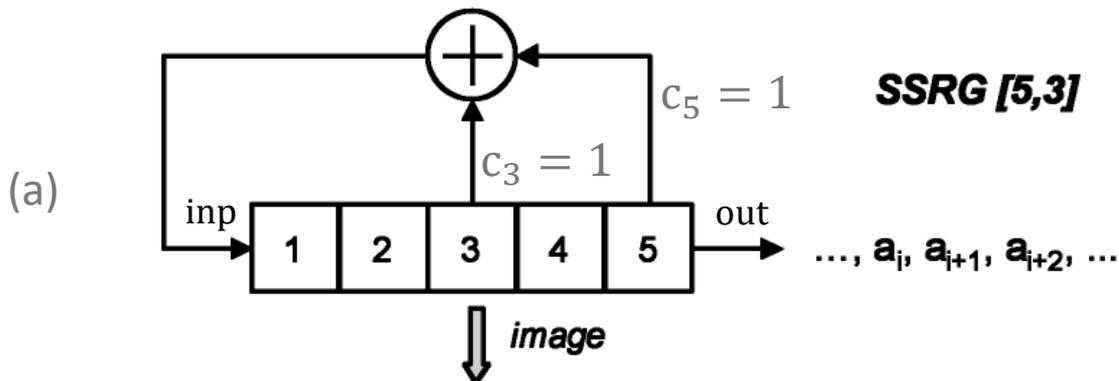
A seqüência de bits na saída **out** é convertida na seqüência de símbolos BPSK do *chip sequence* (e vice-versa) através da relação:

$$\text{BPSK}_i = \begin{cases} 1 & , \text{out}_i = 1 \\ -1 & , \text{out}_i = 0 \end{cases}$$

Um SSRG é uma fila FIFO de  $L$  *flip-flops* tipo D em que a saída Q de cada  $n$ -ésimo *flip-flop*,  $n = 1, 2, \dots, L$ , é atribuída à variável  $x_n$  respectiva. O conjunto de variáveis  $x_n$  é realimentado à entrada *inp* da FIFO através da lógica combinacional  $\text{inp} = c_1x_1 \oplus c_2x_2 \oplus \dots \oplus c_Lx_L$ , onde  $\oplus$  representa a operação XOR (exclusive – OR) e onde o valor lógico de  $c_n$  determina se a variável  $x_n$  é realimentada ou não à entrada *inp* ( $c_n = 0 \rightarrow$  desabilita realimentação de  $x_n$ ,  $c_n = 1 \rightarrow$  habilita realimentação de  $x_n$ ). O SSRG na figura acima é linear porque a função  $f(x_1, x_2, \dots, x_L) = c_1x_1 \oplus c_2x_2 \oplus \dots \oplus c_Lx_L$  que controla a realimentação é expressa como um soma módulo-2 (XOR).

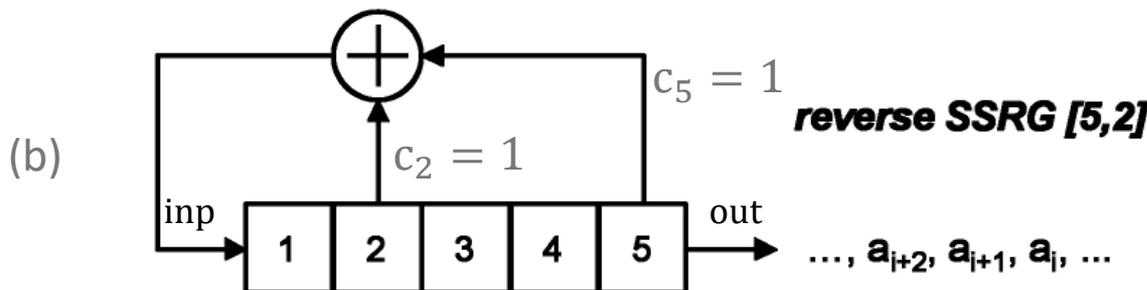
## Geradores de seqüências PN - *m*-sequence

A realimentação através da da função  $f(x_1, x_2 \dots, x_L) = c_1x_1 \oplus c_2x_2 \oplus \dots \oplus c_Lx_L$  faz com que um SSRG com  $L$  flip-flops produza uma seqüência aleatória de bits em sua saída **out** com período  $N_c$ . A periodicidade  $N_c$  expressa o número de bits gerados na seqüência resultante na saída **out** até a seqüência começar a repetir a si mesma. O período  $N_c$  depende de  $L$ , depende da definição da função  $f(x_1, x_2 \dots, x_L) = c_1x_1 \oplus c_2x_2 \oplus \dots \oplus c_Lx_L$  e depende da inicialização (0 ou 1) de cada um dos  $L$  flip-flops do SSRG. **Quando o período  $N_c$  é o máximo que um SSRG pode gerar, i.e., quando  $N_c = 2^L - 1$ , a seqüência PN é denominada *maximum length sequence* ou simplesmente *m-sequence*.** Uma *m-sequence* gerada a partir de um SSRG possui um número par de coeficientes  $c_n = 1$  em  $f(x_1, x_2 \dots, x_L) = c_1x_1 \oplus c_2x_2 \oplus \dots \oplus c_Lx_L$ , e os valores de  $n$  para os quais  $c_n = 1$  são dados na tabela no próximo slide. Esta tabela é obtida testando experimentalmente em um computador todas as possíveis combinações de  $c_n$  em  $f(x_1, x_2 \dots, x_L) = c_1x_1 \oplus c_2x_2 \oplus \dots \oplus c_Lx_L$  para que a condição  $N_c = 2^L - 1$  seja atingida. Note que  $c_L = 1$  em todos os casos da tabela, i.e. a saída do último flip-flop sempre é realimentada à entrada **inp** da SSRG.



A figura (a) mostra um exemplo de SSRG com  $L = 5$  obtido da tabela no próximo slide.

Se um SSRG de  $L$  estágios ( $L$  *flip-flops*) tiver realimentação nos estágios  $L, k$  e  $m$  e gerar na saída **out** a seqüência  $\dots, a_i, a_{i+1}, a_{i+2}, \dots$  um SSRG com realimentação nos estágios  $L, L - k$  e  $L - m$  gerará a seqüência reversa  $\dots, a_{i+2}, a_{i+1}, a_i, \dots$ , conforme mostrado em (b).



A utilidade da seqüência reversa é substituir o correlador no *despreader* do RX por um *matched-filter* (ver Cap VIII.2 das notas de aula) cujos coeficientes são dados pelos bits da seqüência reversa.

[5,2] = -1 -1 -1 -1 1 -1 1 -1 1 1 1 -1 1 1 -1 -1 1 1 -1 1 -1 -1 1

[5,3] = -1 -1 -1 -1 1 -1 -1 1 -1 1 1 -1 -1 1 1 1 1 -1 -1 1 1 -1 1

## Geradores de seqüências PN - *m*-sequence

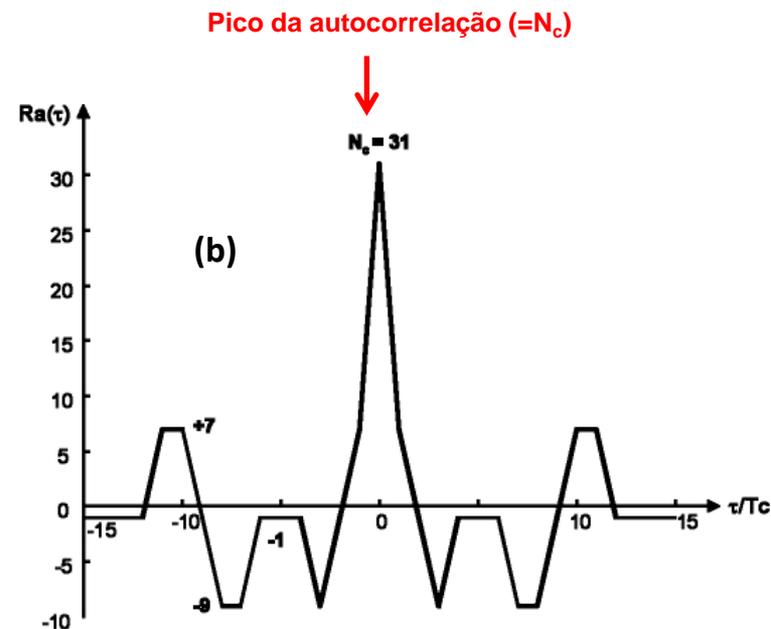
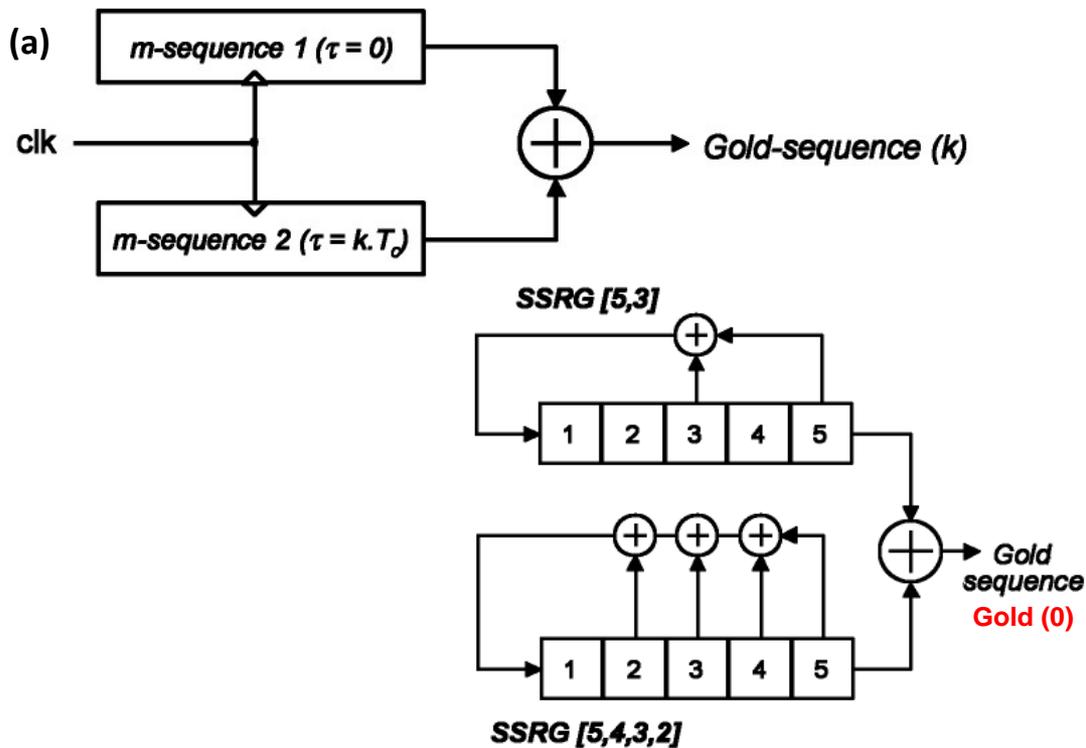
In the following table the feedback connections (even number) are tabulated for *m*-sequences generated with a linear SSRG (without image set). (ver descrição no slide anterior)

L	$N_c=2^L-1$	Feedback Taps for <i>m</i> -sequences	# <i>m</i> -sequences
2	3	[2,1]	2
3	7	[3,1]	2
4	15	[4,1]	2
5	31	[5,3] [5,4,3,2] [5,4,2,1]	6
6	63	[6,1] [6,5,2,1] [6,5,3,2]	6
7	127	[7,1] [7,3] [7,3,2,1] [7,4,3,2] [7,6,4,2] [7,6,3,1] [7,6,5,2] [7,6,5,4,2,1] [7,5,4,3,2,1]	18
8	255	[8,4,3,2] [8,6,5,3] [8,6,5,2] [8,5,3,1] [8,6,5,1] [8,7,6,1] [8,7,6,5,2,1] [8,6,4,3,2,1]	16
9	511	[9,4] [9,6,4,3] [9,8,5,4] [9,8,4,1] [9,5,3,2] [9,8,6,5] [9,8,7,2] [9,6,5,4,2,1] [9,7,6,4,3,1] [9,8,7,6,5,3]	48
10	1023	[10,3] [10,8,3,2] [10,4,3,1] [10,8,5,1] [10,8,5,4] [10,9,4,1] [10,8,4,3] [10,5,3,2] [10,5,2,1] [10,9,4,2] [10,6,5,3,2,1] [10,9,8,6,3,2] [10,9,7,6,4,1] [10,7,6,4,2,1] [10,9,8,7,6,5,4,3] [10,8,7,6,5,4,3,1]	60
11	2047	[11,2] [11,8,5,2] [11,7,3,2] [11,5,3,2] [11,10,3,2] [11,6,5,1] [11,5,3,1] [11,9,4,1] [11,8,6,2] [11,9,8,3] [11,10,9,8,3,1]	176

For every set [L, k, ..., p] feedback taps listed in the table, there exists an image set (reverse set) of feedback taps [L, L-k, ..., L-p] that generates an identical sequence reversed in time.

## Geradores de seqüências PN - Gold-sequence

As propriedades de autocorrelação das *m-sequence* não podem ser melhoradas. Para efeito de lucratividade da operadora do sistema CDMA, o ambiente multiusuário demanda um conjunto de códigos com o mesmo comprimento e com boas propriedades de correlação cruzada. Quanto maior for o número de códigos disponíveis, mais usuários podem transmitir simultaneamente, maximizando a lucratividade. No sentido de aumentar o número de códigos, as *m-sequences* são combinadas entre si, formando as denominadas *Gold-sequences*. Códigos Gold são úteis porque um grande número de códigos (com o mesmo comprimento e com correlação cruzada controlada) pode ser gerado a partir de um par de *m-sequences*. Especificamente, códigos Gold são obtidos pela operação XOR bit-a-bit entre os respectivos bits de duas *m-sequences* geradas por dois SSRGs de mesmo  $L$ . A seqüência 1 é mantida em seu estado original e a seqüência 2 é deslocada no tempo de  $k$  amostras. Para cada  $k$  uma nova seqüência Gold( $k$ ) é gerada conforme mostra (a). No entanto, o aumento de usuários propiciado pelo uso de códigos Gold tem o efeito nocivo de a função de autocorrelação não resultar exatamente impulsiva, conforme mostra (b), comprometendo a imunidade do sistema ao multipercurso.



## Geradores de seqüências PN - Gold-sequence

Um código Gold gerado por 2 SSRGs de comprimento  $L$ , conforme mostrado no slide anterior, pode gerar  $2L - 1$  seqüências de comprimento  $2L - 1$  bits mais as duas  $m$ -sequences de base, resultando em um total de  $2L + 1$  seqüências ( $2L + 1$  usuários, portanto). Além de possibilitar gerar um grande número de códigos, os códigos Gold podem experimentalmente ser determinados de modo que, para um conjunto de códigos disponíveis através de um determinado gerador, a autocorrelação e a correlação cruzada entre os códigos sejam uniformes e limitadas. Quando é adotado um conjunto particular de  $m$ -sequences, denominadas *preferred m-sequences*, os códigos Gold resultantes têm uma correlação cruzada de três valores (*3-value crosscorrelation*), conforme tabelas (a) e (b) abaixo e conforme gráficos no próximo slide. Esse subconjunto importante de códigos Gold são denominados *preferred pair Gold codes*, conforme mostra a tabela (b) abaixo.

(a)

L	$N_c$	normalized 3-value crosscorrelation	Frequency of occurrence
Odd	$2^L - 1$	$-1/N_c$	$\sim 0.50$
		$-(2^{(L+1)/2} + 1)/N_c$	$\sim 0.25$
		$(2^{(L+1)/2} - 1)/N_c$	$\sim 0.25$
Even (not k.4)	$2^L - 1$	$-1/N_c$	$\sim 0.75$
		$-(2^{(L+2)/2} + 1)/N_c$	$\sim 0.125$
		$(2^{(L+2)/2} - 1)/N_c$	$\sim 0.125$

(b)

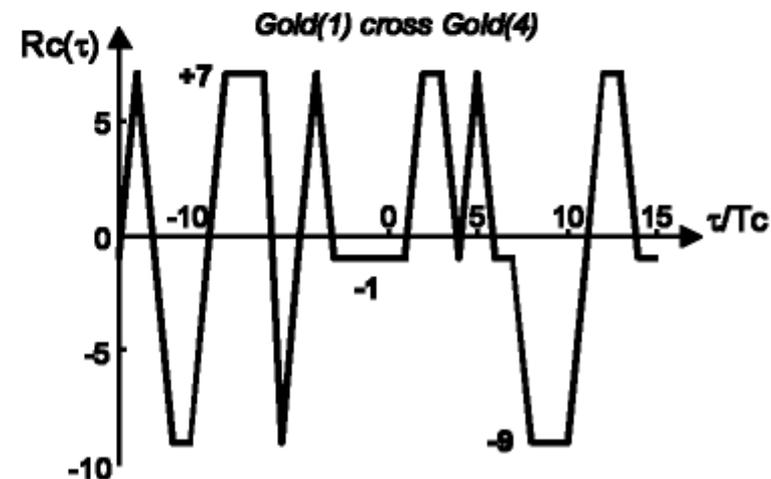
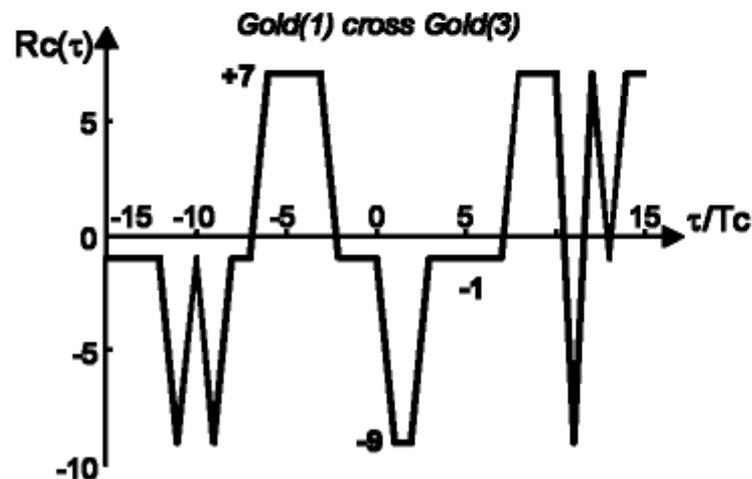
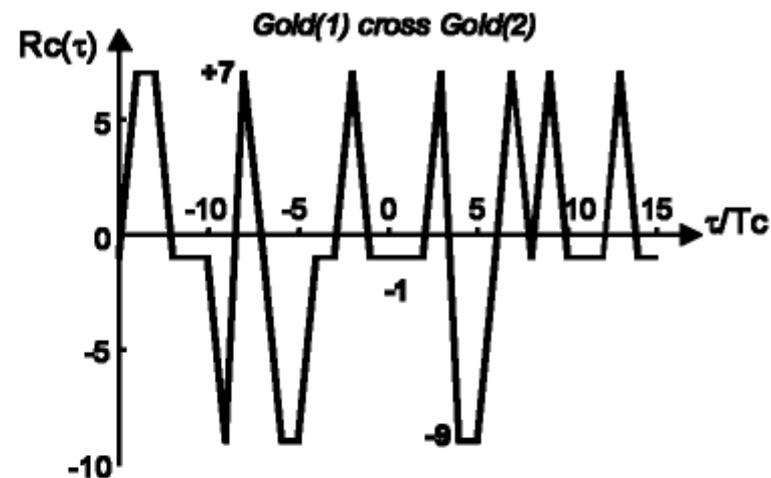
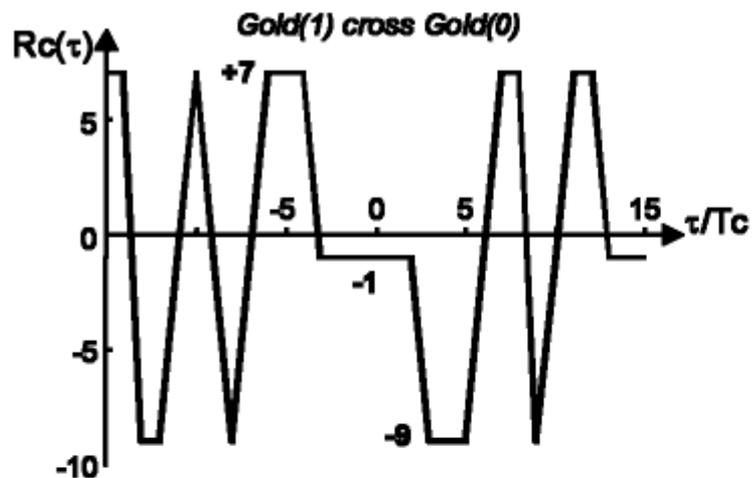
L	$N_c=2^L-1$	preferred pairs of m-sequences	3-value crosscorrelations			bound
5	31	[5,3] [5,4,3,2]	7	-1	-9	-29%
6	63	[6,1] [6,5,2,1]	15	-1	-17	-27%
7	127	[7,3] [7,3,2,1] [7,3,2,1] [7,5,4,3,2,1]	15	-1	-17	-13%
8*	255	[8,7,6,5,2,1] [8,7,6,1]	31	-1	-17	+12%
9	511	[9,4] [9,6,4,3] [9,6,4,3] [9,8,4,1]	31	-1	-33	-6%
10	1023	[10,9,8,7,6,5,4,3] [10,9,7,6,4,1] [10,8,7,6,5,4,3,1] [10,9,7,6,4,1] [10,8,5,1] [10,7,6,4,2,1]	63	-1	-65	-6%
11	2047	[11,2] [11,8,5,2] [11,8,5,2] [11,10,3,2]	63	-1	-65	-3%

$$100 * \text{sign}\{\text{PeakVal}\} * \text{abs}\{\text{PeakVal}\} / N_c$$

Idealmente deve resultar no menor valor possível para discriminar ao máximo o pico da correlação cruzada em relação ao pico da autocorrelação (pico da autocorrelação =  $N_c$ )

## Geradores de seqüências PN - Gold-sequence

Os códigos Gold na tabela (b) do slide anterior têm uma correlação cruzada de três valores. Os gráficos abaixo exemplificam funções de correlação cruzada entre códigos Gold  $p/L = 7$  especificado na tabela (b) do slide anterior.



## Geradores de seqüências PN - *Gold-sequence*

Nem toda *Gold-sequence* atende o balanceamento entre valores +1 e -1 no *chip sequence*, conforme requer a propriedade "(III) Nivel DC do *chip sequence*" no slide 25, como, por exemplo::

$$[5,4,3,2] = -1 -1 -1 -1 1 -1 1 1 -1 1 -1 1 -1 -1 -1 1 1 1 -1 1 1 1 1 -1 -1 1 -1 -1 1 1$$

$$[5,3] (0) = -1 -1 -1 -1 1 -1 -1 1 -1 1 1 -1 -1 1 1 1 1 -1 -1 -1 1 1 -1 1 1 1 -1 1 -1 1$$

---

$$\text{Gold}(0) = -1 -1 -1 -1 -1 -1 1 -1 -1 -1 1 1 -1 1 1 -1 -1 -1 -1 1 1 -1 -1 1 1 1 -1 -1 1 1 -1$$

$$\Sigma \text{Gold}(0) = -7 = \textit{not balanced}$$

$$[5,4,3,2] = -1 -1 -1 -1 1 -1 1 1 -1 1 -1 1 -1 -1 -1 1 1 1 -1 1 1 1 1 -1 -1 1 -1 -1 1 1$$

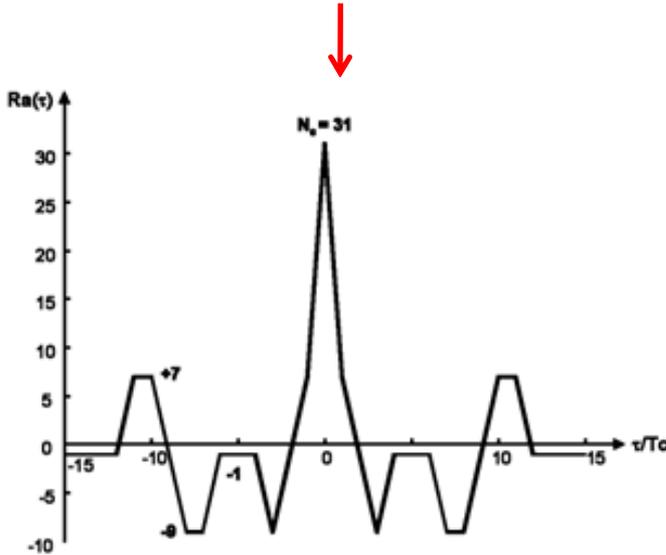
$$[5,3] (1) = 1 -1 -1 -1 -1 1 -1 -1 1 -1 1 1 -1 -1 1 1 1 1 -1 -1 -1 1 1 -1 1 1 1 -1 1 -1$$

---

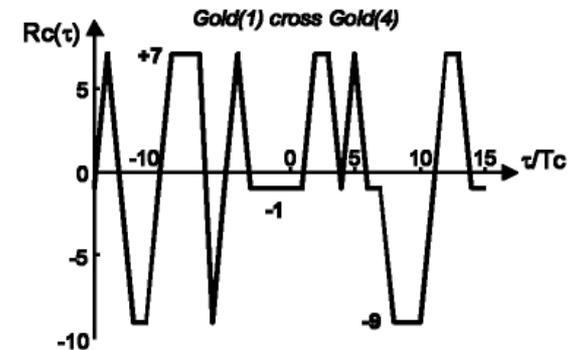
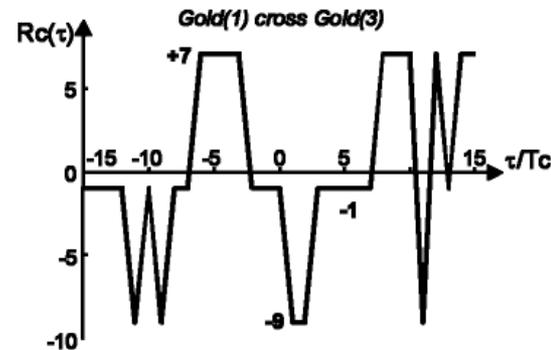
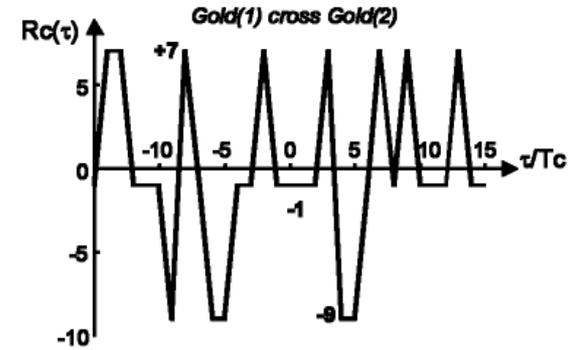
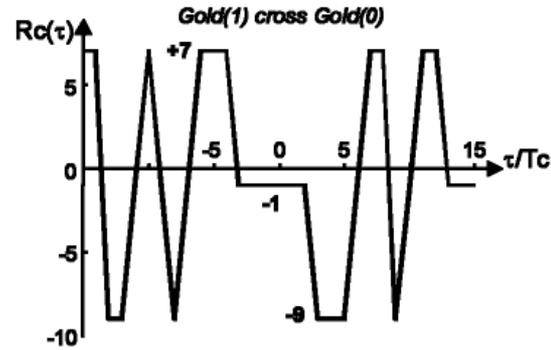
$$\text{Gold}(1) = 1 -1 -1 -1 1 1 1 1 1 1 1 -1 -1 -1 1 -1 -1 -1 1 1 1 1 -1 -1 -1 1 -1 1 -1 -1 1$$

$$\Sigma \text{Gold}(1) = 1 = \textit{balanced}$$

Pico da autocorrelação



Correlação Cruzada



Idealmente a diferença entre o valor do pico da autocorrelação e o valor do pico da correlação cruzada deve resultar no maior valor possível, de modo a discriminar ao máximo o pico da correlação cruzada em relação ao pico da autocorrelação ( $=N_c$ )

## Geradores de seqüências PN - *Orthogonal Variable Spreading Factor Code* (= Hadamard-Walsh Code)

Os códigos Hadamard-Walsh são gerados no âmbito de um conjunto de  $N = 2^n$  códigos com comprimento  $N = 2^n$  onde  $n = 1, 2, \dots$ . O algoritmo de geração é simples:

$$H_N = \begin{bmatrix} H_{N/2} & H_{N/2} \\ H_{N/2} & -H_{N/2} \end{bmatrix} \quad \text{with} \quad H_0 = [1]$$

Cada linha (ou coluna) da matriz  $H_N$  de dimensão  $N \times N$  corresponde à seqüência de símbolos BPSK para o *chip sequence* a ser usada no *spreading* do sinal do respectivo usuário:

$$H_2 = \begin{bmatrix} 1 & 1 \\ 1 & -1 \end{bmatrix} \quad H_4 = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & -1 & 1 & -1 \\ 1 & 1 & -1 & -1 \\ 1 & -1 & -1 & 1 \end{bmatrix} \quad H_8 = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & -1 & 1 & -1 & 1 & -1 & 1 & -1 \\ 1 & 1 & -1 & -1 & 1 & 1 & -1 & -1 \\ 1 & -1 & -1 & 1 & 1 & -1 & -1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 & 1 & -1 & -1 & -1 & -1 \\ 1 & -1 & 1 & -1 & -1 & 1 & -1 & 1 \\ 1 & 1 & -1 & -1 & -1 & -1 & 1 & 1 \\ 1 & -1 & -1 & 1 & -1 & 1 & 1 & -1 \end{bmatrix}$$

A seqüência de bits é convertida na seqüência de símbolos BPSK do *chip sequence* (e vice-versa) através da relação :

$$\text{BPSK}_i = \begin{cases} 1 & , \text{bit}_i = 1 \\ -1 & , \text{bit}_i = 0 \end{cases}$$

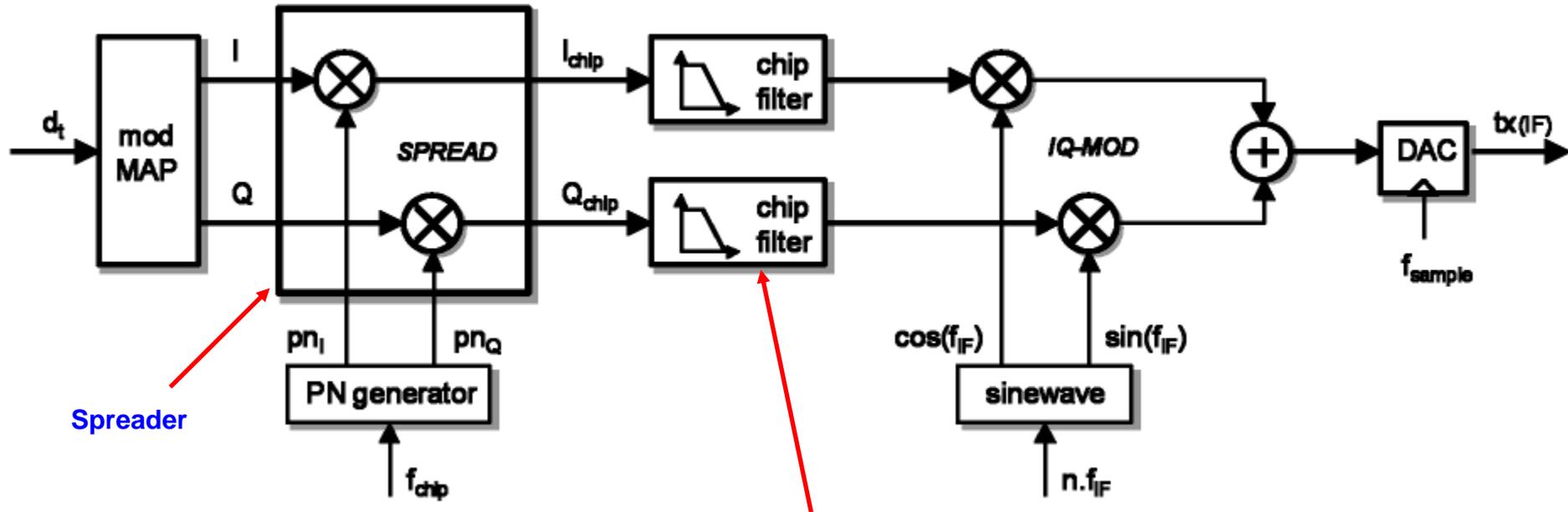
Dado o número de bits  $N$  a ser usado no *spreading* do sinal de cada usuário, a primeira linha (linha 0) da matriz consiste inteiramente de valores binários '1' e cada uma das outras linhas contém  $N/2$  valores binários '0' e  $N/2$  valores binários '1'. A linha  $N/2$  começa com  $N/2$  valores binários '1' e termina com  $N/2$  valores binários '0'. Lembrando que um valor binário '0' equivale a um símbolo BPSK de valor  $-1$ .

A distância de Hamming (número de elementos diferentes) entre qualquer par de linhas da matriz  $H_N$  é exatamente  $N/2$ , e esta é a distância mínima do código de Hadamard. De fato, o código Hadamard-Walsh pode ser usado como um código de bloco para efeito de correção de erro no codificador de canal, dado que cada linha (ou coluna) da matriz  $H_N$  define uma palavra código. O conjunto de linhas (e também o conjunto de colunas) da matriz  $H_N$  define um conjunto de  $N$  vetores de  $N$  componentes cujo produto escalar entre cada par vetores do conjunto resulta zero, caracterizando que os  $N$  vetores são mutuamente ortogonais e portanto descorrelacionam os sinais dos usuários cujo *spreading* é efetuado por cada um dos códigos PN representados pelos respectivos vetores.

$$\sum_{k=0}^{N-1} h_{ik} \cdot h_{jk} = 0$$

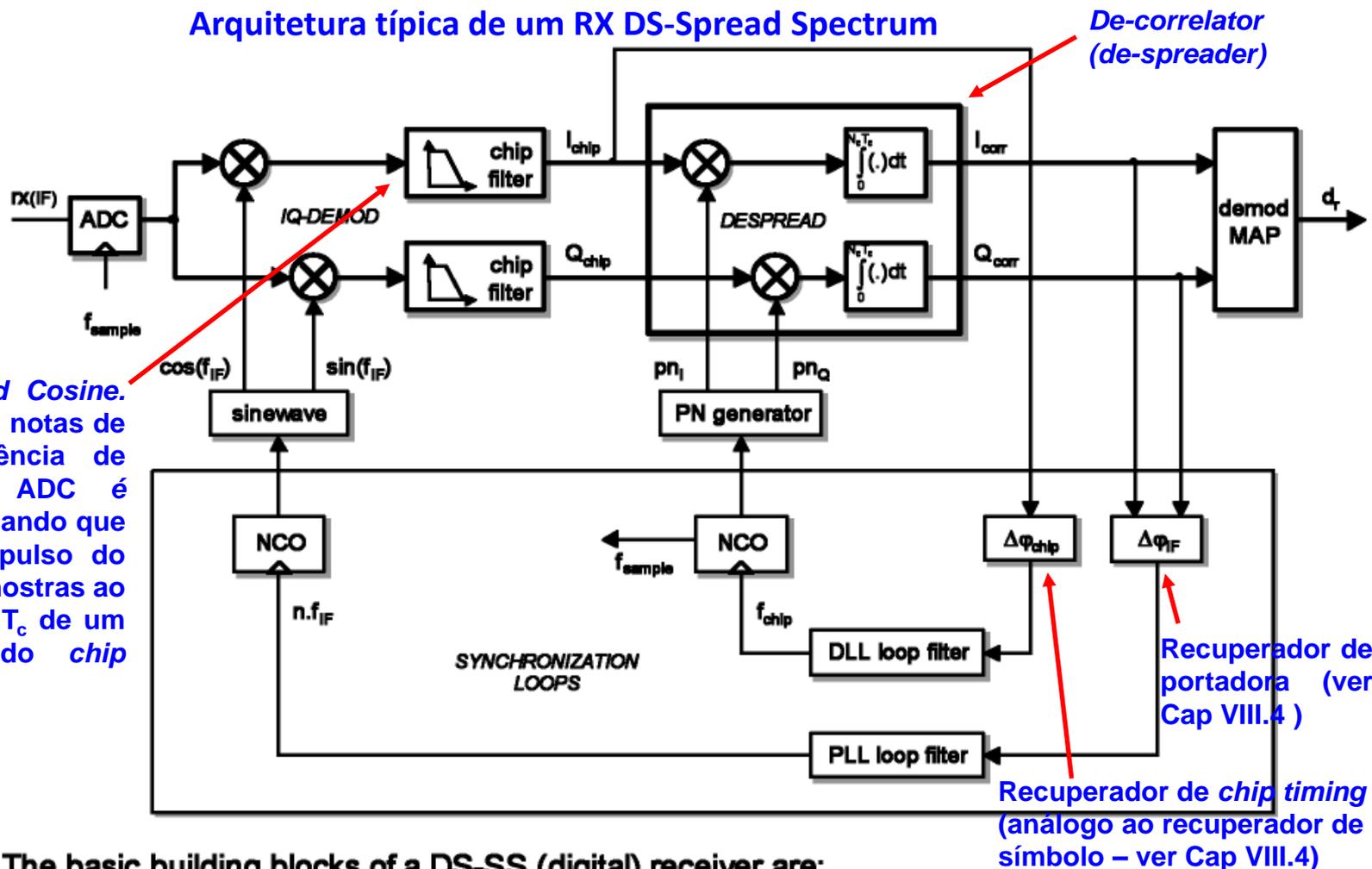
Dado que o conjunto de linhas (e também o conjunto de colunas) da matriz  $H_N$  define um conjunto de  $N$  vetores mutuamente ortogonais, a consequência é que a correlação cruzada entre dois códigos Hadamard-Walsh da mesma matriz  $H_N$  é zero, desde que o sincronismo de símbolo entre TX e RX seja eficaz a nível dos símbolos BPSK do *chip sequence*. O sincronismo de símbolo (=sincronismo de clock) – ver Cap VIII.4 das notas de aula – é crucial em um sistema CDMA síncrono, porque garante que não haja interferência entre os sinais de usuários distintos transmitidos pela mesma estação. Somente quando sincronizados, os códigos de Hadamard-Walsh têm boas propriedades ortogonais. Como os códigos são periódicos, isto resulta em menor eficiência no *spreading* e eventuais problemas com a sincronização que se baseiem em autocorrelação.

## Arquitetura típica de um TX DS-Spread Spectrum



Filtro *Root Raised Cosine*. (ver Cap. VIII.3 das notas de aula). A frequência de amostragem do DAC é  $f_{sample} = k/T_c$ , implicando que a resposta ao impulso do *chip filter* tem  $k$  amostras ao longo da duração  $T_c$  de um símbolo BPSK do *chip sequence*.

## Arquitetura típica de um RX DS-Spread Spectrum



The basic building blocks of a DS-SS (digital) receiver are:

- coherent IQ vector-demodulator with waveform synthesizer (Direct Digital Synthesis) at the IF-carrier frequency ( $f_{IF}$ ) and chip matched filters (usually Square Root Raised Cosine)
- despreading (correlation of the received symbols with the locally generated PN-sequence(s)  $pn_I$  and  $pn_Q$ )
- decorrelated 'IQ to data' demodulator mapping
- synchronization loops for the IF-carrier ( $f_{IF}$ , phase error  $\Delta\phi_{IF}$  measured after despreading to reduce the influence of noise) and chip frequency ( $f_{chip}$ )

## Interferência de múltiplo acesso (MAI – *multiple access interference*)

O *despreader* no RX recebe um sinal composto pela soma de todos os sinais dos usuários, que se sobrepõem no tempo e em frequência no canal de transmissão. A interferência de acesso múltiplo (MAI) refere-se à interferência entre usuários e é um fator que limita a capacidade e o desempenho dos sistemas DS-CDMA. Em um sistema DS-CDMA convencional, o sinal de um usuário específico é detectado simplesmente correlacionando no *despreader* o sinal recebido do canal com a forma de onda do código PN desse usuário, de modo que um RX convencional não leva em conta a existência de MAI. Mas para sistemas com um grande número de usuários torna-se necessário uma estratégia de detecção conjunta (*joint multiuser detection*) em que o conjunto de sinais dos usuários interferentes são usados ativamente para otimizar a detecção de cada usuário individual.

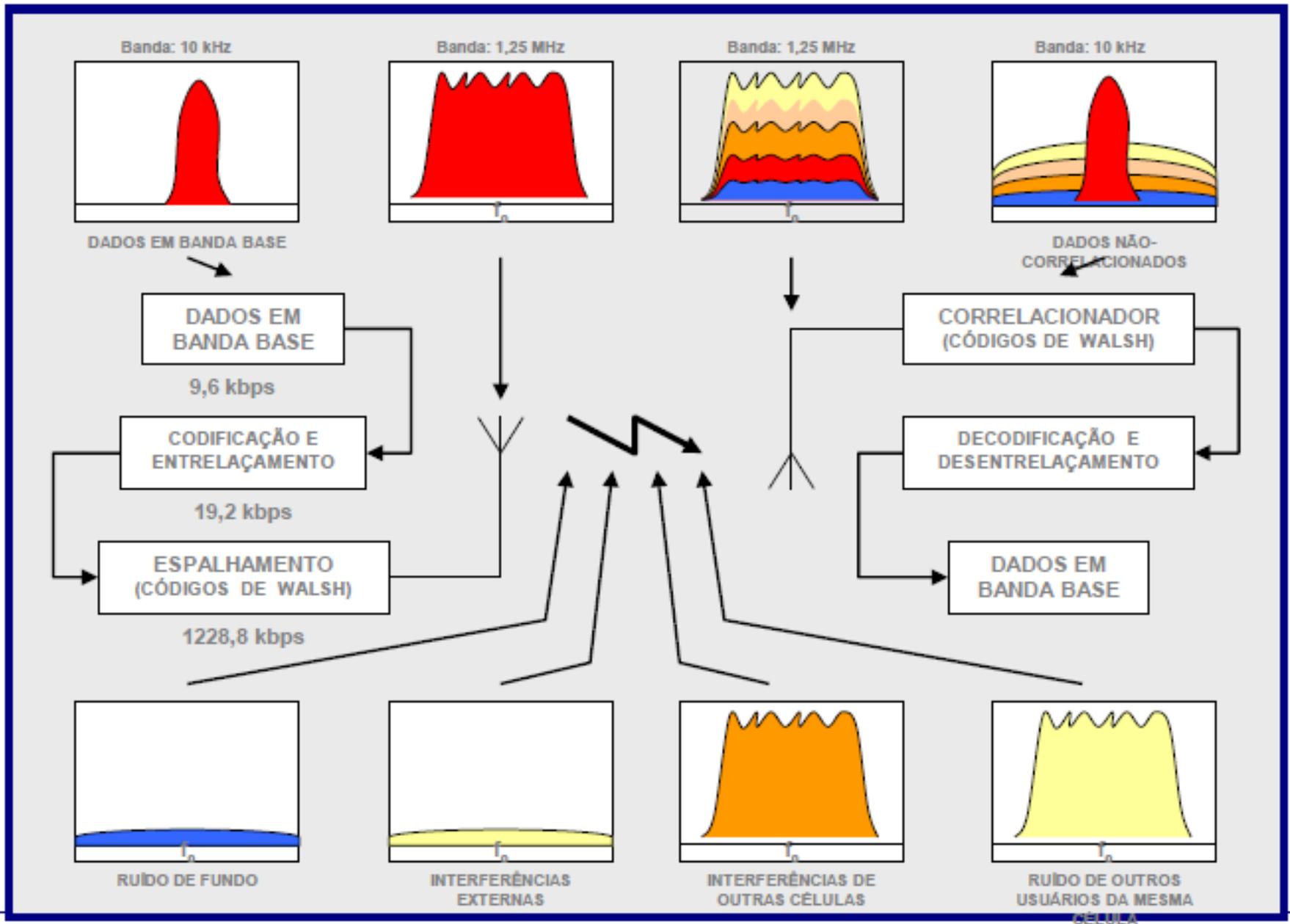
*Near-far problem* (problema usuário próximo – usuário distante):

Cada usuário é uma fonte de ruído interferente para os demais usuários em razão da ortogonalidade imperfeita entre os códigos PN, que faz o sinal entre dois usuários não serem perfeitamente decorrelacionados entre si. Se um usuário está próximo da antena RX da estação radio-base (ERB), o sinal deste usuário é recebido na antena do RX com maior potência de sinal do que os sinais dos demais usuários que estão mais distantes. Se nada for feito, este usuário próximo vai gerar maior nível de interferência para os demais usuários. É importante então que o RX da ERB receba o sinal de todos os usuários com mesmo nível de potência. Para este fim, através do canal de controle do sistema, a ERB controla a potência do TX de todos os usuários de modo a uniformizar a potência dos sinais recebidos do conjunto de  $N_u$  usuários. Neste contexto, dado que os sinais dos  $N_u$  usuários são aproximadamente decorrelacionados entre si, e dado que os  $N_u$  sinais são recebidos com a mesma potência  $P_{rx}$  na antena RX, a SNR (*Signal to Noise Ratio*) resultante para o sinal de um particular usuário é:

$$SNR = \frac{P_{rx}}{P_{rx}(N_u - 1)} = \frac{1}{(N_u - 1)}$$

Note, portanto, que a SNR em um sistema DS-CDMA é reduzida à medida que o número de usuários aumenta, o que compromete a inteligibilidade do sinal de cada usuário quando o número de usuários é muito grande.

# Diagrama de fluxo de sinal simplificado p/ o sistema IS-95



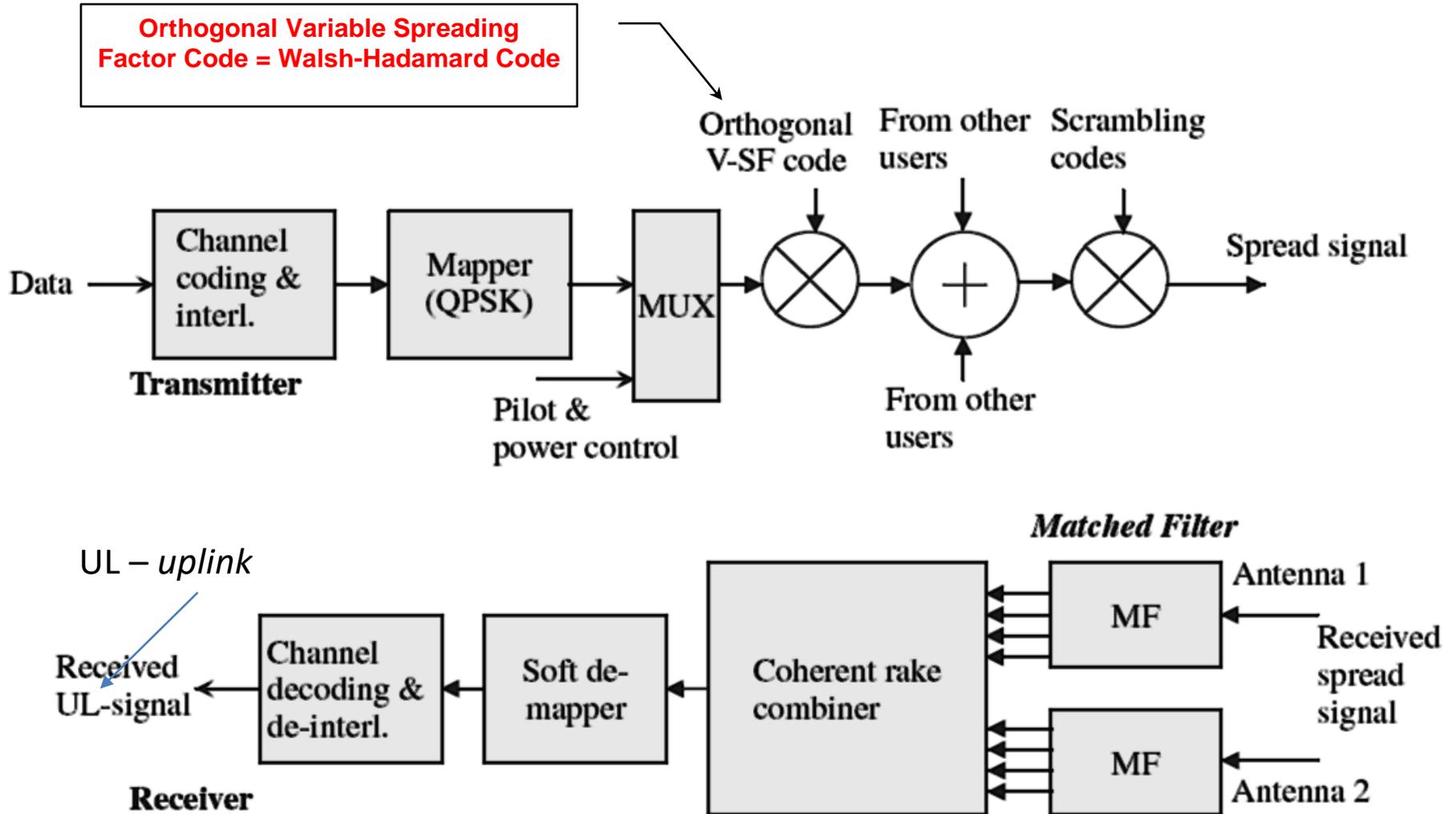
- No padrão CDMA IS-95, os códigos são compostos por 64 palavras-código, cada uma com 64 bits.
- Devido à natureza da tecnologia *spread spectrum*, sistemas CDMA empregam o formato de reuso . Uma estação-base CDMA pode usar mais de uma portadora *spread spectrum* ao mesmo tempo, cada uma delas com frequências centrais distintas e ocupando uma banda de 1.25 MHz.
- Além de serem diferenciadas em frequência, cada uma das portadoras possui um conjunto diferente de códigos. Quando são utilizados Códigos Walsh, há um máximo de 64 possíveis códigos Walsh pseudo-aleatórios por portadora de 1.25 MHz.

## Universal Mobile Telecommunications System

**Table 1-14** Radio link parameters of UMTS

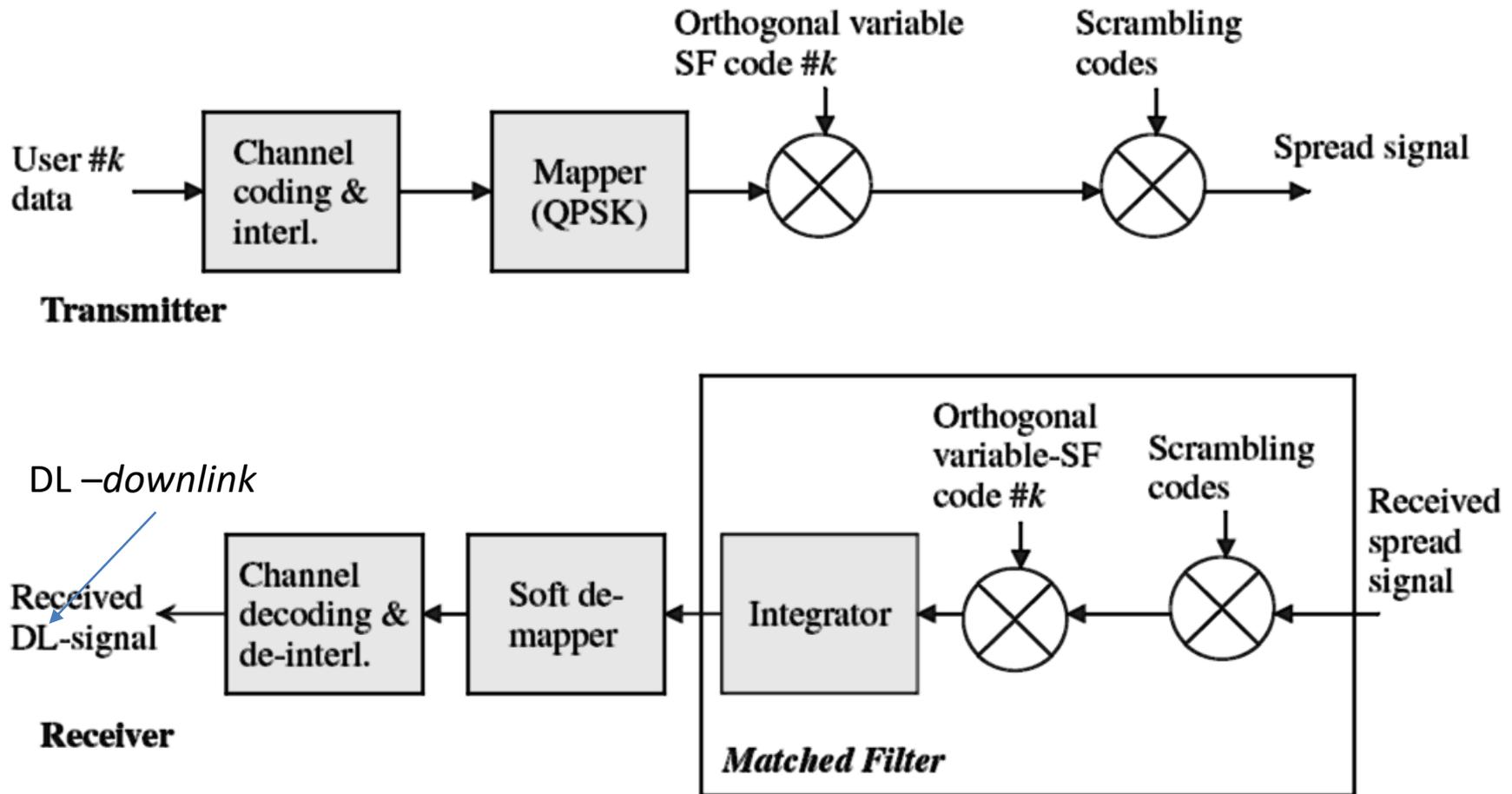
Parameter	WCDMA/UMTS
Bandwidth	5 MHz
Duplex scheme	FDD and TDD
Spreading code short/long	Tree-structured orthogonal variable spreading factor (VSF)/PN codes
Modulation	Coherent QPSK (downlink and uplink)
Channel coding	Voice: convolutional $R = 1/3$ , memory 9 Data: concatenated Reed Solomon (RS) + convolutional High rate high quality services: convolutional Turbo codes
Diversity	Rake + antenna
Power control	Fast power control based on SIR measurement

## Sistema UMTS/WCDMA – Diagrama simplificado da ERB:



**Figure 1-15** Simplified block diagram of a WCDMA/UMTS base station transceiver

## Sistema UMTS/WCDMA – Diagrama simplificado do terminal de usuário:

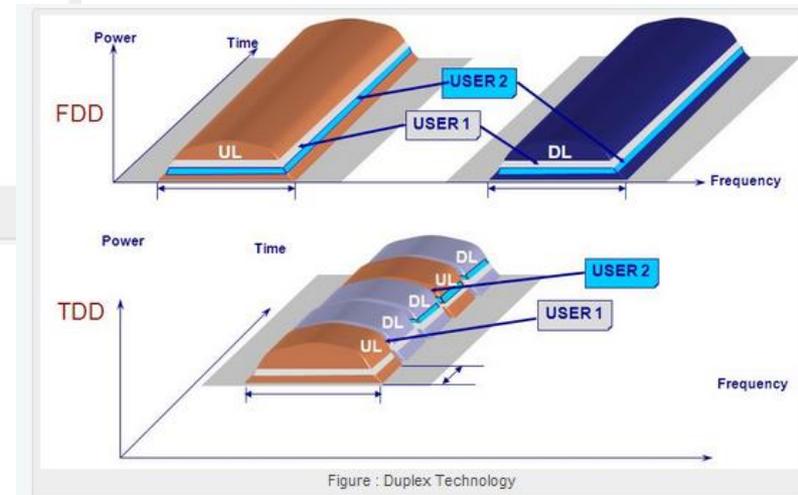
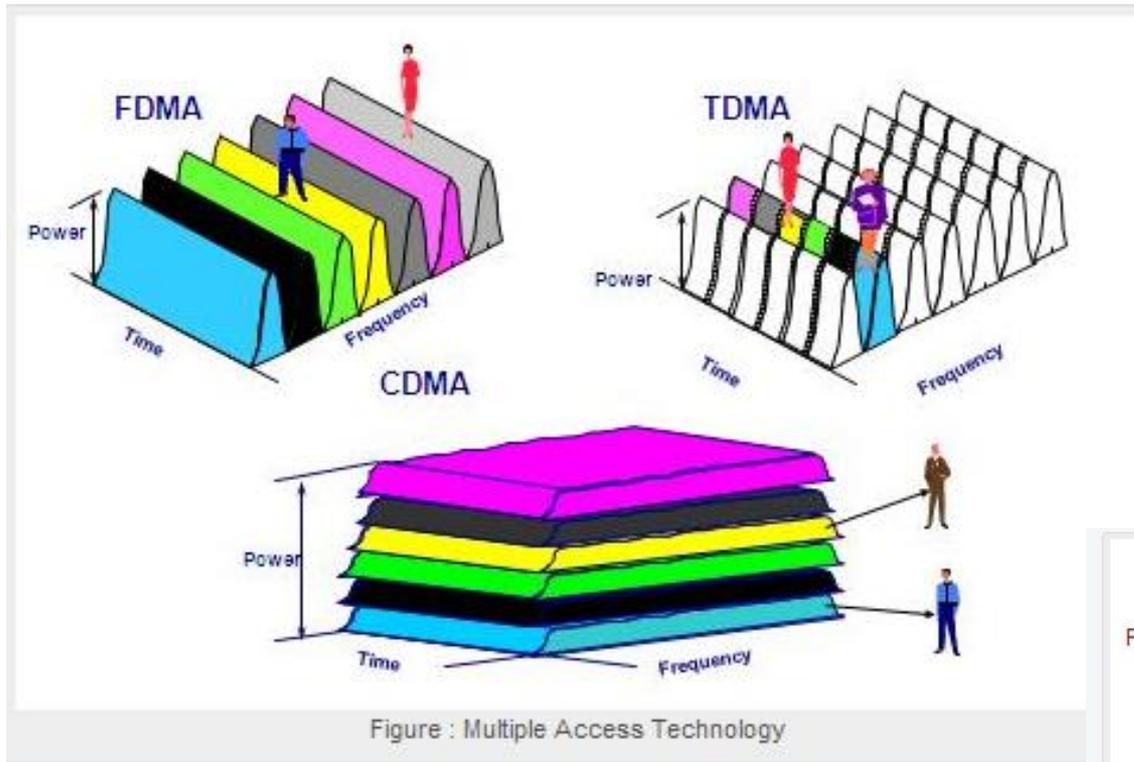


**Figure 1-16** Simplified block diagram of a WCDMA/UMTS terminal station transceiver

## Direct Sequence Spread Spectrum – prós/contras e considerações finais

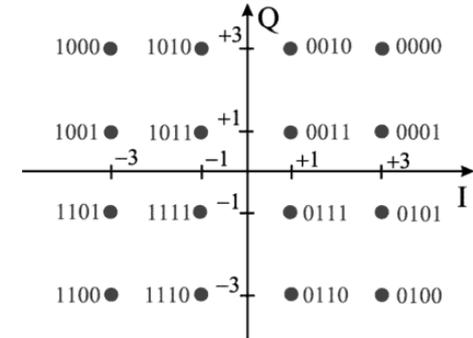
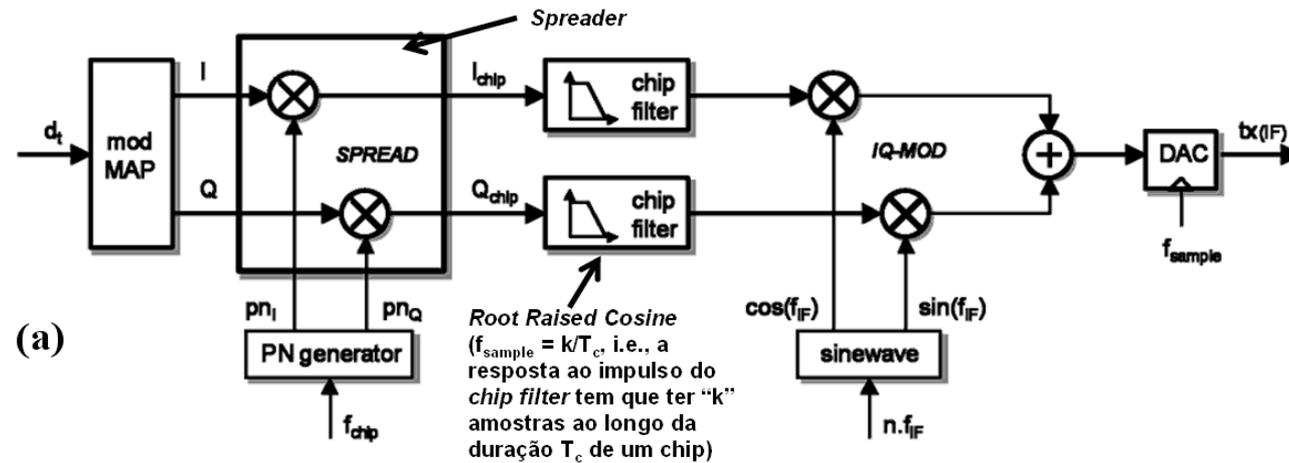
- **Interferência de múltiplo acesso (MAI):** À medida que o número de usuários simultaneamente ativos aumenta, o desempenho do sistema DS-CDMA diminui rapidamente, dado que a capacidade de um sistema DS-CDMA com ganho de processamento moderado (largura de banda limitada) é limitada pela MAI.
- **Complexidade:** Para explorar toda a diversidade de sinal gerada pelo multipercurso no canal de transmissão, é necessário adotar um *matched filter* no RX, que é usualmente aproximado por um *rake receiver* (ver slide 22) com um número suficiente de braços, onde o número necessário de braços é  $D = \tau_{max}/T_c + 1$ , sendo  $\tau_{max}$  o *delay spread* do canal e  $T_c$  a duração de cada *chip*. Além disso, o receptor deve ser *matched* à resposta ao impulso do canal, que é variante no tempo em função do terminal de usuário ser móvel. Portanto, é necessário estimar a função de transferência do canal e compensá-la, o que leva a uma complexidade adicional no receptor dado a necessidade de filtros adaptativos e de sinalização necessária para o processo de treino dos filtros. Normalmente não é necessário o filtro adaptativo atingir a condição ZF de um equalizador (ver Cap IX.2 das notas de aula), porque a *chip sequence* é composta por símbolos BPSK, que são robustos à ISI (*Inter Symbol Interference*) em razão de a distância entre os símbolos BPSK ser a maior dentre as modulações baseadas em símbolos IQ (ver Cap VIII.1 das notas de aula). Mas note que, ainda assim, estimar e compensar o canal aumenta a complexidade do hardware.
- **Interferência de sistemas *single carrier* e de sistemas OFDM (multiportadora):** Independente de a interferência ser de um sinal transportado por uma única portadora ou ser de um sinal transportado por múltiplas portadoras, o *despreader* no RX espalha o sinal interferente por toda a largura de banda do sinal *spread-spectrum*, tornando o sinal interferente decorrelacionado como se fosse um ruído, enquanto que o sinal desejado é recuperado na saída do correlator do *despreader*. Nos raros casos em que esta supressão de interferência não é suficiente, processamento adicional deverá ser realizado no receptor, como por exemplo, a inclusão de filtros *comb* (ver [https://en.wikipedia.org/wiki/Comb\\_filter](https://en.wikipedia.org/wiki/Comb_filter)) com zeros de sua função de transferência na frequência das portadoras interferentes.

# Comparação das Técnicas de Múltiplo Acesso

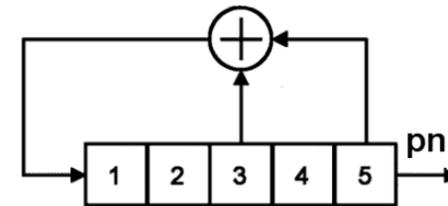
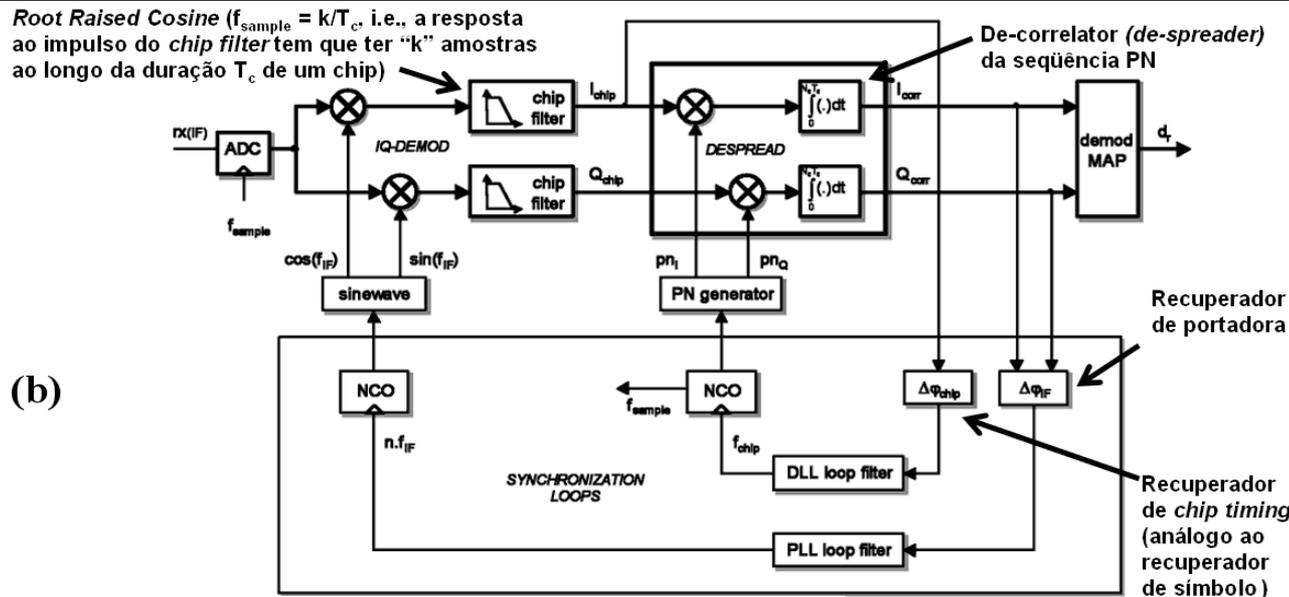


## Spread Spectrum - exemplos

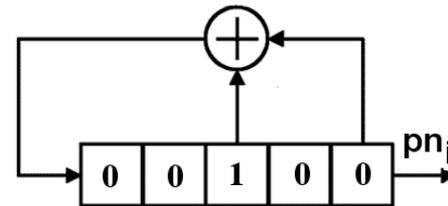
**Exemplo 1:** O diagrama na Figura 1 abaixo mostra a etapa de modulação de um sistema DS-Spread Spectrum 16-QAM:



(c) mod e demod MAP



(d) PN generator SSRG[5,3] p/ a sequência de símbolos I. A cada novo símbolo I (e Q) o SSRG é inicializado conforme segue:



**Figura 1:** (a) TX DS-Spread Spectrum 16-QAM. (b) RX DS-Spread Spectrum 16-QAM (c) IQ mapper & de-mapper (d) “PN generator” usado no “Spreader” da sequência de símbolos I em (a).

## Spread Spectrum - exemplos

O sistema utiliza  $N_C = 31$  chips por símbolo IQ e o “de-spreader” do RX é implementado por meio de um *matched-filter* para a seqüência de chips gerada no “spreader” do TX. Sabendo que o sistema não apresenta erros de sincronização nem no recuperador de portadora nem no recuperador de chip timing, pede-se:

- Determine o gráfico da seqüência  $pn_i$  na saída do “PN generator” na Figura 1 (a) p/ cada símbolo I na entrada do “Spreader” do TX.
- Determine o gráfico da seqüência  $pn_i$  reversa (imagem) da seqüência gerada em a), a ser utilizada no “de-spreader” do RX.
- Determine o balanceamento (nível DC) da seqüência  $pn_i$  gerada em a).
- Determine o gráfico da auto-correlação da seqüência de chips  $pn_i$  gerada no “Spreader” do TX.
- Determine o gráfico da correlação cruzada entre a seqüência de chips  $pn_i$  gerada no “Spreader” do TX e a a seqüência de chips  $pn_i$  gerada no “de-spreader” do RX.
- Dois símbolos consecutivos  $I_1$  e  $I_2$  são gerados no *mapper* do TX respectivamente pelas palavras binárias “1101” e “0111”. Assumindo que não haja multipercurso nem ruído no canal, determine a saída  $I_{corr}$  do “de-spreader” do RX para estas palavras binárias.

**Solução:**

Do enunciado, é dado:

InitState:= (0 0 1 0 0)<sup>T</sup> ← Estado inicial do SSRG[5,3]

$N_c := 31$  ← Numero de chips por símbolo IQ.

Idealmente  $N_c = 2^L - 1$ ,  $L$  é o tamanho do SSRG.

Ainda, do enunciado, os símbolos  $I_1$  e  $I_2$  são (vide *mapper* na Fig A) gerados pelas palavras binárias  $B_{10} := "1101"$  e  $B_{20} := "0111"$ , resultando nos seguintes valores para os símbolos  $I_1$  e  $I_2$ :

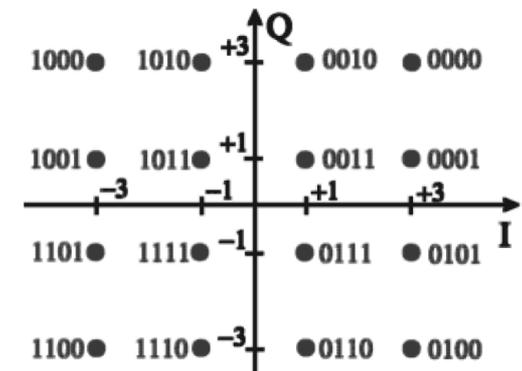


Fig A: *mapper*

## Spread Spectrum - exemplos

$I1 = (-3)I2 = (1)$  ← O parêntese caracteriza que os símbolos são complexos  $I+jQ$ , e que estamos apenas utilizando a parte real  $I$  p/ efeito de simplificação.

Para gerar as seqüências de *chips* direta  $pni53$  usada no *spreader* do TX e a reversa  $pni52$  usada no *de-spreader* do RX, executa-se o seguinte procedimento para cada uma delas:

- 1- Inicializar o SSRG c/ o estado inicial  $InitState^T = (0 \ 0 \ 1 \ 0 \ 0)$ . Inicializar contador de *chips* em  $n=0$ .
- 2- Calcular a saída  $t$  da operação  $\oplus$ , conforme Fig B acima.
- 3- Armazenar o valor do bit mais à direita do SSRG da Fig B na FIFO (*buffer*) de saída  $pn_i$ .
- 4- *Shiftar* o SSRG um bit à direita.
- 5- Atribuir a saída  $t$  ao bit mais à esquerda do SSRG da Fig B.
- 6- Se  $n > N_c$  vá para o passo 7, caso contrário,  $n = n + 1$  e volta ao passo 2
- 7- Substituir todos os "0" por "-1" no *buffer* de saída  $pn_i$ . Fim do procedimento.

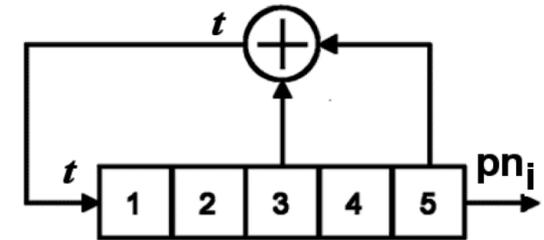
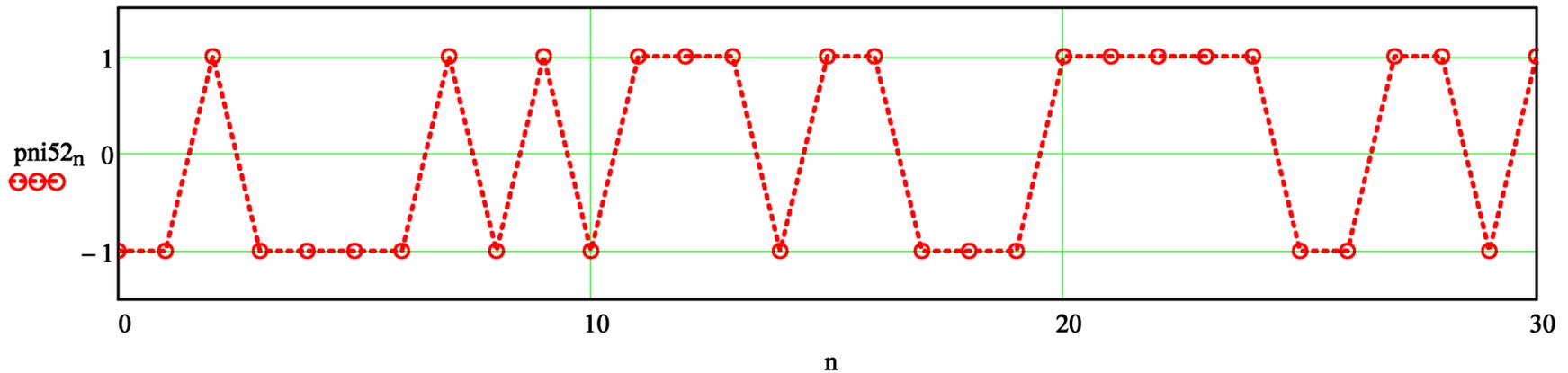
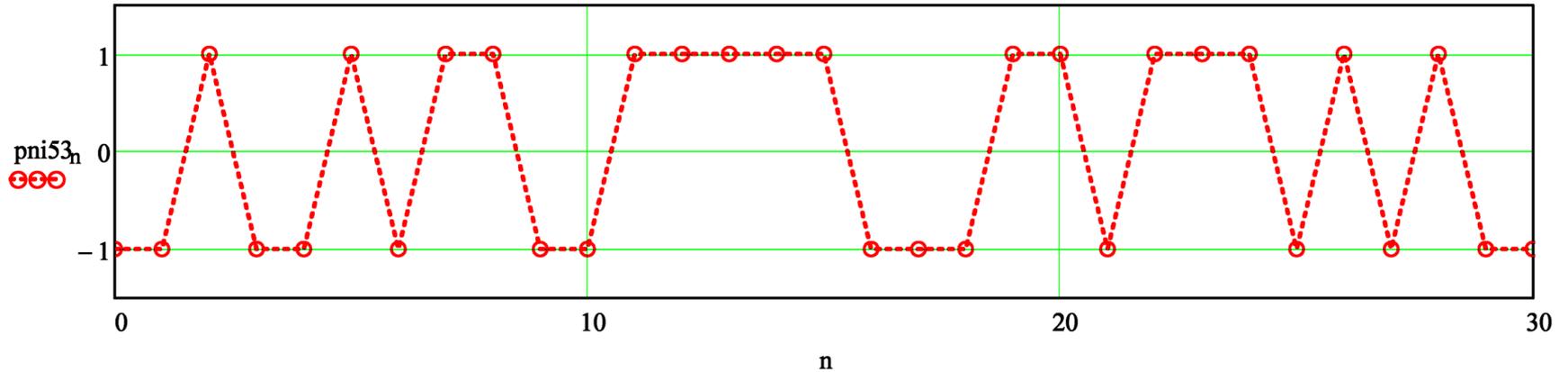


Fig B: SSRG[5,3]

**a&b)** Os gráficos da seqüências de *chips* direta e reversa assim geradas, resultam em:

$n := 0..Nc - 1$



**c)** Nível DC:  $\sum pni53 = 1$

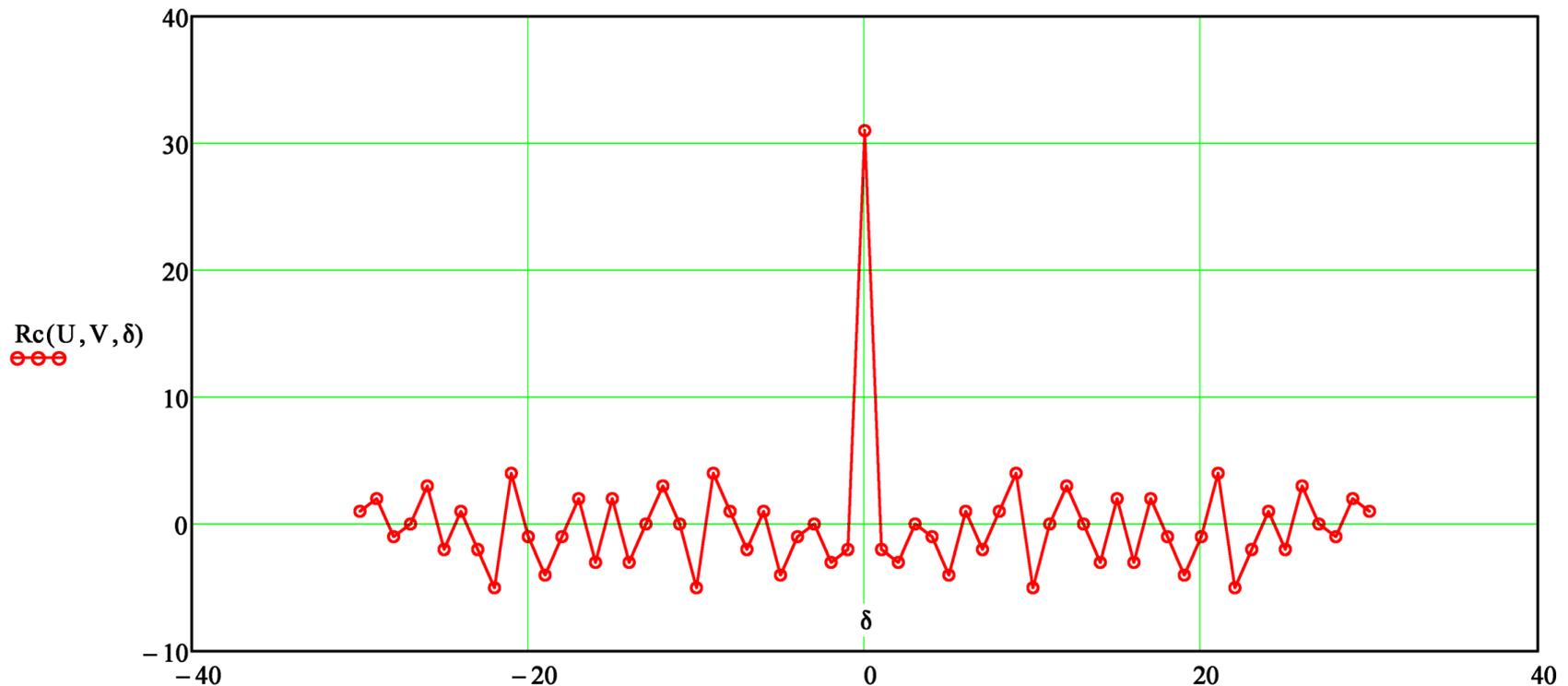
## Spread Spectrum - exemplos

**d)** A correlação  $R_c(\delta)$  entre duas seqüências U e V de mesmo número  $N_c = \text{length}(U) = \text{length}(V)$  de amostras é dada por:

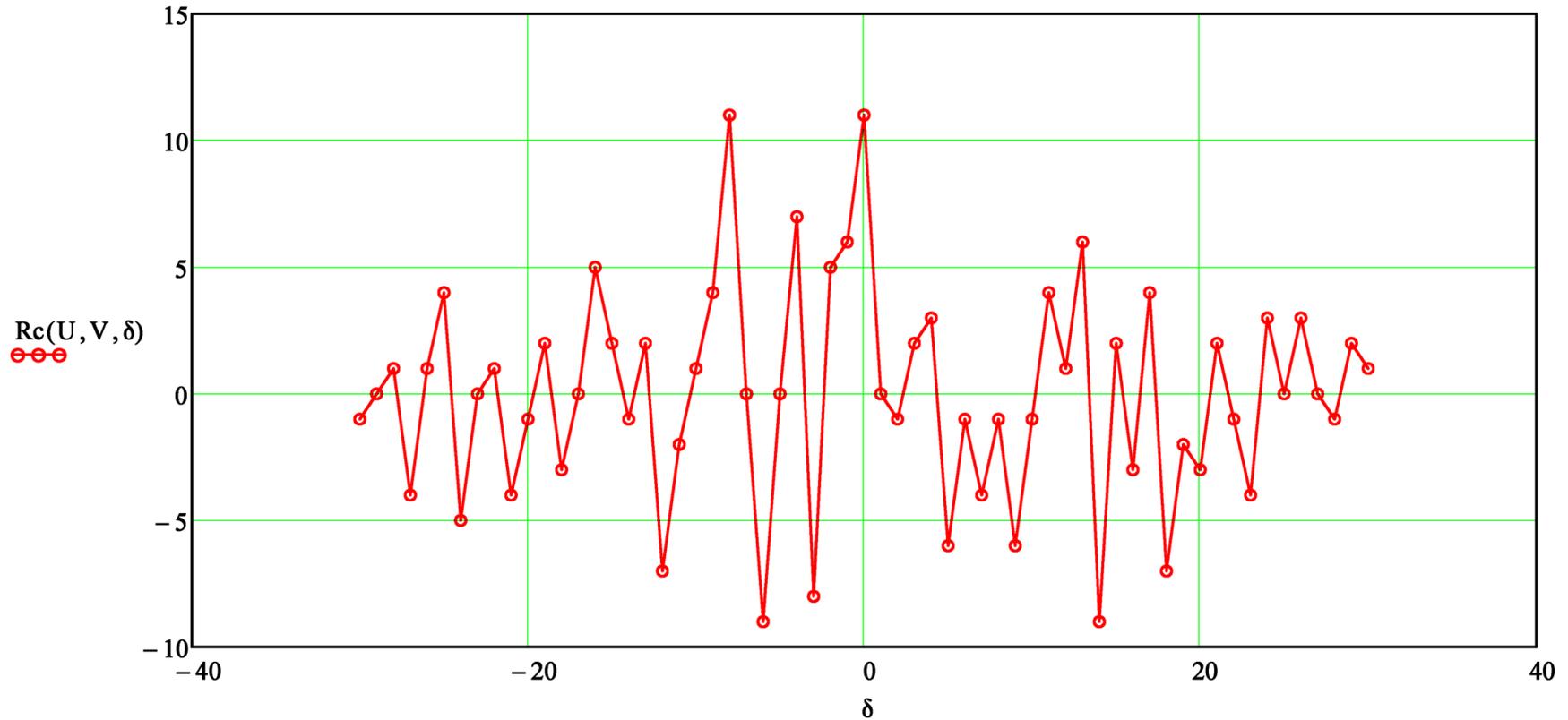
$$R_c(U, V, \delta) := \text{if} \left[ \begin{array}{l} \delta > 0, \\ \sum_{n=0}^{\text{length}(V)-1-\delta} (V_n \cdot U_{n+\delta}), \\ \sum_{n=0}^{\text{length}(U)-1+\delta} (U_n \cdot V_{n-\delta}) \end{array} \right] \quad (1)$$

sendo  $\delta := -(N_c - 1) .. (N_c - 1)$  os limites de deslocamento temporal entre U e V. Note que se  $\delta < 0$ , a equação (1) calcula a correlação fazendo V atrasado de  $\delta$  em relação a U e se  $\delta > 0$  equação (1) calcula a correlação fazendo U adiantado de  $\delta$  em relação a V.

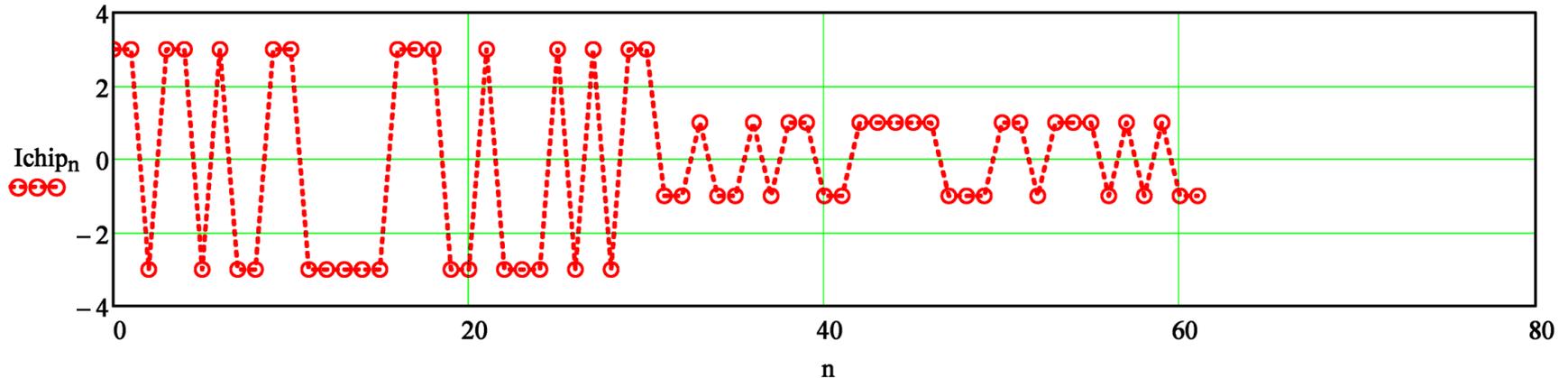
Seja  $U := \text{pni53}$  e seja  $V := U$ . Da equação (1), a função auto-correlação resulta em:



e) Da equação (1), com  $U := \text{pni53}$  e  $V := \text{pni52}$  a função de correlação cruzada resulta em:

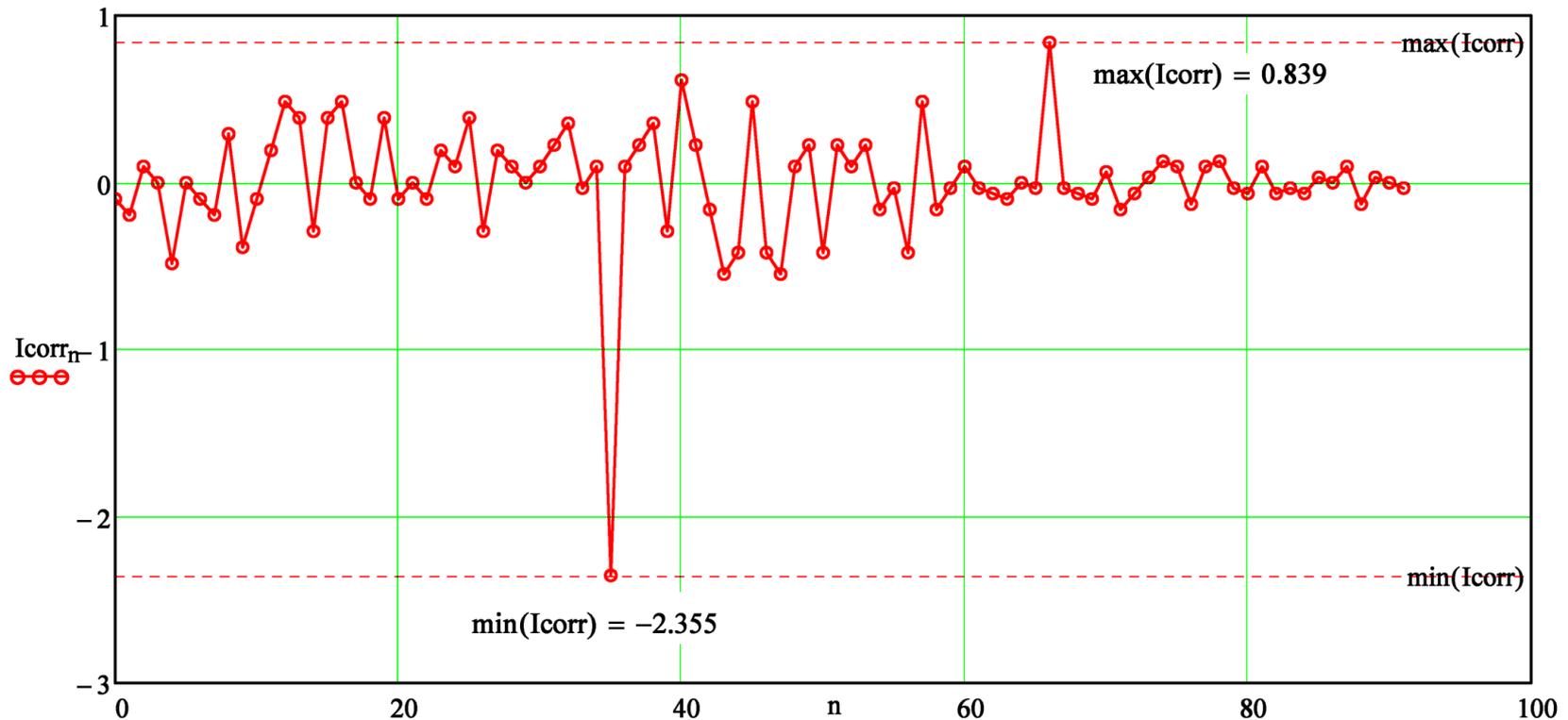


**f)** Primeiramente é necessário obter a seqüência  $I_{chip}$  na saída do “spreader” do TX, a qual, em não havendo ruído nem multipercurso no canal, é a própria seqüência  $I_{chip}$  na entrada do “de-spreader” do RX (ver Figura 1 do enunciado).  $I_{chip}$  é obtida do produto da  $pn153$  por  $I1 = (-3)$  ao longo de  $N_c = 31$  *chips* concatenada com o produto da  $pn153$  por  $I2 = (1)$  ao longo dos próximos  $N_c = 31$  *chips*. O gráfico da seqüência  $I_{chip}$  assim gerada, resulta em:



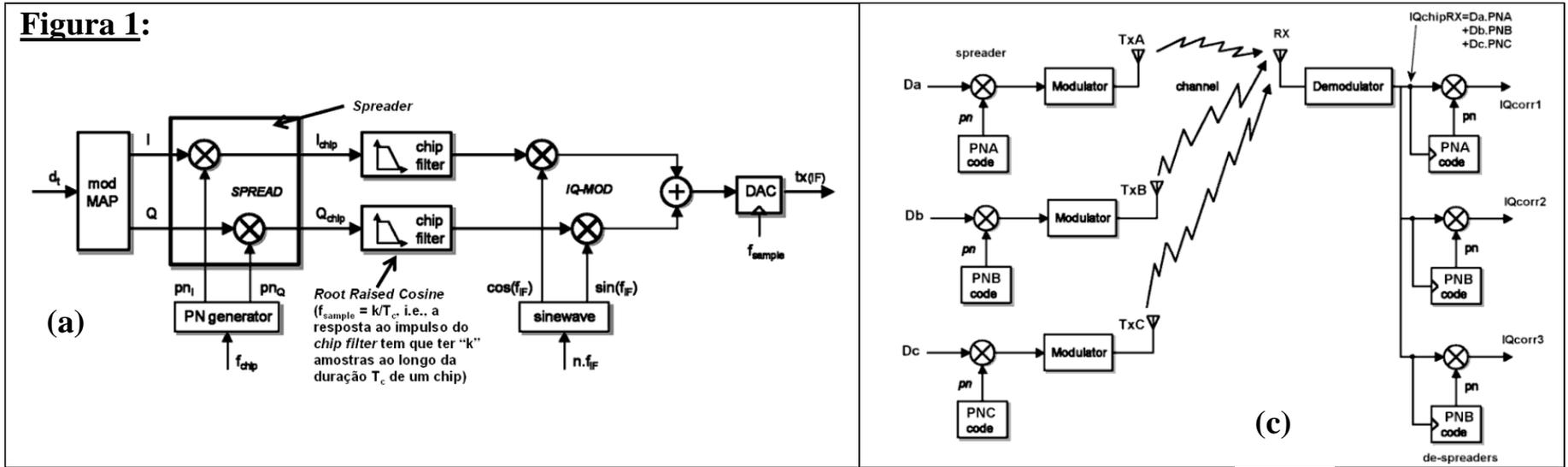
## Spread Spectrum - exemplos

Do enunciado, o “*de-spreader*” do RX é implementado por meio de um *matched-filter* para a seqüência de *chips* gerada no “*spreader*” do TX. Portanto, a saída  $I_{\text{corr}}$  do “*de-spreader*” do RX é o resultado da **convolução** da seqüência  $I_{\text{chip}}$  na entrada do “*de-spreader*” com a resposta ao impulso do *matched-filter* dada pela seqüência reversa (imagem) **pni52**. Assim, efetuando a convolução entre as seqüências  $I_{\text{chip}}$  e **pni52** e normalizando pelo valor  $N_c = 31$ , obtém-se a saída  $I_{\text{corr}}$  do “*de-spreader*”:



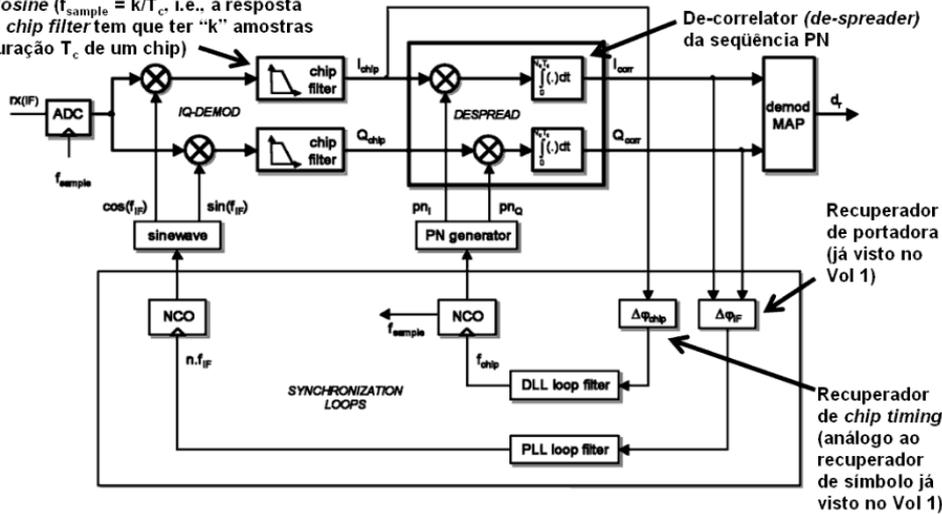
Note que o “*de-spreader*” recuperou uma aproximação dos símbolos  $I_1 = (-3)$  e  $I_2 = (1)$   
Quanto maior  $L$ , melhor a aproximação.

**Exemplo 2:** A Figura 1 abaixo mostra aspectos de implementação de uma rede *wireless DS-Spread Spectrum QPSK*.

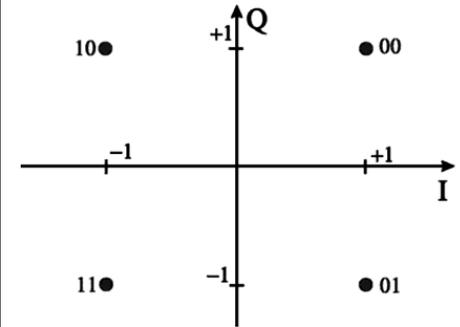


# Spread Spectrum - exemplos

Root Raised Cosine ( $f_{\text{sample}} = k/T_c$ , i.e., a resposta ao impulso do chip filter tem que ter "k" amostras ao longo da duração  $T_c$  de um chip)



(b)



(d)

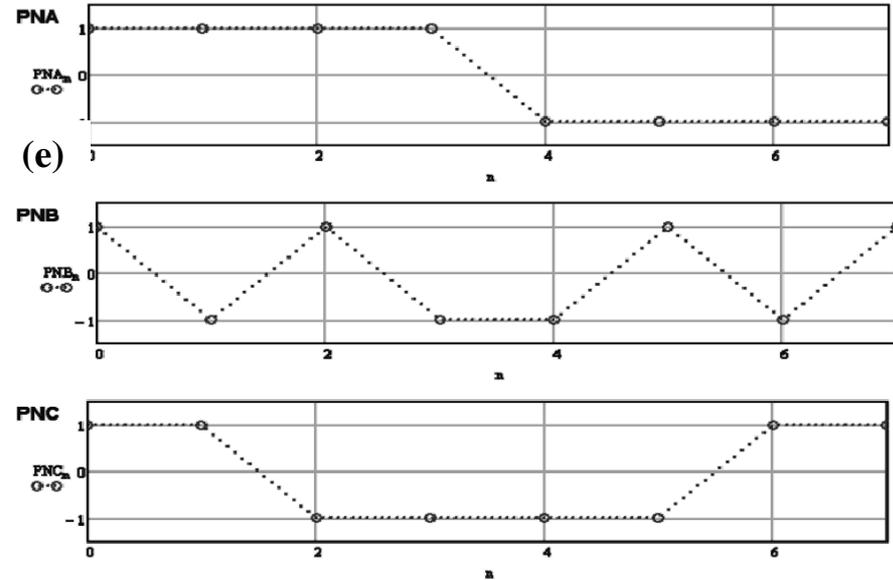
(a) Etapa de modulação do TX de cada um dos usuários da rede.

(b) Etapa de demodulação do RX de uma das *basestations* da rede.

(c) Tráfego hipotético em determinado instante de operação da rede em que entre 3 usuários A, B e C transmitem para o RX de uma das *basestations*. Sabe-se que durante esta situação de operação hipotética o sistema encontra-se perfeitamente sincronizado, não havendo nem ruído nem multipercurso no canal.

(d) IQ mapper & de-mapper. O sistema utiliza  $N_C = 8$  chips por símbolo IQ, sendo o “de-spreader” do RX da *basestation* implementado por meio de um *matched-filter* para a seqüência de chips gerada no “spreader” do TX de cada usuário.

(e) Seqüências PN usadas nos *spreaders* dos TXs dos usuários A,B e C durante a situação mostrada em (c).

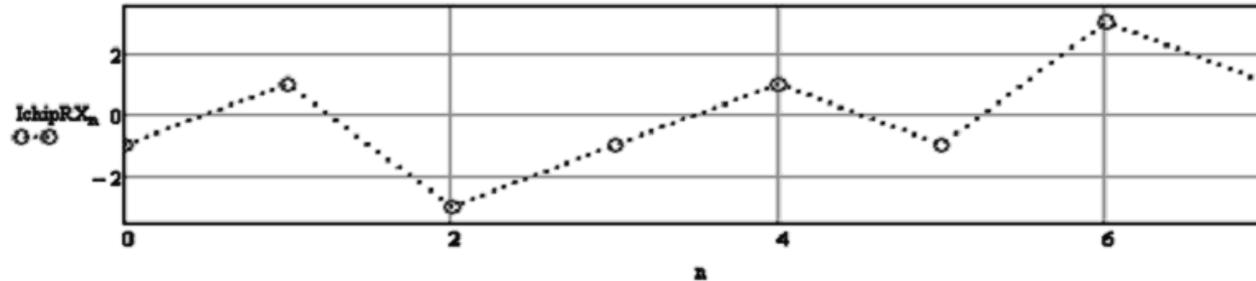


(e)

## Spread Spectrum - exemplos

Pede-se:

- Para a situação descrita pela Fig. 1(c), determine a seqüência  $I_{\text{chip}}$  na entrada do *despreader* do RX da *basestation* – vide Fig. 1(b) – sabendo que o valor de  $I$  na entrada dos *spreaders* do TX das estações A, B e C – ver Fig. 1(a & c) – são respectivamente  $\text{Re}\{D_a\} = +1$ ,  $\text{Re}\{D_b\} = -1$  e  $\text{Re}\{D_c\} = -1$ , onde  $\text{Re}\{\bullet\}$  é o operador que denota a parte real do argumento de valor complexo  $I+jQ$ .
- Determine o valor  $I$  (parte real) das seqüências nas saídas  $I_{\text{Qcorr1}}$ ,  $I_{\text{Qcorr2}}$  e  $I_{\text{Qcorr3}}$  da Fig. 1(c) sabendo que, no instante considerado, a seqüência  $I_{\text{chipRX}} = \text{Re}\{I_{\text{QchipRX}}\}$  – vide Fig. 1(c)) – é conforme o gráfico abaixo:



$$I_{\text{chipRX}}^T = (-1 \ 1 \ -3 \ -1 \ 1 \ -1 \ 3 \ 1)$$

**Solução:**  
**a)** Do enunciado, é dado:

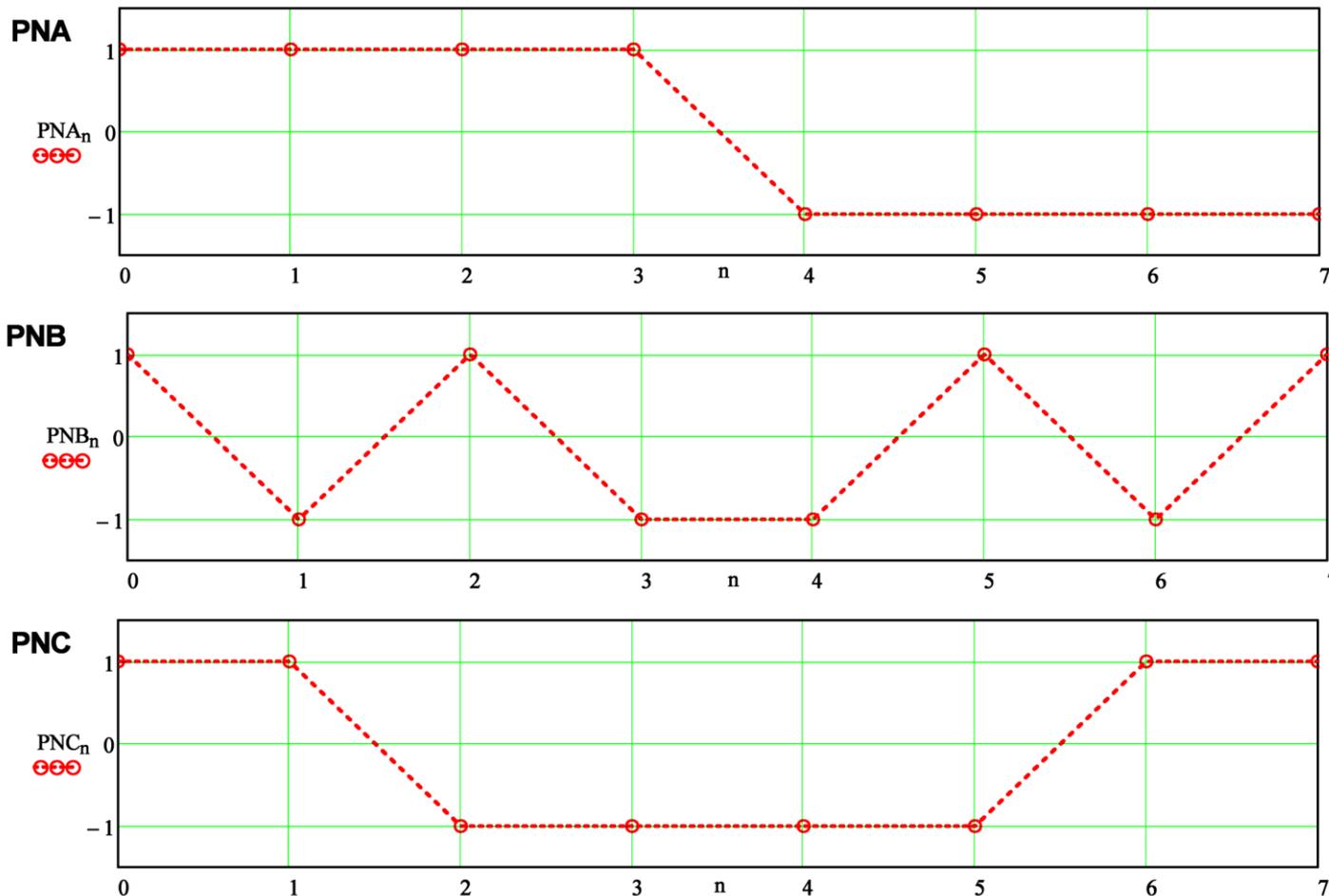
## Spread Spectrum - exemplos

$D_a := 1$  ← valor de  $I$  na entrada do *spreader* do TX da estação **A** - ver Figura 1(a & c) do enunciado.

$D_b := -1$  ← valor de  $I$  na entrada do *spreader* do TX da estação **B** - ver Figura 1(a & c) do enunciado.

$D_c := -1$  ← valor de  $I$  na entrada do *spreader* do TX da estação **C** - ver Figura 1(a & c) do enunciado.

As seqüências  $pn_i$  na saída do "PN generator" na Figura 1(a), utilizadas nos respectivos *spreaders* das estações transmissoras A, B e C - ver Figura 1(c) do enunciado - são



## Spread Spectrum - exemplos

Convertendo as seqüências  $p_{n_i}$  das estações transmissoras A,B e C para o formato vetorial (para efeito de adequar a representação ao processo de correlação numérica a ser efetuada na solução da questão **b**), temos:

$$\text{PNA} = \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 1 \\ 1 \\ -1 \\ -1 \\ -1 \\ -1 \end{pmatrix} \quad \text{PNB} = \begin{pmatrix} 1 \\ -1 \\ 1 \\ -1 \\ -1 \\ 1 \\ -1 \\ 1 \end{pmatrix} \quad \text{PNC} = \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ -1 \\ -1 \\ -1 \\ -1 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix}$$

É afirmado no enunciado que não há multipercurso nem ruído no canal e que o sistema encontra-se perfeitamente sincronizado. Desta maneira, é válido afirmar que  $I_{\text{chip}}$  na entrada do *de-spreader* do RX – ver Figura 1(b) do enunciado – é a soma das respectivas saídas  $I_{\text{chip}}$  dos *spreaders* dos TXs das estações **A**, **B** e **C** - ver Figura 1(a & c) do enunciado. Calculando desta maneira o  $I_{\text{chip}}$  na entrada do *de-spreader* do RX, obtemos:

$$I_{\text{chip}} := D_a \cdot \text{PNA} + D_b \cdot \text{PNB} + D_c \cdot \text{PNC} \quad I_{\text{chip}}^T = (-1 \ 1 \ 1 \ 3 \ 1 \ -1 \ -1 \ -3)$$

b) Do enunciado, é dado:

$$\mathbf{I}_{\text{chipRX}}^T = (-1 \ 1 \ -3 \ -1 \ 1 \ -1 \ 3 \ 1)$$

Ainda, do enunciado, é dado que o *de-spreader* do RX é implementado por meio de um *matched-filter* para a seqüência de *chips* gerada no “*spreader*” do TX .

Vimos no exercício anterior que, nesta implementação, a saída  $\mathbf{I}_{\text{corr}}$  do *de-spreader* do RX é o resultado da convolução da seqüência  $\mathbf{I}_{\text{chip}}$  na entrada do *de-spreader* com a resposta ao impulso do *matched-filter* dada pela *m-sequence* reversa (imagem) da usada no *spreader* do TX.

Vimos também que os pontos de máximo absoluto da função correlação resultante na saída do *de-spreader* recuperam uma aproximação dos símbolos na seqüência  $\mathbf{I}_{\text{chip}}$  originalmente transmitida pelo TX.

## Spread Spectrum - exemplos

Mas, o enunciado afirma que o sistema encontra-se perfeitamente sincronizado. Logo, o sistema já determinou os instantes em que ocorrem os valores de máximo absoluto da função correlação resultante na saída do *de-spreader* (valores que recuperam os símbolos da seqüência  $\mathbf{I}_{\text{chip}}$  originalmente transmitida pelo TX). Nestes instantes já determinados, o valor da correlação pode ser calculado simplesmente efetuando o produto escalar entre o vetor que representa a seqüência PN de um determinado usuário e o vetor que representa  $\mathbf{I}_{\text{chipRX}}$  na entrada do *de-spreader* do RX da *basestation*. Normalizando por  $N_c=8$  este valor de correlação assim obtido, recupera-se o símbolo da seqüência  $\mathbf{I}_{\text{chip}}$  originalmente transmitido pelo TX do usuário em questão no instante em consideração. Desta maneira, temos:

$$\text{Icorr1} := \frac{1}{N_c} \mathbf{I}_{\text{chipRX}}^T \cdot \text{PNA} \quad \text{Icorr1} = -1$$

$$\text{Icorr2} := \frac{1}{N_c} \mathbf{I}_{\text{chipRX}}^T \cdot \text{PNB} \quad \text{Icorr2} = -1$$

$$\text{Icorr3} := \frac{1}{N_c} \mathbf{I}_{\text{chipRX}}^T \cdot \text{PNC} \quad \text{Icorr3} = 1$$

Note que os valores acima obtidos para **Icorr1**, **Icorr2**, **Icorr3** resultantes na saída dos *de-spreaders* do RX da *basestation* - ver Figura 1(c) do enunciado - correspondem aos valores da parte real de **Da**, **Db** e **Dc**, isto é, aos valores das entradas **I** dos *spreaders* dos TXs das estações A, B e C - ver Figura 1(a) do enunciado.

## Orthogonal Frequency Division Multiplexing (OFDM)

Quando estudamos equalizadores fracionários para sistemas *single carrier* (portadora única) no Cap IX.2, vimos que o número mínimo de coeficientes no filtro FIR necessário para que o equalizador atinja a condição ZF (*zero forcing*) é equivalente ao número de amostras do *delay spread* do canal (ver slides 58 e 60 do Cap IX.2 das notas de aula). A consequência deste fato é que a complexidade computacional (e portanto a área de silício ocupada em uma FPGA pelos blocos lógicos que implementam o processo de desconvolução realizado pelo equalizador) é dependente do *delay spread* do cenário de multipercurso. Por exemplo, consideremos um sistema de TV Digital com *symbol rate*  $SR = 12 \text{ MHz}$  ( $T_s = 1/SR = 0.083 \mu\text{s}$ ) operando em um ambiente urbano cujo cenário de multipercurso resulta em um *delay spread* de  $100 \mu\text{s}$  como consequência das múltiplas reflexões entre as estruturas metálicas dos prédios urbanos. Como a onda eletromagnética (EM) se propaga na velocidade da luz  $c = 3 \times 10^8 \text{ m/s}$ , um *delay spread* de  $100 \mu\text{s}$  indica que a onda EM se refletiu em objetos tão distantes quanto  $c \times \text{delay spread}/2 = 15 \text{ Km}$ , caracterizando uma cidade de grande porte.

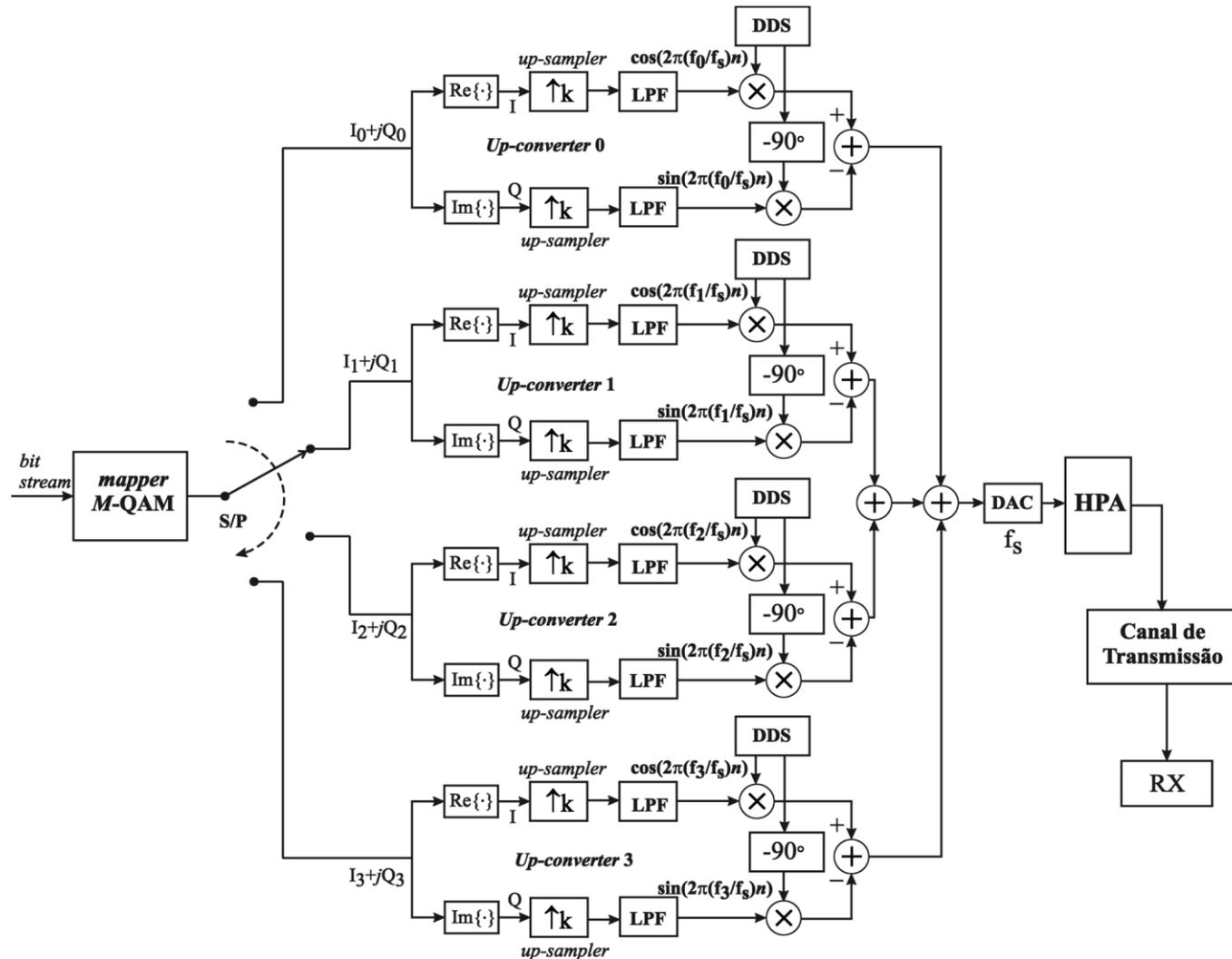
Neste contexto, um equalizador fracionário com superamostragem  $K_s = 2$  necessita um filtro FIR de  $L = \text{DelaySpread} \times K_s/T_s = 2400$  coeficientes para efetuar a desconvolução dos ecos resultantes do cenário urbano de multipercurso referido acima. Ocorre que um filtro FIR de 2400 coeficientes de valor complexo dificilmente será sintetizável em uma FPGA, mesmo em FPGAs com maior disponibilidade de blocos lógicos e blocos de DSP. Sem falar aqui do alto custo de uma FPGA com capacidade para viabilizar a síntese de um filtro FIR de 2400 coeficientes de valor complexo para o equalizador e ainda contemplar o processamento nos demais blocos do demodulador e nos demais blocos funcionais do sistema do RX (códigos corretores de erro no decodificador de canal e códigos para descompressão da informação no decodificador de fonte).

Importante notar que, se a duração  $T_s$  dos símbolos IQ pudesse ser aumentada, o número  $L = \text{DelaySpread} \times K_s/T_s$  de coeficientes necessários ao filtro FIR reduziria proporcionalmente. Desta constatação surgiu a proposição do sistema *multicarrier* (multiportadora), cujo princípio é distribuir uniformemente os símbolos IQs entre  $N_p$  sub-canais de largura de banda  $W$ , cada um com uma frequência de portadora  $f_m$  (=frequência central do  $m$ -ésimo canal),  $m = 1, 2, \dots, N_p$ , e cuja capacidade de canal vimos no exemplo do slide 14 do Cap II das notas de aula (rever este exemplo antes de prosseguir).

**Como a sequência de símbolos IQs na saída do mapper tem seus símbolos IQs igualmente distribuídos e atribuídos entre os  $N_p$  sub-canais, infere-se que a taxa de transmissão de símbolos IQ (*symbol rate*) em cada sub-canal é  $N_p$  vezes menor e, portanto, a duração dos símbolos IQ em cada sub-canal será  $N_p$  vezes maior, reduzindo portanto o número  $L = \text{DelaySpread} \times K_s/T_s$  de coeficientes do equalizador de cada sub-canal de um fator  $1/N_p$ . É usual  $N_p$  ser da ordem de milhares (por exemplo, TV digital aberta em VHF adota  $N_p = 8192$  portadoras), de modo que o número de coeficientes do equalizador é drasticamente reduzido para  $L = 1$ , conforme veremos no slide 77.**

# Orthogonal Frequency Division Multiplexing (OFDM)

**Exemplo 3:** A figura abaixo mostra o diagrama simplificado de um sistema multicanal com 4 canais multiplexados em frequência, os quais são simultaneamente transmitidos através do bloco “Canal de Transmissão”:



**Figura 1:** Diagrama de blocos da etapa de modulação de um transmissor multicanal de 4 canais, com largura de banda por canal  $W= 7.0$  MHz. A modulação deste sistema é 64-QAM. A frequência central de cada canal é respectivamente  $f_0= 3.5$  MHz,  $f_1= 10.5$  MHz,  $f_2= 17.5$  MHz e  $f_3= 24.5$  MHz. O *bit stream* na entrada do *mapper*, proveniente do codificador de canal, é convertido em uma seqüência de símbolos  $I + jQ$  na saída do *mapper*.

A taxa de símbolos na saída do *mapper* é desconhecida e seu valor é *symbol\_rate\_mapper*. A chave rotativa *S/P* (*serial-to-parallel*) na saída do *mapper* reduz a taxa de símbolos de um fator de 4, distribuindo a seqüência de símbolos  $I + jQ$  entre os 4 *up-converters* de modo uniforme ao longo do tempo. O fator de *up-sampling* da seqüência de símbolos que trafega em cada *up-converter* é  $k=8$ .

## Orthogonal Frequency Division Multiplexing (OFDM)

Cada filtro LPF (*low pass filter*) na Figura 1 do slide anterior é um *shaping filter*. Estes filtros são do tipo *root-raised-cosine* e podem ser considerados ideais, com *roll-off*  $\alpha$  tendendo a zero. O DDS (*direct digital synthesizer*) em cada *up-converter* gera portadoras respectivamente nas frequências  $f_0$ ,  $f_1$ ,  $f_2$  e  $f_3$ . O DAC (*digital-to-analog converter*) converte em sinal analógico a soma das seqüências de amostras geradas pelos *up-converters*, sendo  $f_s$  a frequência de amostragem do DAC. O HPA (*high power amplifier*) amplifica o sinal analógico do DAC a um nível suficiente tal que, após ter trafegado no canal de transmissão, este sinal transmitido possa ser demodulado corretamente no receptor RX. O canal de transmissão não só atenua a amplitude e altera a fase do espectro do sinal transmitido por consequência do multipercurso no canal como também adiciona ruído branco gaussiano.

Sabendo que a situação operacional deste sistema é tal que a relação sinal-ruído medida respectivamente em cada canal é  $SNR_0 = 35.6\text{dB}$ ,  $SNR_1 = 21.57\text{dB}$ ,  $SNR_2 = 13.44\text{dB}$ ,  $SNR_3 = 8.05\text{dB}$  e sabendo que os 4 equalizadores de canal no RX efetuam perfeitamente a desconvolução de cada um dos respectivos canais, pede-se para a situação operacional dada:

- Determine a capacidade total conjunta  $C_{\text{Tot}}$  dos 4 canais com base na Capacidade de Canal (Teorema de Shannon).
- Determine a taxa de símbolos *symbol\_rate\_mapper* na saída do *mapper*.
- Determine a taxa em bps do *bit stream* na entrada do *mapper* e verifique se a mesma excede  $C_{\text{Tot}}$  obtida em (a).
- Determine numericamente qual(is) dos 4 canais excede(m) individualmente a(s) respectiva(s) Capacidade(s) de Canal.
- Qual a consequência p/ o valor da BER (*bit error rate*) do *stream* de bits na saída do decodificador de canal do RX para as palavras binárias na saída do *de-mapper* correspondentes a símbolos IQ que trafegam através dos canais determinados em (d)?
- Para os canais em (d) que excedem a Capacidade de Canal determine  $M$  na modulação  $M$ -QAM a ser adotada nestes canais, em uma nova situação operacional, tal que a respectiva Capacidade de Canal não seja excedida e tal que simultaneamente seja maximizada a taxa de transmissão do *bit stream* na entrada do *mapper*, sendo  $M \in \{4, 16, 32, 64, 128, 256\}$ .
- Para a nova situação operacional obtida em (f), determine a taxa em bps do *bit stream* na entrada do *mapper*.
- Determine a frequência de amostragem  $f_s$  do DAC.

# Orthogonal Frequency Division Multiplexing (OFDM)

Solução:

Do enunciado é dado:

$W = 7 \cdot \text{MHz}$  → banda passante de cada um dos 4 canais

$m =$  → índice de cada canal

0
1
2
3

$f_m =$  → frequência da  $m$ -ésima portadora = Frequência central do  $m$ -ésimo canal de largura  $W$

3.5
10.5
17.5
24.5

 ·MHz

$\text{SNR}_m =$  → Relação sinal ruído em dB no  $m$ -ésimo canal de largura  $W$

35.6
21.57
13.44
8.05

# Orthogonal Frequency Division Multiplexing (OFDM)

(a)

$$C_m := \frac{1}{\ln(2)} \cdot W \cdot \ln \left( 1 + 10^{\frac{\text{SNR}_m}{10}} \right)$$

$$C_m = \begin{array}{|c|} \hline 82.786 \\ \hline 50.223 \\ \hline 31.71 \\ \hline 20.186 \\ \hline \end{array} \cdot \text{MHz}$$

→ Capacidade em Mbps do  $m$ -ésimo canal de largura  $W$  com centro na frequência da  $m$ -ésima portadora, conforme slide 11 do Cap II.

$$C_{\text{Tot}} := \sum_{m=0}^{N_p-1} C_m$$

$C_{\text{Tot}} = 184.905 \cdot \text{MHz}$  → Capacidade total conjunta dos  $N_p = 4$  canais em Mbps (= capacidade de canal a ser obedecida pelo *bit stream* na entrada do *mapper p/* que a BER seja nula na saída do decodificador de canal do RX).

**(b)**

Do slide 7 do Cap VIII.3 temos que a relação entre a largura  $W_{bb}$  do canal em banda-base e o *symbol rate* na entrada de um filtro tipo *raised-cosine* de *roll-off*  $\alpha$  que efetua a contenção espectral para este canal é dado por:

$$W_{bb} = 0.5 \cdot \text{symbol\_rate} \cdot (1 + \alpha)$$

Dos slides 18 a 21 do Cap I temos que a relação entre a largura do espectro de um sinal passa-banda é o dobro da largura do espectro do mesmo sinal em banda-base. Portanto, a largura do canal  $W_{bb}$  em banda-base antes do processo de heterodinação efetuado em cada DDS da figura acima é dada por:

$$W_{bb} := \frac{W}{2} \quad W_{bb} = 3.5 \cdot \text{MHz}$$

Do enunciado, os filtros LPF são *shaping filters* do tipo *root-raised-cosine* ideais com  $\alpha := 0$ . Isto faz com que o  $H(f)$  do filtro *root-raised-cosine* seja uma "caixa quadrada" em frequência com banda passante  $W_{bb}$  igual à de um filtro *raised-cosine* com  $\alpha = 0$ . Daí o *symbol rate* da seqüência de símbolos IQ que trafega em cada filtro LPF da figura acima pode ser dada por:

$$\text{symbol\_rate} := \frac{2 \cdot W_{bb}}{1 + \alpha} \quad \rightarrow \quad \text{symbol\_rate} = 7 \cdot \text{MHz}$$

Como, conforme enunciado, a chave rotativa S/P (*serial-to-parallel*) na saída do *mapper* reduz a taxa de símbolos de um fator de 4, temos que a taxa de símbolos na saída do *mapper* é:

$$\text{symbol\_rate\_mapper} := 4 \cdot \text{symbol\_rate} \quad \rightarrow \quad \text{symbol\_rate\_mapper} = 28 \cdot \text{MHz} \quad \rightarrow \quad \text{taxa de símbolos na saída do mapper em mega símbolos por segundo}$$

# Orthogonal Frequency Division Multiplexing (OFDM)

(c)

Do enunciado, a modulação em cada um dos 4 canais é 64-QAM → 6 bits por símbolo. Daí, a taxa do *bit stream* na entrada do *mapper* é :

$$\text{taxa\_bit\_stream} := 6 \cdot \text{symbol\_rate\_mapper} \quad \text{taxa\_bit\_stream} = 168 \cdot \text{MHz} \quad \rightarrow \text{a taxa no } \textit{bit stream} \text{ na entrada do } \textit{mapper} \text{ não excede a capacidade de canal total } C_{\text{Tot}} = 184.905 \cdot \text{MHz} \text{ do sistema.}$$

(d)

Do enunciado, a modulação em cada um dos 4 canais é 64-QAM → 6 bits por símbolo. Daí a taxa de bits que implicitamente está sendo transportada por cada canal é :

$$\text{taxa\_de\_bit\_por\_canal} := 6 \cdot \text{symbol\_rate} \quad \text{taxa\_de\_bit\_por\_canal} = 42 \cdot \text{MHz}$$

Da questão (a) temos:

$C_m =$  → Capacidade em Mbps do  $m$ -ésimo canal de largura  $W$  com centro na frequência da  $m$ -ésima portadora, conforme conforme slide 11 do Cap II,

82.786	·MHz
50.223	
31.71	
20.186	

Daí, os canais que excedem individualmente a Capacidade de Canal individual são (1→V, 0 →F):

$$\text{taxa\_de\_bit\_por\_canal} > \begin{pmatrix} C_0 \\ C_1 \\ C_2 \\ C_3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix}$$

onde:

$$\text{taxa\_de\_bit\_por\_canal} = 42 \cdot \text{MHz}$$

$$\begin{pmatrix} C_0 \\ C_1 \\ C_2 \\ C_3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 82.786 \\ 50.223 \\ 31.71 \\ 20.186 \end{pmatrix} \cdot \text{MHz}$$

## Orthogonal Frequency Division Multiplexing (OFDM)

**(e)**

Para este(s) canal(is) que excede(m) individualmente a Capacidade de Canal, a conseqüência será que a BER do *stream* de bits resultante do algoritmo de correção de erros do decodificador de canal de RX será forçosamente não nula para aquelas palavras binárias na saída do *de-mapper* que correspondem a símbolos IQ que trafegam neste(s) canal(is). Uma vez que a Capacidade de Canal de qualquer um dos 4 canais seja excedida, a BER permanece não nula na saída do decodificador de canal do RX, independentemente do algoritmo de correção de erro que for adotado no codificador/decodificador de canal.

**(f)** O número de bits por símbolo para uma modulação *M*-QAM, onde, conforme o enunciado,  $M \in \{4, 16, 32, 64, 128, 256\}$  é:

$$M := \begin{pmatrix} 4 \\ 16 \\ 32 \\ 64 \\ 128 \\ 256 \end{pmatrix} \rightarrow \text{BitsPorSímbolo} := \frac{1}{\ln(2)} \cdot \begin{pmatrix} \ln(M_0) \\ \ln(M_1) \\ \ln(M_2) \\ \ln(M_3) \\ \ln(M_4) \\ \ln(M_5) \end{pmatrix} \rightarrow \text{BitsPorSímbolo} = \begin{pmatrix} 2 \\ 4 \\ 5 \\ 6 \\ 7 \\ 8 \end{pmatrix}$$

O *symbol rate* é fixo em cada canal. O seu valor já calculado em (b) é  $\text{symbol\_rate} = 7 \cdot \text{MHz}$ .

Portanto, as taxas de bit em Mbps geradas pelas modulações  $M = \begin{pmatrix} 4 \\ 16 \\ 32 \\ 64 \\ 128 \\ 256 \end{pmatrix}$  são  $\text{symbol\_rate} \cdot \text{BitsPorSímbolo} = \begin{pmatrix} 14 \\ 28 \\ 35 \\ 42 \\ 49 \\ 56 \end{pmatrix} \cdot \text{MHz}$  [Mbps].

# Orthogonal Frequency Division Multiplexing (OFDM)

Adaptando a modulação dos canais de índice **2** e **3**, conforme resultados obtidos em (d), de modo que as respectivas Capacidades de Canal não sejam excedidas (semelhantemente a um sistema real que utiliza o conceito de *adaptive modulation*):

Adaptando a modulação p/ **16-QAM** no canal de índice **2** ( $4 \cdot \text{symbol\_rate} = 28 \cdot \text{MHz}$ ) a capacidade de canal  $C_2 = 31.71 \cdot \text{MHz}$  não é excedida

Adaptando a modulação p/ **4-QAM** no canal de índice **3** ( $2 \cdot \text{symbol\_rate} = 14 \cdot \text{MHz}$ ) a capacidade de canal  $C_3 = 20.186 \cdot \text{MHz}$  não é excedida.

**(g)** A taxa em bps do *bit stream* na entrada do *mapper M-QAM* para a nova situação operacional definida em (f), situação em que o *M* do *mapper* é adaptativo, é obtida conforme abaixo:

$$\text{taxa\_bit\_stream} := \underset{\uparrow}{6\text{symbol\_rate}} + \underset{\uparrow}{6\text{symbol\_rate}} + \underset{\uparrow}{4\text{symbol\_rate}} + \underset{\uparrow}{2\text{symbol\_rate}}$$

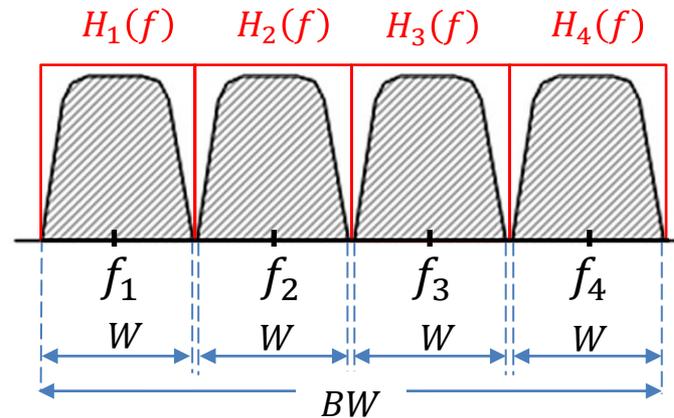
$$\text{taxa\_bit\_stream} = 126 \cdot \text{MHz}$$

**(h)**  $k := 8 \rightarrow$  fator de *up-sampling* dado no enunciado

Daí, a frequência de amostragem  $f_s$  do DAC é:  $f_s := k \cdot \text{symbol\_rate} \rightarrow f_s = 56 \cdot \text{MHz}$

## Orthogonal Frequency Division Multiplexing (OFDM)

Consideremos um sistema *multicarrier* (multiportadora) como o do Exemplo no slide 61, em que os símbolos IQs são uniformemente distribuídos entre  $N_p$  sub-canais de largura  $W$  e frequência central  $f_m$ , com  $m = 1, 2, \dots, N_p$ , sendo a contenção espectral de cada sub-canal efetuada por um *shaping filter* passa-baixa (bloco LPF na Figura 1 do slide 61). É desejável que o conjunto de sub-canais ocupe a menor banda espectral  $BW$  possível para efeito de maximizar a eficiência espectral do sistema. Para este fim, os sub-canais devem ser adjacentes no domínio frequência e devem ter a mínima separação espectral entre si, o que demanda que os *shaping filters* tenham função de transferência *passband* de corte abrupto, como, por exemplo, as funções de transferência  $H_1(f)$ ,  $H_2(f)$ ,  $H_3(f)$  e  $H_4(f)$  para um sistema com  $N_p = 4$  mostradas abaixo:



Ocorre que um filtro *passband* com  $H(f)$  de corte abrupto (a “caixa quadrada” em vermelho de largura  $W$  com centro em  $f_m$  na figura acima) demandam um número grande de coeficientes se implementados digitalmente, ocupando uma significativa área de silício nas implementações em FPGA, sem falar nos problemas do ruído de quantização numérica em filtros de muitos coeficientes (ver efeitos do *quantization noise* no âmbito de filtros digitais para áudio no artigo em

[https://www.ti.com/lit/an/slyt375/slyt375.pdf?ts=1592856538388&ref\\_url=https%253A%252F%252Fwww.google.com%252F](https://www.ti.com/lit/an/slyt375/slyt375.pdf?ts=1592856538388&ref_url=https%253A%252F%252Fwww.google.com%252F)). E se implementados analogicamente, filtros *passband* de corte abrupto apresentam considerável sensibilidade às condições ambientais, principalmente à temperatura, resultando que o espectro de um canal sempre acaba interferindo no espectro do canal adjacente .

Para resolver este problema na contenção espectral de sistemas *multicarrier*, surgiu a proposição do sistema *multicarrier* OFDM (*Orthogonal Frequency Division Multiplex*), cujo princípio é obter a separação espectral entre sub-canais através da ortogonalidade entre as portadoras, conforme veremos na discussão que segue.

## Orthogonal Frequency Division Multiplexing (OFDM)

Consideremos um sistema *multicarrier* com  $N$  portadoras, sendo  $f_m$  a frequência da  $m$ -ésima portadora,  $m = 1, 2, \dots, N$ . A  $m$ -ésima portadora é gerada pelo DDS e modulada pelos símbolos IQ no respectivo *up-converter* (ver Figura 1 no slide 61), e a saída do  $m$ -ésimo *up-converter* é o sinal modulado do  $m$ -ésimo sub-canal de largura  $W$  e frequência central  $f_m$ , dado por

$$u_m(t) = A_m \cos(2\pi f_m t + \theta_m), \quad m = 1, 2, \dots, N \quad (1)$$

Seja  $T$  o período do símbolo IQ no  $m$ -ésimo *up-converter* (ver Figura 1 no slide 61) que transporta a informação (informação = sequência de símbolos IQ) do  $m$ -ésimo sub-canal. Para que o sinal  $u_m(t)$  na saída do  $m$ -ésimo *up-converter* não interfira no sinal  $u_n(t)$  na saída do  $n$ -ésimo *up-converter*,  $n = 1, 2, \dots, N$ ,  $n \neq m$ , é necessário que  $u_m(t)$  e  $u_n(t)$  sejam ortogonais entre si, o que equivale à correlação entre  $u_m(t)$  e  $u_n(t)$  ser nula. Para tanto, é necessário que a condição abaixo seja atendida:

$$\int_0^T u_m(t) u_n(t) dt = \int_0^T A_m \cos(2\pi f_m t + \theta_m) A_n \cos(2\pi f_n t + \theta_n) dt = 0 \quad (2)$$

Para simplificar a análise, vamos considerar em (2) que  $f_m = f_1$  e que  $f_n = f_1 + k\Delta f$ , onde  $k = n - 1 = 1, 2, \dots, N - 1$ :

$$\int_0^T A_1 \cos(2\pi f_1 t + \theta_1) A_n \cos(2\pi(f_1 + k\Delta f)t + \theta_n) dt = 0 \quad (3)$$

A pergunta a ser respondida é: Para qual valor de  $\Delta f$  a equação (3) é satisfeita, assegurando que  $u_m(t)$  e  $u_n(t)$  são ortogonais entre si? Vamos experimentar em (3) o valor  $\Delta f = 1/T$ , conforme:

$$\int_0^T A_1 \cos(2\pi f_1 t + \theta_1) A_n \cos\left(2\pi\left(f_1 + \frac{k}{T}\right)t + \theta_n\right) dt = 0 \quad (4)$$

## Orthogonal Frequency Division Multiplexing (OFDM)

Resolvendo a integral em (4) obtemos:

$$\int_0^T A_1 \cos(2\pi f_1 t + \theta_1) A_n \cos\left(2\pi\left(f_1 + \frac{k}{T}\right)t + \theta_n\right) dt = \frac{A_1 A_n T [\sin(\theta_1 + \theta_n + 4\pi f_1 T) - \sin(\theta_1 + \theta_n)]}{8\pi f_1 T + 4\pi k} \quad (5)$$

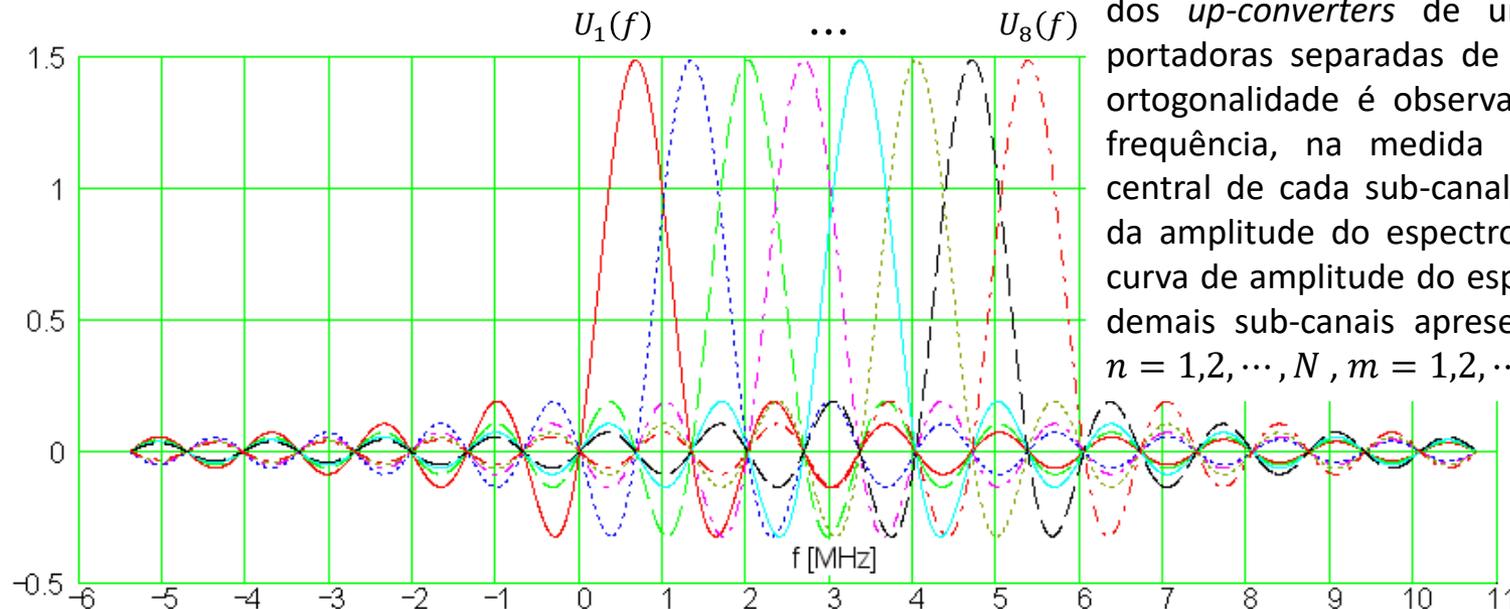
Para que (5) resulte zero, basta que seja obedecida a condição  $f_1 = 0.5 k/T$ ,  $k = 1, 2, \dots$ , condição em que  $\sin(\theta_1 + \theta_n + 4\pi f_1 T) - \sin(\theta_1 + \theta_n) = 0$  para qualquer valor de  $k$  inteiro.

Portanto, as condições necessárias para que  $u_m(t)$  e  $u_n(t)$  sejam ortogonais entre si são:

- (1) A separação  $\Delta f$  entre as frequências  $f_m$  e  $f_{m+1}$  de duas portadoras adjacentes deve ser  $f_{m+1} - f_m = \Delta f = 1/T$ .
- (2) A frequência da portadora  $f_1$  de frequência mais baixa deve ser um múltiplo inteiro de  $\Delta f = 0.5/T$ , isto é,  $f_1 = 0.5 k/T$ ,  $k = 1, 2, \dots$ .

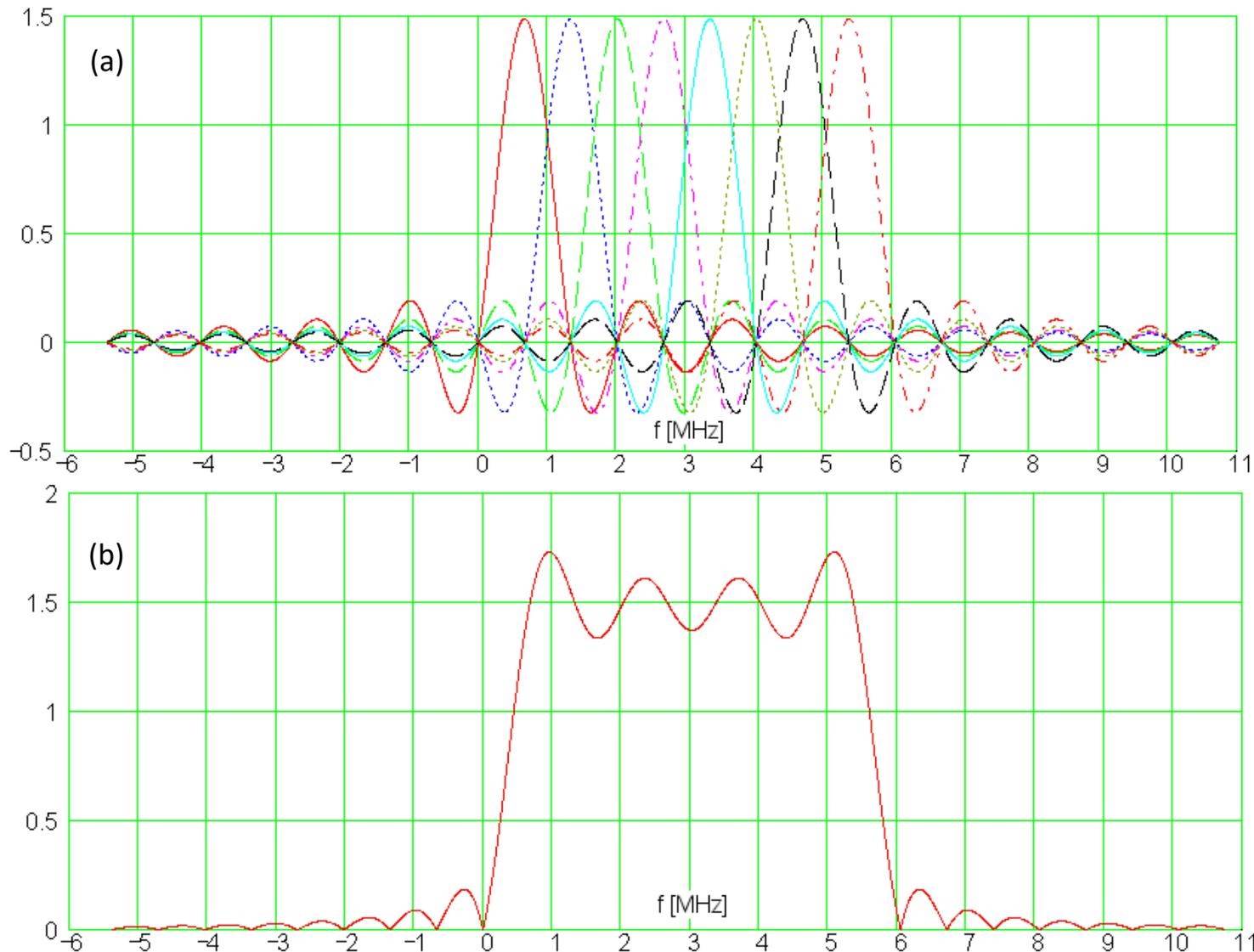
A condição (2) aparentemente poderia gerar alguma dificuldade para a definição da frequência central do canal formado pelo conjunto de  $N$  sub-canais, no entanto, conforme veremos no slide 77, na saída do modulador OFDM há um *up-converter* adicional que estabelece a frequência central do canal.

O gráfico mostra os respectivos espectros na saída dos *up-converters* de um sistema com  $N = 8$  portadoras separadas de  $\Delta f = 1/T$ . Note que a ortogonalidade é observada também no domínio frequência, na medida em que na frequência central de cada sub-canal, onde ocorre o máximo da amplitude do espectro  $U_m(f)$  do sub-canal, a curva de amplitude do espectro  $U_n(f)$  de todos os demais sub-canais apresentam valor nulo, sendo  $n = 1, 2, \dots, N$ ,  $m = 1, 2, \dots, N$  e  $n \neq m$ .



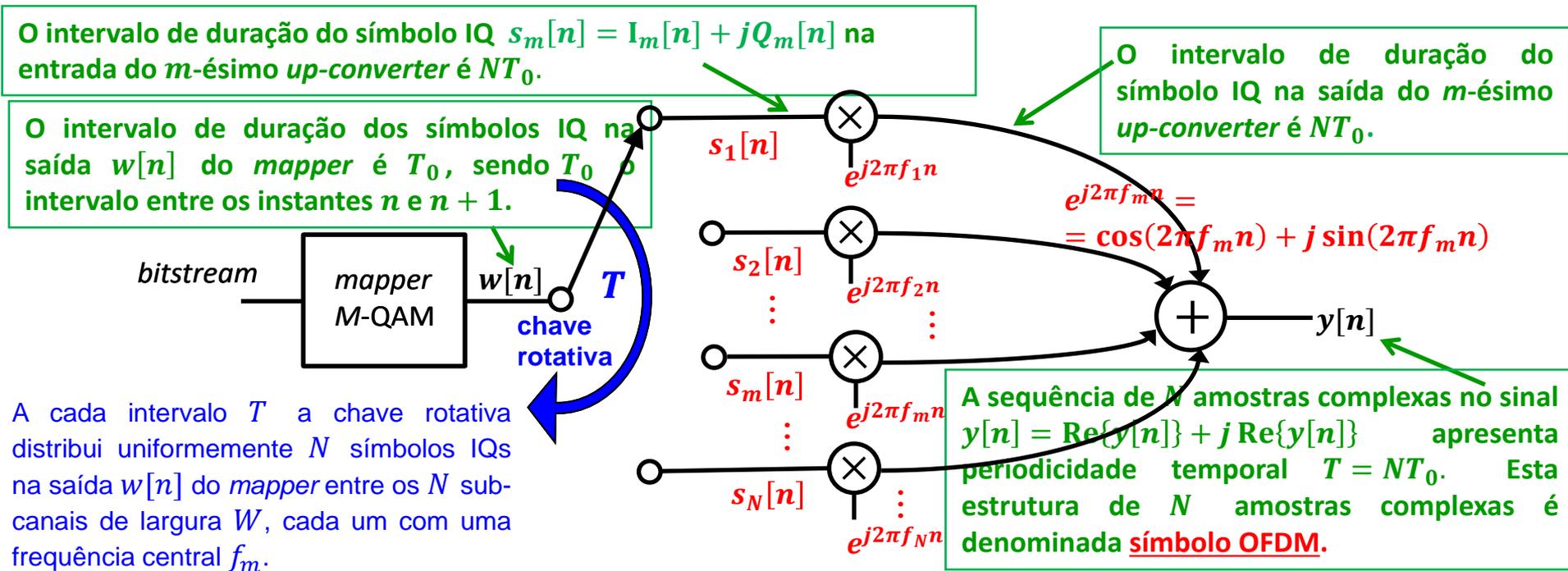
## Orthogonal Frequency Division Multiplexing (OFDM)

Como o hardware dos  $N = 8$  *up-converters* opera sincronizado entre si (operam sob mesmo *clock*), as curvas de amplitude dos espectros individuais de cada *up-converter* mostradas em (a) se superpõem no somador antes do DAC (ver Figura 1 no slide 61), de modo que o sinal na saída do modulador OFDM terá a magnitude do espectro mostrado em (b) :



## Orthogonal Frequency Division Multiplexing (OFDM)

Como o modulador OFDM é um algoritmo usualmente descrito em linguagem VHDL ou em linguagem C, implementado através de técnicas de DSP em uma FPGA ou em um GPP, podemos simplificar o processo de modulação em cada um dos  $N$  sub-canais tornando os ramos I e Q de cada respectivo  $m$ -ésimo *up-converter* como sendo uma única variável complexa  $I + jQ$ . Como simplificação adicional, vamos substituir a LUT (*look up table*) do DDS que gera as duas  $m$ -ésimas portadoras defasadas de  $90^\circ$  para os ramos I e Q por uma LUT que gera os valores da função complexa  $e^{j2\pi f_m n} = \cos(2\pi f_m n) + j \sin(2\pi f_m n)$ , com  $m = 1, 2, \dots, N$ , e cujo domínio é o tempo discreto  $n$ , conforme mostra a figura abaixo.



A cada intervalo  $T$  a chave rotativa distribui uniformemente  $N$  símbolos IQs na saída  $w[n]$  do *mapper* entre os  $N$  sub-canais de largura  $W$ , cada um com uma frequência central  $f_m$ .

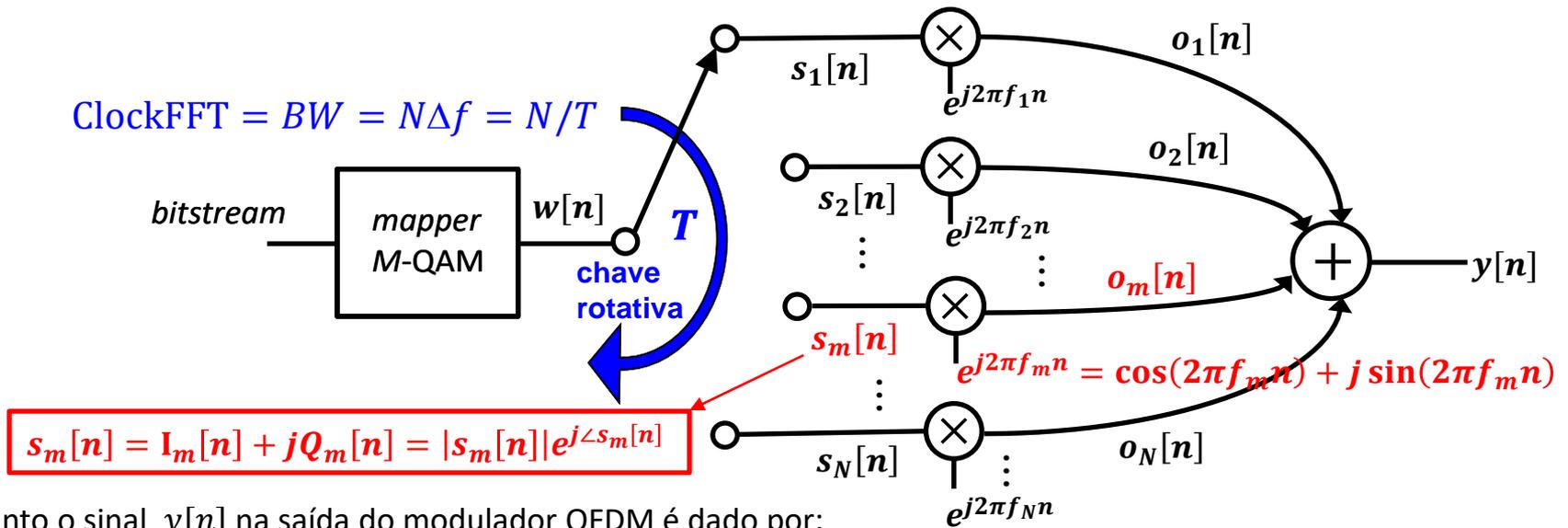
Portanto a chave entrega símbolos IQs com uma velocidade  $N/T$  [símbolos/s] e com periodicidade  $T$ [s]. Dado que o espaçamento entre portadoras é  $\Delta f = 1/T$ , então a banda  $BW$  ocupada pelo espectro dos  $N$  sub-canais presentes no sinal  $y[n]$  na saída do modulador é  $BW = N \cdot W = N \cdot \Delta f = N/T$ . O parâmetro que quantifica a ação da chave “entregar símbolos IQs com uma velocidade  $N/T$ ” tem a mesma unidade [símbolos/s] do parâmetro SymbolRate de sistemas *single carrier*, que estudamos em capítulos anteriores. No âmbito de sistemas OFDM, este parâmetro equivalente ao parâmetro SymbolRate recebe o nome de “clock da FFT”, porque conforme veremos no slide 76, o conjunto de  $N$  *down-converters* no RX é implementado através de uma FFT (*Fast Fourier Transform*) de  $N$  pontos:

$$\text{ClockFFT} = BW = N \cdot \Delta f = N/T \quad (6)$$

## Orthogonal Frequency Division Multiplexing (OFDM)

Note na figura abaixo que a saída  $o_m[n]$  do  $m$ -ésimo *up-converter*,  $m = 1, 2, \dots, N$ , é dada por:

$$\begin{aligned} o_m[n] &= s_m[n]e^{j2\pi f_m n} = |s_m[n]|e^{j\angle s_m[n]}e^{j2\pi f_m n} = |s_m[n]|e^{j(2\pi f_m n + \angle s_m[n])} = \\ &= |s_m[n]| \cos(2\pi f_m n + \angle s_m[n]) + j|s_m[n]| \sin(2\pi f_m n + \angle s_m[n]) \end{aligned} \quad (7)$$



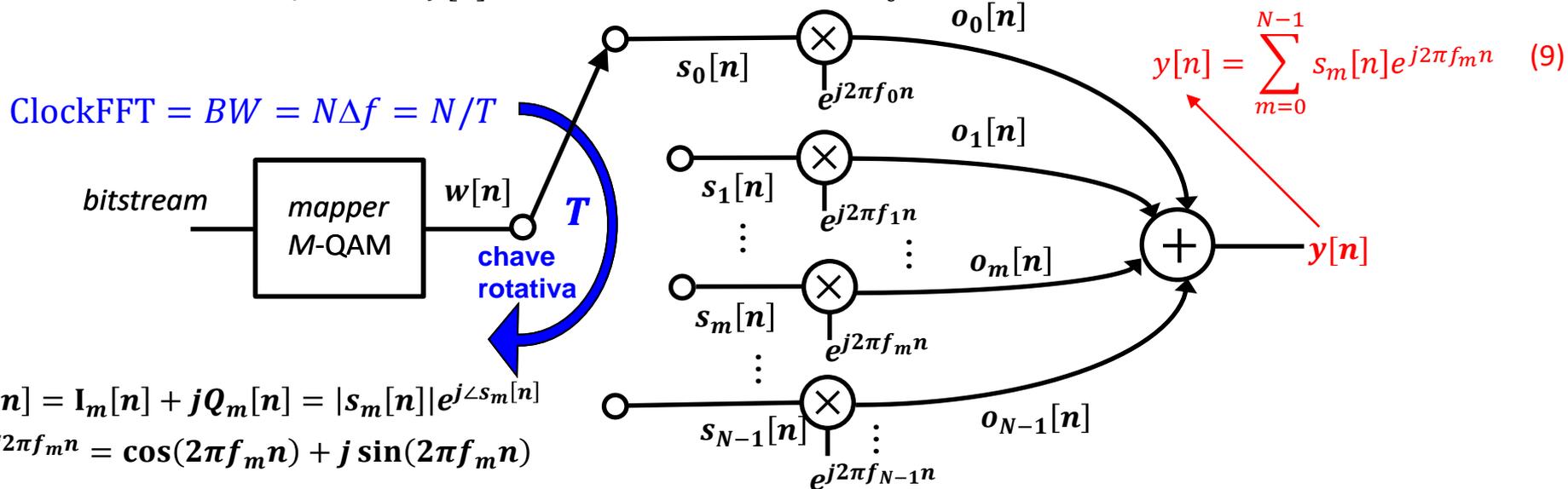
Portanto o sinal  $y[n]$  na saída do modulador OFDM é dado por:

$$\begin{aligned} y[n] &= \sum_{m=1}^N o_m[n] = \sum_{m=1}^N s_m[n]e^{j2\pi f_m n} = \sum_{m=1}^N |s_m[n]|e^{j(2\pi f_m n + \angle s_m[n])} = \\ &= \sum_{m=1}^N |s_m[n]| \cos(2\pi f_m n + \angle s_m[n]) + j \sum_{m=1}^N |s_m[n]| \sin(2\pi f_m n + \angle s_m[n]) \end{aligned} \quad (8)$$

onde  $n$  é o domínio tempo discreto das sequências  $s_m[n]$ ,  $o_m[n]$  e  $y[n]$ . Conforme vimos no slide anterior, o intervalo de duração dos símbolos IQ na saída  $w[n]$  do *mapper* é  $T_0$  e na entrada  $s_m[n]$  e na saída  $o_m[n]$  do  $m$ -ésimo *up-converter* a duração dos símbolos IQ é  $NT_0$ . **Como o intervalo de tempo entre as amostras  $n$  e  $n + 1$  é  $T_0$ , isto implica que o valor de  $s_m[n]$  é mantido constante por  $N$  amostras na entrada do  $m$ -ésimo *up-converter* a partir do início da rotação da chave. Note que, uma vez transcorrido um intervalo de  $N$  amostras no tempo discreto  $n$  a partir do início da rotação da chave, o resultado na saída  $y[n]$  é uma sequência de  $N$  amostras complexas que constitui o símbolo OFDM, de duração  $T = NT_0$ .**

## Orthogonal Frequency Division Multiplexing (OFDM)

Portanto, a geração do sinal OFDM na saída  $y[n]$  se dá resumidamente conforme segue: A chave rotativa paraleliza a sequência de símbolos IQ de duração  $T_0$  na saída  $w[n]$  do *mapper* distribuindo  $N$  símbolos desta sequência nas entradas dos respectivos  $N$  *upconverters* conforme figura abaixo, e a seguir a chave volta para a posição inicial. O valor  $s_m[n]$  do símbolo IQ armazenado na entrada do  $m$ -ésimo *up-converter* é mantido constante durante  $N$  amostras no tempo discreto  $n$ , i.e, durante o intervalo de tempo  $T = NT_0$ . Uma vez definido e armazenado o valor  $s_m[n]$  na entrada de todos os  $m$ -ésimos *up-converters*, sendo  $m = 0, 1, \dots, N - 1$ , a equação (9) é executada para  $n = 0, 1, \dots, N - 1$  gerando em  $y[n]$  uma sequência de  $N$  amostras complexas, que constituem um símbolo OFDM. O processo se repete gerando um novo símbolo OFDM de  $N$  amostras complexas em  $y[n]$  a cada cada intervalo  $T = NT_0$ .



Dado que o valor  $s_m[n]$  do símbolo IQ armazenado na entrada do  $m$ -ésimo *up-converter* de frequência  $f_m$  é mantido constante durante o intervalo de  $N$  amostras no tempo discreto  $n$ , então durante este intervalo fica definida a sequência  $S[m] = s_m$  no domínio frequência discreta  $m$ . Neste contexto, a equação (9) é interpretada como a IDFT (*Inverse Discrete Fourier Transform*) da sequência  $S[m]$  de  $N$  amostras no domínio frequência discreto  $m$ , sendo  $m = 0, 1, \dots, N - 1$ , cujo resultado é a sequência  $y[n]$  no domínio tempo discreto  $n$ , sendo  $n = 0, 1, \dots, N - 1$ :

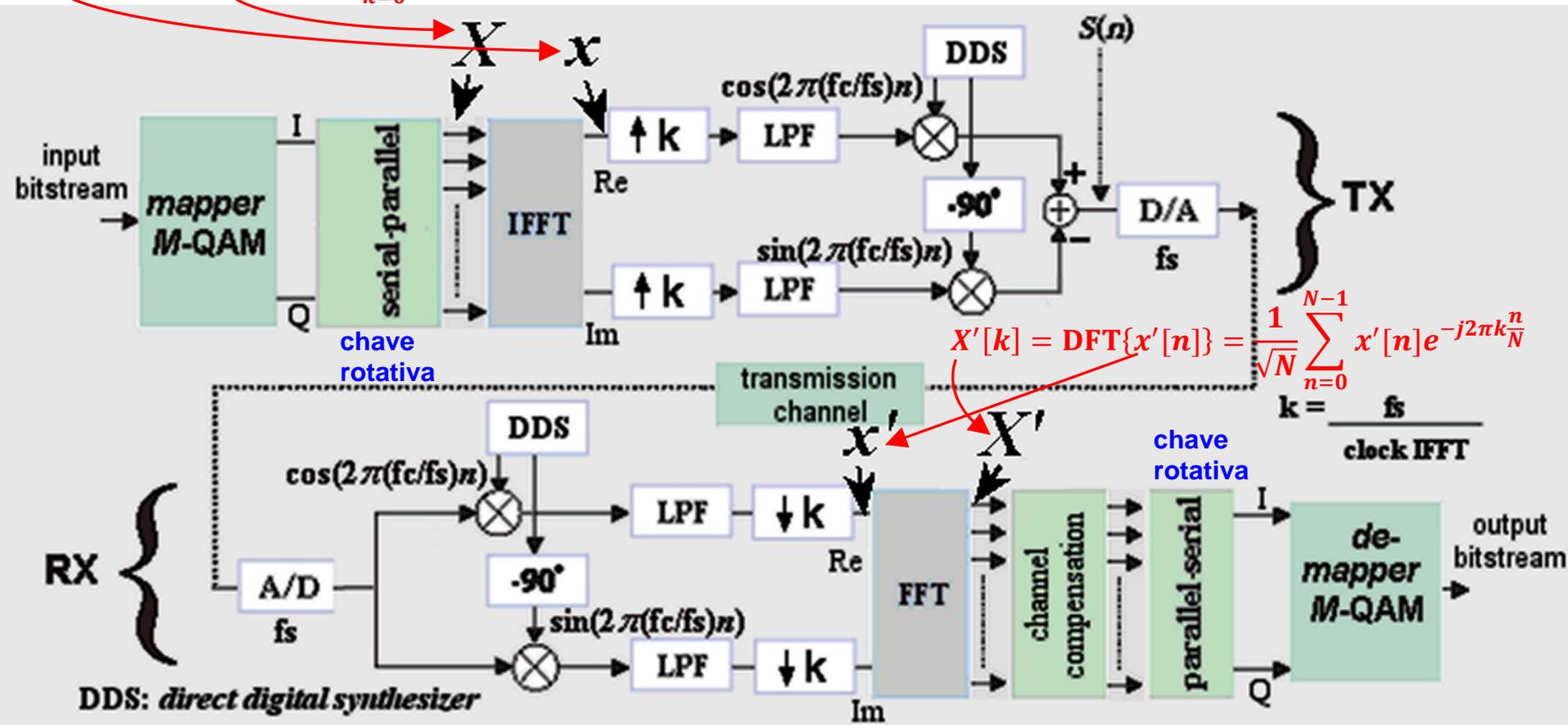
$$y[n] = \text{IDFT}\{S[m]\} = \frac{1}{\sqrt{N}} \sum_{m=0}^{N-1} S[m] e^{j2\pi n \frac{m}{N}} \quad (10)$$

## Orthogonal Frequency Division Multiplexing (OFDM)

Os conceitos discutidos nos slides anteriores encontram-se resumidos na figura abaixo, em que é mostrado o diagrama de blocos simplificado de um sistema TX-RX multicarrier OFDM com  $N$  portadoras moduladas por símbolos IQ  $M$ -QAM. O TX implementa a IDFT referida na equação (10) através de uma IFFT (*Inverse Fast Fourier Transform*) de  $N$  pontos. A cada símbolo OFDM  $x'[n]$  recebido o RX recupera os  $N$  símbolos IQ  $X[k]$  transmitidos pelo TX na saída  $X'[k]$  do bloco FFT (*Fast Fourier Transform*) (ver [https://en.wikipedia.org/wiki/Fast\\_Fourier\\_transform](https://en.wikipedia.org/wiki/Fast_Fourier_transform)), que implementa a operação  $X'[k] = \text{DFT}\{x'[n]\}$ , também de  $N$  pontos. Se o bloco "transmission channel" não adicionar ruído ao sinal transmitido e, além, disto, a ISI (*Inter Symbol Interference*) for nula por não haver multipercursos no canal, então  $X'[k]$  recebido no RX é igual a  $X[k]$  transmitido pelo TX.

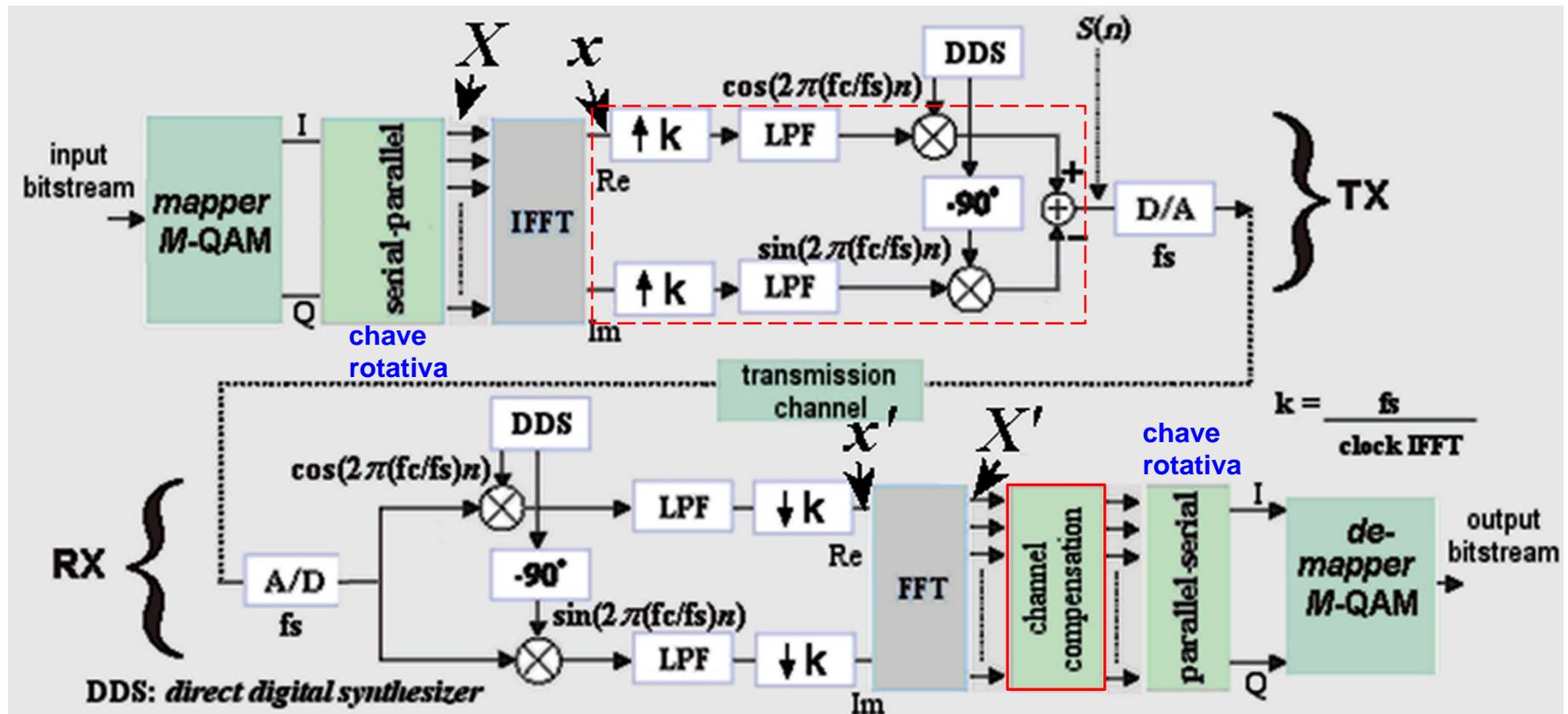
$$x[n] = \text{IDFT}\{X[k]\} = \frac{1}{\sqrt{N}} \sum_{k=0}^{N-1} X[k] e^{j2\pi n \frac{k}{N}}$$

$X'[k] = \text{DFT}\{x'[n]\} = \frac{1}{\sqrt{N}} \sum_{n=0}^{N-1} x'[n] e^{-j2\pi k \frac{n}{N}}$



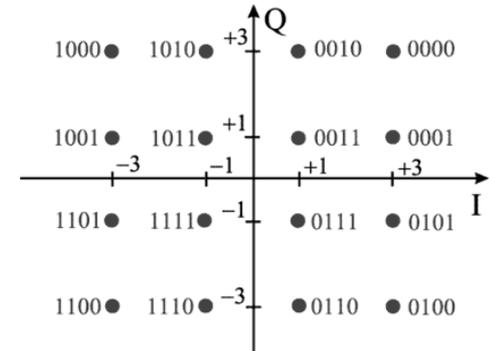
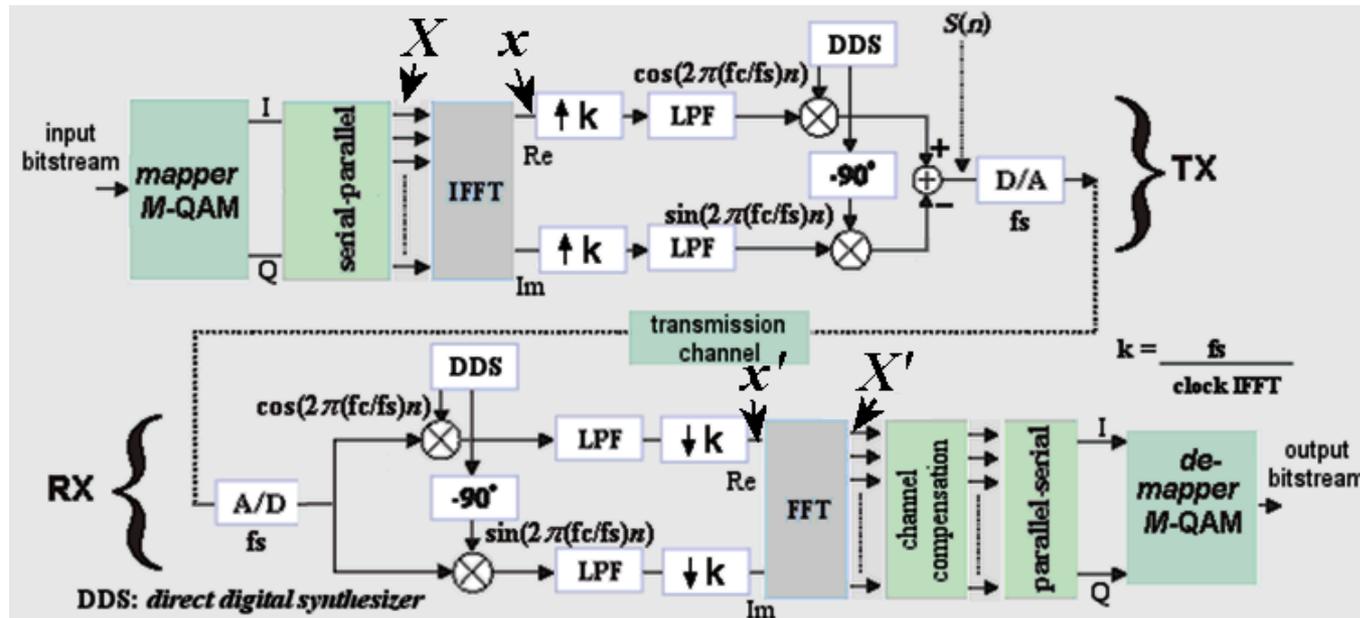
## Orthogonal Frequency Division Multiplexing (OFDM)

Note que a sequência complexa  $x[n] = \text{Re}\{x[n]\} + j \text{Im}\{x[n]\}$  na saída da IFFT tem o seu espectro transladado para a frequência central do canal através de um *up-sampler*  $\uparrow k$  seguido de um filtro LPF e de um *up-converter* cuja frequência do DDS é  $f_c$ . O filtro LPF faz a contenção espectral dos pulsos em  $\text{Re}\{x[n]\}$  e  $\text{Im}\{x[n]\}$ , e pode ser um filtro *root-raised-cosine* referido ao intervalo de símbolo IQ  $T_0 = 1/\text{ClockFFT}$ . Adicionalmente, o próprio processo de soma realizado pela IDFT é uma média que estabelece uma janela de filtragem no domínio frequência e que auxilia na contenção espectral. A sequência  $\text{Re}\{x[n]\}$  é atribuída ao ramo I do *up-converter* e a sequência  $\text{Im}\{x[n]\}$  é atribuída ao ramo Q do *up-converter*. O bloco “channel compensation” na saída da FFT consiste de um conjunto de  $N$  coeficientes complexos, um para cada sub-canal, cada coeficiente fazendo a compensação do valor da função da transferência do canal na frequência  $f_k$  do  $k$ -ésimo sub-canal,  $k = 0, 1, \dots, N - 1$ , conforme veremos nos slides 82 a 93. Cada um destes coeficientes complexos pode ser considerado um equalizador de um único coeficiente ( $L = 1$ ), visto que a duração do símbolo OFDM é usualmente muito maior que o *delay spread* do canal, conforme visto no slide 60.



# Orthogonal Frequency Division Multiplexing (OFDM)

**Exemplo 4:** O diagrama na Figura 1 abaixo mostra a etapa de modulação de um sistema de comunicação digital OFDM 16-QAM:



mapper & de-mapper 16-QAM

**Figura 1:** Etapa de modulação de um sistema de comunicação digital OFDM 16-QAM. Note que a entrada da IFFT são valores  $X=I+jQ$  da constelação de referência do *mapper*. Da mesma forma, a saída da FFT corresponde a valores  $X'=I'+jQ'$  da constelação de referência do *de-mapper*, se não houver degradação de sinal no canal de transmissão por ação do multipercurso e do ruído. Note ainda que a saída da IFFT no TX e entrada da FFT no RX são valores complexos  $x=Re+jIm$  mas que **não são os valores da constelação de referência 16-QAM.**

## Orthogonal Frequency Division Multiplexing (OFDM)

O bloco IFFT no TX executa a operação  $x[n] = \frac{1}{\sqrt{N}} \sum_{k=0}^{N-1} X[k] e^{j2\pi n \frac{k}{N}}$ , onde  $X$  pode assumir qualquer um dos valores I+jQ da constelação do *mapper*, de acordo com a palavra binária de 4 bits a ser transmitida.

O bloco FFT no RX executa a operação inversa da executada no TX, isto é,  $X'[k] = \frac{1}{\sqrt{N}} \sum_{n=0}^{N-1} x'[n] e^{-j2\pi k \frac{n}{N}}$ , e, se não ocorre qualquer degradação de sinal no bloco *transmission channel*, recupera em  $X'$  os valores I+jQ originalmente transmitidos em  $X$ .

a) Sabendo que o sistema utiliza  $N=8$  portadoras e que em um determinado instante o *buffer* de entrada da IFFT do TX armazena os valores dados pelo vetor  $\underline{X} = [X1 \ X2 \ X3 \ X4 \ X5 \ X6 \ X7 \ X8]^T$ , resultantes do *input bitstream*  $B=\{0010\ 011100110011001111101010\}$ , determine os valores resultantes no *buffer* de saída da IFFT dado pelo vetor  $\underline{x} = [x1 \ x2 \ x3 \ x4 \ x5 \ x6 \ x7 \ x8]^T$ .

b) A partir do resultado anterior prove numericamente que o bloco FFT no RX recupera em  $X'$  os valores I+jQ originalmente transmitidos em  $X$ . Assuma que não ocorre ruído nem multipercurso no canal de transmissão.

# Orthogonal Frequency Division Multiplexing (OFDM)

Solução:

a)

$$X = \begin{pmatrix} 1 + 3i \\ 1 - i \\ 1 + i \\ 1 + i \\ 1 + i \\ 1 - i \\ -1 - 3i \\ -1 + 3i \end{pmatrix} \rightarrow \text{Símbolos } X = I + jQ \text{ armazenados no } \textit{buffer} \text{ de entrada da IFFT (no TX da Figura 1), símbolos que são gerados no mapper pelo input bitstream dado no enunciado.}$$

$N := \text{length}(X) \quad N = 8 \quad \rightarrow \text{Número de portadoras}$

A operação de IFFT no TX é:  $n := 0..N - 1$

$$x_n := \frac{1}{\sqrt{N}} \cdot \sum_{k=0}^{N-1} \left( X_k \cdot e^{j \cdot 2 \cdot \pi \cdot n \cdot \frac{k}{N}} \right)$$

Resultando na seguinte seqüência de números complexos na saída da IFFT no TX:

$$x = \begin{pmatrix} 1.414 + 1.414i \\ -1.414 + 2.414i \\ 2.828 + 2.828i \\ 2.414 \\ -1.295 \times 10^{-15} \\ -1.414 + 0.414i \\ -1.414 + 1.414i \\ 0.414 \end{pmatrix}$$

# Orthogonal Frequency Division Multiplexing (OFDM)

**b)** A operação de FFT no RX é:  $k := 0..N - 1$

$x_{linha} := x \rightarrow$  Não há ruído nem multipercurso no canal

$$X_{linha}_k := \frac{1}{\sqrt{N}} \cdot \sum_{n=0}^{N-1} \left( x_{linha}_n \cdot e^{-j \cdot 2 \cdot \pi \cdot k \cdot \frac{n}{N}} \right)$$

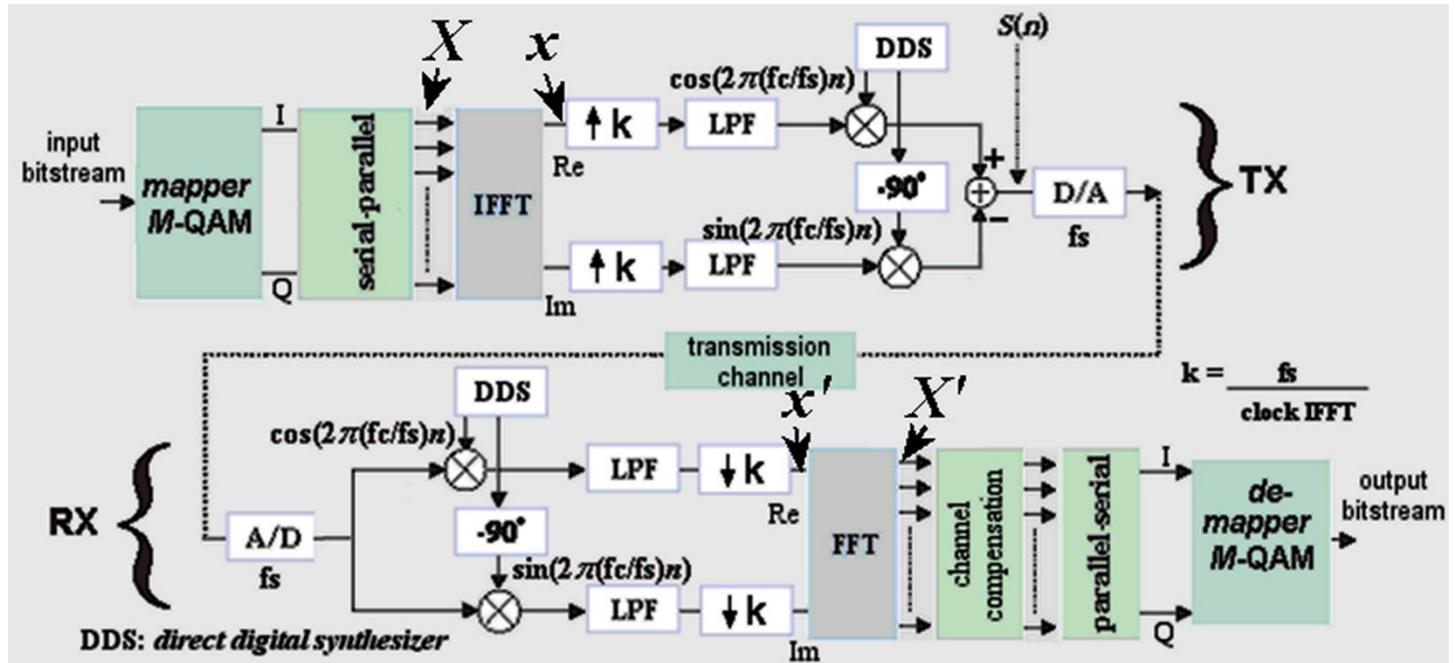
$$X_{linha} = \begin{pmatrix} 1 + 3i \\ 1 - i \\ 1 + i \\ 1 + i \\ 1 + i \\ 1 - i \\ -1 - 3i \\ -1 + 3i \end{pmatrix}$$

$$\text{mean}(X - X_{linha}) = 0$$

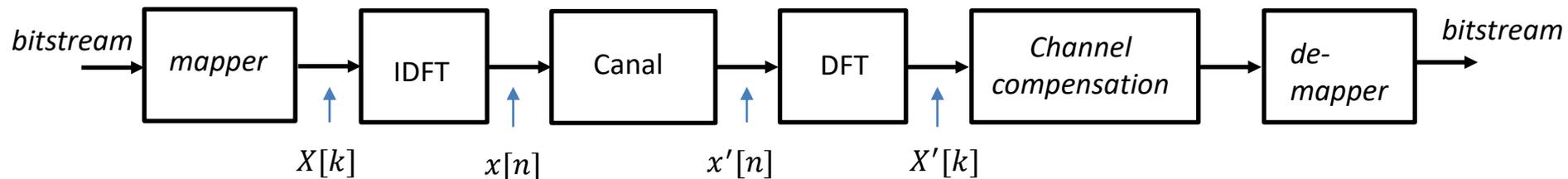
$\sim 0 \rightarrow$  OK! Símbolos IQ recuperados corretamente na FFT do RX.

## Compensação de canal (*channel compensation*):

Consideremos o diagrama de blocos de um sistema TX-RX *multicarrier* OFDM com  $N$  portadoras moduladas por símbolos IQ  $M$ -QAM mostrado abaixo:



Para efeito de facilitar a análise que segue, vamos simplificar o diagrama de blocos acima para a seguinte forma equivalente em banda-base:

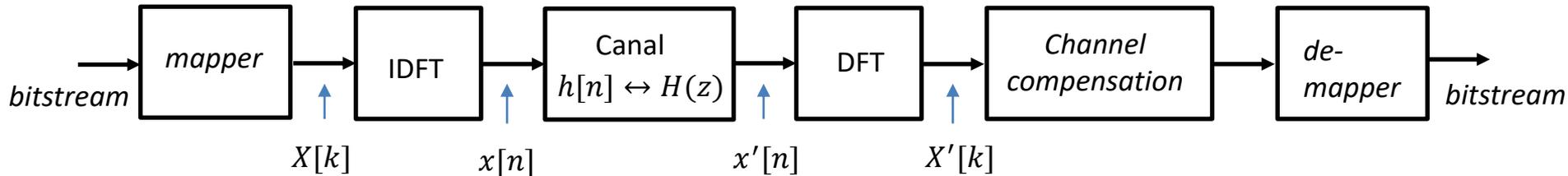


## Compensação de canal (*channel compensation*):

O canal apresenta uma resposta ao impulso  $h[n]$  (medida através do *delay profile* do canal – ver Cap IX.1 das notas de aula) e uma função de transferência  $H(z)$  no domínio frequência  $z$  dada por

$$H(z) = Z\{h[n]\} \quad (11)$$

onde  $Z\{\cdot\}$  é o operador Transformada  $Z$  (ver [http://www.fccdecastro.com.br/pdf/SS\\_aula23a26\\_25062020.pdf](http://www.fccdecastro.com.br/pdf/SS_aula23a26_25062020.pdf)).



A saída do canal é dada pela convolução da sequência de amostras complexas  $x[n] = \text{Re}\{x[n]\} + j \text{Im}\{x[n]\}$  na saída da IDFT com a resposta ao impulso  $h[n]$  do canal:

$$x'[n] = x[n] * h[n] \quad (12)$$

Portanto a saída da DFT no RX é dada por:

$$X'[k] = \text{DFT}\{x'[n]\} = \text{DFT}\{x[n] * h[n]\} = \text{DFT}\{x[n]\} \text{DFT}\{h[n]\} = \text{DFT}\{\text{IDFT}\{X[k]\}\} \text{DFT}\{h[n]\} = X[k]H[k] \quad (13)$$

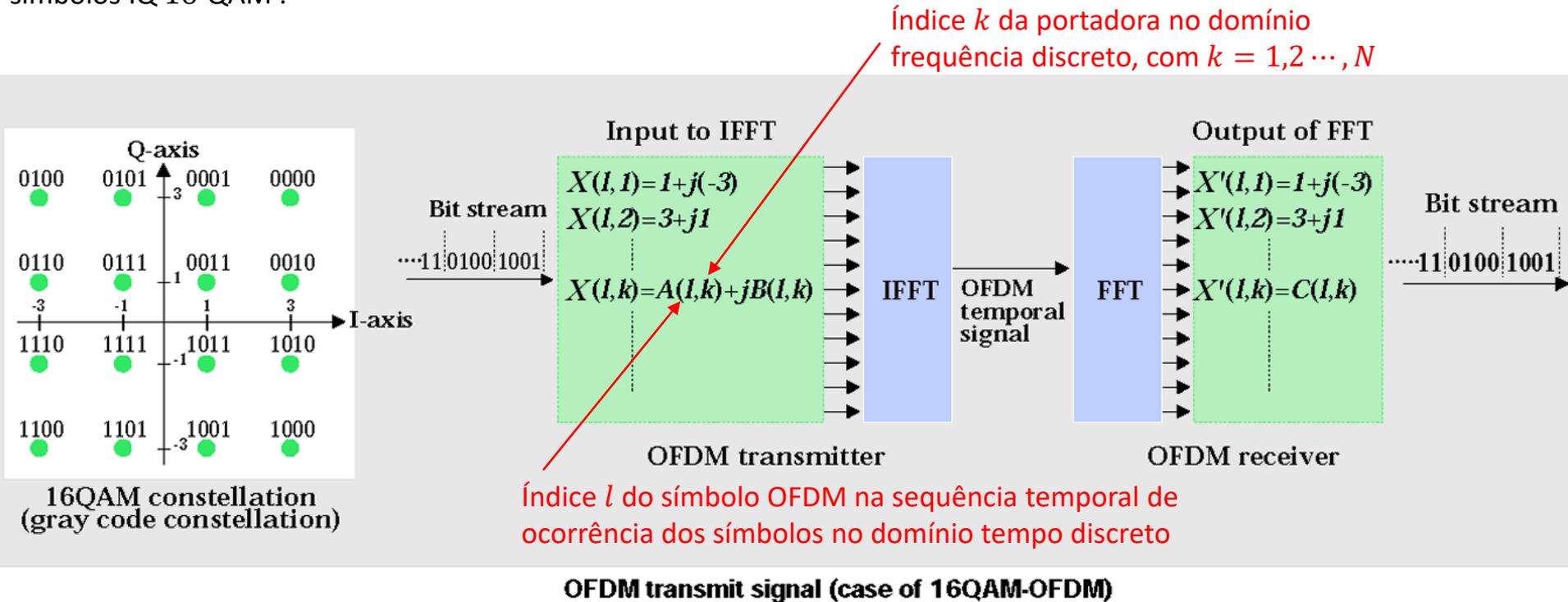
Note em (13) que  $H[k] = \text{DFT}\{h[n]\}$  é a Transformada  $Z$   $H(z) = Z\{h[n]\}$  em (11) calculada p/  $z = 1e^{j\theta}$  sobre o círculo de raio unitário em pontos de amostragem que são separados por um intervalo de  $2\pi/N$ , onde  $N$  é o número de pontos da DFT (= número de portadoras do sistema OFDM) – ver [http://www.fccdecastro.com.br/pdf/SS\\_aula27a29\\_06072020.pdf](http://www.fccdecastro.com.br/pdf/SS_aula27a29_06072020.pdf).

Note também de (13) que, se não há multipercurso no canal então não há ecos, e conseqüentemente a resposta ao impulso do canal é um único impulso  $\delta[n]$ . Nesta situação (13) é reescrita como:

$$X'[k] = \text{DFT}\{x'[n]\} = \text{DFT}\{x[n] * \delta[n]\} = \text{DFT}\{x[n]\} \text{DFT}\{\delta[n]\} = \text{DFT}\{\text{IDFT}\{X[k]\}\} 1 = X[k] \quad (14)$$

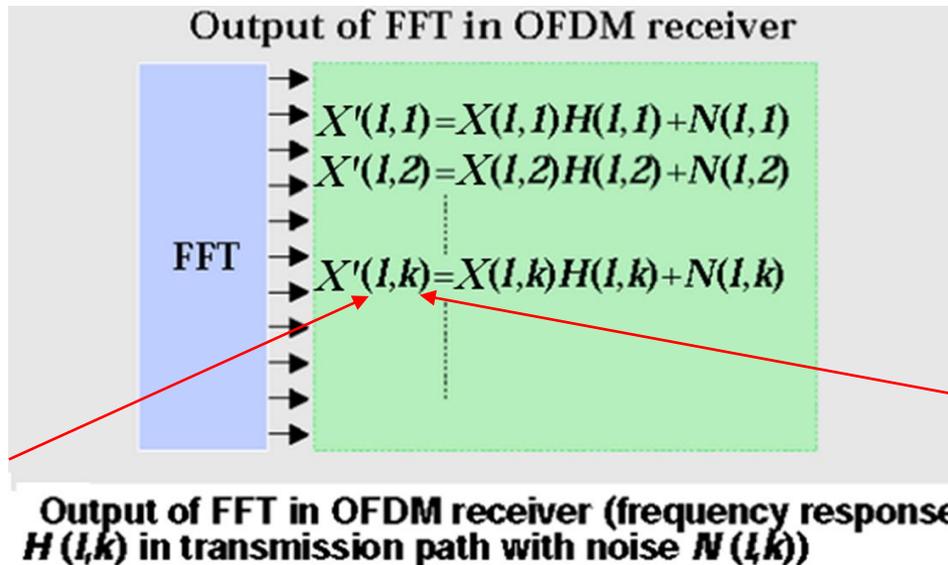
## Compensação de canal (*channel compensation*):

Portanto, da equação (14), não havendo multipercursos no canal, para cada  $l$ -ésimo símbolo OFDM transmitido,  $X'[k]$  na saída da DFT no RX recupera sem distorção os  $N$  símbolos IQ originais na entrada  $X[k]$  da IDFT no TX, conforme vimos no Exemplo 4 no slide 78 e conforme mostra a figura abaixo p/ um TX-RX *multicarrier* OFDM com  $N$  portadoras moduladas por símbolos IQ 16-QAM :



## Compensação de canal (*channel compensation*):

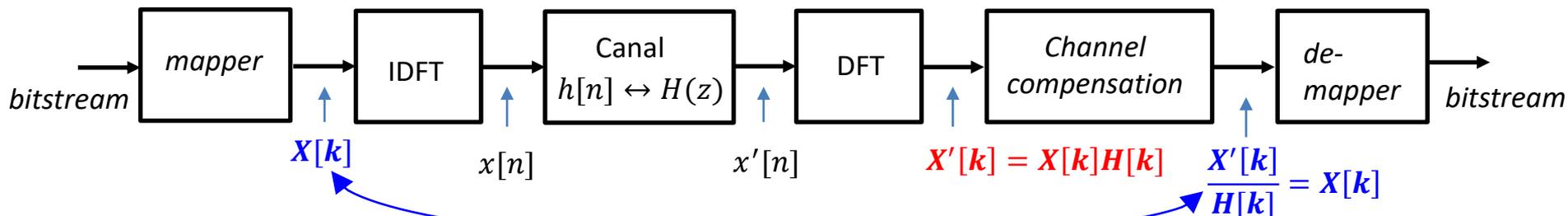
Em havendo multipercurso e ruído no canal, a saída da DFT é conforme mostra a figura abaixo:



Índice  $l$  do símbolo OFDM na sequência temporal de ocorrência dos símbolos no domínio tempo discreto

Índice  $k$  da portadora no domínio frequência discreto, com  $k = 1, 2, \dots, N$

Assumindo que a relação sinal ruído (SNR – *signal to noise ratio*) seja suficientemente alta para que o ruído  $N[l, k]$  na figura acima seja desprezível em relação ao sinal  $X[l, k]H[l, k]$  recebido no  $k$ -ésimo sub-canal, o bloco *Channel compensation* estima a função de transferência  $H[k]$  em cada frequência  $k$  de cada  $k$ -ésimo respectivo sub-canal e divide os  $N$  valores de  $X'[k]$  na saída da DFT pelos valores de  $H[k]$  estimados, recuperando assim a cada  $l$ -ésimo símbolo OFDM os símbolos IQ originalmente transmitidos em  $X[k]$  conforme mostra a figura abaixo:

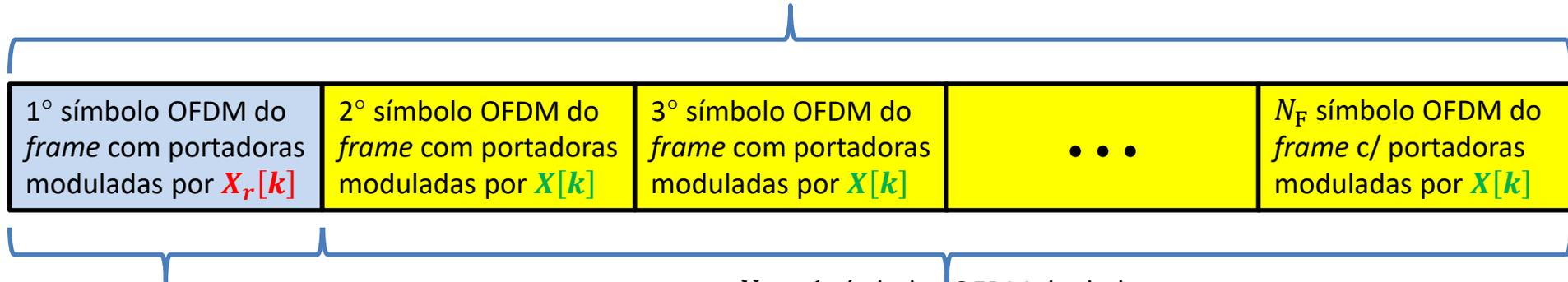


Fica evidente, portanto, a importância do processo de estimação do canal, de modo que a pergunta a ser respondida é: Como estimar a função de transferência  $H[k]$  em cada frequência  $k$  de cada  $k$ -ésimo respectivo sub-canal?

## Compensação de canal (*channel compensation*):

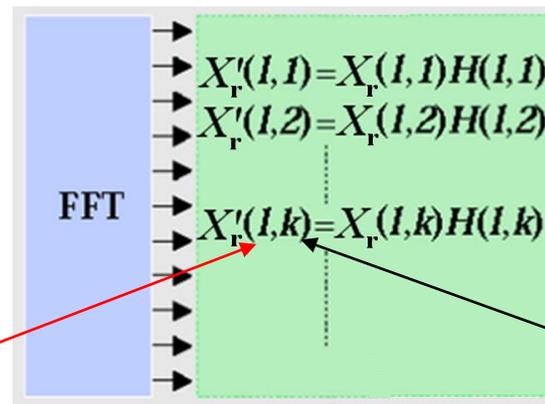
Existem vários métodos para se estimar a função de transferência  $H[k]$  em cada frequência  $k$  de cada  $k$ -ésimo respectivo sub-canal. Um possível método é o denominado **símbolo OFDM de referência**, que consiste em organizar a sequência de símbolos OFDM em uma estrutura de  $N_F$  símbolos OFDM denominada *frame*. O TX transmite o primeiro símbolo OFDM do *frame* com suas  $N$  portadoras moduladas por símbolos IQ de referência  $X_r[k]$ , sendo que uma cópia de  $X_r[k]$  encontra-se previamente gravada em uma LUT (*Look Up Table*) no hardware do RX, semelhantemente a sequência  $d[n]$  usada para treino do equalizador LMS, conforme vimos no slide 49 do Cap IX.2 das notas de aula. Os demais  $N_F - 1$  símbolos OFDM do *frame* tem suas portadoras moduladas por símbolos IQ  $X[k]$  de dados, cujos valores são determinados pela palavra binária na entrada do *mapper*, conforme mostrado abaixo:

$N_F$  símbolos OFDM por *frame*



símbolo OFDM com símbolos de referência  $X_r[k]$  p/ o estimador de canal no RX

$N_F - 1$  símbolos OFDM de dados



Índice  $l = 1$  do 1º símbolo OFDM no *frame* com portadoras moduladas por  $X_r[k]$

Índice  $k$  da portadora no domínio frequência discreto, com  $k = 1, 2, \dots, N$

## Compensação de canal (*channel compensation*):

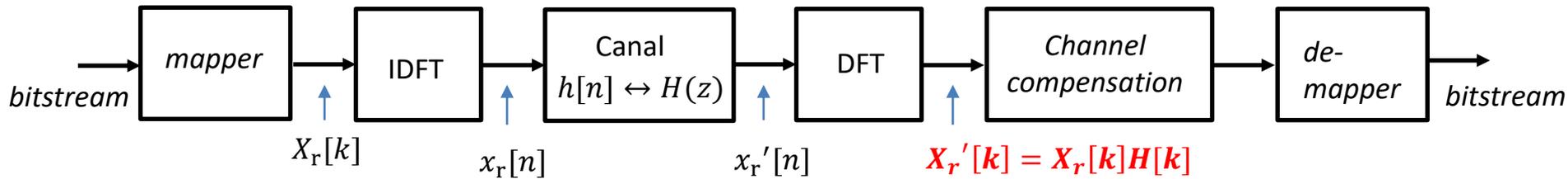
Ao receber o 1º símbolo OFDM do *frame* com portadoras moduladas por  $X_r[k]$ , o RX consulta a cópia dos símbolos IQ  $X_r[k]$  transmitidos que está gravada na LUT (*Look Up Table*) em seu hardware e determina  $H[k]$  através de

$$H[k] = \frac{X_r'[k]}{X_r[k]} \quad (15)$$

recebidos no RX na saída da DFT(FFT)  
(ver figuras abaixo)

gravados na LUT no hardware do RX

O processo de estimação de  $H[k]$  ao RX receber o 1º símbolo OFDM do *frame* é resumido abaixo:

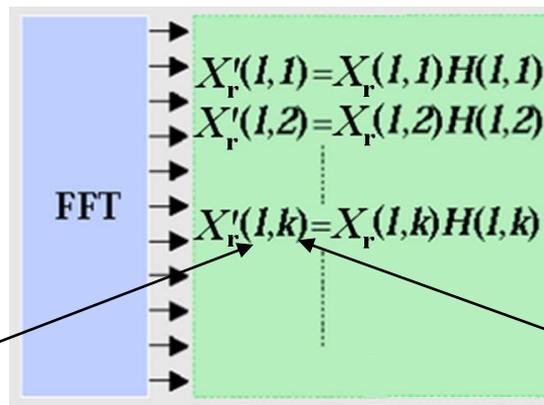


$$H[k] = \frac{X_r'[k]}{X_r[k]}$$

recebidos no RX na saída da DFT(FFT)

gravados na LUT no hardware do RX

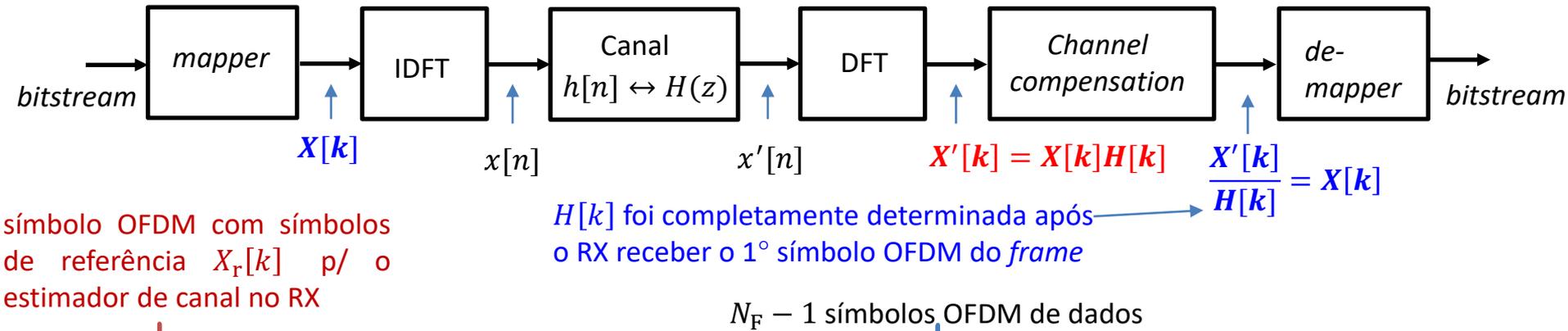
Índice  $l = 1$  do 1º símbolo OFDM no *frame* com portadoras moduladas por  $X_r[k]$



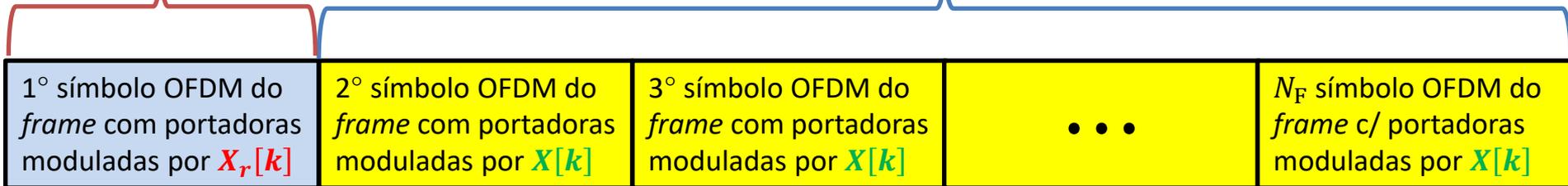
Índice  $k$  da portadora no domínio frequência discreto, com  $k = 1, 2 \dots, N$

## Compensação de canal (*channel compensation*):

Uma vez determinada  $H[k]$  conforme slide anterior, após o RX receber o 1º símbolo OFDM do *frame* com portadoras moduladas por  $X_r[k]$ , o RX usa  $H[k]$  assim determinada para compensar o canal e recuperar  $X[k]$  originalmente transmitido em todos os subsequentes  $N_F - 1$  símbolos de dados do *frame*, conforme mostrado abaixo:



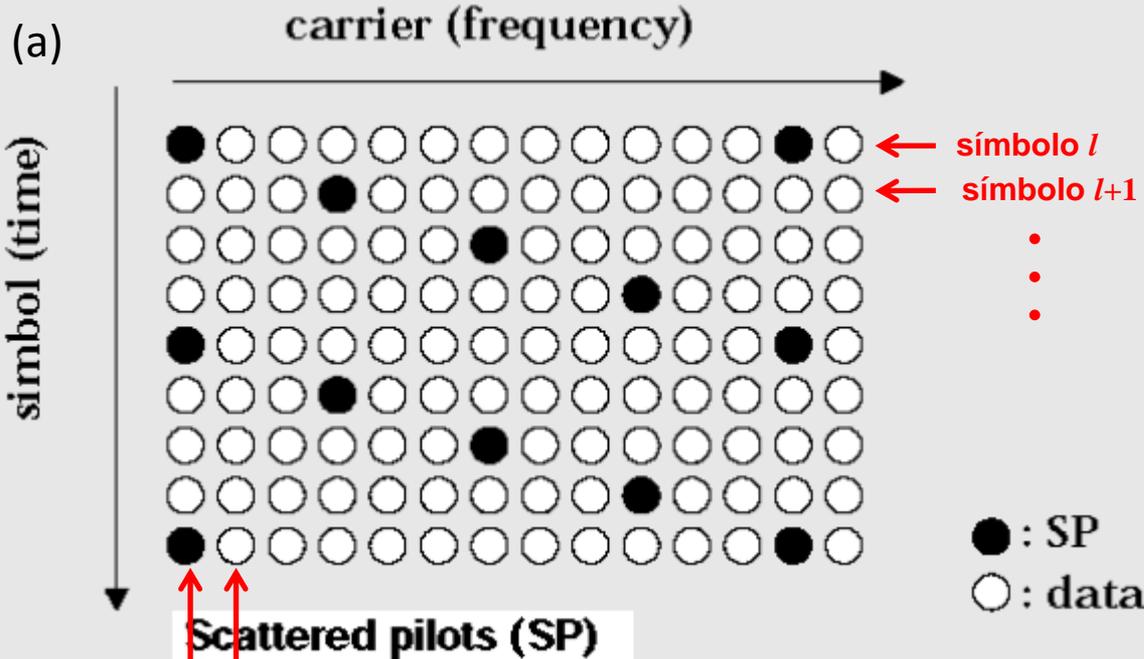
1º símbolo OFDM do *frame* com portadoras moduladas por  $X_r[k]$  p/ o estimador de canal no RX



Como o RX usa a função de transferência  $H[k]$  do canal determinada após receber o símbolo OFDM de referência (1º símbolo OFDM do *frame*) para compensar o canal e recuperar  $X[k]$  originalmente transmitido em todos os subsequentes  $N_F - 1$  símbolos OFDM de dados do *frame* recebido pelo RX, resulta que este método demanda que o intervalo de tempo entre símbolos OFDM de referência seja suficientemente pequeno para que, sob operação móvel, a função de transferência instantânea do canal não se afaste em demasia de  $H[k]$  determinada no início do *frame*, o que, caso contrário, geraria ISI (*Inter Symbol Interference*) na entrada do *de-mapper*, resultando BER (*Bit Error Rate*) significativa na saída do mesmo, conforme discutimos no slide 20 do Cap VIII.1 das notas de aula.

## Compensação de canal (*channel compensation*):

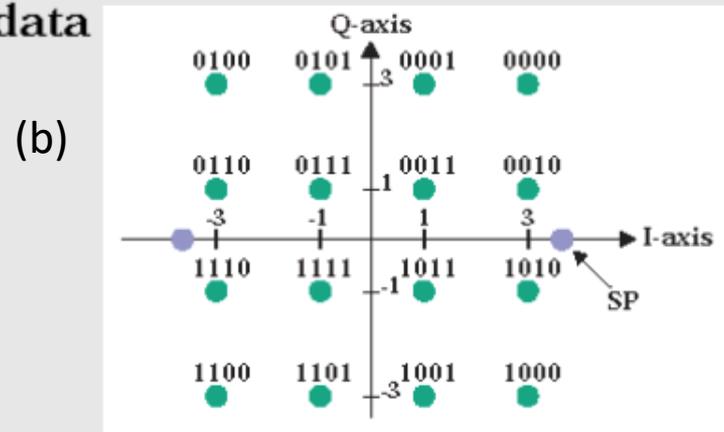
O método ***scattered pilots (SPs)*** é um método alternativo bastante usual para estimar a função de transferência  $H[k]$  em cada frequência  $k$  de cada  $k$ -ésimo respectivo sub-canal,  $k = 1, 2, \dots, N$ , sendo  $N$  o número de portadoras. Este método usa portadoras piloto uniformemente espalhadas no domínio tempo discreto  $l$  e no domínio frequência discreta  $k$  conforme mostra as figuras (a) e (b) para um sistema OFDM 16-QAM.



portadora  $k$  portadora  $k+1$  • • •

Uma cópia do valor do símbolo BPSK que modula cada SP, bem como uma cópia do respectivo índice  $l_p$  do símbolo OFDM e do respectivo índice  $k_p$  da portadora que definem a posição no tempo  $l$  e na frequência  $k$  de cada piloto  $SP[l_p, k_p]$  transmitido pelo TX encontram-se previamente gravados em uma LUT (*Look Up Table*) no hardware do RX. A sequência de símbolos BPSK que modulam os pilotos  $SP[l_p, k_p]$  é aleatória e com distribuição uniforme.

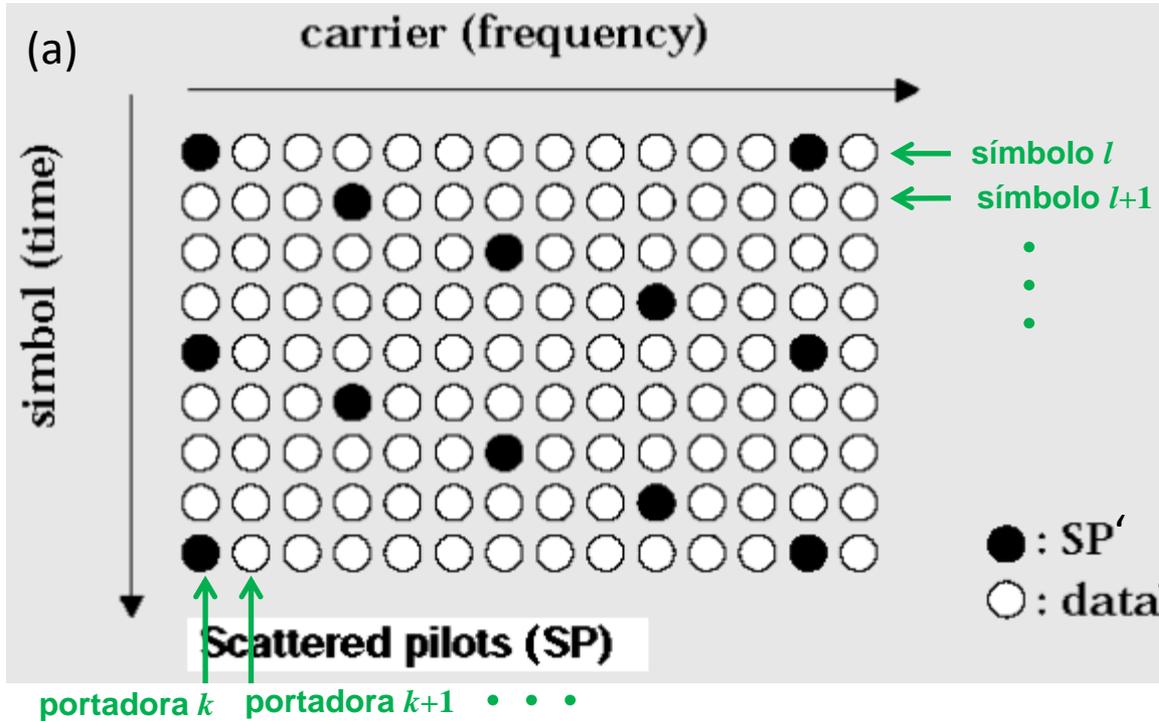
O TX transmite a  $k$ -ésima portadora de dados do  $l$ -ésimo símbolo OFDM modulada pelo símbolo 16-QAM  $X[l, k]$ , correspondentes às posições  $[l, k]$  onde ocorrem bolas brancas no mapa do *buffer* de armazenamento na entrada da IDFT mostrado em (a), sendo  $X[l, k]$  determinado pela palavra binária de 4 bits na entrada do *mapper*, conforme mapa da constelação mostrado em (b). Nas posições  $[l_p, k_p]$  em (a), onde ocorrem bolas pretas, o TX transmite SPs moduladas por símbolos BPSK  $SP[l_p, k_p]$  cujo valor SP é mostrado em (b).



Sp data of 16QAM-OFDM (for the RMS value  $\sqrt{10}$  in 16QAM, SP is placed  $(+L \sqrt{10}, 0)$  or  $(-L \sqrt{10}, 0)$ )

## Compensação de canal (*channel compensation*):

O RX recebe o símbolo IQ  $X'[l, k]$  na  $k$ -ésima portadora de dados do  $l$ -ésimo símbolo OFDM, portadora que foi modulada pelo símbolo  $X[l, k]$  transmitido pelo TX, onde as posições  $[l, k]$  correspondem às bolas brancas no mapa do *buffer* de armazenamento na saída da DFT no RX, conforme mostrado em (a).



As SPs  $SP'[l_p, k_p]$  recebidas pelo RX nas posições  $[l_p, k_p]$  em (a) onde ocorrem bolas pretas, são usadas para determinar a função de transferência do canal  $H[l_p, k_p]$  na frequência  $k_p$  e no instante  $l_p$  de ocorrência do símbolo OFDM através de:

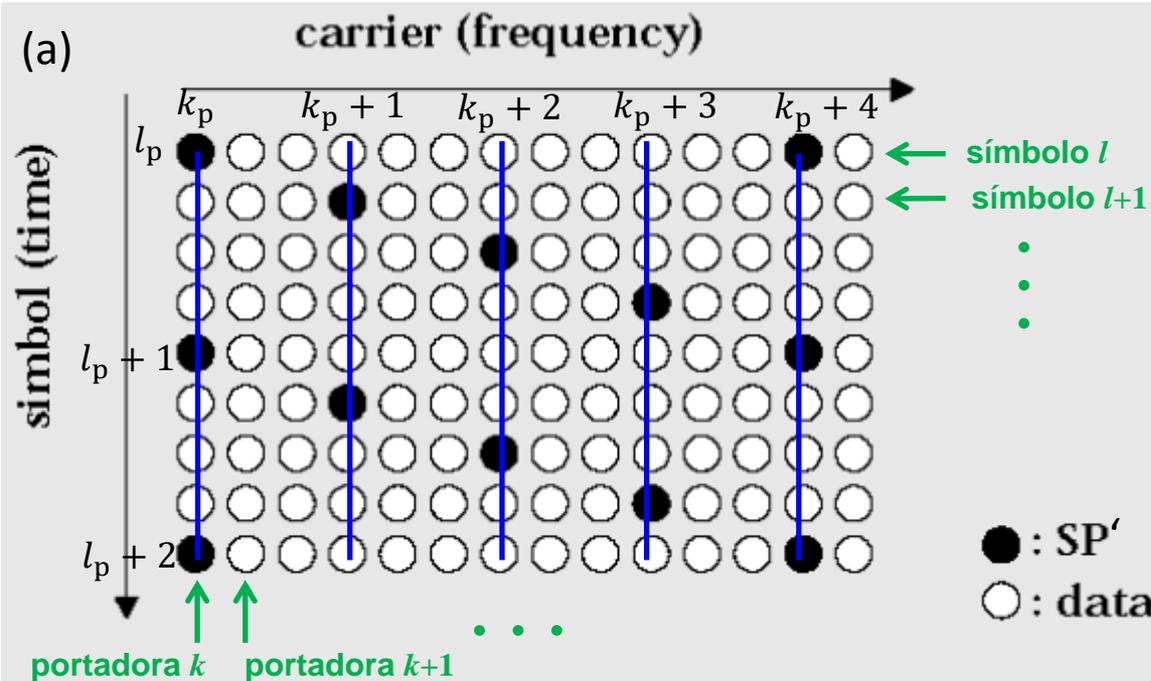
$$H[l_p, k_p] = \frac{SP'[l_p, k_p]}{SP[l_p, k_p]} \quad (16)$$

recebidos no RX na saída da DFT(FFT)

gravados na LUT no hardware do RX

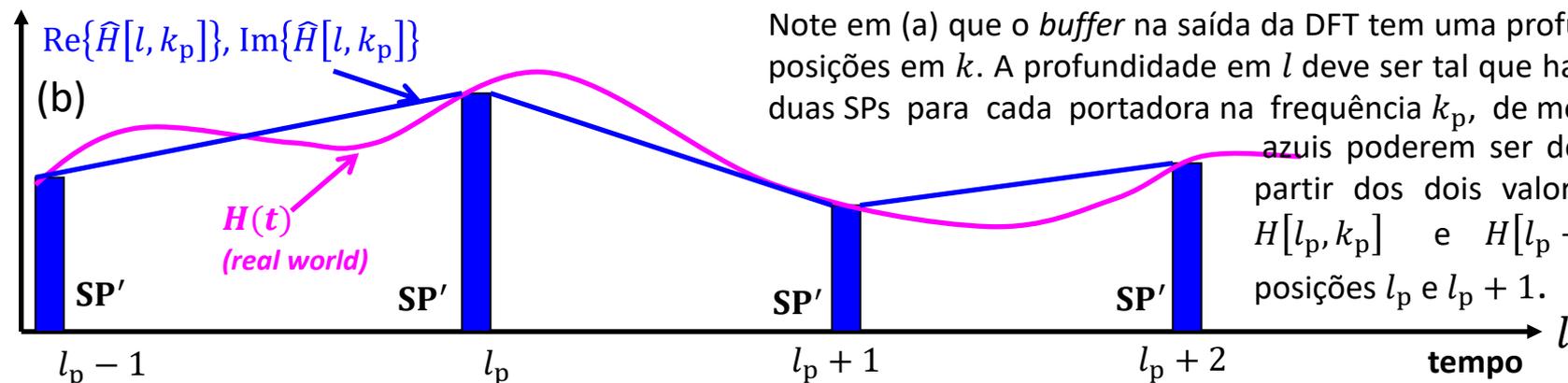
Uma vez determinado  $H[l_p, k_p]$  através de (16), é necessário determinar os demais valores da função de transferência  $H[l, k]$  do canal nas posições  $[l, k]$  do *buffer* de armazenamento na saída da DFT que não estão nas posições  $[l_p, k_p]$  das pilotos onde  $H[l_p, k_p]$  foi determinado. Isto é feito através de **interpolação**, conforme veremos no próximo slide.

## Compensação de canal (*channel compensation*):



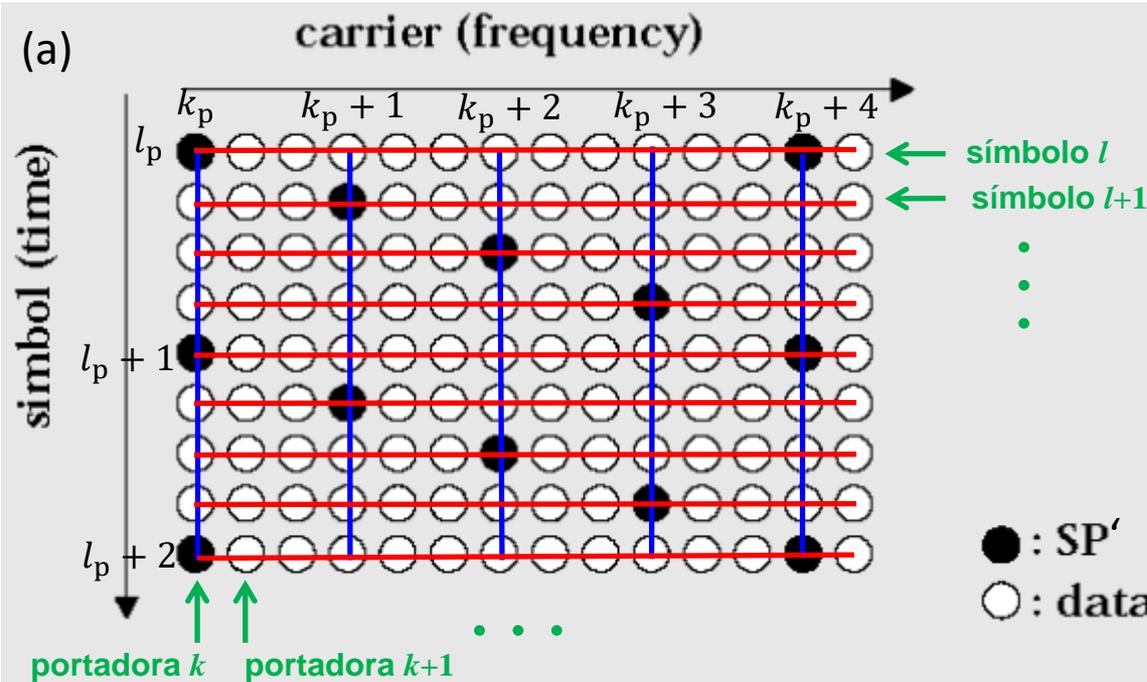
Para determinar os demais valores da função de transferência do canal  $H[l, k]$  nas posições  $[l, k]$  do *buffer* na saída da DFT em (a) que não estão nas posições  $[l_p, k_p]$  das pilotos SP onde  $H[l_p, k_p]$  foi determinado por (16), primeiro determina-se a equação das retas azuis de valor complexo em (a) que interceptam os dois valores complexos  $H[l_p, k_p]$  e  $H[l_p + 1, k_p]$  nas posições  $l_p$  e  $l_p + 1$  de cada dois SPs adjacentes no domínio tempo  $l, p$  / uma mesma frequência  $k_p$ . Para  $\text{Re}\{H\}$  determina-se a reta que intercepta os pontos  $\text{Re}\{H[l_p, k_p]\}$  e  $\text{Re}\{H[l_p + 1, k_p]\}$  e  $p/ \text{Im}\{H\}$  determina-se a reta que intercepta os pontos  $\text{Im}\{H[l_p, k_p]\}$  e  $\text{Im}\{H[l_p + 1, k_p]\}$ , conforme mostrado em (b).

Daí, a partir da equação determinada para cada reta, determina-se os demais valores da função de transferência  $\hat{H}[l, k_p]$  para as 3 posições  $l$  entre as posições  $l_p$  e  $l_p + 1$ , conforme mostrado em (a). E repete-se o procedimento para cada frequência  $k_p$  de modo que ao final do processo os valores de  $H[l, k]$  são conhecidos ao longo das retas azuis em (a).



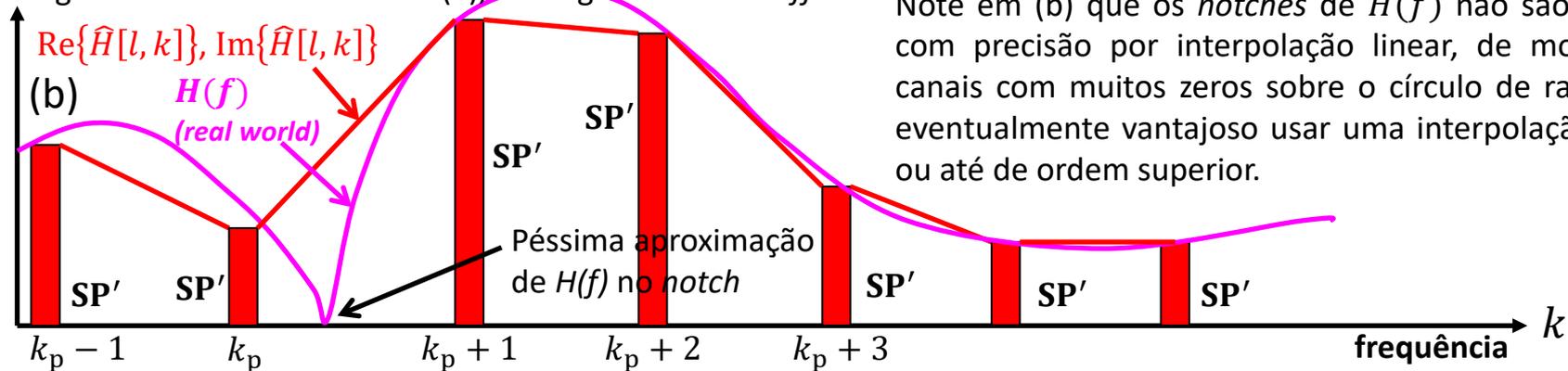
Note em (a) que o *buffer* na saída da DFT tem uma profundidade de  $N$  posições em  $k$ . A profundidade em  $l$  deve ser tal que haja pelo menos duas SPs para cada portadora na frequência  $k_p$ , de modo às retas azuis poderem ser determinadas a partir dos dois valores complexos  $H[l_p, k_p]$  e  $H[l_p + 1, k_p]$  nas posições  $l_p$  e  $l_p + 1$ .

## Compensação de canal (*channel compensation*):



O próximo passo para determinar  $H[l, k]$  nas posições  $[l, k]$  do *buffer* na saída da DFT em (a) que não estão nas posições  $[l_p, k_p]$  das SPs onde  $H[l_p, k_p]$  foi determinado por (16), consiste em determinar a equação das retas vermelhas de valor complexo em (a) que interceptam os dois valores complexos  $H[l, k_p]$  e  $H[l, k_p + 1]$  nas posições  $k_p$  e  $k_p + 1$  de duas retas azuis adjacentes no domínio frequência  $k$  (cujos valores já se sabe), para um mesmo instante  $l$ . Para  $\text{Re}\{H\}$  determina-se a reta vermelha que intercepta os pontos  $\text{Re}\{H[l, k_p]\}$  e  $\text{Re}\{H[l, k_p + 1]\}$  e para  $\text{Im}\{H\}$  determina-se a reta que intercepta os pontos  $\text{Im}\{H[l, k_p]\}$  e  $\text{Im}\{H[l, k_p + 1]\}$ , conforme mostrado em (b).

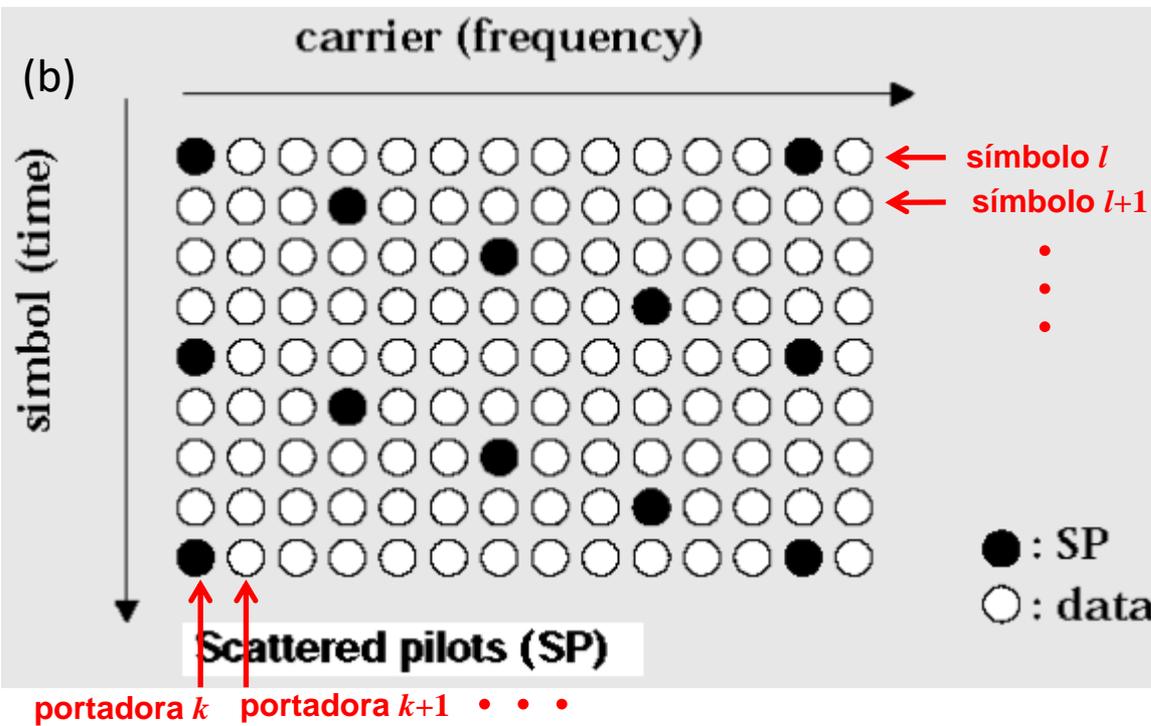
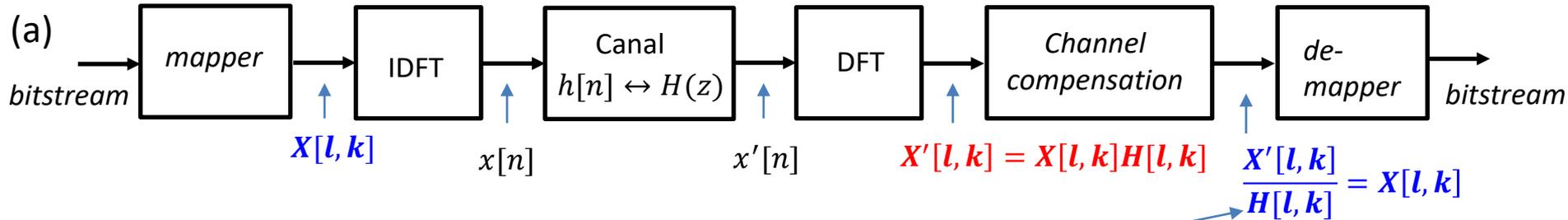
Daí, a partir da equação determinada para cada reta vermelha, determina-se os demais valores da função de transferência  $\hat{H}[l, k]$  para as 2 posições  $k$  entre as posições  $k_p$  e  $k_p + 1$ , conforme mostrado em (a). E repete-se o procedimento para cada instante  $l$  de ocorrência do símbolo OFDM de modo que ao final do processo os valores de  $H[l, k]$  são conhecidos ao longo das retas vermelhas em (a), e são gravados no *buffer*.



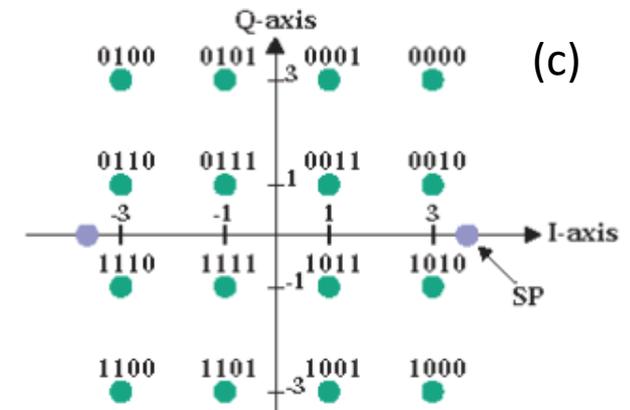
Note em (b) que os *notches* de  $H(f)$  não são aproximados com precisão por interpolação linear, de modo que para canais com muitos zeros sobre o círculo de raio unitário é eventualmente vantajoso usar uma interpolação quadrática, ou até de ordem superior.

## Compensação de canal (*channel compensation*):

Uma vez determinada  $H[l, k]$  conforme slide anterior, o RX usa  $H[l, k]$  assim determinada para compensar o canal e recuperar  $X[l, k]$  originalmente transmitido nas posições  $[l, k]$  onde ocorrem bolas brancas no mapa do *buffer* de armazenamento na entrada da IDFT mostrado (b), conforme procedimento mostrado em (a). Para cada  $X[l, k]$  obtido na saída do bloco *Channel compensation*, o *de-mapper* gera em sua saída uma palavra binária de 4 bits conforme mapa da constelação mostrado em (c).

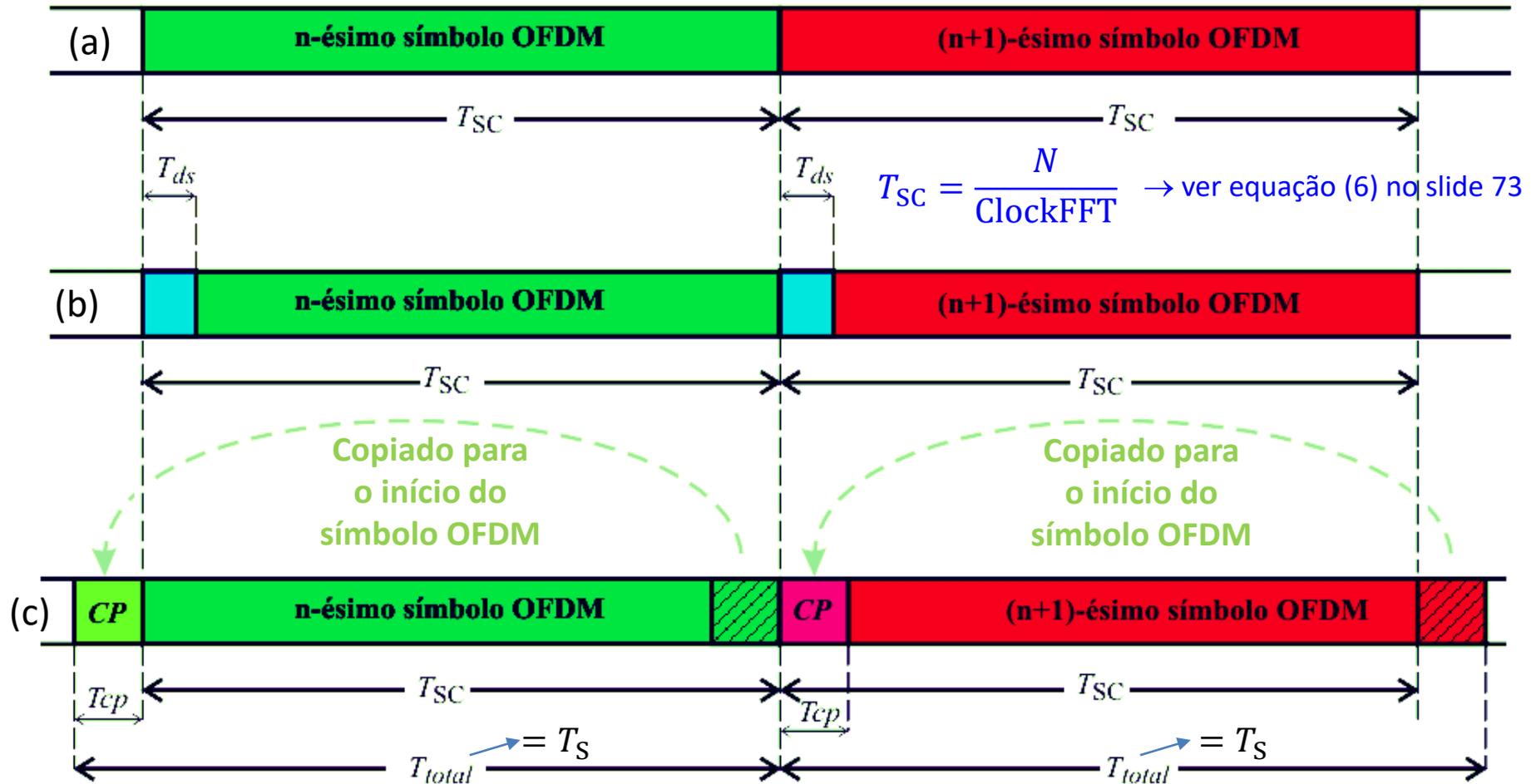


$H[l, k]$  é completamente determinada por interpolação no tempo  $l$  e na frequência  $k$  dos valores de  $H[l_p, k_p]$  determinados por (16) nas posições  $[l_p, k_p]$  das pilotos SPs no *buffer* de armazenamento na saída da DFT, conforme slide anterior.



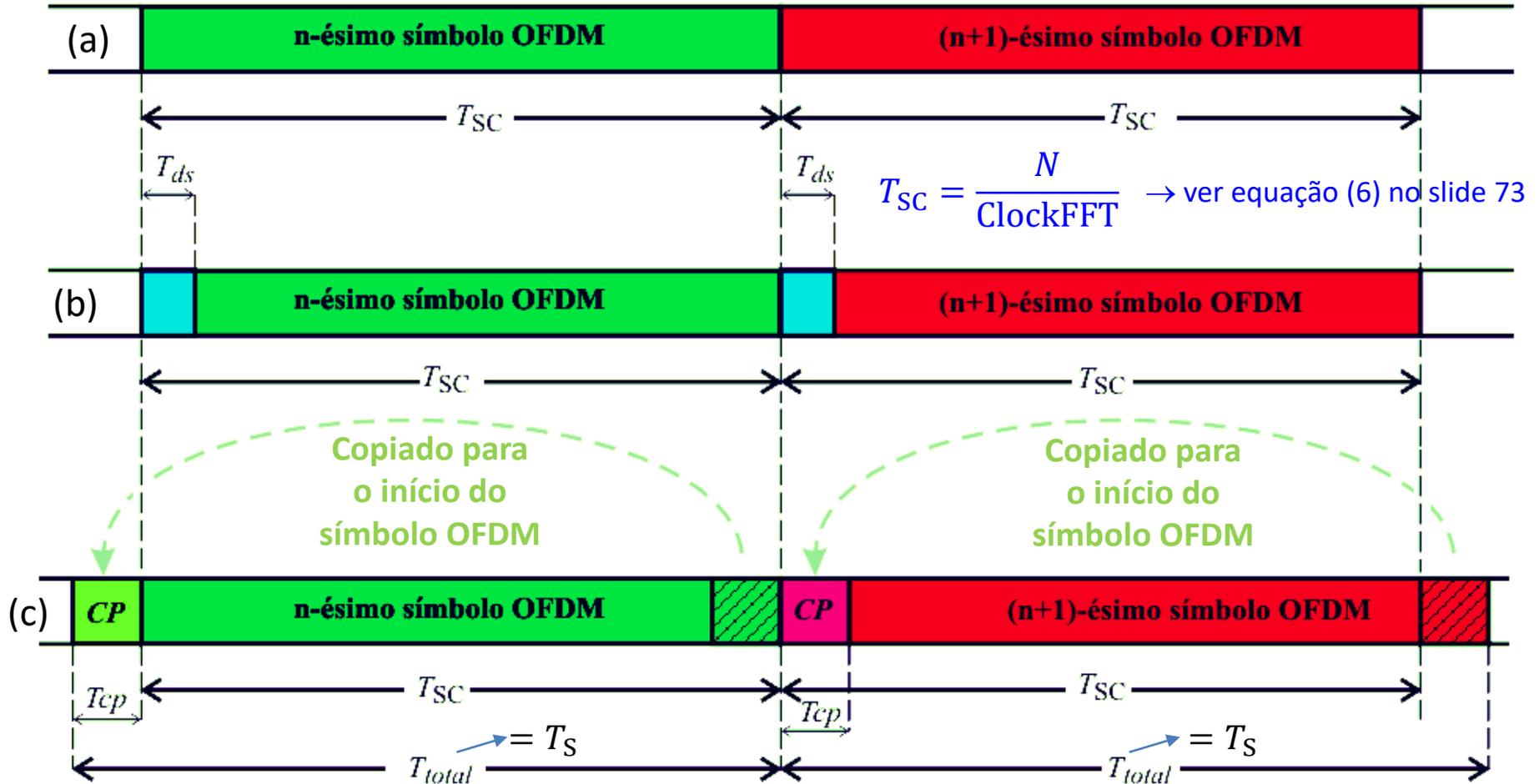
## Prefixo cíclico (*cyclic prefix*)

Os ecos do  $n$ -ésimo símbolo OFDM gerados por multipercursos no canal se estendem no tempo por um intervalo  $T_{ds}$  correspondente ao *delay spread* do canal e interfere nas portadoras do  $(n + 1)$ -ésimo símbolo OFDM subsequente, conforme mostrado em (b), gerando o efeito denominado ICI (*Inter Carrier Interference*). O ICI gera dispersão de símbolos na entrada do *de-mapper*, aumentando a BER (*Bit Error Rate*) na sua saída, de maneira similar ao efeito do ruído em sistemas *single-carrier* discutido no slide 20 do Cap VIII.1 das notas de aula. Portanto, é necessário inserir um intervalo de guarda de duração  $T_{ds}$  entre cada dois símbolos OFDM adjacentes no tempo. A duração  $T_{ds}$  deve ser igual ou maior ao *delay spread* do canal, caso contrário os ecos do símbolo OFDM anterior gerarão ICI no símbolo OFDM posterior.



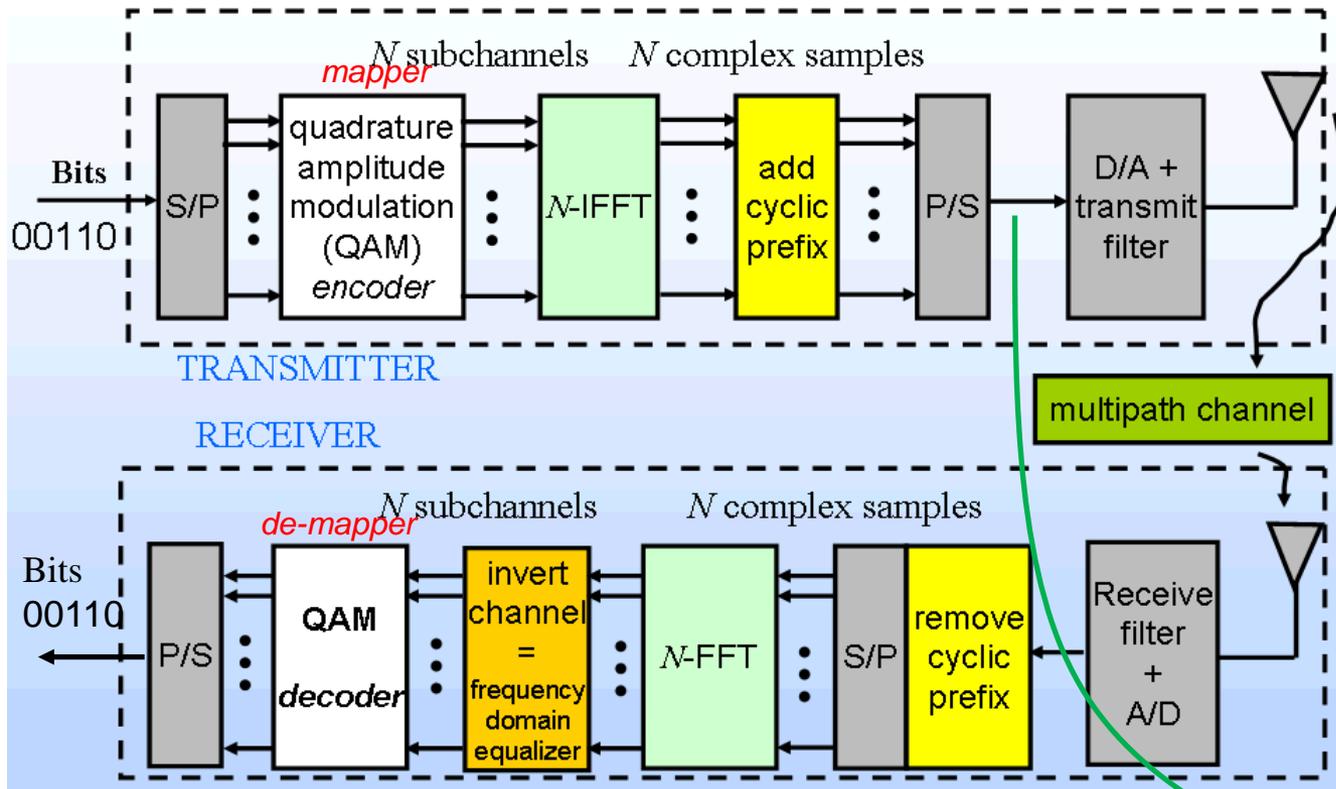
## Prefixo cíclico (*cyclic prefix*)

O intervalo de guarda não pode ser gerado simplesmente interrompendo (zerando) abruptamente o sinal por um intervalo de tempo  $T_{ds}$  ou maior porque isto geraria um amplo espectro de espúrios espectrais. Para evitar este problema, é inserido no início de cada símbolo OFDM o denominado prefixo cíclico CP, com duração  $T_{cp}$  maior ou igual ao *delay spread* ( $T_{ds}$ ). Cada CP consiste na cópia do intervalo de duração  $T_{cp}$  ao final do símbolo OFDM e esta cópia é colocada na frente do símbolo OFDM, conforme mostrado em (c).



## Prefixo cíclico (cyclic prefix)

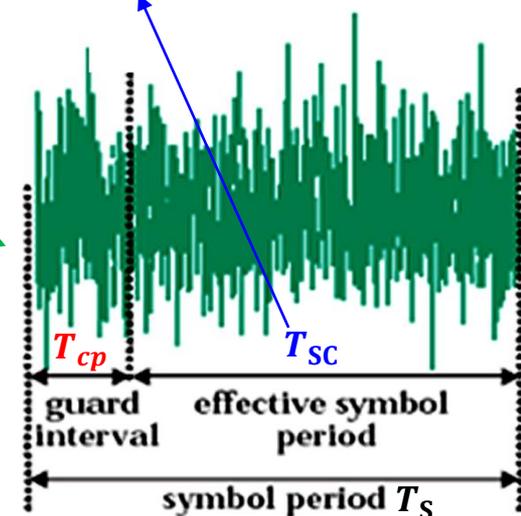
O processo de inserção do prefixo cíclico de duração  $T_{cp}$  no TX e a remoção no RX é mostrada em amarelo abaixo:



Portanto, levando em consideração o intervalo de duração  $T_{cp}$  do prefixo cíclico, o intervalo total  $T_S$  de duração de um símbolo OFDM é dado por

$$T_S = \underbrace{\frac{N}{\text{ClockFFT}}}_{T_{SC}} + T_{cp} \quad (17)$$

$$T_{SC} = \frac{N}{\text{ClockFFT}}$$



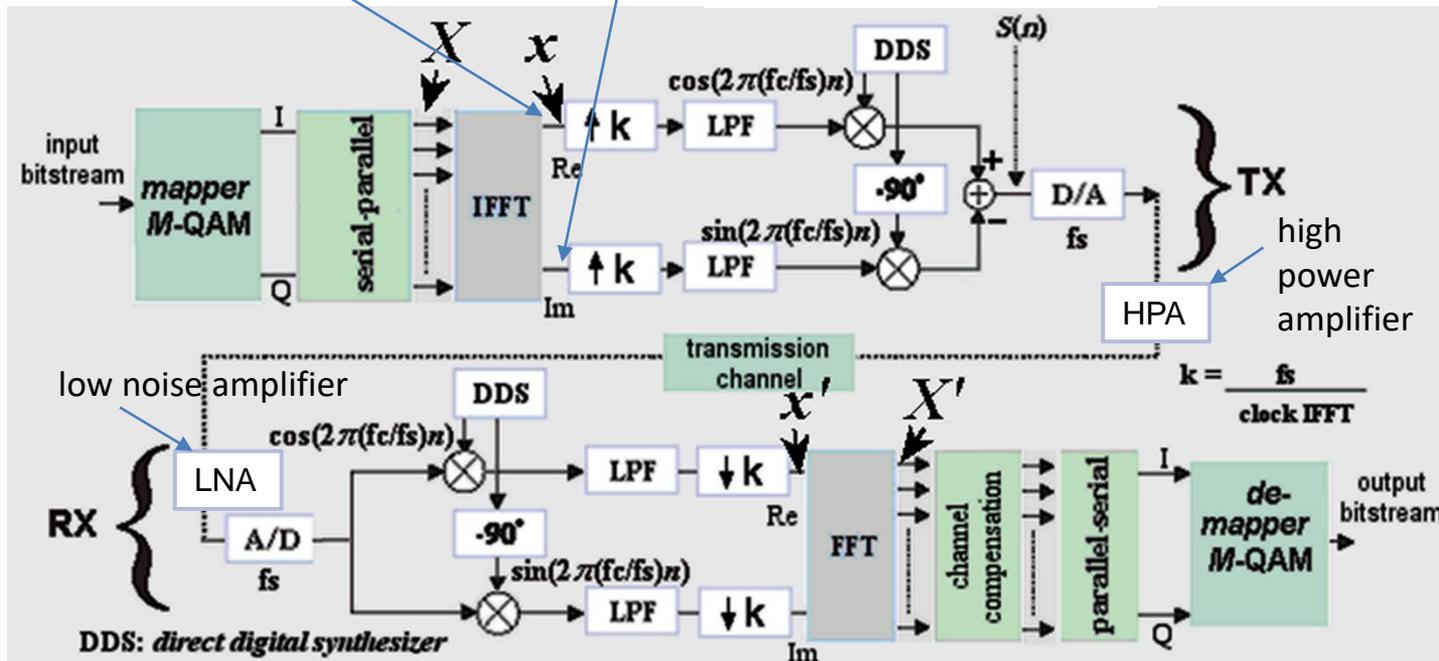
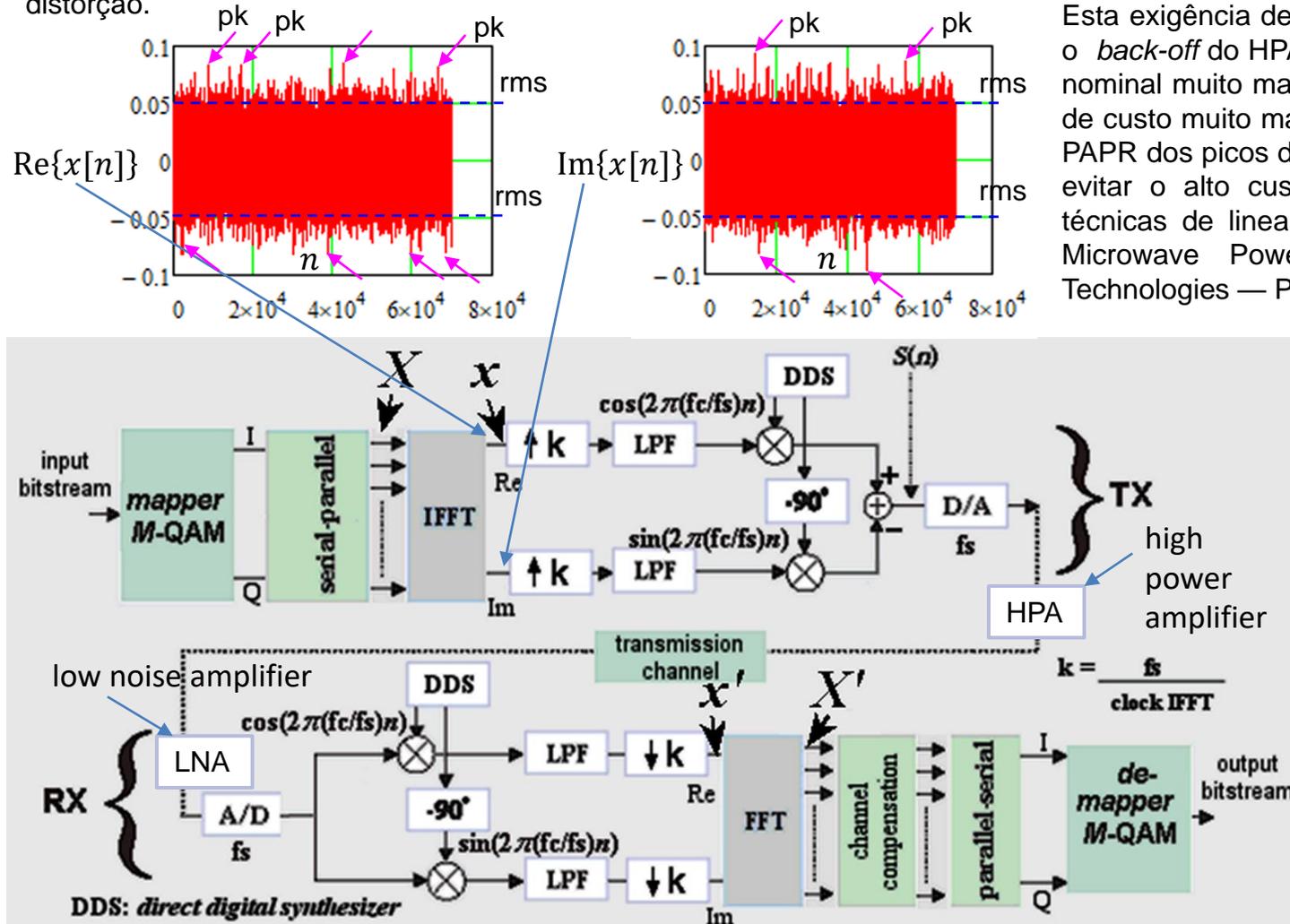
Importante notar que os símbolos IQ de dados são transmitidos somente durante o intervalo efetivo de símbolo  $T_{SC}$ . Durante o intervalo  $T_{cp}$  de duração do prefixo cíclico o sistema apenas espera, e não transmite nenhuma informação útil para o RX. Dado que a condição  $T_{cp} \geq \text{delay spread}$  deve ser atendida para evitar ICI, para canais com *delay spread* muito longo é usual reduzir o *overhead* do prefixo cíclico fazendo  $T_{SC} \gg T_{cp}$  através da adoção de um número  $N$  de portadoras elevado. Por exemplo, TV digital aberta em VHF (sistema ISDB-T –  $\text{ClockFFT} = 8.127 \text{ MHz}$ ) adota  $N = 8192$  ( $T_{SC} = 1.008 \text{ ms}$ ) para o cenário de multipercurso urbano, com 64-QAM modulando as portadoras de dados (bitrate 19.3 Mbps) e intervalo de guarda  $T_{cp} = \frac{1}{8} T_{SC}$ .

## PAPR (*peak to average power ratio*):

Como o sinal na saída de um modulador OFDM de  $N$  portadoras é uma superposição de  $N$  senoides de frequências diferentes (ver equação (8) slide 74), dependendo da amplitude e fase de cada senoide em função da palavra binária na entrada do *mapper*, ocorrerá que em determinados instantes algumas senoides se superpõem construtivamente gerando os picos *pk* indicados pelas setas em magenta na figura, picos que são valores acima do valor médio rms (*root mean square*) mostrado nas retas tracejadas em azul. Esta situação caracteriza o denominado PAPR (*peak to average power ratio*), que é um problema em sistemas OFDM porque demanda que o HPA (*high power amplifier* – ver figura abaixo) seja capaz de amplificar linearmente os picos sem qualquer distorção.

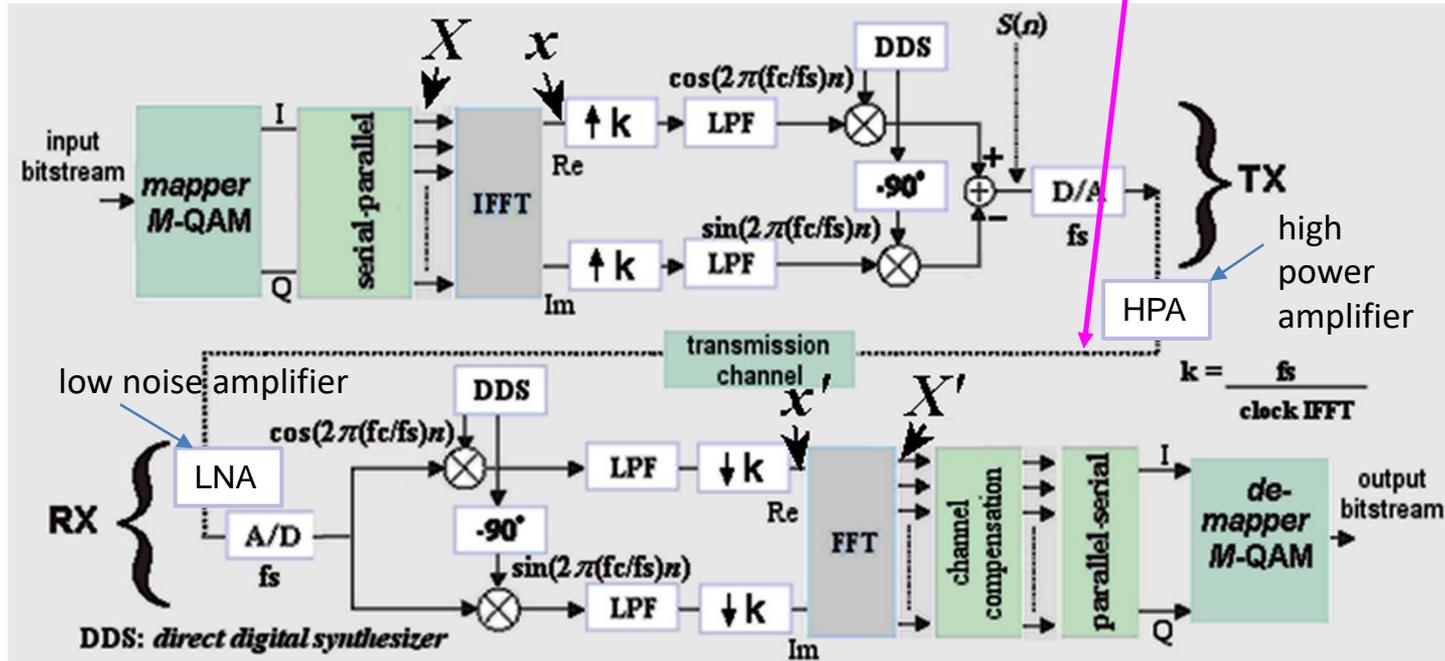
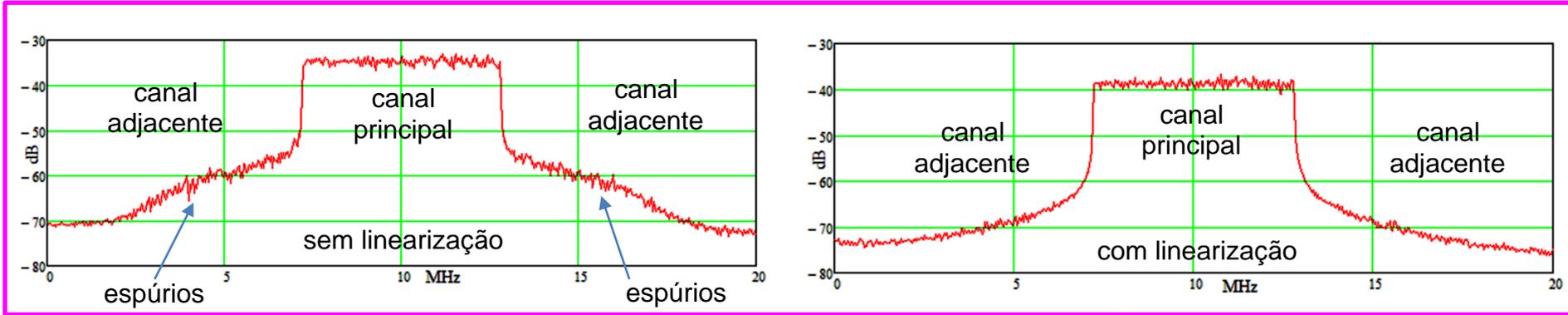
Esta exigência de amplificação linear obriga fazer o *back-off* do HPA, i.e., usar um HPA de potência nominal muito maior que o necessário, e portanto de custo muito maior, para poder acomodar o alto PAPR dos picos de potência do sinal OFDM. Para evitar o alto custo do *back-off* é usual adotar técnicas de linearização do HPA. Ver "RF and Microwave Power Amplifier and Transmitter Technologies — Part 4" (pag 28) disponível em

<http://www.fccdecastro.com.br/pdf/RF&MicrowavePowerAmp&XMTRs.pdf>



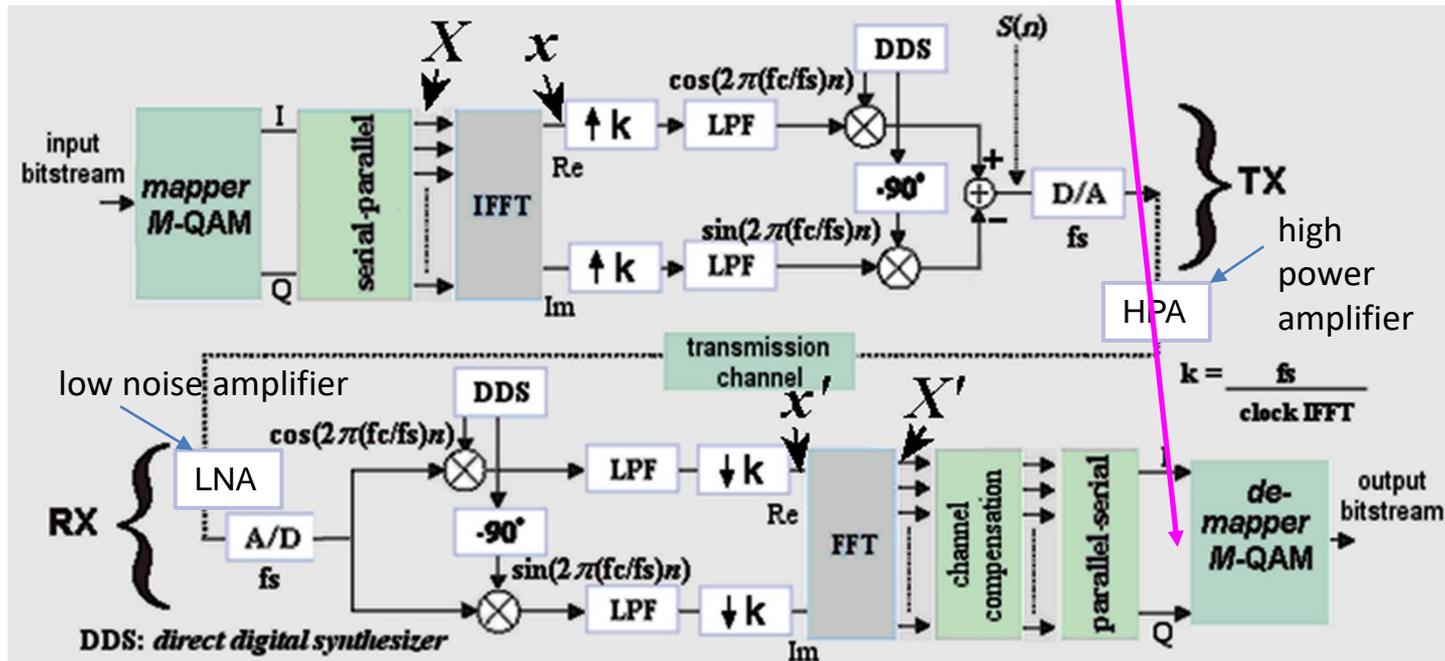
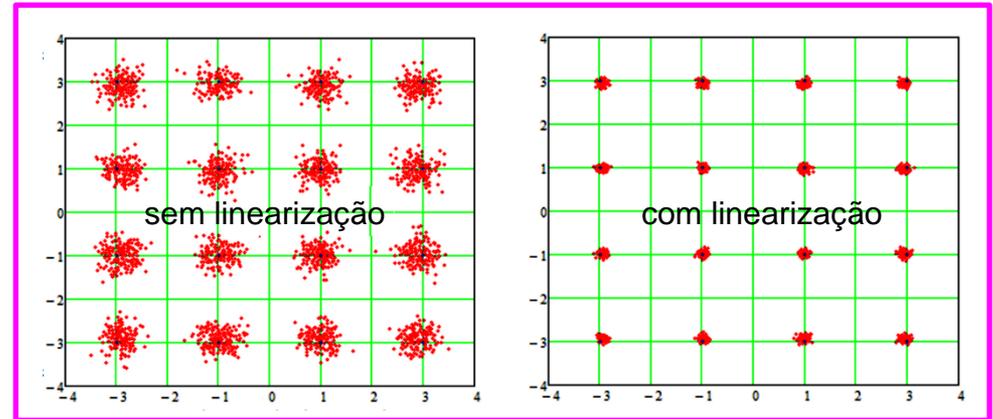
## PAPR (peak to average power ratio):

A não adoção de *back-off* ou de linearização resulta em espúrios espectrais nos canais adjacentes ao canal principal do sistema OFDM, interferindo no sinal dos serviços alocados nos canais adjacentes pelo órgão regulador (ANATEL, FCC, etc...) Estes espúrios são gerados por intermodulação em consequência da não-linearidade na curva de transferência *input-output* do HPA, ocorrendo nas vizinhanças do canal principal conforme mostra o espectro do sinal na saída do HPA:



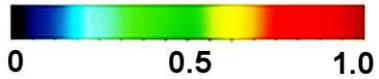
## PAPR (peak to average power ratio):

Além da geração de espúrios de intermodulação na saída do HPA no TX, a não adoção de *back-off* ou de linearização distorce a sequência de símbolos IQ transmitidos, gerando dispersão de símbolos em torno dos símbolos de referência da constelação na entrada do *de-mapper* no RX, podendo aumentar a BER (Bit Error Rate) na saída do mesmo caso a dispersão dos símbolos invada as regiões de decisão adjacentes:

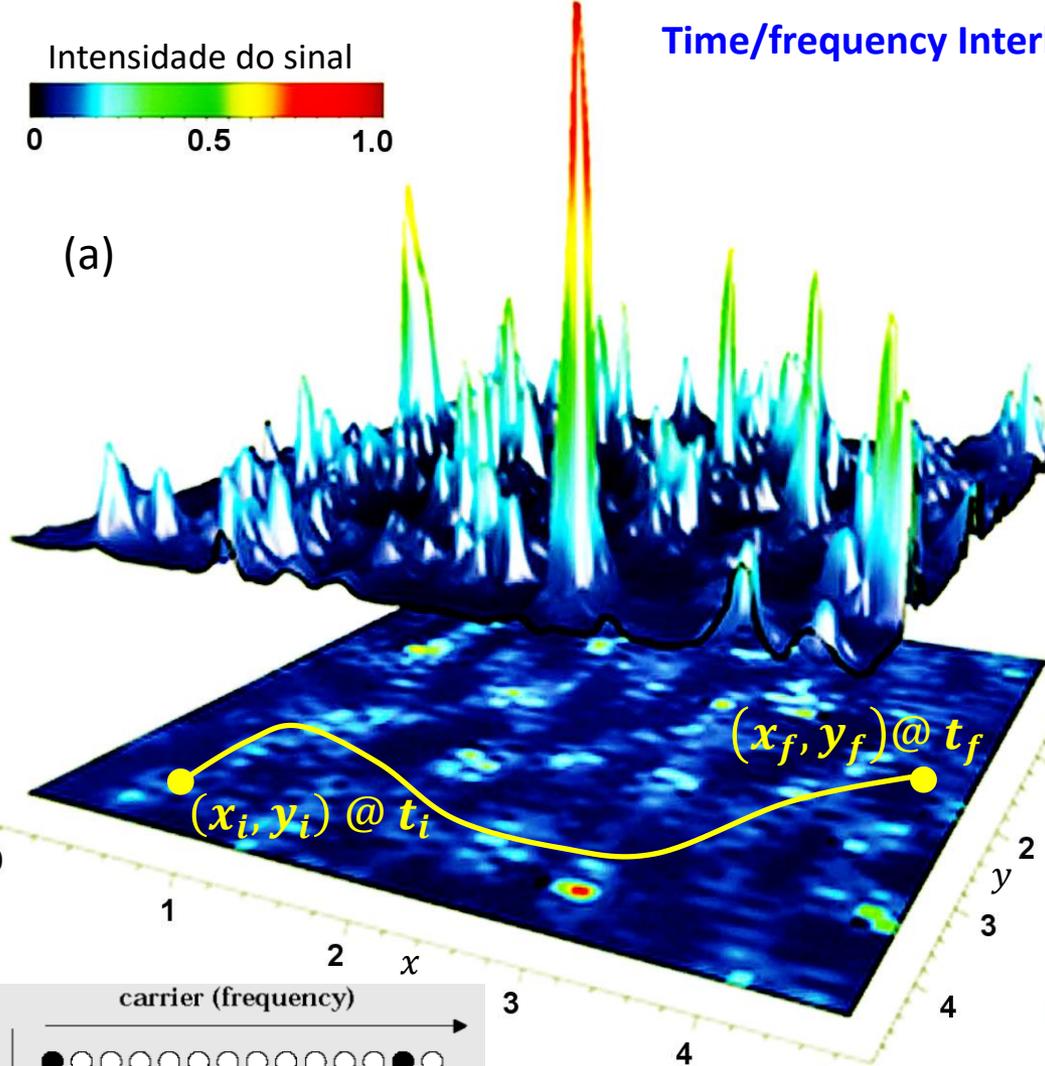


## Time/frequency Interleaver:

Intensidade do sinal

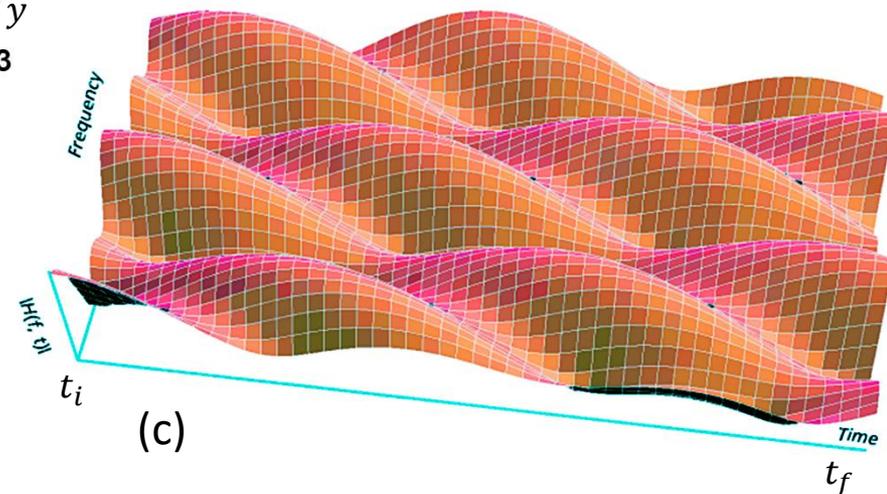
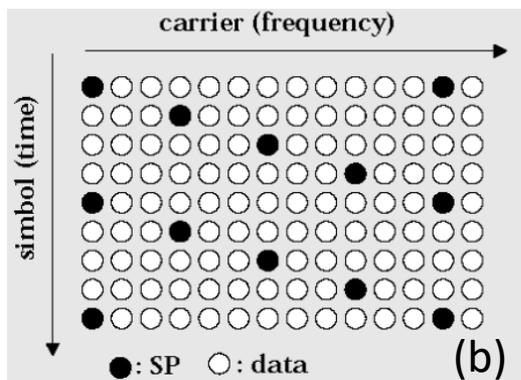


(a)



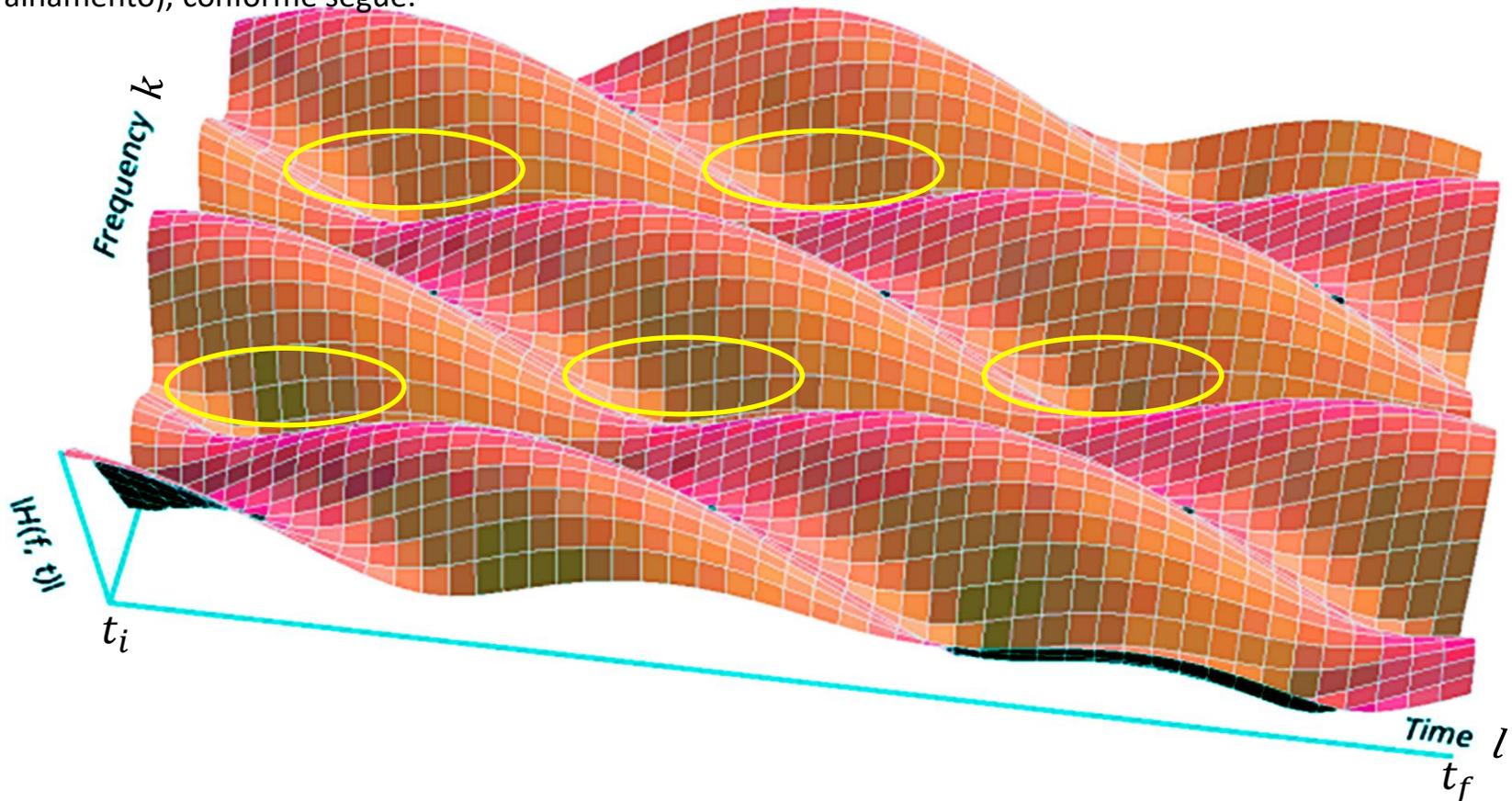
Vamos supor que um RX OFDM se mova no cenário de multipercuso mostrado em (a) ao longo do caminho amarelo, que inicia na coordenada  $(x_i, y_i)$  no instante  $t_i$  e termina na coordenada  $(x_f, y_f)$  no instante  $t_f$ . Vamos supor que o *buffer* na saída da DFT (ver slides 91 e 92) mostrado em (b) tenha uma profundidade suficiente no domínio tempo  $l$  de modo que os valores da função de transferência do canal  $H[l, k]$  determinados pelo bloco *Channel compensation* (ver slide 93) estão gravados no *buffer* da DFT desde o instante  $t_i$  até o instante  $t_f$ .

Em (c) é mostrado os valores de  $|H[l, k]|$  gravado no *buffer* na saída da DFT, desde o início do caminho amarelo na coordenada  $(x_i, y_i)$  no instante  $t_i$  até o fim na coordenada  $(x_f, y_f)$  no instante  $t_f$ .



## Time/frequency Interleaver:

Note que para determinados instantes  $l$  de símbolos e para determinadas frequências  $k$  de portadoras a magnitude  $|H[l, k]|$  da função de transferência do canal desvanece em consequência da interferência destrutiva entre as ondas no canal (multipercurso), estabelecendo regiões de maior *fading* (desvanecimento) no domínio  $[l, k]$  conforme mostrado pelos elipsoides em amarelo marcados na superfície de  $|H[l, k]|$  no *buffer* da DFT abaixo. Nestas regiões de maior *fading em*  $[l, k]$  a SNR (*signal to noise ratio*) na entrada do *de-mapper* é muito baixa resultando em BER (*bit error rate*) não nula na saída do mesmo. Dependendo do tamanho e do formato da região de *fading*, a sequência de bits errados na saída do *de-mapper* devido à baixa SNR pode ser excessivamente longa, excedendo a capacidade de correção de erro dos códigos corretores de erro do decodificador de canal. Para quebrar as longas sequências de bit errados em blocos menores, evitando exceder a capacidade de correção dos códigos corretores, adota-se o processo denominado **interleaving** (embaralhamento), conforme segue.

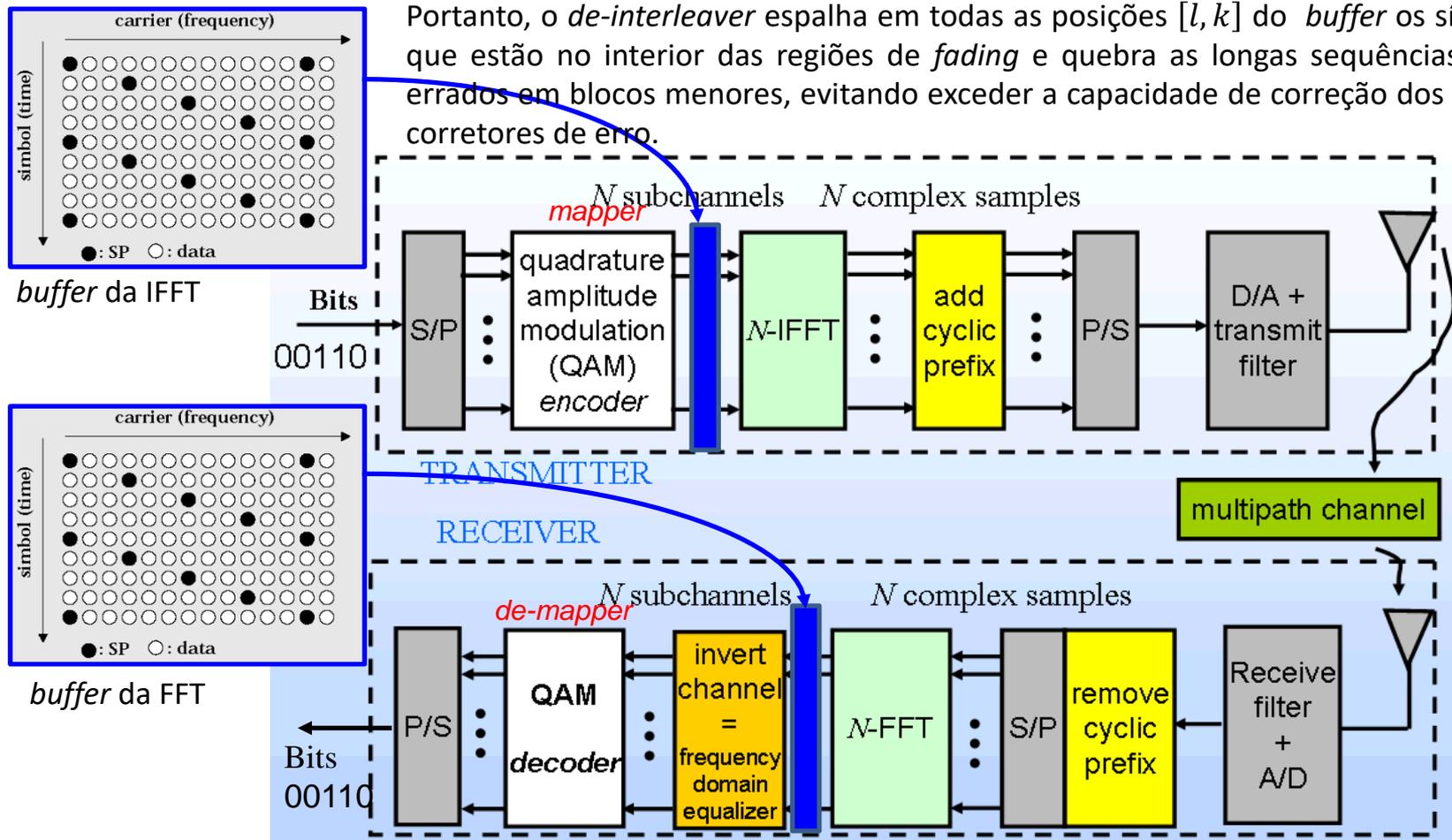


## Time/frequency Interleaver:

O processo de *interleaving* realizado pelo *interleaver* consiste em reordenar aleatoriamente a posição  $[l, k]$  dos símbolos IQ de dados  $X[l, k]$  (bolas brancas na figura abaixo) no *buffer* da IFFT no TX. O *de-interleaver* no RX conhece a sequência de reordenamento feita no TX pelo *interleaver*, de modo que o *de-interleaver* reposiciona nas suas posições originais os símbolos  $X'[l, k]$  recebidos no *buffer* da FFT.

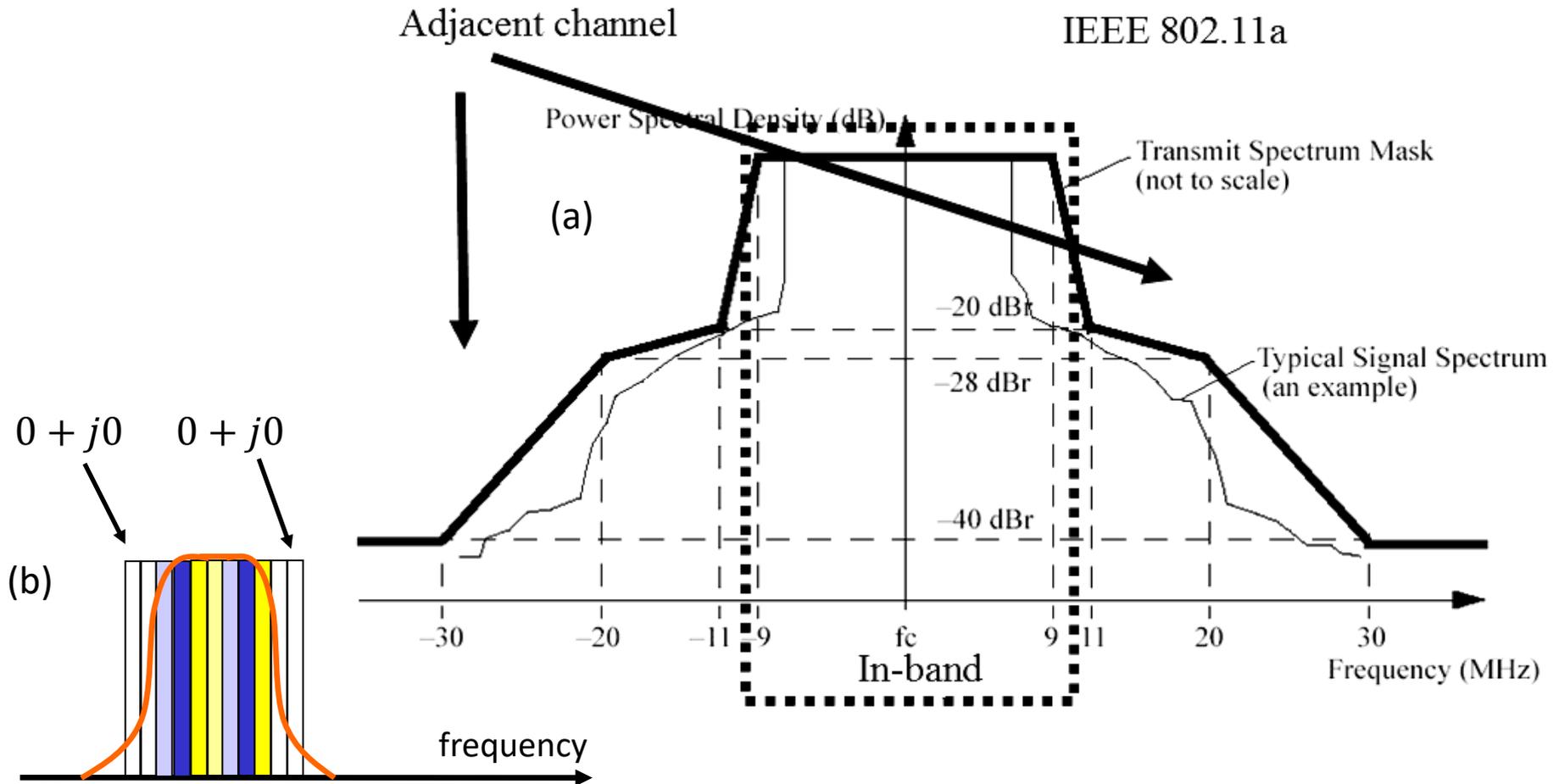
Ocorre que quando o RX reposiciona nas suas posições originais os símbolos  $X'[l, k]$  recebidos no *buffer* da FFT, implicitamente estará sendo reordenada aleatoriamente a posição  $[l, k]$  dos símbolos IQ de dados  $X[l, k]$  no interior das regiões de maior *fading* (elipsóides amarelos no slide anterior), porque o *fading* ocorre no canal antes do *de-interleaver*.

Portanto, o *de-interleaver* espalha em todas as posições  $[l, k]$  do *buffer* os símbolos que estão no interior das regiões de *fading* e quebra as longas sequências de bit errados em blocos menores, evitando exceder a capacidade de correção dos códigos corretores de erro.

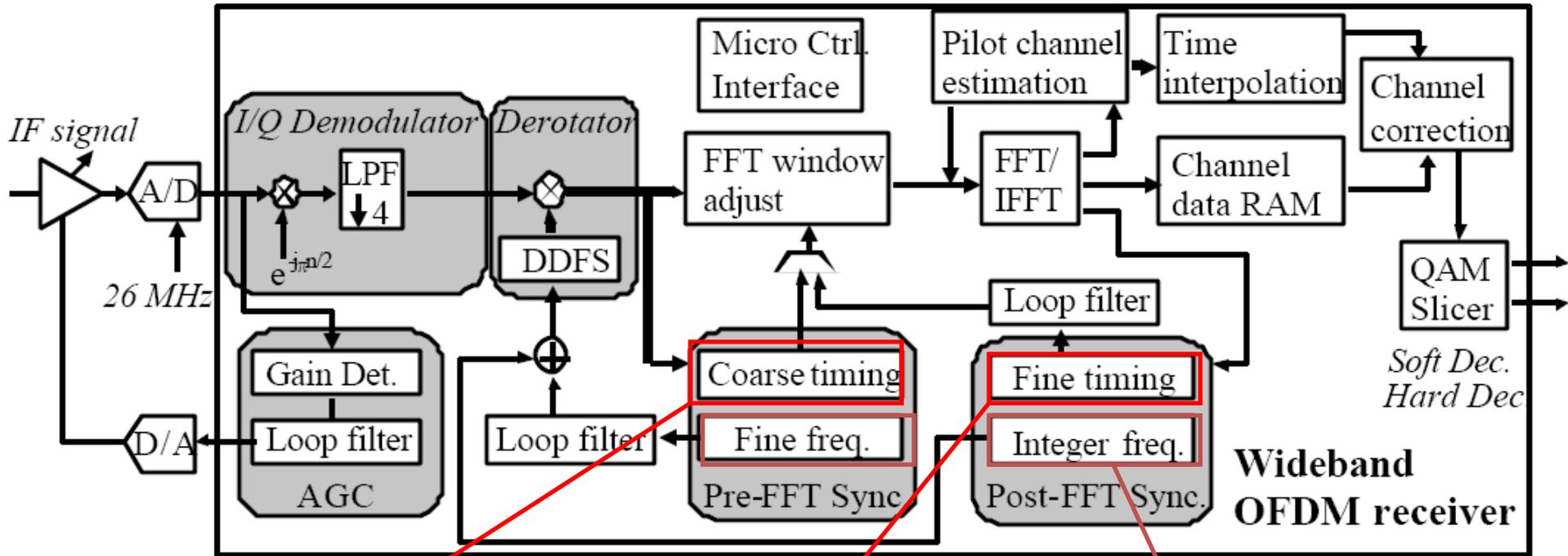


## Máscara Espectral:

Todo sistema de comunicações, em particular sistemas *wireless*, deve obedecer uma máscara espectral definida pelo órgão regulador (ANATEL, FCC, etc...) que especifica os limites do espectro do sinal do sistema no canal principal (*in-band channel*) bem como especifica a amplitude máxima dos espúrios nos canais adjacentes, conforme mostrado em (a) para um sistema IEEE 802.11a. Para efeito de conformação espectral do sinal OFDM, símbolos IQs nulos ( $0 + j0$ ) são atribuídos às portadoras das extremidades alta e baixa do espectro, conforme mostrado em (b), de modo a atender a máscara espectral exigida. Esta é uma flexibilidade possibilitada por sistemas OFDM que não é encontrada em sistemas *single carrier*.



## RX OFDM – diagrama de blocos:



Correlação entre o prefixo cíclico e a porção final de um mesmo símbolo OFDM

Wideband OFDM receiver architecture

$$DFT\{x[n - d]\} = DFT\{x[n]\}e^{-j2\pi dk/N} = X[k]e^{-j2\pi dk/N}$$

Mede a diferença média de fase (atraso médio  $d$  no tempo pela propriedade acima) entre portadoras adjacentes após a FFT ( $k$  é o índice da portadora) e re-alimenta ao DDFS

Mede a velocidade angular do giro de fase das portadoras demoduladas após a FFT e realimenta ao DDFS

## Orthogonal Frequency Division Multiplexing – prós/contras e considerações finais

### Prós:

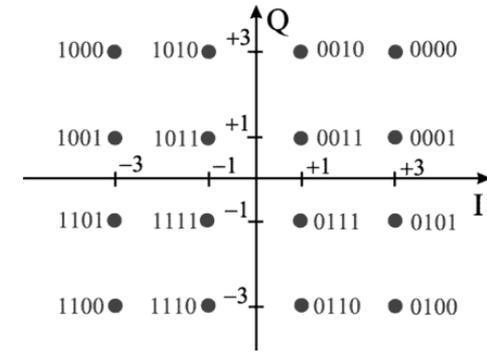
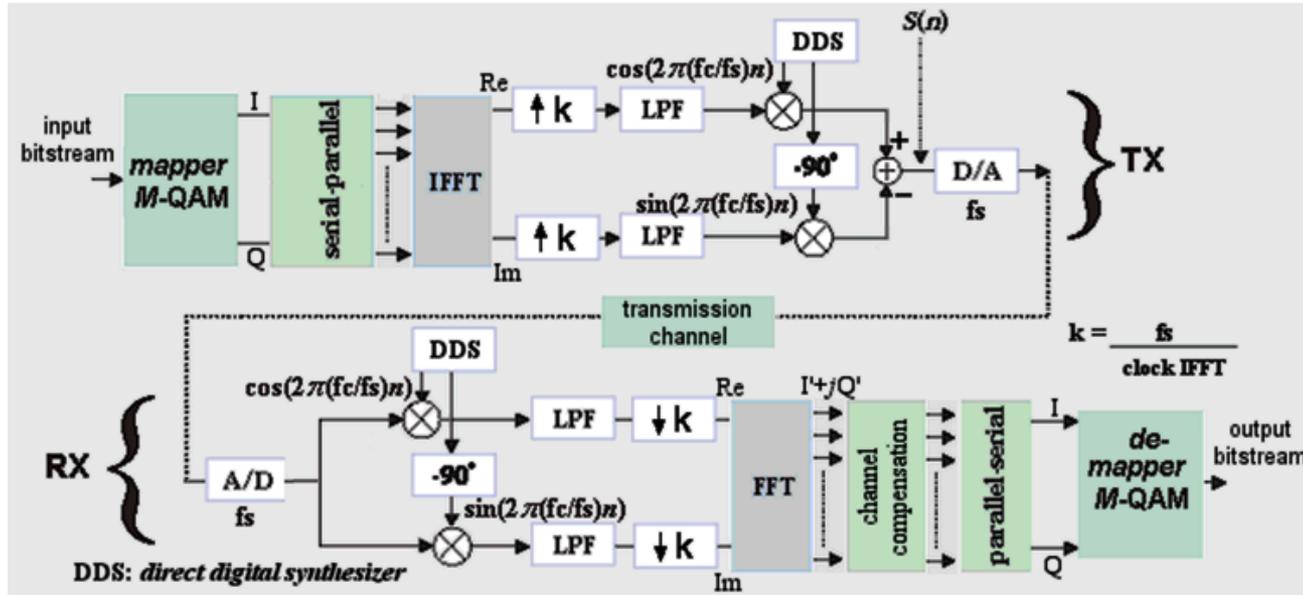
- Não apresenta banda de guarda entre as portadoras.
- Possui uma elevada eficiência espectral (as portadoras se superpõem).
- Fácil implementação por utilizar os algoritmos IFFT (*Inverse Fast Fourier Transform*) e FFT (*Fast Fourier Transform*), na modulação e demodulação.
- Robustez em relação à interferência e ao multipercurso.
- Diminuição do desvanecimento seletivo em frequência causada por multipercurso.
- Redução significativa do uso de equalizadores.
- Apresenta bom desempenho em ambientes NLOS (*Non Line of Sight*).
- Permite a atribuição de modulações distintas a diferentes portadoras;

### Contras:

- Alto PAPR do sinal OFDM demanda amplificadores de potência capazes de operar sob ampla faixa dinâmica com absoluta linearidade na curva de transferência *input-output*.
- Perda de eficiência espectral quando o intervalo de guarda necessita ser muito longo em função do *delay spread* do canal (denominado *overhead* do intervalo de guarda).
- Bem mais sensível ao desvio Doppler do que sistemas *single carrier* (devido à pouca separação em frequência entre as portadoras), demandando um sincronismo de portadora preciso.
- Bem mais sensível ao *phase noise* dos osciladores do hardware do que sistemas *single carrier* (devido à pouca separação em frequência entre as portadoras).
- Receptor OFDM demanda mecanismo de sincronização preciso no tempo entre as janelas da IFFT e FFT.

## Exemplo

**Exemplo 5:** O diagrama na Figura 1 abaixo mostra a etapa de modulação de um sistema de comunicação digital OFDM 16-QAM:



*mapper & de-mapper 16-QAM*

Figura 1: Etapa de modulação de um sistema de comunicação digital OFDM 16-QAM

O sistema utiliza  $N_{port}=8$  portadoras com um *clock* de 8.16 MHz na IFFT e FFT. A frequência central do canal de transmissão é  $f_c=174$  MHz, e o *delay profile* do canal é conforme Tabela 1 abaixo. Sabe-se que as portadoras de índices zero e 7 correspondem respectivamente às frequências mais baixa e mais alta da banda ocupada do canal.

Tabela 1 <i>Channel Delay Profile</i>	
Amplitude do percurso [dB]:	Atraso do percurso [ $\mu$ s]:
0	0
-3.5	2.5
-15	4.5

## Exemplo

Pede-se:

- a) Plote na faixa de Nyquist o gráfico do módulo em dB da resposta em frequência deste canal *bandpass*.
- b) Plote na faixa de Nyquist o gráfico do ângulo de fase em graus da resposta em frequência deste canal *bandpass*.
- c) Sabe-se que o *input bitstream* na entrada do *mapper* é  $ibstream = \{01100011011000100100101010100010\}$  e que o primeiro símbolo 16-QAM gerado na saída do *mapper* é armazenado no *buffer* na entrada da IFFT do TX na posição correspondente à portadora de índice zero. Determine o conteúdo  $I'+jQ'$  do *buffer* na saída da FFT do RX antes do bloco *channel compensation*.
- d) Determine o conjunto de coeficientes de compensação *CoefComp* que o bloco *channel compensation* multiplicará as respectivas amostras  $I'+jQ'$  do *buffer* na saída da FFT, para efeito de compensar os efeitos do *delay profile* do canal. Efetue a multiplicação dos coeficientes de *CoefComp* pelas respectivas amostras de  $I'+jQ'$  e obtenha a sequência  $s_{comp}$  de amostras compensadas dos efeitos do *delay profile* do canal. Compare  $s_{comp}$  com a sequência  $s=I+jQ$  armazenada no *buffer* na entrada da IFFT no TX e verifique se o multipercurso foi efetivamente compensado pelo conjunto de coeficientes *CoefComp*.
- e) Para as condições operacionais deste sistema, determine a duração mínima  $T_{cp}$  do prefixo cíclico no início de cada símbolo OFDM. Apresente arrazoado justificando analiticamente o processo de determinação de  $T_{cp}$ .
- f) Determine o *overhead*  $T_{cp}/T_s$  gerado pelo prefixo cíclico na taxa de transmissão útil global do sistema, onde  $T_s = N_{port}/Clock_{FFT} + T_{cp}$  é a duração do símbolo OFDM.
- g) Determine a taxa de transmissão em Kbps em cada portadora.
- h) Determine a taxa de transmissão de dados úteis em Mbps para o *output bitstream* da Figura 1, sabendo que das  $N_{port}$  portadoras totais,  $N_{port}/3$  não transportam dados úteis e são utilizadas como portadoras piloto para transportar a sequência de símbolos de referência  $I_T+jQ_T$  para o bloco *channel compensation* no RX visando determinar a função de transferência do canal.

## Exemplo

Solução:

a & b)

$\text{ClockFFT} := 8.16 \cdot \text{MHz}$  → Clock da FFT dado no enunciado (equivalente ao *symbol rate* de um sistema *single carrier*).

$f_c := 174\text{MHz}$  → Frequência central do canal dada no enunciado

$N_{\text{port}} := 8$  → Número de portadoras, dado no enunciado

Amplitude do eco em db      Atraso do eco em  $\mu\text{s}$

$$\text{DelayProfile} := \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ -3.5 & 2.5 \\ -15 & 4.5 \\ -\infty & 0 \\ -\infty & 0 \\ -\infty & 0 \end{pmatrix}$$

$$T := \frac{1}{\text{ClockFFT}}$$

$T = 0.123 \cdot \mu\text{s}$  → Duração de uma amostra complexa Re+jIm em banda-base, na saída da IFFT no TX

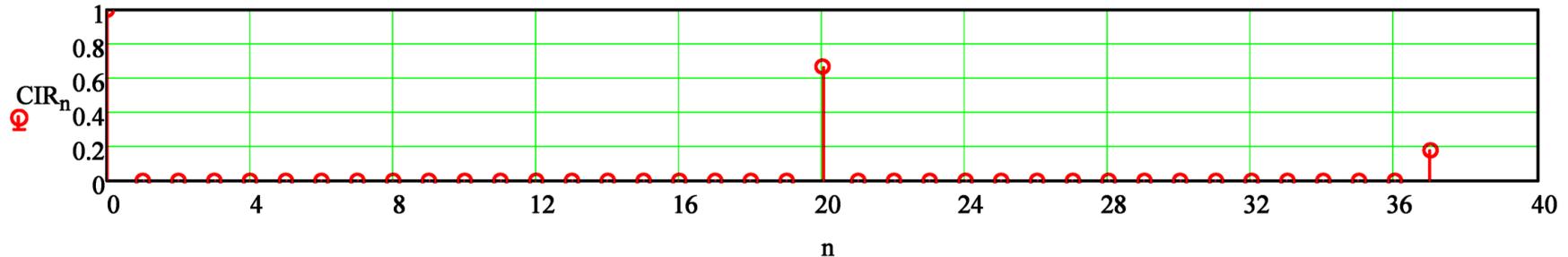
Dividindo a 2ª coluna do DelayProfile por  $T = 0.123 \cdot \mu\text{s}$  e arredondando para o inteiro mais próximo obtemos o número de intervalos amostrais correspondente ao atraso temporal do respectivo eco cuja amplitude em vezes (vezes= $10^{\text{db}/20}$ ) é especificada na 1ª coluna:

$$\text{DelayProfile} = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0.668 & 20 \\ 0.178 & 37 \\ 0 & 0 \\ 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}$$

## Exemplo

A tabela DelayProfile permite determinar a resposta ao impulso discreta do canal através do seguinte arrazoado: A resposta ao impulso discreta do canal é formada por impulsos com amplitude especificada na 1ª coluna da tabela DelayProfile, impulsos estes que ocorrem nos respectivos instantes discretos de tempo (=índice das amostras) dados pela 2ª coluna desta tabela. A todas as demais amostras da resposta ao impulso do canal é atribuído o valor zero. Desta maneira, a resposta ao impulso discreta do canal resulta em:

Resposta discreta ao impulso CIR (Channel Impulse Response) do canal:



Para que Nyquist seja obedecido, é necessário que a mínima frequência  $F_{min}$  e a máxima frequência  $F_{max}$  em torno da frequência central  $f_c = 174 \cdot \text{MHz}$  do canal, frequências estas que delimitam a faixa de frequências passíveis de serem transmitidas por este canal, obedçam o seguinte mapeamento:

$$-\pi < \theta < \pi \rightarrow F_{min} < f < F_{max} \rightarrow f_c - \text{ClockFFT}/2 < f < f_c + \text{ClockFFT}/2.$$

Note que este mapeamento obedece a faixa de variação permissível da frequência digital  $\theta$  para um canal bandpass. Neste contexto, temos portanto que:

$$F_{min} := f_c - \frac{\text{ClockFFT}}{2} \rightarrow F_{min} = 169.92 \cdot \text{MHz}$$

$$F_{max} := f_c + \frac{\text{ClockFFT}}{2} \rightarrow F_{max} = 178.08 \cdot \text{MHz}$$

## Exemplo

A resposta em frequência  $H(e^{j\theta})$  do canal é obtida aplicando-se a Transformada Z à resposta ao impulso do canal com  $z=e^{j\theta}$ , sendo  $-\pi<\theta<\pi$  a faixa de variação permissível da frequência digital  $\theta$ .

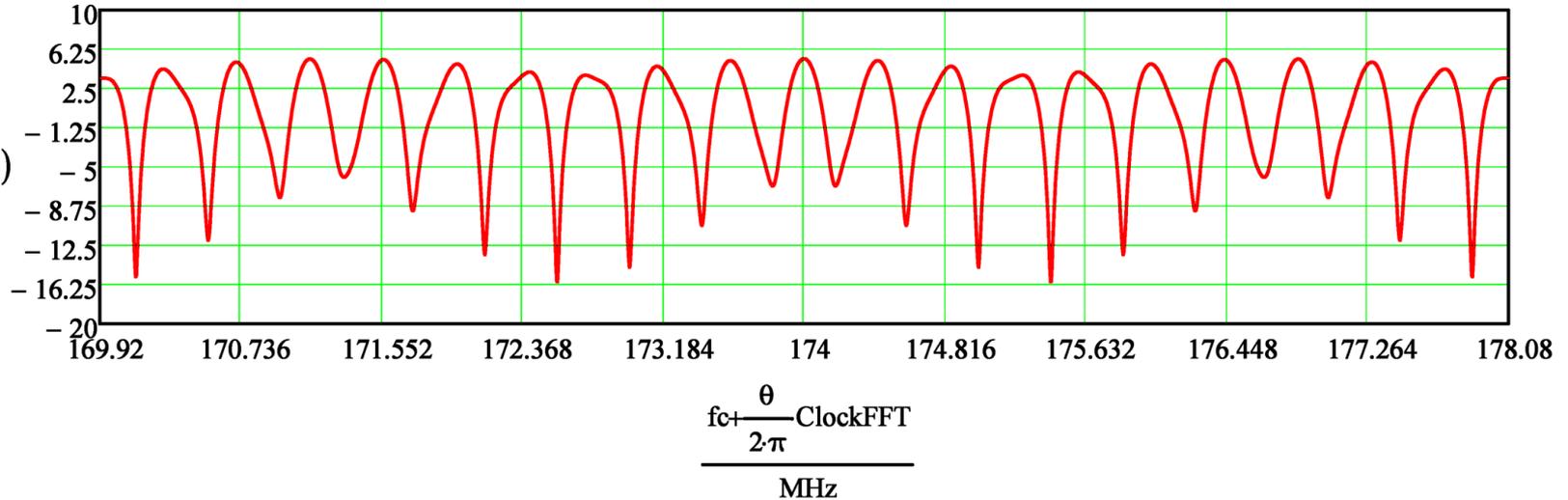
A Transformada Z para  $z=e^{j\theta}$  de uma sequência discreta  $CIR_n$  com  $N$  amostras ( no caso  $N = 38$  ) é dada pela equação (1), sendo  $-\pi<\theta<\pi \rightarrow F_{min}=f_c-\text{ClockFFT}/2 < f < F_{max}=f_c+\text{ClockFFT}/2$ :

$$H(CIR, \theta) = \sum_{n=0}^{N-1} \left[ CIR_n \cdot \left( e^{j\theta} \right)^{-n} \right] \quad \theta = \left( -\pi, -\pi + \frac{\pi}{1000} \dots \pi \right) \quad (1)$$

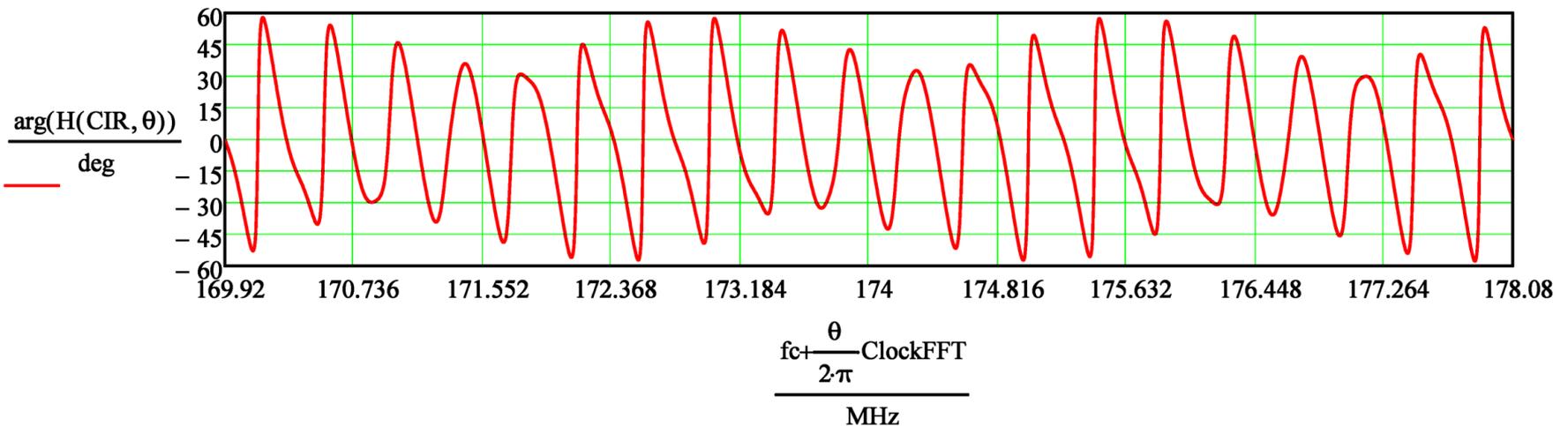
## Exemplo

A partir de (1), o gráfico do módulo da resposta em frequência  $H(e^{j\theta})$  em dB e o gráfico do ângulo em graus de  $H(e^{j\theta})$ , para  $-\pi < \theta < \pi \rightarrow F_{\min} < f < F_{\max}$ , sendo  $F_{\min} = 169.92 \cdot \text{MHz}$  e  $F_{\max} = 178.08 \cdot \text{MHz}$ , é conforme segue:

Módulo da resposta em frequência do canal [dB]:



Fase da resposta em frequência do canal [graus]:



## Exemplo

c) Os  $N_{\text{port}} = 8$  símbolos  $s = I + jQ$  armazenados no *buffer* de entrada da IFFT (no TX da Figura 1 do enunciado) são gerados na saída do *mapper* pelo *input bitstream* dado no enunciado, e estes símbolos  $s = I + jQ$  resultam conforme segue:

$$s = \begin{pmatrix} 1 - 3i \\ 1 + i \\ 1 - 3i \\ 1 + 3i \\ 3 - 3i \\ -1 + 3i \\ -1 + 3i \\ 1 + 3i \end{pmatrix}$$

Obtendo as frequências digitais  $\theta_{d_k}$ , sendo  $k := 0, 1 \dots N_{\text{port}} - 1$  e  $N_{\text{port}} = 8$  portadoras, frequências digitais estas que correspondem às frequências analógicas de cada portadora no canal de transmissão:

$$\theta_{d_k} := -\pi + k \cdot \frac{2\pi}{N_{\text{port}} - 1}$$

→

$$\theta_{d_k} =$$

-3.142
-2.244
-1.346
-0.449
0.449
1.346
2.244
3.142

## Exemplo

A Função de transferência  $H(e^{j\theta})$  do canal na frequência digital  $\theta d_k$  de cada uma das  $N_{port} = 8$  portadoras é obtida da equação (1), resultando conforme segue:

$$H(\text{CIR}, \theta d_k) = \begin{pmatrix} 1.491 \\ 1.456 + 0.696i \\ 1.011 + 0.574i \\ 0.287 + 0.151i \\ 0.287 - 0.151i \\ 1.011 - 0.574i \\ 1.456 - 0.696i \\ 1.491 \end{pmatrix}$$

O conjunto de  $N_{port} = 8$  amostras complexas  $I' + jQ'$  armazenadas no *buffer* de saída da FFT do RX (ver Figura 1 do enunciado) é analiticamente obtido pela multiplicação da seqüência de símbolos  $s_k = I_k + jQ_k$  (16-QAM) armazenados no *buffer* de entrada da IFFT do TX pelo  $H(e^{j\theta})$  do canal calculado na frequência digital  $\theta d_k$  de cada  $N_{port} = 8$  portadoras:

$$I' + jQ' = s_k \cdot H(\text{CIR}, \theta d_k) = \begin{pmatrix} 1.491 - 4.472i \\ 0.76 + 2.152i \\ 2.735 - 2.46i \\ -0.166 + 1.012i \\ 0.408 - 1.314i \\ 0.712 + 3.609i \\ 0.631 + 5.065i \\ 1.491 + 4.472i \end{pmatrix}$$

## Exemplo

**d)** O bloco *channel compensation* multiplica as  $N_{\text{port}} = 8$  amostras  $I' + jQ'$  armazenadas no *buffer* de saída da FFT do RX por um conjunto de respectivos coeficientes para efeito de compensar a função de transferência  $H(e^{j\theta})$  do canal, já obtida na solução da questão a). Este conjunto de coeficientes de compensação  $\text{CoefComp}$  é obtido de  $H^{-1}(e^{j\theta})$ , isto é, de  $H(\text{CIR}, \theta_{d_k})^{-1}$ , conforme segue:

$$\text{CoefComp}_{P_k} := \frac{1}{H(\text{CIR}, \theta_{d_k})} \rightarrow \text{CoefComp} = \begin{pmatrix} 0.671 \\ 0.559 - 0.267i \\ 0.748 - 0.425i \\ 2.729 - 1.436i \\ 2.729 + 1.436i \\ 0.748 + 0.425i \\ 0.559 + 0.267i \\ 0.671 \end{pmatrix}$$

Testando:

$$\text{scomp} = (I' + jQ') \cdot \text{CoefComp} \rightarrow \text{scomp} = \begin{pmatrix} 1 - 3i \\ 1 + i \\ 1 - 3i \\ 1 + 3i \\ 3 - 3i \\ -1 + 3i \\ -1 + 3i \\ 1 + 3i \end{pmatrix} \quad \text{e de c) temos} \quad s = \begin{pmatrix} 1 - 3i \\ 1 + i \\ 1 - 3i \\ 1 + 3i \\ 3 - 3i \\ -1 + 3i \\ -1 + 3i \\ 1 + 3i \end{pmatrix} \rightarrow s - \text{scomp} = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}$$

$s - \text{scomp} = \underline{0} \rightarrow \text{OK! Multipercorso efetivamente compensado.}$

## Exemplo

e) Baseado no princípio de que a duração  $T_{cp}$  deve ser maior que o *delay spread* do canal, temos que:

$$T_{cp} = 4.5 \cdot \mu s \quad \rightarrow \text{obtido da tabela de } \textit{delay profile} \text{ do canal}$$

f)  $100 \cdot T_{cp} / T_s$  dá a percentagem da taxa útil global do sistema que é desperdiçada na transmissão do prefixo cíclico, "deperdício" que é denominado de *overhead*. Note que quanto maior o número  $N_{port}$  de portadoras menor o *overhead*  $T_{cp} / T_s$  gerado por um longo prefixo cíclico (necessário devido a um longo *delay spread* no canal). Daí, portanto, temos:

$$N_{port} = 8 \quad \rightarrow \text{número de portadoras} \quad T_s := \frac{N_{port}}{\text{ClockFFT}} + T_{cp} \quad T_s = 5.48 \cdot \mu s \quad \rightarrow \text{duração de um símbolo OFDM} \quad \frac{T_{cp}}{T_s} = 0.821 \quad \rightarrow \textit{overhead}$$

g) Cada símbolo 16-QAM transportado no *symbol stream* atribuído a cada portadora pelo bloco *serial-parallel* da Figura 1 do enunciado é transmitido pelo TX a cada intervalo de  $T_s$  segundos, intervalo que corresponde ao tempo de duração de um símbolo OFDM (tempo de duração da seqüência de amostras resultante no *buffer* de saída da IFFT no TX + tempo de duração  $T_{cp}$  do prefixo cíclico inserido). Daí temos:

$$N_{BitsPorSímboloIQ} := 4 \quad \rightarrow \text{16-QAM: símbolo IQ corresponde a 4 bits}$$

$$\text{TaxaBitsPorPortadora} := \frac{N_{BitsPorSímboloIQ}}{T_s} \quad \text{TaxaBitsPorPortadora} = 729.875 \cdot \text{KHz} \quad [\text{Kbps}]$$

h) O bloco parallel-serial da Figura 1 do enunciado serializa os diversos *symbol streams* paralelos atribuídos a cada portadora pelo bloco *serial-parallel*. Do enunciado, sabe-se que das  $N_{port}$  portadoras,  $N_{port}/3$  são portadoras piloto utilizadas para transportar a seqüência de símbolos de referência  $I_r + jQ_r$  para o bloco channel compensation no RX. Daí, temos que:

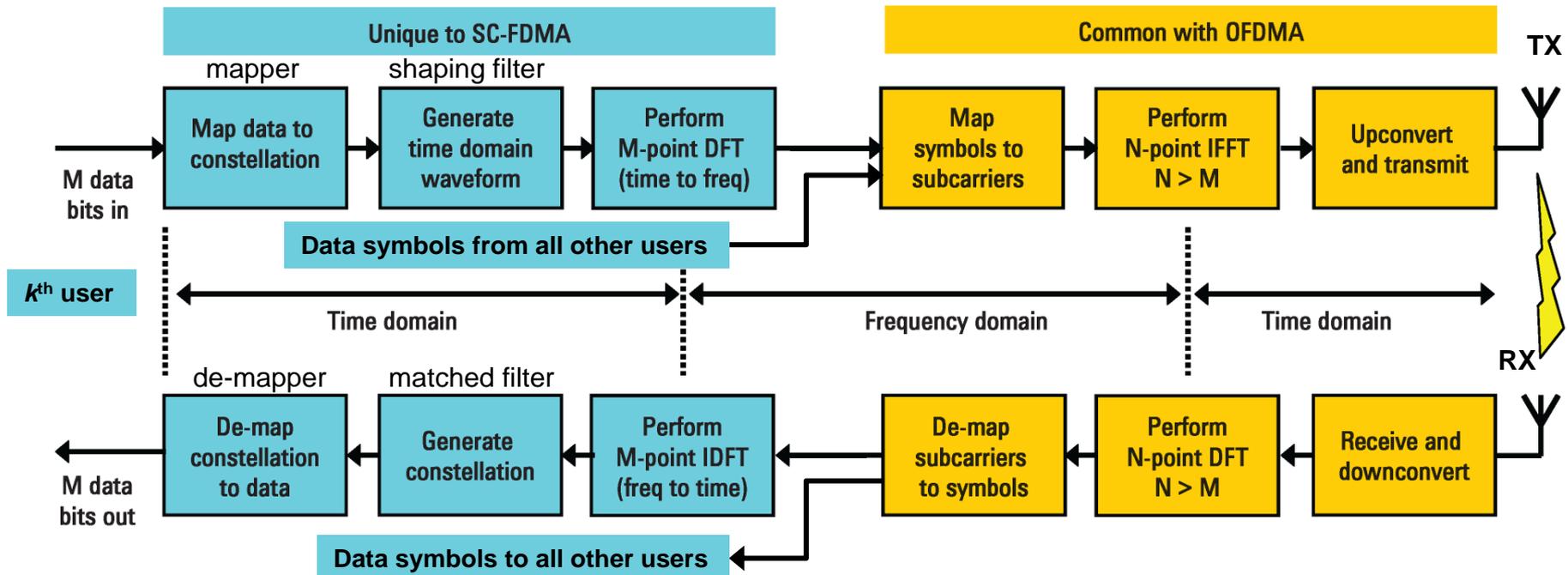
$$\text{TaxaOutputBitStream} := \text{TaxaBitsPorPortadora} \cdot \left( N_{port} - \frac{N_{port}}{3} \right) \quad \text{TaxaOutputBitStream} = 3.893 \cdot \text{MHz} \quad [\text{Mbps}]$$

## Sistema SC-FDMA (4G-3GPP-LTE)

O sistema SC-FDMA (*Single Carrier – Frequency Division Multiple Access*) proporciona a mesma versatilidade de multiplexação que o sistema OFDM, sem o problema do alto custo dos HPAs para transmissores OFDM em razão do alto PAPR, conforme discutimos nos slides 97 a 99. O sistema SC-FDMA é adotado no *uplink* (telefone celular → *base-station*) do sistema de 4ª geração para telefonia celular 4G LTE (*Long Term Evolution*), desenvolvido pelo consórcio 3GPP (*3rd Generation Partnership Project*). O *downlink* (*base-station* → telefone celular) do sistema LTE adota OFDM, dado que não há uma limitação rigorosa de custo para o HPA do TX da *base-station*, ao contrário do HPA do telefone celular cujo custo é criticamente limitado por razões de mercado.

A figura abaixo mostra o diagrama de blocos simplificado do sistema SC-FDMA. Note que a saída do *shaping filter* de cada usuário é aplicada a uma DFT de M pontos cuja saída é entregue a uma IFFT de N pontos. Por exemplo, se a IFFT tiver  $N = 2048$  portadoras recebendo *data symbols* de 16 usuários, então o número de pontos M da DFT de cada usuário é  $M = N/16 = 128$ .

Como, para cada usuário, a sequência de símbolos IQ no domínio tempo é submetida a uma DFT antes de ser mapeada nas portadoras da IFFT, e como a IFFT é o inverso da DFT (uma anula o efeito da outra), então o sinal que é transmitido pela antena é a própria sequência de símbolos IQ do usuário, da mesma forma que em um sistema *single carrier*. Portanto, no sistema SC-FDMA não há superposição de senoides gerando picos e alto PAPR, como é o caso do sistema OFDM. Note que é mantida no sistema SC-FDMA a flexibilidade de multiplexar usuários em múltiplas portadoras, de mesma forma que no sistema OFDM.

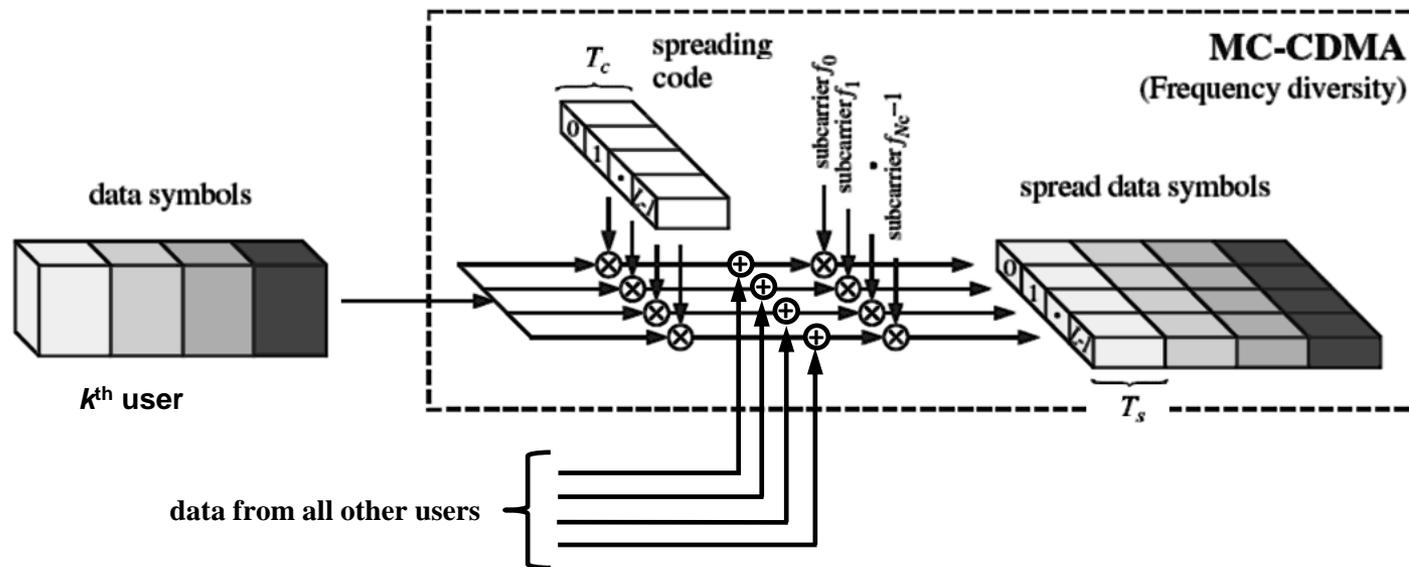


## Sistemas Multicarrier Spread Spectrum

Sistemas MSS (*multicarrier spread spectrum*) são sistemas híbridos que contemplam simultaneamente as características de sistemas OFDM e de sistemas CDMA. Dois sistemas MSS largamente empregados em comunicações militares são os sistemas MC-CDMA (*multicarrier CDMA*) e MC-DS-CDMA (*multicarrier direct-sequence CDMA*).

No sistema MC-CDMA cada  $k$ -ésimo usuário tem cada um de seus símbolos IQ atribuído às  $N_c$  portadoras (o mesmo símbolo é atribuído às  $N_c$  portadoras), sendo previamente submetido ao processo de *spreading* através de um código específico ao  $k$ -ésimo usuário, conforme mostra a figura.

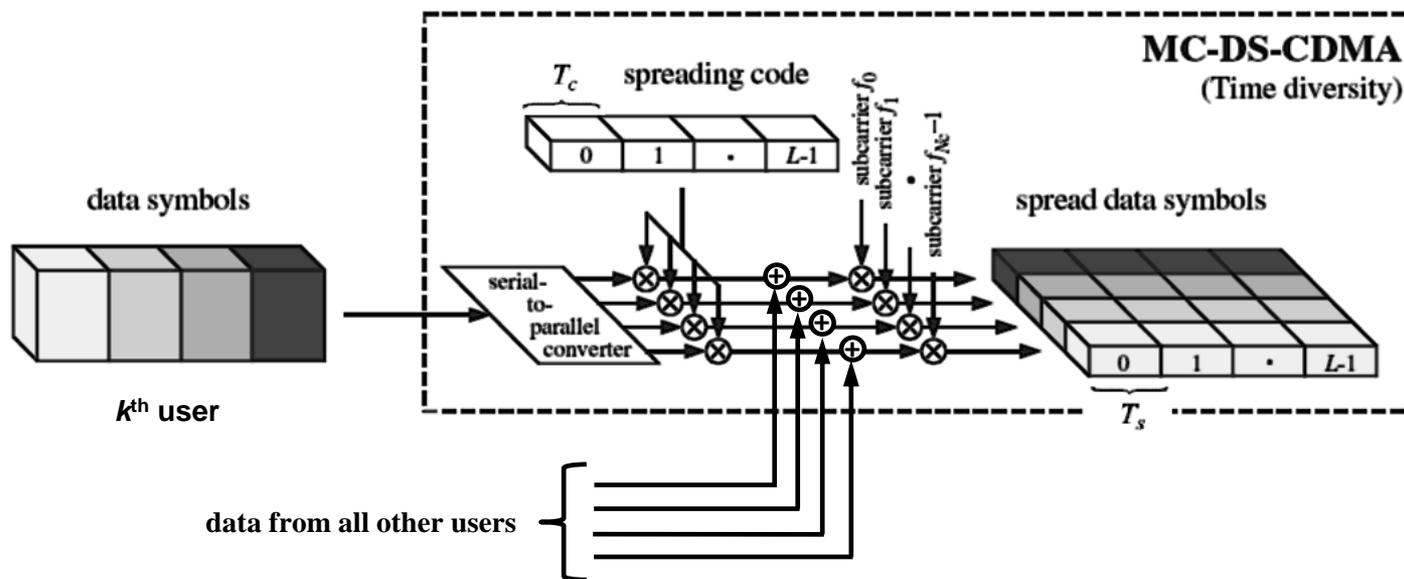
Note que os usuários são separados por código, e que, como o mesmo símbolo IQ de cada usuário (após o *spreading*) modula todas as  $N_c$  portadoras, obtém-se assim uma alta diversidade em frequência. Por esta razão, o sistema MC-CDMA é robusto e insensível aos *notches* na função de transferência do canal (*fading* seletivo) causado pelo multipercurso no canal, como acontece em um cenário operacional de multipercurso urbano.



## Sistemas Multicarrier Spread Spectrum

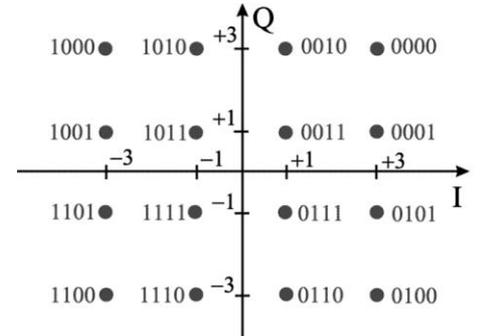
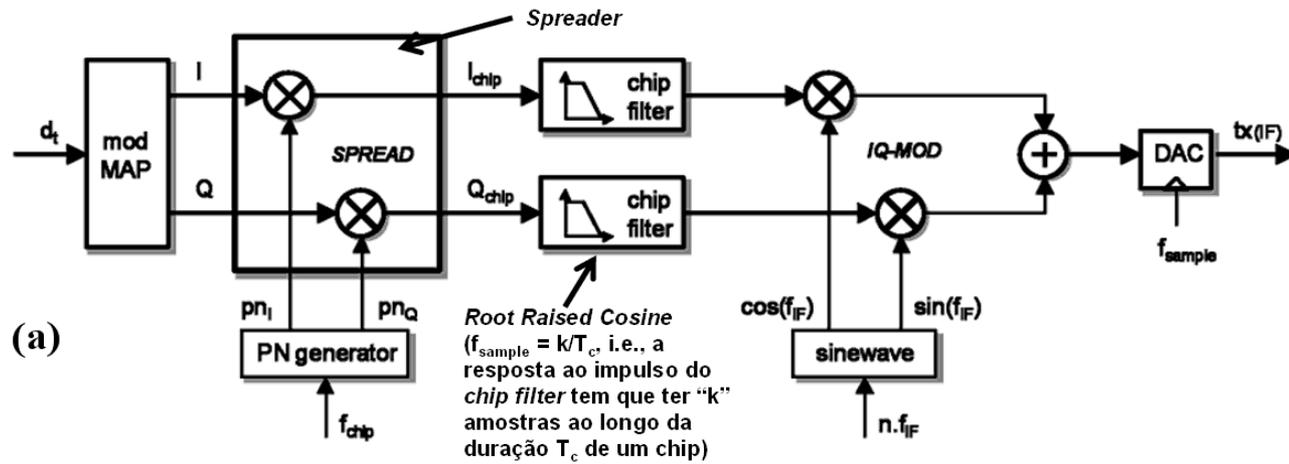
No sistema MC-DS-CDMA cada  $k$ -ésimo usuário tem a sequência de seus símbolos IQ distribuídos entre as  $N_c$  portadoras através do bloco *serial-to-parallel* (= chave rotativa do sistema OFDM), sendo previamente submetido ao processo de *spreading* através de um código específico ao  $k$ -ésimo usuário, conforme mostra a figura.

De mesma forma que no sistema MC-CDMA, os usuários são separados por código, com a diferença que no sistema MC-DS-CDMA o *spreading* é feito ao longo do tempo, obtendo-se assim uma alta diversidade temporal. Por esta razão, o sistema MC-DS-CDMA é robusto e insensível ao *fading* de sinal que ocorre em toda a banda operacional quando, sob operação móvel, a trajetória de movimento do RX passa por uma rápida sequência de regiões de sombra de sinal ou quando o canal é do tipo Rayleigh (ver [https://en.wikipedia.org/wiki/Rayleigh\\_fading](https://en.wikipedia.org/wiki/Rayleigh_fading)).

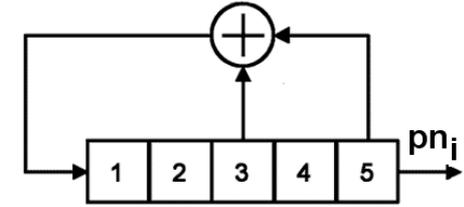
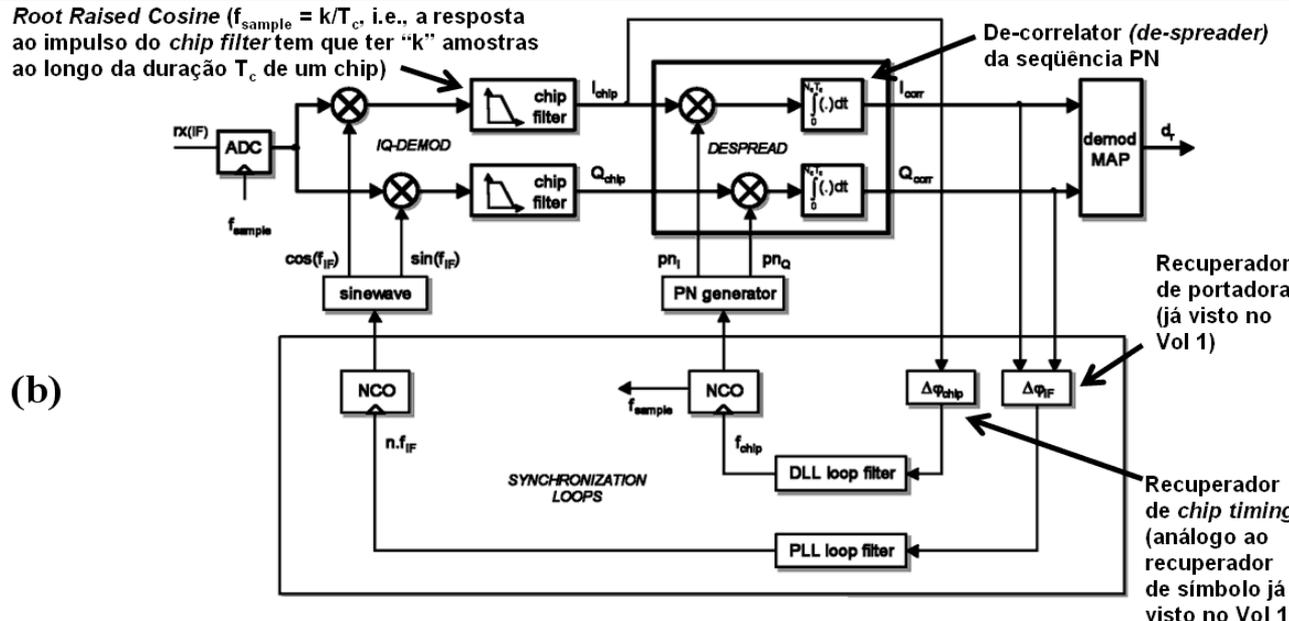


# Homework 1

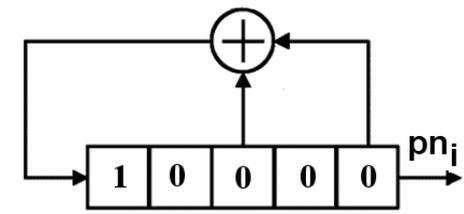
O diagrama na Figura 1 abaixo mostra a etapa de modulação de um sistema de comunicação digital DS-Spread Spectrum 16-QAM:



(c) mod e demod MAP



(d) PN generator SSRG[5,3] p/ a seqüência de símbolos I. A cada novo símbolo I (e Q) o SSRG é inicializado conforme segue:



**Figura 1:** (a) TX DS-Spread Spectrum 16-QAM. (b) RX DS-Spread Spectrum 16-QAM (c) IQ mapper & de-mapper (d) “PN generator” usado no “Spreader” da seqüência de símbolos I em (a).

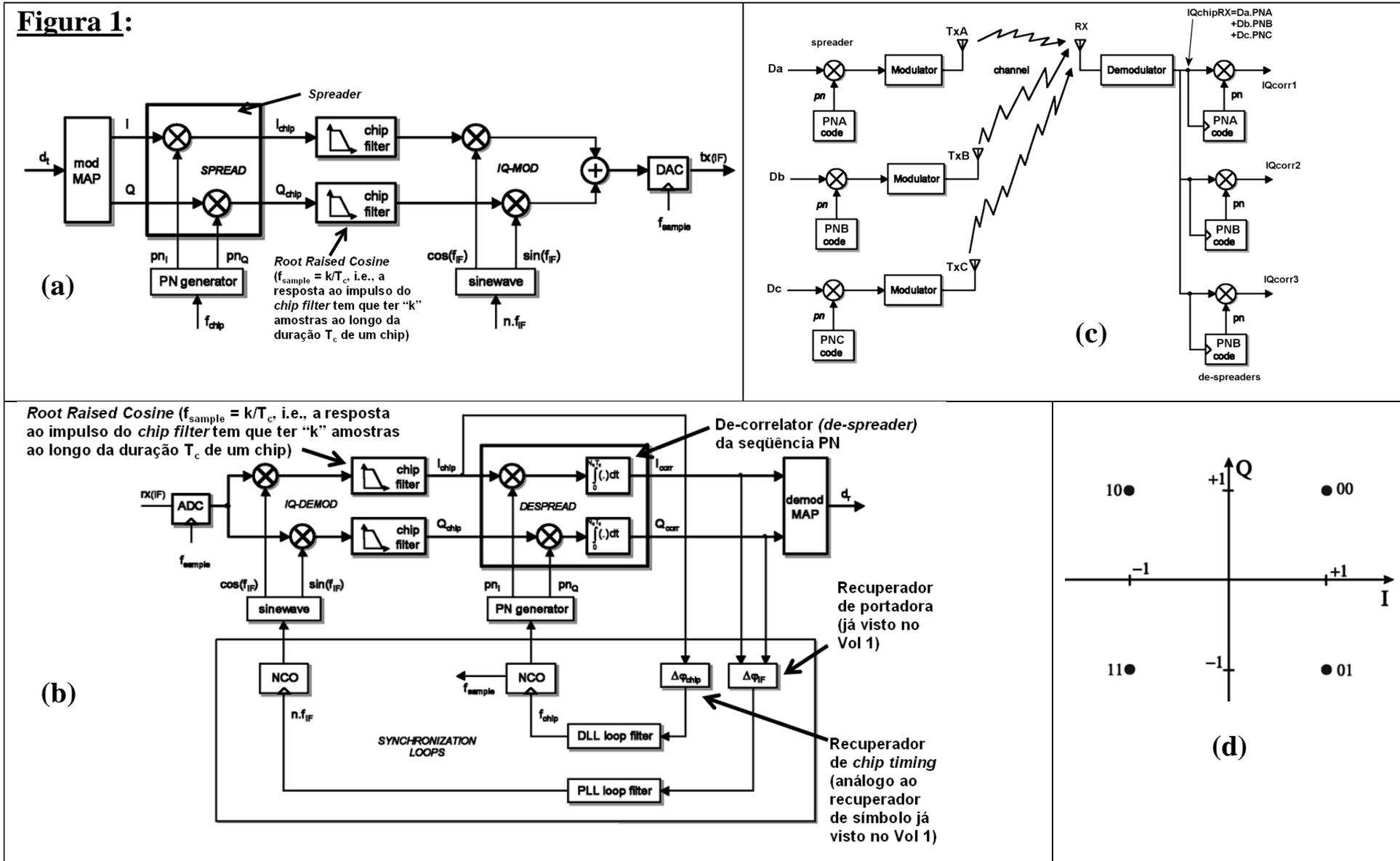
## Homework 1

O sistema utiliza  $N_c = 31$  chips por símbolo IQ e o “*de-spreader*” do RX é implementado por meio de um *matched-filter* para a sequência de chips gerada no “*spreader*” do TX. Sabendo que o sistema não apresenta erros de sincronização nem no recuperador de portadora nem no recuperador de *chip timing*, pede-se:

- Determine o gráfico da sequência  $\mathbf{pn}_i$  na saída do “PN generator” na Figura 1 (a) para cada símbolo I na entrada do “*Spreader*” do TX.
- Determine o gráfico da sequência  $\mathbf{pn}_i$  reversa (imagem) da sequência gerada em a), a ser utilizada no “*de-spreader*” do RX.
- Determine o balanceamento (nível DC) da sequência  $\mathbf{pn}_i$  gerada em a).
- Determine o gráfico da auto-correlação da sequência de chips  $\mathbf{pn}_i$  gerada no “*Spreader*” do TX.
- Determine o gráfico da correlação cruzada entre a sequência de chips  $\mathbf{pn}_i$  gerada no “*Spreader*” do TX e a a sequência de chips  $\mathbf{pn}_i$  gerada no “*de-spreader*” do RX.
- Dois símbolos consecutivos  $I_1$  e  $I_2$  são gerados no *mapper* do TX respectivamente pelas palavras binárias “0000” e “1111”. Assumindo que não haja multipercurso nem ruído no canal, determine a saída  $\mathbf{I}_{\text{corr}}$  do “*de-spreader*” do RX para estas palavras binárias.

## Homework 2

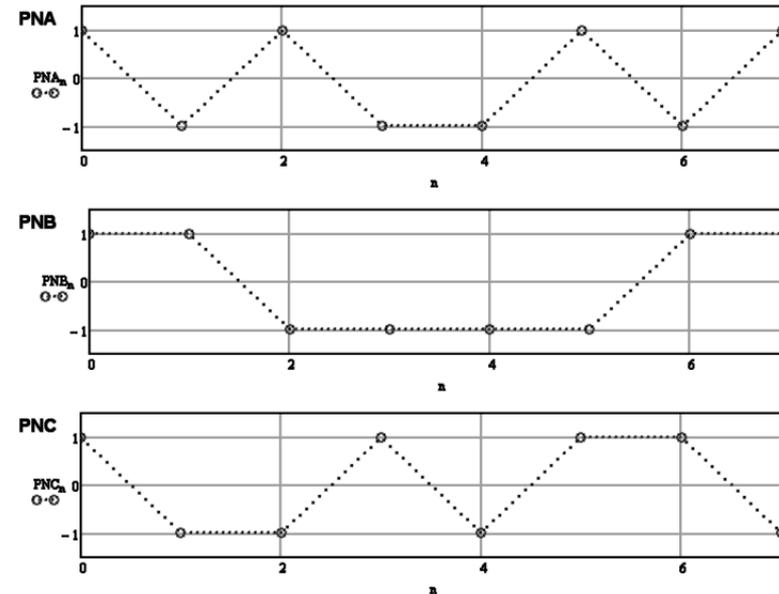
A Figura 1 abaixo mostra aspectos de implementação de uma rede *wireless DS-Spread Spectrum QPSK*:



## Homework 2

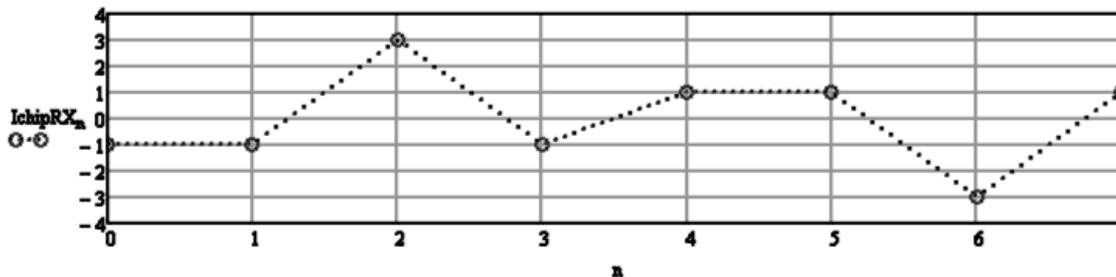
- (a) Etapa de modulação do TX de cada um dos usuários da rede.
- (b) Etapa de demodulação do RX de uma das *basestations* da rede.
- (c) Tráfego hipotético em determinado instante de operação da rede em que entre 3 usuários A, B e C transmitem para o RX de uma das *basestations*. Sabe-se que durante esta situação de operação hipotética o sistema encontra-se perfeitamente sincronizado, não havendo nem ruído nem multipercurso no canal.
- (d) IQ *mapper* & *de-mapper*. O sistema utiliza  $N_C = 8$  *chips* por símbolo IQ, sendo o “*de-spreader*” do RX da *basestation* implementado por meio de um *matched-filter* para a seqüência de *chips* gerada no “*spreader*” do TX de cada usuário.
- (e) Seqüências PN usadas nos *spreaders* dos TXs dos usuários A,B e C durante a situação mostrada em (c).

(e)



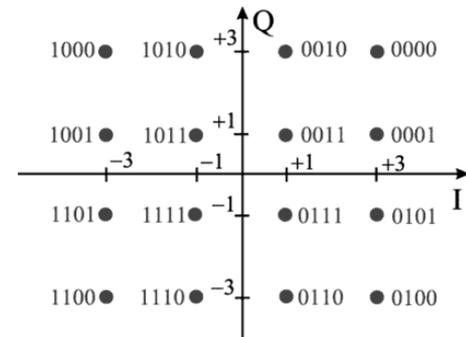
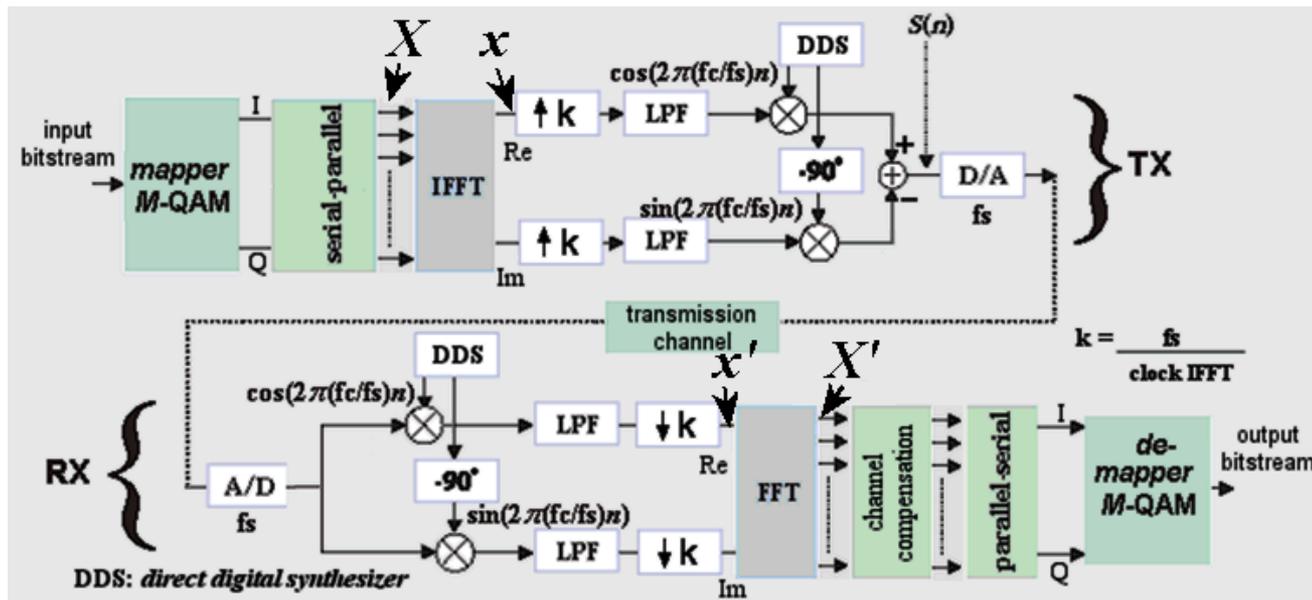
Pede-se:

- a) Para a situação descrita pela Fig. 1(c), determine a seqüência  $I_{chip}$  na entrada do *despreader* do RX da *basestation* – vide Fig. 1(b) – sabendo que o valor de  $I$  na entrada dos *spreaders* do TX das estações A,B e C – ver Fig. 1(a & c) – são respectivamente  $\text{Re}\{D_a\} = +1$ ,  $\text{Re}\{D_b\} = +1$  e  $\text{Re}\{D_c\} = -1$ , onde  $\text{Re}\{\bullet\}$  é o operador que denota a parte real do argumento de valor complexo  $I+jQ$ .
- b) Determine o valor  $I$  (parte real) das seqüências nas saídas  $IQ_{corr1}$ ,  $IQ_{corr2}$  e  $IQ_{corr3}$  da Fig. 1(c) sabendo que, no instante considerado, a seqüência  $I_{chipRX} = \text{Re}\{IQ_{chipRX}\}$  – vide Fig. 1(c) – é conforme o gráfico abaixo:



## Homework 3

O diagrama na Figura 1 abaixo mostra a etapa de modulação de um sistema de comunicação digital OFDM 16-QAM:



*mapper & de-mapper 16-QAM*

**Figura 1:** Etapa de modulação de um sistema de comunicação digital OFDM 16-QAM. Note que a entrada da IFFT são valores  $X=I+jQ$  da constelação de referência do *mapper*. Da mesma forma, a saída da FFT corresponde a valores  $X'=I'+jQ'$  da constelação de referência do *de-mapper*, caso não haja degradação de sinal no canal de transmissão. Note ainda que a saída da IFFT no TX e entrada da FFT no RX são valores complexos  $x=Re+jIm$  mas que não são os valores da constelação de referência 16-QAM.

## Homework 3

O bloco IFFT no TX executa a operação  $x(n) = \frac{1}{\sqrt{N}} \sum_{k=0}^{N-1} X(k) e^{j2\pi n \frac{k}{N}}$ , onde  $X$  pode assumir qualquer um dos valores  $I+jQ$  da constelação do *mapper*, de acordo com a palavra binária de 4 bits a ser transmitida.

O bloco FFT no RX executa a operação inversa da executada no TX, isto é,  $X'(k) = \frac{1}{\sqrt{N}} \sum_{n=0}^{N-1} x'(n) e^{-j2\pi k \frac{n}{N}}$ , e, se não ocorre qualquer degradação de sinal no bloco *transmission channel*, recupera em  $X'$  os valores  $I+jQ$  originalmente transmitidos em  $X$ .

### Pede-se:

- a) Sabendo que o sistema utiliza  $N= 8$  portadoras e que em um determinado instante o *buffer* de entrada da IFFT do TX armazena os valores dados pelo vetor  $\underline{X} = [ X_1 \ X_2 \ X_3 \ X_4 \ X_5 \ X_6 \ X_7 \ X_8 ]^T$ , resultantes do *input bitstream*  $B=\{00101100010111110101101011111010\}$ , determine os valores resultantes no *buffer* de saída da IFFT dado pelo vetor  $\underline{x} = [x_1 \ x_2 \ x_3 \ x_4 \ x_5 \ x_6 \ x_7 \ x_8 ]^T$ .
- b) A partir do resultado anterior prove numericamente que o bloco FFT no RX recupera em  $X'$  os valores  $I+jQ$  originalmente transmitidos em  $X$ . Assuma que não ocorre ruído nem multipercurso no canal de transmissão.

## Homework 4

O diagrama na Figura 1 abaixo mostra a etapa de modulação de um sistema de comunicação digital OFDM 16-QAM:

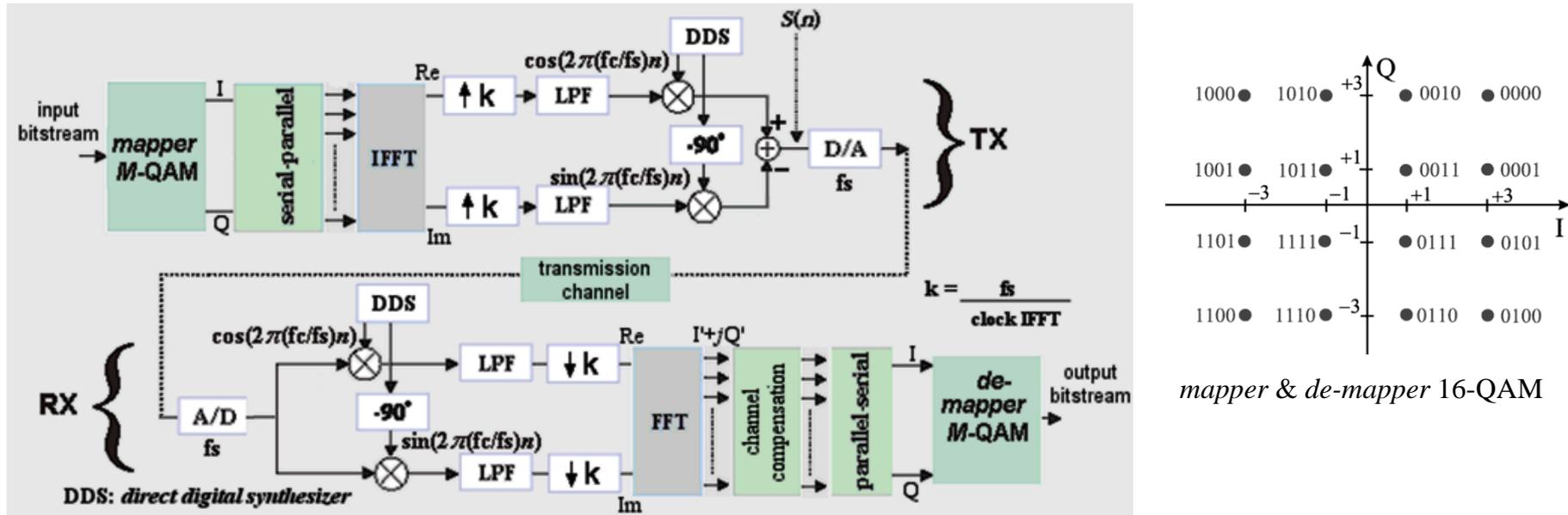


Figura 1: Etapa de modulação de um sistema de comunicação digital OFDM 16-QAM

O sistema utiliza  $N_{port}=8$  portadoras com um *clock* de 10.0 MHz na IFFT e FFT. A frequência central do canal de transmissão é  $f_c=430$ MHz, e o *delay profile* do canal é conforme Tabela 1 abaixo. Sabe-se que as portadoras de índices zero e 7 correspondem respectivamente às frequências mais baixa e mais alta da banda ocupada do canal.

Tabela 1 <i>Channel Delay Profile</i>	
Amplitude do percurso [dB]:	Atraso do percurso [ $\mu$ s]:
0	0
-6	4.0
-12	6.0

## Homework 4

### Pede-se:

- Plote na faixa de Nyquist o gráfico do módulo em dB da resposta em frequência deste canal *bandpass*.
- Plote na faixa de Nyquist o gráfico do ângulo de fase em graus da resposta em frequência deste canal *bandpass*.
- Sabe-se que o *input bitstream* na entrada do *mapper* é  $ibstream = \{10110011111100110111111001110111\}$  e que o primeiro símbolo 16-QAM gerado na saída do *mapper* é armazenado no *buffer* na entrada da IFFT do TX na posição correspondente à portadora de índice zero. Determine o conteúdo  $I'+jQ'$  do *buffer* na saída da FFT do RX antes do bloco *channel compensation*.
- Determine o conjunto de coeficientes de compensação *CoefComp* que o bloco *channel compensation* multiplicará as respectivas amostras  $I'+jQ'$  do *buffer* na saída da FFT, para efeito de compensar os efeitos do *delay profile* do canal. Efetue a multiplicação dos coeficientes de *CoefComp* pelas respectivas amostras de  $I'+jQ'$  e obtenha a sequência  $s_{comp}$  de amostras compensadas dos efeitos do *delay profile* do canal. Compare  $s_{comp}$  com a sequência  $s=I+jQ$  armazenada no *buffer* na entrada da IFFT no TX e verifique se o multipercurso foi efetivamente compensado pelo conjunto de coeficientes *CoefComp*.
- Para as condições operacionais deste sistema, determine a duração mínima  $T_{cp}$  do prefixo cíclico no início de cada símbolo OFDM. Apresente arrazoado justificando analiticamente o processo de determinação de  $T_{cp}$ .
- Determine o *overhead*  $T_{cp}/T_s$  gerado pelo prefixo cíclico na taxa de transmissão útil global do sistema, onde  $T_s = N_{port}/\text{ClockFFT} + T_{cp}$  é a duração do símbolo OFDM.
- Determine a taxa de transmissão em Kbps em cada portadora.
- Determine a taxa de transmissão de dados úteis em Mbps para o *output bitstream* da Figura 1, sabendo que das  $N_{port}$  portadoras totais,  $N_{port}/4$  não transportam dados úteis e são utilizadas como portadoras piloto para transportar a sequência de símbolos de referência  $I_r+jQ_r$  para o bloco *channel compensation* no RX visando determinar a função de transferência do canal.